



TENSÃO CRÍTICA ELÁSTICA DE FLAMBAGEM DE CHAPAS ENRIJECIDAS EM AÇO

Denise A. Barbosa

Rodrigo B. Caldas

denbarbosa@yahoo.com.br

caldas@dees.ufmg.br

Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas da Universidade Federal de Minas Gerais

Professor do Departamento de Engenharia de Estruturas da Universidade Federal de Minas Gerais

Avenida Antônio Carlos, 6627 – Escola de Engenharia – Bloco 1 - 4 andar, Pampulha, Belo Horizonte, 31270-901, Minas Gerais, Brasil

Resumo. *Este artigo apresenta um estudo comparativo da tensão crítica elástica de flambagem de chapas enrijecidas em aço, submetidas a tensões normais ou de cisalhamento. Para realização deste estudo foram analisados cinco casos de chapas enrijecidas longitudinalmente, utilizando as tabelas e ábacos dos trabalhos dos professores Klöppel e Scheer, e o programa EBPlate. Os resultados foram comparados entre si mostrando a diferença entre as abordagens. As tabelas dos professores Klöppel e Scheer apresentaram valores inferiores aos obtidos com o programa EBPlate.*

Palavras-chave: *Alma Enrijecida, Flambagem, Vigas Esbeltas.*

1 INTRODUÇÃO

As estruturas esbeltas nos projetos de engenharia de estruturas de aço têm sido mais utilizadas devido à evolução da tecnologia.

Em estruturas de pontes, viadutos e edifícios industriais de aço, as chapas são os elementos básicos, podendo ser bastante esbeltos, e, portanto, a instabilidade das chapas é um dos pontos mais críticos nesses tipos de estrutura. Na prática, a forma de contornar o problema, é através do reforço destas chapas por meio de enrijecedores transversais e/ou longitudinais. Logo, dentre as estruturas esbeltas de aço, destacam-se as formadas pela associação de chapas e enrijecedores, ou seja, por painéis enrijecidos, como o caso de almas esbeltas enrijecidas de vigas de seção I ou caixão.

A verificação da instabilidade das vigas esbeltas permite determinar a espessura da alma e o uso ou não de enrijecedores, o que afeta diretamente no peso da estrutura de aço.

Conforme Simões (2005), a utilização de seções transversais esbeltas constitui uma alternativa competitiva, pois aperfeiçoa o dimensionamento apesar da necessidade de limitar as tensões atuantes. Ainda segundo Simões (2005), nas seções esbeltas ocorre a instabilidade local antes de se atingir a resistência ao escoamento do aço, e, portanto torna-se necessário determinar a força ou tensão que leva à flambagem local. A determinação da força ou tensão de flambagem elástica local é complexa e pode ser obtida através de simulações numéricas utilizando-se do Método dos Elementos Finitos. Porém, na prática de projeto de estruturas este método implica em maior tempo gasto, onerando o projeto. Isto justifica o uso de normas técnicas com simplificações muitas vezes conservadoras.

A estrutura típica de um painel enrijecido é composta por chapas, enrijecedores transversais e longitudinais. A alma enrijecida se constitui de um painel global, que por sua vez contém os subpainéis. O denominado painel global é delimitado pelos enrijecedores transversais da alma e pelas mesas da viga. Já os denominados subpainéis ou painéis isolados são delimitados pelos enrijecedores longitudinais e transversais da alma, conforme a Figura 1.

Este trabalho tem como objetivo obter a tensão crítica elástica de flambagem de chapas enrijecidas em aço utilizando tabelas encontradas na literatura e um programa computacional denominado EBPlate. Para isso, um estudo com cinco casos de diferentes chapas enrijecidas foi realizado e os valores obtidos das tabelas e com o programa foram comparados.

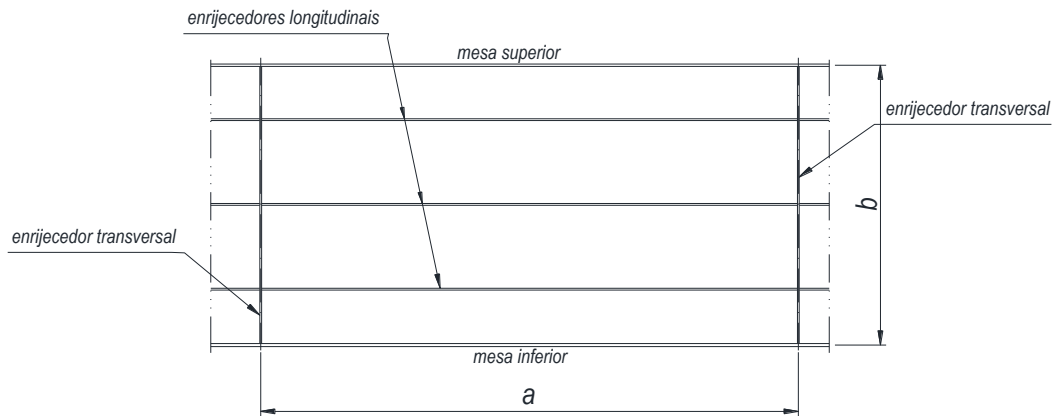


Figura 1. Alma enrijecida de um perfil de seção I ou caixão.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Comportamento elástico à compressão de chapas enrijecidas e não enrijecidas

Comportamento de chapas não enrijecidas comprimidas uniaxialmente

É citado em Silva e Gervásio (2007), que Bryan (1981) estudou a flambagem de uma placa retangular, com espessura t , simplesmente apoiada no seu contorno e sujeita a uma tensão normal de compressão longitudinal uniforme, conforme a Figura 2.

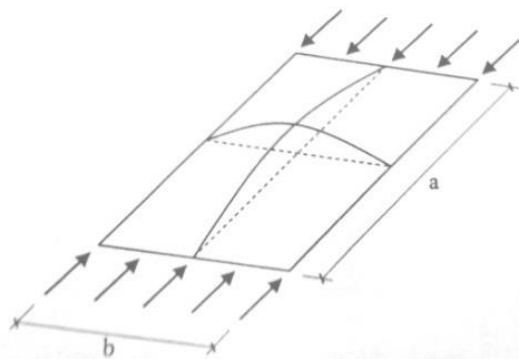


Figura 2: Flambagem de placa comprimida axialmente (Silva e Gervásio, 2007)

A tensão crítica de flambagem elástica pode ser obtida a partir da equação diferencial:

$$\nabla^4 w = -\sigma_x \cdot \frac{t}{D} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (1)$$

com,

$$D = \frac{E \cdot t^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \quad (2)$$

e

$$w = a_{mn} \cdot \sin \frac{m\pi x}{a} \cdot \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (3)$$

obtém-se,

$$\sigma_{cr} = \frac{k_{\sigma} \cdot \pi^2 \cdot E}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \quad (4)$$

sendo k_{σ} o coeficiente de flambagem, dado por

$$k_{\sigma} = \left(\frac{m}{\alpha} + \frac{n^2}{m} \right)^2 \quad (5)$$

onde α é a razão de aspecto da placa, ou seja, o quociente entre as dimensões da placa retangular $\alpha = a/b$; m é o número de semi-ondas na direção da compressão; e n é o número idêntico na direção transversal. O coeficiente k_{σ} que interessa é o de valor mais baixo, sendo assim n deve ser tomado igual à unidade, o que significa que o modo de flambagem da placa apresenta uma semi-onda sinusoidal na direção transversal.

Comportamento de chapas não enrijecidas submetidas à compressão e flexão uniaxiais

Conforme apresentado em Silva e Gervásio (2007), uma placa simplesmente apoiada quando é submetida a uma tensão normal de compressão e a uma flexão, desenvolve um diagrama de tensões normais que varia linearmente entre uma tensão máxima de compressão que atua na borda superior σ_1 , e uma tensão mínima de compressão ou máxima de tração que atua na borda inferior σ_2 , conforme a Figura 3.

A tensão longitudinal (σ_x) a uma distância y da origem é dada por:

$$\sigma_{x(y)} = \sigma_1 \cdot \left(1 - \frac{\xi_0}{b} \cdot y \right) \quad (6)$$

E a relação entre as tensões normais de compressão e tração, é definida como:

$$\psi = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 1 - \xi_0 \quad (7)$$

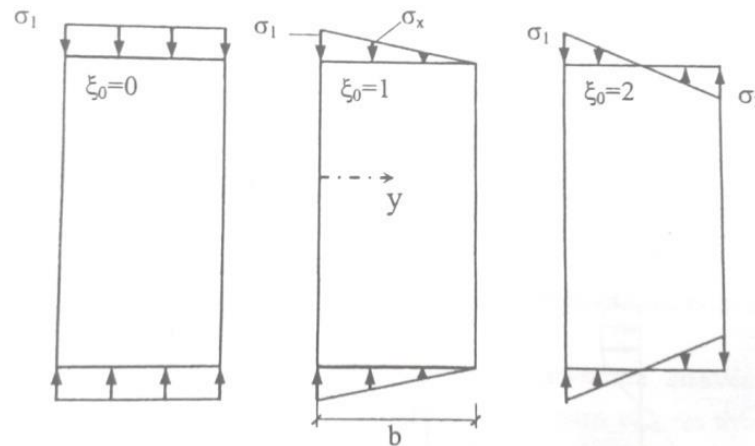


Figura 3: Distribuição de tensões normais não-uniformes (Silva e Gervásio, 2007)

Lembrando que para $\xi = 2$, as tensões σ_1 e σ_2 têm valores iguais.

Para uma placa não enrijecida, simplesmente apoiada nas quatro bordas, o coeficiente de flambagem k_σ pode ser obtido a partir da Equação 4, e é dado como a seguir:

$$k_\sigma = \frac{8,4}{2,1 - \xi_0}; 0,0 \leq \xi_0 \leq 1,0 \quad (8)$$

ou

$$k_\sigma = 10.\xi_0^2 - 13,736.\xi_0 + 11,372; 0,0 \leq \xi_0 \leq 2,0 \quad (9)$$

onde, $\xi_0 = 0$ para compressão pura e $\xi_0 = 2$ para flexão pura.

Comportamento de chapas enrijecidas

Conforme Silva e Gervásio (2007), para obter soluções otimizadas para chapas comprimidas muitas vezes é necessário enrijecê-las nas direções longitudinais e transversais. O comportamento das chapas enrijecidas é complexo, pois coexistem múltiplos modos de flambagem. A interação entre dois modos de flambagem com comportamento pós-crítica, resulta em comportamentos instáveis.

Uma placa enrijecida típica (no caso, uma alma de viga com enrijecedores longitudinais e transversais) pode apresentar os seguintes modos de flambagem:

- Flambagem global da alma enrijecida, ou seja, flambagem dos enrijecedores longitudinais, transversais e da placa em um modo combinado. O painel enrijecido pode flambar em direção ao enrijecedor ou à placa;

- Flambagem do painel global (entre enrijecedores transversais) da alma enrijecida;
- Flambagem dos subpainéis (não-enrijecidos), ou seja, flambagem local da alma entre enrijecedores longitudinais e transversais, antes da flambagem dos enrijecedores;
- Flambagem global dos enrijecedores transversais.

Portanto, em termos normativos é comum impor requisitos geométricos mínimos para evitar que alguns modos de flambagem possam ser críticos. Em termos práticos, a flambagem de uma placa enrijecida é controlada pela flambagem global, acompanhada ou não de flambagem local da placa entre enrijecedores longitudinais.

Para placa enrijecida com um único enrijecedor longitudinal central (Figura 4) ou com dois espaçados igualmente (Figura 5), estabelece-se uma equação de equilíbrio do modo de flambagem. Esta equação leva em conta a continuidade e a interação entre o enrijecedor e os painéis adjacentes, e resolve-se o problema de forma direta. As soluções desta equação são normalmente apresentadas através de gráficos que ilustram o coeficiente de flambagem em função das dimensões da placa e das propriedades do enrijecedor. Mas, se a mesma placa for enrijecida com três ou mais enrijecedores longitudinais, considera-se uma contribuição uniforme dos enrijecedores em toda a placa, ou seja, considera-se que esta placa tem um comportamento ortotrópico fictício equivalente.

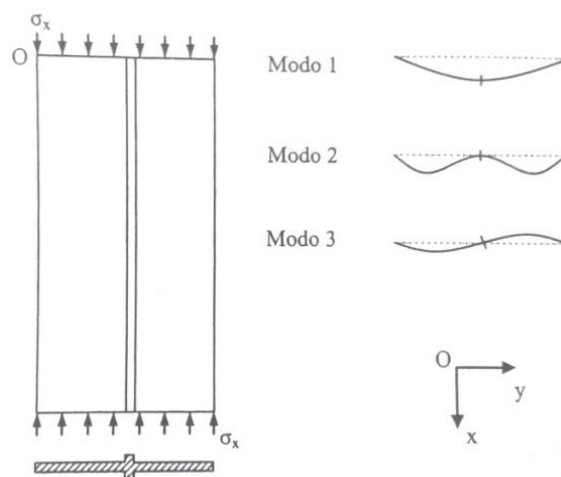


Figura 4: Modos de flambagem para placa com um único enrijecedor longitudinal central (Silva e Gervásio, 2007)

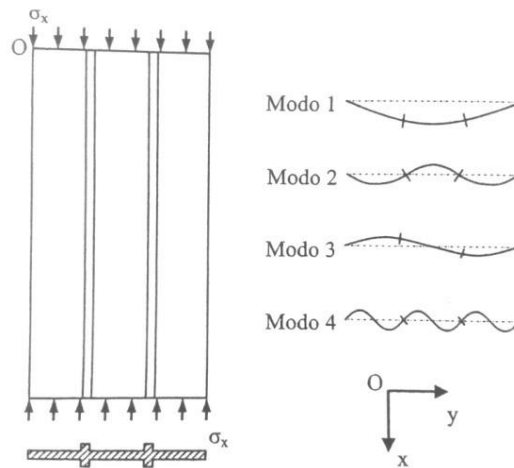


Figura 5: Modos de flambagem para placa com dois enrijecedores longitudinais (Silva e Gervásio, 2007)

Comportamento elástico ao esforço cortante de almas enrijecidas e não enrijecidas

Conforme Lebet e Hirt (2013), a capacidade resistente ao cisalhamento de uma viga em perfil I é primeiramente fornecida pela alma. No caso de pontes e viadutos de aço a alma normalmente é esbelta, sendo, portanto suscetível à flambagem local, devido ao efeito do cisalhamento.

No comportamento elástico antes da flambagem local, o estado plano de tensões de uma placa quadrada ao cisalhamento é uma combinação das tensões principais σ_1 e σ_2 de igual intensidade e opostas (há diagonais em tração e compressão à 45° relativos às bordas para um painel quadrado, ou seja, em relação à direção do enrijecedor transversal), com um modo de flambagem com a forma de meia onda na direção de tração e de pelo menos uma onda na direção de compressão, conforme ilustra a Figura 6.

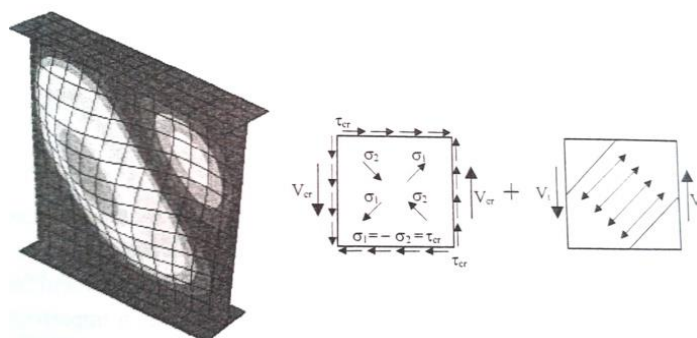


Figura 6: Flambagem por esforço cortante em painel de alma (Silva e Gervásio, 2007)

O valor crítico para cisalhamento (V_{cr}) é determinado usando a teoria elástica linear (comportamento pré-flambagem).

Como citado em Silva e Gervásio (2007), Allen e Bulson (1980) usando a teoria linear elástica de flambagem calcularam a contribuição elástica, que é a máxima força cortante que a alma pode resistir antes de flambar, que é dada por:

$$V_{cr} = \tau_{cr} \cdot h_f \cdot t_w \quad (10)$$

sendo,

τ_{cr} : tensão crítica elástica de flambagem ao cisalhamento;

h_f : altura medida entre as espessuras médias das mesas;

t_w : espessura da alma;

D : rigidez da placa.

com,

$$\tau_{cr} = k_\tau \cdot \frac{\pi^2 \cdot E}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \left(\frac{t_w}{h_f} \right)^2 = 0,9 \cdot k_\tau \cdot E \cdot \left(\frac{t_w}{h_f} \right)^2 = \frac{k_\tau \cdot \pi^2 \cdot D}{t_w \cdot (h_f)^2} \quad (11)$$

Como mencionado em Silva e Gervásio (2007), Crate e Lo (1948) determinaram o coeficiente de flambagem (k_τ) para o caso de chapas com enrijecedores longitudinais. E estudaram um painel de alma simplesmente apoiado nas bordas e com um único enrijecedor longitudinal centrado. O coeficiente de flambagem em função do parâmetro de rigidez (γ_s) é dado por:

$$k_\tau = 5,34 + 1,36 \cdot \sqrt[3]{\gamma_s} \quad (12)$$

Para um painel de alma não-enrijecido, que é considerado como uma placa simplesmente apoiada ao longo das quatro bordas, este coeficiente independente do modo de flambagem, sendo igual a:

$$k_\tau = 4 + \frac{5,34}{\alpha^2}; \alpha \leq 1 \quad (13)$$

$$k_\tau = 5,34 + \frac{4}{\alpha^2}; \alpha > 1 \quad (14)$$

O coeficiente de flambagem k_τ é uma função da esbeltez $\alpha = a/h_f$, onde a é a distância entre os enrijecedores transversais.

2.2 Tabelas de Klöppel e Scheer

Em 1960, os professores alemães Kurt Klöppel e Joachim Scheer empregaram a teoria da matriz, para a preparação da programação da teoria de flambagem, de chapas retangulares enrijecidas.

Foi usada a solução de Navier para chapas retangulares simplesmente apoiadas, que é uma solução analítica (equação diferencial parcial de 4ª ordem) pelo método da energia por séries duplas trigonométricas. A placa quando submetida à ação de uma carga distribuída, $p(x_1, x_2)$, pode ser representada através de séries trigonométricas duplas de Fourier do seguinte modo:

$$p(x_1, x_2) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} p_{mn} \cdot \sin \frac{m\pi x_1}{a} \cdot \sin \frac{n\pi x_2}{b} \quad (15)$$

onde, p_{mn} são constantes e, m e n são números inteiros.

Uma solução possível para a equação de Lagrange é a chamada solução de Navier para a qual se considera $\omega(x_1, x_2)$ uma função do tipo série dupla de senos que verifica simultaneamente a equação de Lagrange e as condições de contorno. Logo, obtém-se a equação da deformada com a seguinte forma:

$$\omega(x_1, x_2) = -\frac{1}{\pi^4 \cdot D} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{p_{mn}}{\left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)^2} \cdot \sin \frac{m\pi x_1}{a} \cdot \sin \frac{n\pi x_2}{b} \quad (16)$$

Com a ajuda do computador IBM 704 doado para Darmstadt TH pela IBM Deutschland, em 1958, Kurt Klöppel e Joachim Scheer calcularam os coeficientes de flambagem para casos padronizados a partir da matriz de flambagem. E publicaram gráficos de curvas, utilizados na prática diária da engenharia de estrutura de aço para determinar os coeficientes de flambagem e, portanto analisar as tensões de placa.

Em 1968, um segundo volume foi publicado por Kurt Klöppel e Karl Heinrich Möller. A última revisão ocorreu em 2001. Portanto estes gráficos possibilitam obter as tensões críticas elásticas para casos práticos comuns.

Com os ábacos e tabelas de Klöppel-Scheer e Klöppel-Möller determina-se a tensão de flambagem de placa σ_{vk} para os casos de solicitações simples ou combinadas, através da seguinte fórmula, que é semelhante à $\sigma_{x(cr)} = k \cdot \sigma_e$:

$$\sigma_{vki} = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot k_4 \cdot \sigma_e \quad (17)$$

com,

$$\sigma_e = \frac{\pi^2 \cdot E}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \quad (18)$$

O coeficiente k é dado por um produto de fatores $k = k_1.k_2.k_3.k_4$, que representam o estado de carregamento e a influência dos enrijecedores e das dimensões da placa, sendo:

- Coeficiente k_1 :

Para atuação isolada de tensões longitudinais σ_1 , ou seja, $\tau = 0$: O coeficiente $k_1 = k_\sigma$, a tensão crítica de flambagem de placa $\sigma_{vki} = k_\sigma.s^*.Z_1.\sigma_e$, e o coeficiente de segurança $\nu_B = \sigma_{vki}/\sigma_1.Z_1$;

Para a atuação isolada de tensões cisalhantes τ , ou seja, $\sigma_1 = 0$: O coeficiente $k_1 = k_\tau$, a tensão crítica de flambagem de placa $\sigma_{vki} = k_\tau.s^*.Z_2.\sigma_e$, e o coeficiente de segurança $\nu_B = \sigma_{vki}/\tau.Z_2$;

- Coeficiente k_2 : $k_2 = s^* (\leq 1)$ é um coeficiente de redução no caso de efeito conjunto de tensões longitudinais e cisalhantes ($s^* = 1$, para $\tau = 0$ ou $\sigma = 0$);
- Coeficiente k_3 : $k_3 = Z_1$ ($Z_1 = 1$ para $\tau = 0$), ou $k_3 = Z_2$ ($Z_2 = 1,732$ para $\sigma = 0$);
- Coeficiente k_4 : $k_4 = 1, \tau/\sigma_1$ ou σ_1/τ .

2.3 Modelo analítico do programa EBPlate

O programa EBPlate (*Elastic Buckling of Plates*) foi escrito em linguagem *Visual Basic* (VB) para o sistema *Windows*. Foi desenvolvido pelo *Centre Technique Industriel de la Construction Métallique* (CTICM) no projeto de investigação europeu "RFS-CR-03018 (2003 a 2006)" parte do projeto *Competitive Steel and Composite Bridges by Innovative Steel Plated Structures* (COMBRI). E foi financiado parcialmente pelo *European Research Fund for Coal and Steel* (RFCS).

O EBPlate calcula as tensões críticas de flambagem elástica de chapas retangulares, com espessura uniforme, carregadas no seu plano e com comportamento isotrópico ou ortotrópico. Também permite chapas com enrijecedores longitudinais e/ou transversais, ou chapas não enrijecidas.

As tensões "analíticas" são interpoladas linearmente, a partir dos valores fornecidos para as bordas da placa. O cisalhamento "analítico" é suposto como constante ao longo de toda a placa.

O processo de cálculo é dividido em três etapas: a preparação das matrizes, a resolução do problema de autovalores e autovetores, e o cálculo das linhas de contorno que definem os modos de flambagem.

O programa EBPlate calcula o fator crítico (ϕ_{cr}) por meio de uma solução aproximada pelo método de energia semi-analítico de Rayleigh-Ritz. Este fator é tal que ao ser aplicado às

tensões de referência (σ_x , σ_y , τ) definidas pelo usuário e que atuam no interior da placa, atinja a flambagem elástica da placa. Logo, as tensões críticas são dadas por:

$$\begin{aligned}\sigma_{x,cr} &= \varphi_{cr} \cdot \sigma_x \\ \sigma_{y,cr} &= \varphi_{cr} \cdot \sigma_y \\ \tau_{cr} &= \varphi_{cr} \cdot \tau\end{aligned}\tag{19}$$

O modo de flambagem da placa é descrito utilizando séries de Fourier:

$$w(x, y) = \sum_{m=1}^{m_{\max}} \sum_{n=1}^{n_{\max}} \left(a_{mn} \cdot \sin\left(\frac{m \cdot \pi \cdot x}{a}\right) \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot y}{b}\right) \right)\tag{20}$$

com,

$m_{\max}$: número máximo de meia ondas consideradas na direção x ;

$n_{\max}$: número máximo de meia ondas consideradas na direção y ;

a_{mn} : parâmetros de deslocamento ou graus de liberdade do sistema (componentes do autovetor).

As tensões críticas, obtidas através dos coeficientes de flambagem, são dadas por:

$$\begin{aligned}\sigma_{x,cr} &= k_{\sigma x} \cdot \sigma_E \\ \sigma_{y,cr} &= k_{\sigma y} \cdot \sigma_E \\ \tau_{cr} &= k_{\tau} \cdot \sigma_E\end{aligned}\tag{21}$$

sendo, σ_E a tensão de referência, que é a tensão de Euler com a rigidez à flexão substituída pela rigidez da placa.

Portanto, no final do processo, o programa fornece como resultados os valores do fator crítico φ_{cr} , as tensões críticas $\sigma_{ij,cr}$ e os coeficientes de flambagem $k_{\sigma ij}$.

3 ESTUDO DE CASOS DE CHAPAS ENRIJECIDAS

Cinco diferentes casos de chapas enrijecidas longitudinalmente foram estudados, conforme mostram as Figuras 7 e 8:

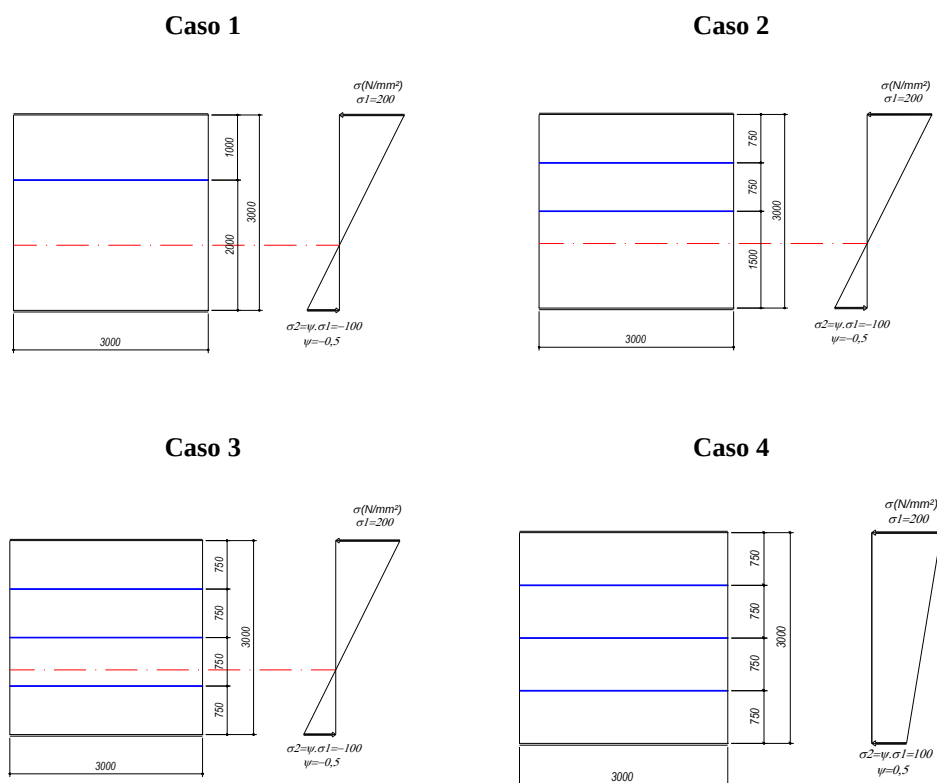


Figura 7. Casos estudados de 1 a 4.

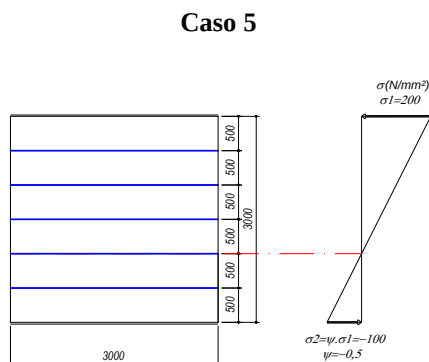


Figura 8. Caso estudado 5.

sendo,

Caso 1: Placa enrijecida com 1 enrijecedor na zona comprimida;

Caso 2: Placa enrijecida com dois enrijecedores na zona comprimida;

Caso 3: Placa enrijecida com três enrijecedores espaçados igualmente, sendo dois enrijecedores posicionados na zona comprimida e 1 enrijecedor posicionado na zona tracionada;

Caso 4: Placa enrijecida com três enrijecedores espaçados igualmente, e em compressão;

Caso 5: Placa enrijecida com cinco enrijecedores espaçados igualmente, sendo três enrijecedores posicionados na zona comprimida, 1 enrijecedor na linha neutra e 1 na zona tracionada.

Para os casos estudados foram feitas as seguintes considerações:

- Placa retangular com espessura uniforme de 9,5mm;
- Enrijecedor longitudinal em seção retangular sólida com dimensões 130mm x 9,5mm;
- Condições de contorno: Placa simplesmente apoiada;
- Tensões normais longitudinais extremas (σ_x), com distribuição linear na altura do painel, conforme as Figuras 7 e 8.
- Tensão de cisalhamento constante na altura do painel: $\tau = 90 \text{ N/mm}^2$
- Módulo de elasticidade longitudinal do aço: $E = 200000 \text{ N/mm}^2$
- Relação de lados do painel global: $\alpha = 3000 \text{ mm} / 3000 \text{ mm} = 1,0$
- Relação entre as tensões extremas: $\psi = -0,5$ para os casos 1, 2, 3 e 5; e $\psi = 0,5$ para o caso 4, conforme as Figuras 7 e 8.

4 RESULTADOS

A Tabela 1 apresenta os valores das tensões normais críticas elásticas de flambagem de placa e as Figuras 9 e 10 mostram os modos de flambagem, para os cinco casos estudados, conforme as Tabelas do Klöppel e o programa EBPlate. As figuras apresentam o modo de flambagem com menor tensão crítica, ou seja, o primeiro modo de flambagem.

Tabela 1. Resultados para tensão normal crítica elástica de flambagem de placa

Caso	Programa EBPlate (N/mm ²)	Trabalhos de Klöppel/Scheer (N/mm ²)	Diferença (%)
1	100,5	85,1	18,1
2	167,6	141,0	18,9
3	283,0	246,7	14,7
4	186,9	158,2	18,1
5	367,8	360,0	2,2

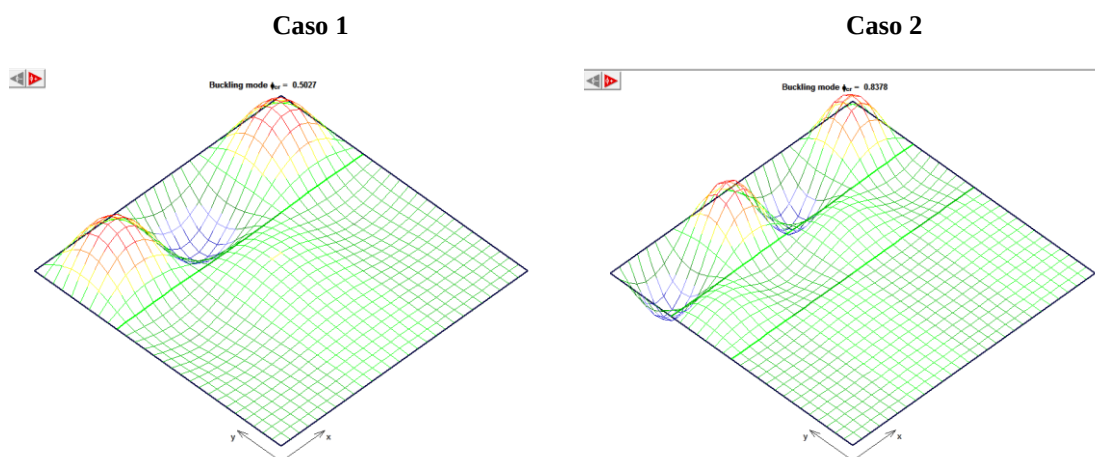


Figura 9. Modos de flambagem da placa para os casos estudados de 1 e 2.

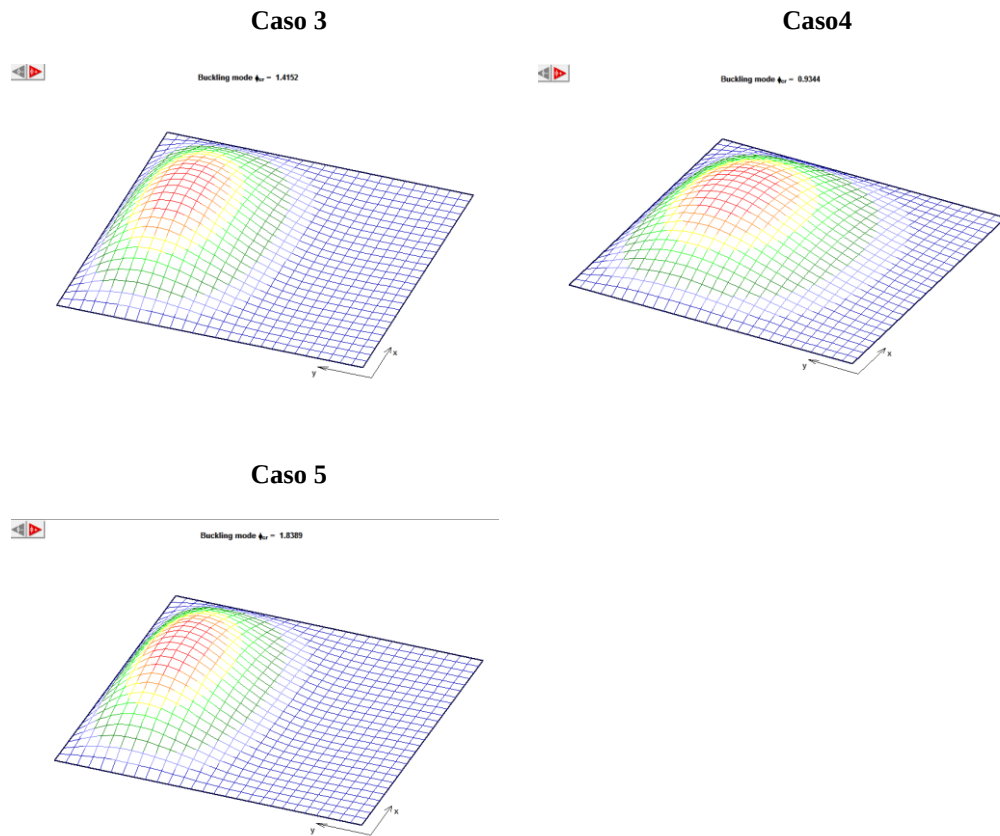


Figura 10. Modos de flambagem da placa para os casos estudados de 3 a 5.

A Tabela 2 apresenta os valores das tensões cisalhantes críticas elásticas de flambagem de placa e a Figura 11 mostra os modos de flambagem, para os cinco casos estudados, conforme as Tabelas do Klöppel e o programa EBPlate.

Tabela 2. Resultados para tensão cisalhante crítica elástica de flambagem de placa

Caso	Programa EBPlate (N/mm ²)	Trabalhos de Klöppel/Scheer (N/mm ²)	Diferença (%)
1	32,6	29,0	12,4
2	47,8	47,1	1,5
3	204	175,6	16,2
4	204	175,6	16,2
5	269,4	262,5	2,6

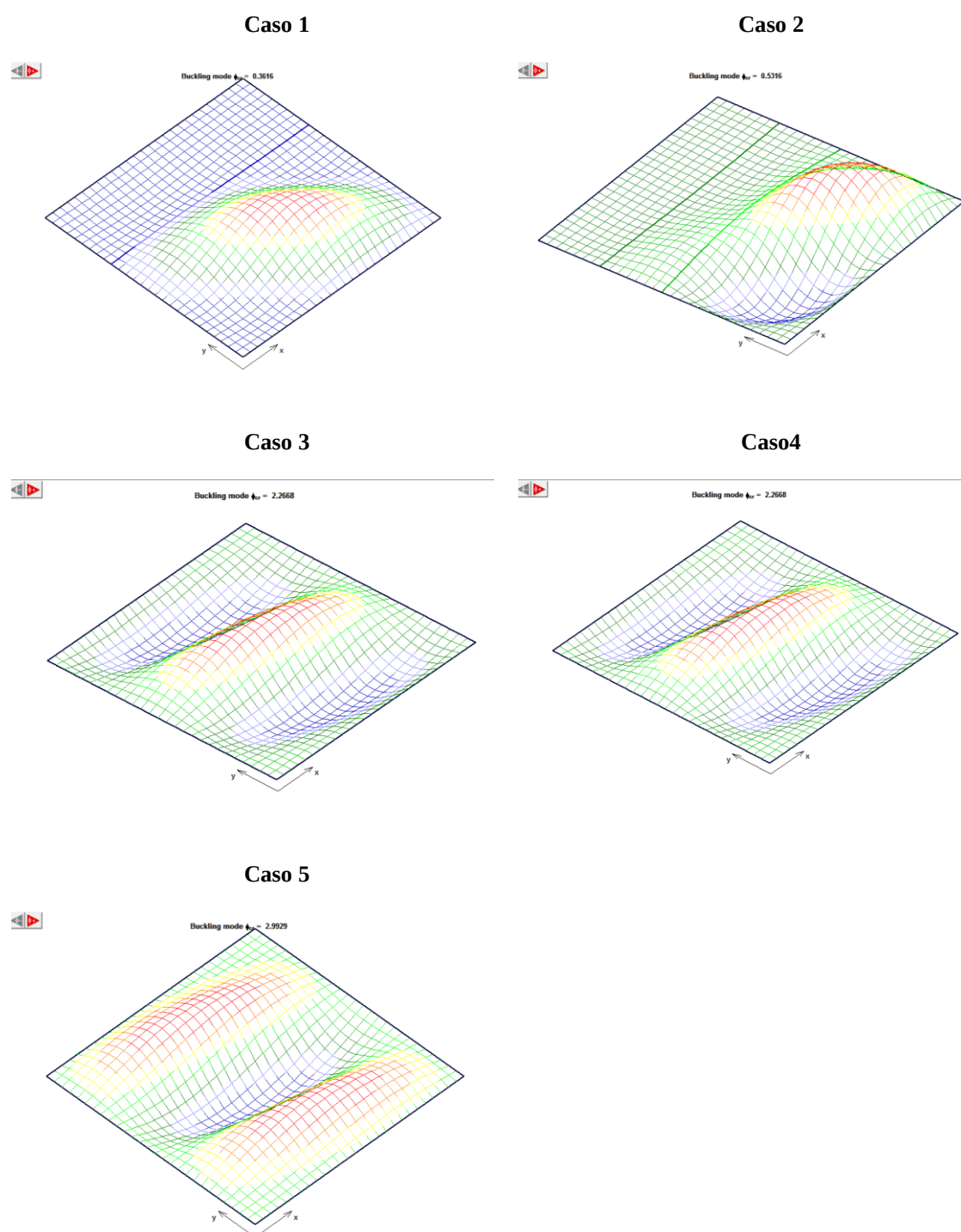


Figura 11. Modos de flambagem dos casos estudados de 1 a 5.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho tem como objetivo obter a tensão crítica elástica de flambagem de chapas enrijecidas em aço utilizando as Tabelas do Klöppel e o programa EBPlate. Para isso, um estudo com cinco casos de diferentes chapas enrijecidas foi realizado e os valores obtidos das tabelas e com o programa foram comparados.

Para os casos 1 e 2, foi feita a consideração de enrijecedores discretos para a obtenção das tensões críticas de flambagem. Já para os casos 3, 4 e 5, a existência de enrijecedores idênticos espaçados igualmente, ou seja, espalhados, possibilitou a consideração de placa ortotrópica para a obtenção das tensões críticas de flambagem. Essas considerações foram feitas tanto ao utilizar as Tabelas do Klöppel quanto ao utilizar o programa EBPlate.

Observam-se que os resultados obtidos com as Tabelas do Klöppel foram inferiores aos obtidos com o programa EBPlate. A maior diferença chegou a 18,9% para a tensão normal crítica elástica de flambagem de placa do Caso 2 (placa enrijecida com dois enrijecedores na zona comprimida).

Para o Caso 5 (placa enrijecida com cinco enrijecedores espaçados igualmente, sendo três enrijecedores posicionados na zona comprimida, 1 enrijecedor na linha neutra e dois na zona tracionada) os resultados para tensão normal crítica e tensão cisalhante crítica apresentaram diferença máxima de 2,6% entre os valores obtidos com as Tabelas do Klöppel em comparação com os do programa EBPlate.

As diferenças entre os resultados devem estar associadas aos diferentes modelos utilizados pelo programa EBPlate e na obtenção das Tabelas do Klöppel. Acredita-se que os resultados do programa EBPlate possam representar melhor os valores de tensão crítica uma vez que tem desenvolvimento mais recente do que as Tabelas do Klöppel.

O estudo apresentado é parte importante de um trabalho em desenvolvimento no Departamento de Engenharia de Estruturas da Universidade Federal de Minas Gerais – DEES-UFMG que tem como objetivo compreender o comportamento de chapas enrijecidas longitudinalmente.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG), e à empresa RMG Engenharia pelo suporte dado ao desenvolvimento do projeto.

REFERÊNCIAS

ALLEN H.G.; BULSON P.S. *Background to Buckling*. Maidenhead, Berkshire, England: McGraw-Hill, 1980.

BRYAN, G.H. On the Stability of a Plane Plate under Thrusts in Its Own Plane, with Applications to the "Buckling" of the Sides of a Ship, Proc. Lond. Math. Soc., 1981. Vol. 22.

CTICM; RFS; COMBRI. *EBPlate*: Elastic Buckling of Plates, Software Developed by CTICM in the Frame of the ComBri Project, RFCS Contract n RFS-CR-03018, 2006. Disponível em: www.cticm.com.

COMBRI. *Competitive steel and composite bridges by innovative steel plated structures*. European Research Fund for Coal and Steel . Contract no. RFS-CR-03018. Final Report. 2006. European Commission.

CRATE, H.; LO, H. NACA Technical Note 1589. 1948

LEBET, J. P.; HIRT, M. A. *Steel Bridges: Conceptual and Structural Design of Steel and Steel - Concrete Composite Bridges*. 1ª Edição Switzerland: EPFL Press, 2013.

SILVA L. S., GERVÁSIO H., *Manual de dimensionamento de Estruturas Metálicas: métodos avançados*. Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Coimbra, 2007.

SIMÕES, R. A. D., *Manual de Dimensionamento de Estruturas Metálicas*. Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Coimbra, 2005.

KLÖPPEL, K.; SCHEER, J. *Beulwerte ausgesteifter Rechteckplatten: Kurventaffeln zum direkten Nachweis der Beulsicherheit für verschiedene Steifenanordnungen und Belastungen*. Berlin: Verlag Ernst & Sohn, 1960.

KLÖPPEL, K.; MÖLLER, K. H.: *Beulwerte ausgesteifter Rechteckplatten, II*. Berlin: Band. Verlag Ernst & Sohn, 1968.