



SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO PROCESSO DE CONFORMAÇÃO EM MATRIZ ABERTA PELO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

André Fioravante de Oliveira

Paulo Rogério Granja

andre@tpaengenharia.com.br

granja.pr@gmail.com

PUC Minas

Av. Dom José Gaspar, 500, Coração Eucarístico, Belo Horizonte, 30535-901, Minas Gerais, Brasil.

Jánes Landre Jr.

janes@pucminas.br

PUC Minas

Pedro Paiva Brito

ppbrito@gmail.com

PUC Minas

Pedro Américo Jr.

paamj@oi.com.br

PUC Minas

Resumo: Este trabalho apresenta um algoritmo funcional, implementado, voltado para a simulação do processo de conformação mecânica em matriz aberta de materiais rígido-plásticos, atendendo ao caso axissimétrico e estado plano de deformação com especial ênfase na explicitação dos métodos de cálculo empregados e na validação da ferramenta desenvolvida por comparação dos resultados de ensaios físicos em corpos cilíndricos com os resultados das respectivas simulações numéricas.

Palavras-chave: elementos finitos, conformação, plasticidade, simulação numérica, material rígido-plástico, material visco-plástico, software.

1 INTRODUÇÃO

O uso de engenharia auxiliada por computador (CAE) na indústria de conformação de metais contribui reduzindo custos na tipificação de novos produtos.

Há vários softwares comerciais que utilizam o método de elementos finitos para modelagem de processos de conformação. Esses softwares são usados não somente pelas indústrias, mas também pelos acadêmicos no desenvolvimento de pesquisas diversas. Em geral, os softwares comerciais são sofisticados e apresentam uma interface amigável, porém possuem alto custo e código fonte inacessível.

A implementação de um software personalizado, didático, com o código fonte acessível é útil por permitir domínio e propriedade sobre os métodos aplicados.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Diferentes materiais se comportam diferentemente sob o mesmo carregamento externo. Para descrever o comportamento surge a necessidade de uma conexão entre as deformações e as tensões em um meio. Essas relações são chamadas de equações constitutivas. O ensaio de tração uniaxial é um dos testes mais simples para se estudar o comportamento dos esforços e tensões no material durante a conformação do material.

2.1.1 Relação tensão-deformação no regime elástico

Para um material no regime elástico que obedece a lei de Hooke, temos que o tensor de tensão é linearmente proporcional ao tensor deformação (MENDELSON, 1968):

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \epsilon_{kl} \quad (1)$$

Onde C é o tensor de constantes elásticas, que genericamente possui 81 elementos.

2.1.2 Relação tensão-deformação no regime plástico

Na deformação plástica, a relação entre as deformações e tensões é derivada do conceito de potencial plástico. A relação entre os incrementos de deformações plástica e as tensões desviadoras é dado por (KOBAYASHI, 1989):

$$d\epsilon_{ij} = h \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} df \text{ ou } \dot{\epsilon}_{ij} = h \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \dot{f} \quad (2)$$

Onde h e g são funções escalares dos invariantes das tensões desviadoras e f é a função de critério de escoamento. Considerando “ $g = f$ ”, obtém-se:

$$d\epsilon_{ij} = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\lambda \text{ ou } \dot{\epsilon}_{ij} = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\lambda} \quad (3)$$

Com “ $d\lambda$ ” ou “ $\dot{\lambda}$ ” sendo uma constante de proporcionalidade positiva. Para o critério de Von Mises a “Eq. (3)” se torna:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \sigma'_{ij} \dot{\lambda} \quad (4)$$

Para se estabelecer o valor de “ $\dot{\lambda}$ ” se define o incremento de trabalho plástico por unidade de volume no processo de deformação, como:

$$\dot{W} = \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} = \bar{\sigma} \dot{\bar{\epsilon}} \quad (5)$$

Onde tensão efetiva “ $\bar{\sigma}$ ” e a taxa de deformação efetiva “ $\dot{\bar{\epsilon}}$ ” são expressas por (KOBAYASHI, 1989):

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij}} \quad (6)$$

$$\dot{\bar{\epsilon}} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}} \quad (7)$$

Combinando as “Eq. (3)”, “Eq. (4)” e “Eq. (5)” pode-se expressar “ $\dot{\lambda}$ ” por:

$$\dot{\lambda} = \frac{2}{3} \frac{\dot{\bar{\epsilon}}}{\bar{\sigma}} \quad (8)$$

Finalmente, chega-se às equações constitutivas para o regime plástico (também conhecidas como equações de Levy-Mises):

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{2}{3} \frac{\dot{\bar{\epsilon}}}{\bar{\sigma}} \sigma'_{ij} \quad (9)$$

2.1.3 Tensão de escoamento para material rígido-plástico

Uma descrição completa da tensão de escoamento de um metal deve-se levar em conta a temperatura, a deformação total, a taxa de deformação e a estrutura cristalina, ou seja:

$$\bar{\sigma} = f(T, \bar{\epsilon}, \dot{\bar{\epsilon}}, S) \quad (10)$$

Quando o trabalho é feito a quente, a influência da deformação total se torna insignificante e a influência da taxa de deformação cresce em importância. O contrário acontece quando o trabalho é feito a frio, o efeito da taxa de deformação sobre a tensão de escoamento é desprezado e a deformação total se torna mais importante, de modo que, para trabalhos a frio, pode-se considerar a tensão de escoamento como função exclusiva da deformação efetiva total (KOBAYASHI, 1989).

Outra simplificação adotada, para materiais rígido-plásticos, é a deformação plástica exclusiva, em outras palavras, a deformação elástica é desprezada de modo que a tensão do material é constante para deformações menores que um valor (KOBAYASHI, 1989).

2.2 Critério de dano de Cockcroft e Latham

Com a necessidade de prever a fratura dúctil, têm sido desenvolvidos muitos critérios para a predição do seu início, que visam fundamentalmente relacionar a ocorrência da fratura com uma condição fenomenológica específica ou ainda a um valor crítico de uma grandeza. A partir desta relação, torna-se possível prever a fratura por uma simples comparação da situação em estudo com a situação proposta pelo critério (NETA, 2004).

Conscientes de que as tensões de tração representam o principal elemento para a ocorrência da fratura, Cockcroft e Latham sugeriram um novo critério de fratura, que baseia no valor crítico da energia de tração, por unidade de volume (NETA, 2004):

$$\int \sigma_1 d\bar{\epsilon} = C \quad (11)$$

2.3 Equilíbrio em problemas não lineares

A ideia básica empregada na solução das equações de equilíbrio não-lineares, consiste em dividir esta solução em várias etapas lineares através de processos ditos de linearização das equações do problema. Logo, a metodologia de solução dos problemas não lineares é, em linhas gerais, a mesma empregada em problemas lineares, só que aplicada repetidas vezes.

Portanto, assim como em situações lineares, o conjunto de equações diferenciais que caracterizam o equilíbrio são substituídas por equações integrais através da aplicação do Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV). O PTV pode ser formulado de diferentes maneiras, dependendo da configuração ao qual se refere as variáveis do problema.

Basicamente, as formulações podem ser agrupadas em dois tipos: aquelas definidas em termos da configuração indeformada e aquelas definidas em termos da configuração deformada. As formulações baseadas nas primeiras são denominadas lagrangeanas, enquanto que as baseadas na segunda são denominadas eulerianas.

As soluções destas equações, assim como nos casos lineares, são usualmente obtidas de forma seccional, através da divisão do domínio físico em subdomínios (por exemplo elementos finitos), facilitando o uso de técnicas numéricas de solução.

2.3.1 Formulação Euleriana

Neste caso, um volume é fixado no espaço, sendo que as integrais que aparecem no PTV, são avaliadas neste volume e sua correspondente superfície, que não necessariamente coincidem com os correspondentes do corpo em estudo. (Este volume é usualmente denominado volume de controle). A dificuldade óbvia neste caso é estabelecer de forma correta a superfície do corpo pois, mesmo que inicialmente haja coincidência dos contornos dos elementos com o do corpo, não existe garantia desta coincidência quando o corpo se deforma, pois, o volume de controle fica sempre fixo no espaço, independente do movimento da matéria (ver “**Fig. 1**”). Idêntico raciocínio aplica-se às condições de contorno (apoios, cargas aplicadas, etc), pois as mesmas estão ligadas a matéria. Portanto, a coincidência inicial da superfície de controle com o contorno do corpo, não fica garantida posteriormente com a deformação do corpo (OWEN, 2002).

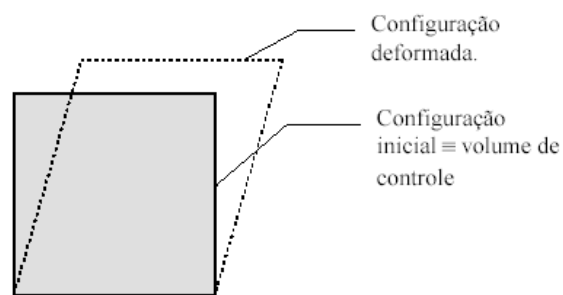


Figura 1. Volume de controle (Fonte: OWEN, 2002)

Este tipo de formulação é adequado para estudos onde existe fluxo de matéria dentro de um certo domínio. Isto ocorre, por exemplo, em mecânica dos fluidos e em certos casos de conformação mecânica tais como trefilação, laminação e outros, após atingido um regime estacionário (ver “**Fig. 2**”).

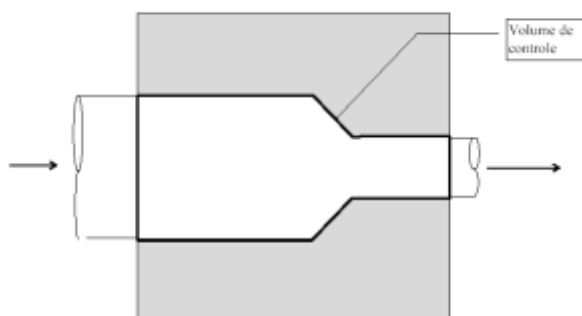


Figura 2. Processo de trefilação e com seu respectivo volume de controle. (Fonte: OWEN, 2002)

Estes casos evidenciam a vantagem das formulações eulerianas, pela qual se estabelece volume de controle fixo no espaço independente do movimento da matéria. Portanto, apesar da distorção que a matéria sofre, o volume mantém-se uniforme. A importância deste fato fica mais clara quando for introduzida uma malha de elementos finitos. Se, no caso acima, a malha estiver colada à matéria, uma forte distorção da mesma ocorrerá, devido ao fluxo da matéria, inviabilizando a análise. Se, no entanto, a malha se mantiver fixa, de modo que a matéria possa fluir através da malha, esta distorção não mais ocorrerá (OWEN, 2002).

2.3.2 Formulação Lagrangeana

Esta é a formulação mais natural empregada em mecânica dos sólidos. Neste caso as coordenadas ou variáveis do problema estão “coladas” à matéria. Portanto, nenhuma dificuldade surge na definição do contorno do corpo ou na aplicação de condições de contorno quando o corpo se deforma (ver “**Fig. 3**”). Se pensarmos em termos de malha de elementos finitos, não há movimento relativo entre malha e matéria, sendo a derivada com relação a variáveis ligadas a malha idênticas à derivada material (OWEN, 2002).

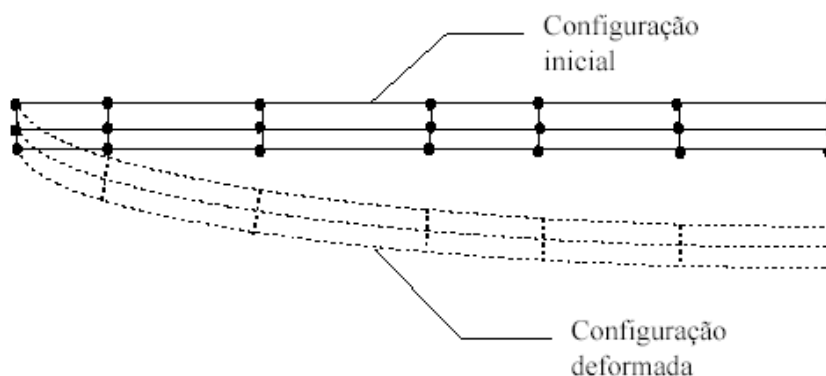


Figura 3. Malha deformada na formulação lagrangeana. (Fonte: OWEN, 2002)

A desvantagem desta formulação surge quando se tem grandes deformações da matéria. Como a malha está ligada à matéria, a primeira também sofrerá grandes distorções, o que eventualmente, poderá inviabilizar os cálculos por elementos finitos.

Nas formulações lagrangeanas uma configuração do corpo é tomada como de referência, sendo as variáveis do problema referidas à mesma. Dois tipos de formulação são possíveis:

a) Formulação Lagrangeana Total (LT): A configuração de referência é a configuração inicial do corpo.

b) Formulação Lagrangeana Atualizada (LA): A configuração de referência é a última configuração conhecida do corpo.

2.3.3 Base para formulação por elementos finitos

Há quatro meios para se gerar as equações básicas para o método de elementos finitos: método direto, método variacional, método dos resíduos ponderados e método do balanço de energia.

O método variacional é baseado no princípio de que campos admissíveis de velocidades que satisfaçam as condições de compatibilidade, de incompressibilidade e de contorno. Assim, o estacionário, “Eq. (12)” se torna funcional e será solução (KOBAYASHI, 1989).

$$\Psi = \int_V \bar{\sigma} \dot{\bar{\epsilon}} dV - \int_{S_F} F_i u_i dS \quad (12)$$

Onde “ $\bar{\sigma}$ ” é a tensão efetiva, “ $\dot{\bar{\epsilon}}$ ” é a taxa de deformação efetiva, “ F_i ” representa as trações na superfície. A solução do problema é obtida fazendo a primeira variação do funcional igual a zero.

$$\delta\Psi = \int_V \bar{\sigma} \delta\dot{\bar{\epsilon}} dV - \int_{S_F} F_i \delta u_i dS = 0 \quad (13)$$

Sendo “ $\bar{\sigma} = \bar{\sigma}(\bar{\epsilon})$ ” para materiais rígido-plásticos e “ $\bar{\sigma} = \bar{\sigma}(\bar{\epsilon}, \dot{\bar{\epsilon}})$ ” para materiais rígido-viscoplásticos.

A condição de incompressibilidade foi feita pela introdução de uma constante de penalização que força a deformação volumétrica a ser próxima de zero como (KOBAYASHI, 1989):

$$\delta\Psi = \int_V \bar{\sigma} \delta\dot{\bar{\epsilon}} dV + K \int_V \dot{\bar{\epsilon}}_v \delta\dot{\bar{\epsilon}}_v dV - \int_{S_F} F_i \delta u_i dS = 0 \quad (14)$$

Onde K é a constante de penalização com grande valor positivo.

2.3.4 Descrição geral da aplicação do método de elementos finitos

No método dos elementos finitos, o corpo ou o domínio de interesse é dividido em subdomínios, denominados elementos finitos, conforme se vê na “Fig. 4”.

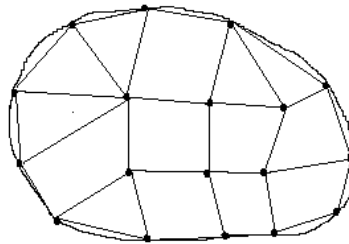


Figura 4. Domínio dividido em elementos. (Fonte: LIU, 2003)

Estes elementos são considerados interconectados através de nós limítrofes, e o deslocamento de cada nó é a incógnita. As funções de interpolação estabelecem uma relação única entre os deslocamentos no interior de cada elemento e seus deslocamentos nodais, conforme a expressão abaixo (LIU, 2003):

$$U_i = \sum_{j=1}^{num.nós} N^{(j)} U_i^{(j)} \quad (15)$$

Onde “ $U_i^{(j)}$ ” representa o deslocamento do nó j na direção i . A partir do campo de deslocamentos “ U_i ”, deformações são calculadas e, finalmente, as tensões são obtidas.

O método consiste em aplicar o princípio dos trabalhos virtuais, para a configuração deformada ou para a configuração indeformada do corpo (dependendo da formulação empregada), para cada elemento finito. A conformidade e a completude representam propriedades que as funções de interpolação dos elementos finitos devem possuir para a convergência do método (LIU, 2003).

2.3.5 Escolha dos elementos

Elementos de mais alta ordem são, em geral, muito sensíveis a deformação tornando instável a solução numérica (OWEN, 2002).

Para facilitar a geração dos domínios, se emprega elementos do tipo isoparamétricos, onde as funções empregadas para interpolar deslocamentos são também empregadas para interpolar a geometria do elemento conforme “Eq. (16)” e “Eq. (17)” (LIU, 2003).

$$U_i = \sum_{j=1}^{num.nós} N(\xi, \eta)^{(j)} U_i^{(j)} \quad (16)$$

$$X_i = \sum_{j=1}^{num.nós} N(\xi, \eta)^{(j)} X_i^{(j)} \quad (17)$$

Onde “ $X_i^{(j)}$ ” são as coordenadas do nó “ j ” do elemento e “ X_i ” é uma posição no interior do elemento, definida pelas coordenadas “ ξ, η ” de um domínio chamado reduzido ou computacional (ver “Fig. 5”), que variam de -1 a +1. Portanto as “Eq. (16)” e “Eq. (17)” podem ser interpretadas como um mapeamento do domínio reduzido para o domínio real, conforme indica esquematicamente a “Fig. 5”.

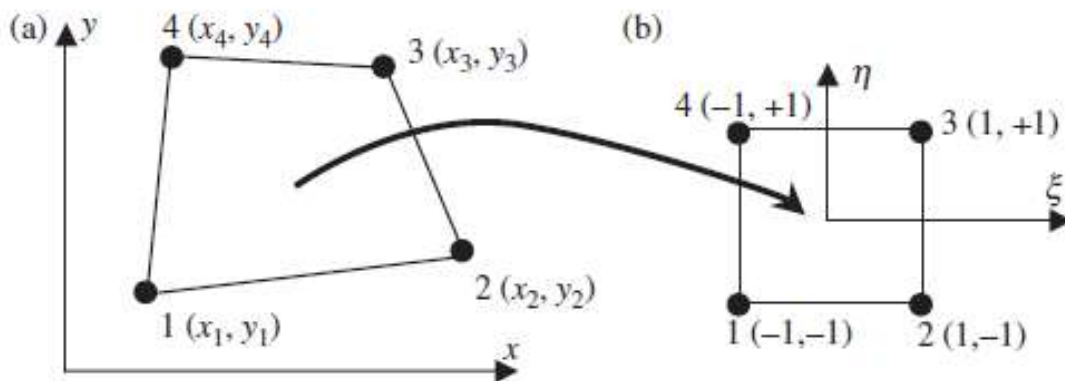


Figura 5. Mapeamento do domínio real (a) para o domínio reduzido (b) (Fonte: LIU, 2003)

Uma das vantagens do emprego destes elementos está na possibilidade de realizar-se a integração sobre o domínio reduzido, que sempre tem a forma quadrada, variando de -1 a +1 nos eixos ξ, η . A integração neste espaço pode facilmente ser realizada numericamente através da quadratura de Gauss.

2.4 Solução de sistema de equações não lineares

A aplicação do método dos elementos finitos aos problemas de deformação plástica conduzirá a sistemas de equações não lineares. Existem vários métodos de solução para tais sistemas, dos quais o método de Newton-Raphson será apresentado a seguir.

2.4.1 Método de Newton-Raphson

Para que o melhor entendimento do método de Newton-Raphson, veremos uma função unidimensional. Seja “ $f(x)$ ” uma função não-linear cuja raiz deseja-se obter.

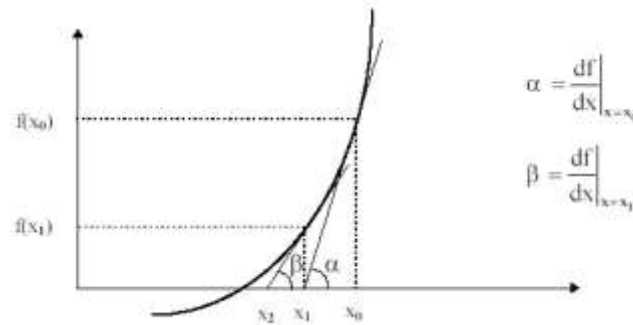


Figura 6. Representação gráfica do método de Newton-Raphson. (Fonte: HOFFMAN, 1992)

O objetivo é linearizar “ $f(x)$ ” e procurar a solução sobre esta função linearizada. Para convergência a solução física, é necessário estimativa inicial da solução “ x_0 ”. A linearização é obtida fazendo um desenvolvimento em série de Taylor da função em torno de “ $f(x_0)$ ”, truncando-se os termos de mais alta ordem (HOFFMAN, 1992). Logo:

$$f(x_1) = f(x_0) + (x_1 - x_0) \left. \frac{df}{dx} \right|_{x_0} + \dots \quad (18)$$

Fazendo $\Delta x = x_1 - x_0$ e considerando que x_1 é a raiz [$f(x_1) = 0$]:

$$\Delta x \left. \frac{df}{dx} \right|_{x_0} + f(x_0) = 0 \quad (19)$$

O incremento “ Δx ” é a correção da estimativa, uma estimativa mais próxima da solução pode então ser calculada repetindo-se o processo de linearização com a estimativa corrigida pela iteração anterior e assim por diante até que “ $f(x)$ ” seja tão próxima de zero quanto se queira.

Como o intuito é a solução de problemas não lineares, que inclui problemas de grandes deformações, a estimativa se torna difícil. Uma boa solução é dividir o problema em várias passos, por exemplo, separando carregamentos. Com configuração equilibrada do passo anterior, a mesma pode ser empregada como estimativa para o passo em avaliação. Este tipo de formulação é denominado incremental (KOBAYASHI, 1989).

2.4.2 Integração numérica

O método de elementos finitos conduz a equações integrais que devem ser avaliadas no volume do elemento.

Integrações numéricas são empregadas para esse propósito. Técnicas de integrações numéricas consistem em dividir o integrando em um número finito de pontos, chamados de pontos de integração, duas técnicas foram utilizadas nesse trabalho, sendo elas apresentadas a seguir.

2.4.3 Quadratura Gaussiana

As fórmulas de integração pelo método da quadratura gaussiana são obtidas pela escolha dos pontos de integração (x_i) sendo que a cada ponto de integração corresponderá um peso (w_i),

sendo $i=1,2,...n$. de modo que a integral de um polinômio de grau $2n-1$ seja exata (HOFFMAN, 1992).

$$\int_{-1}^1 f(x)dx \approx \sum_{i=1}^n w_i f(x_i) \quad (20)$$

Tabela 1. Pontos de amostragem para quadratura gaussiana (Fonte: HOFFMAN, 1992)

n	xi	wi	Grau
2	-0,577350269	1	3
	0,577350269	1	
3	-0,774596669	0,555555555	5
	0	0,888888888	
	0,774596669	0,555555555	
4	-0,861136311	0,347854845	7
	-0,339981043	0,652145154	
	0,339981043	0,652145154	
	0,861136311	0,347854845	

Para a integração de um intervalo diferente de -1 a 1, é feita uma transformação de coordenadas de modo que:

$$\int_a^b f(x)dx = \int_{-1}^1 f(t) \frac{dx}{dt} dt \quad (21)$$

2.4.4 Regra 1/3 de Simpson

A regra de 1/3 de Simpson é obtida pelo ajuste de um polinômio de segunda ordem a 3 pontos igualmente espaçados dentro do intervalo de integração (HOFFMAN, 1992).

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{6} \left[f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b) \right] \quad (22)$$

3 METODOLOGIA

O programa SNDP (Simulação Numérica de Deformação Plástica) foi desenvolvido e pode ser utilizado para a simulação numérica do processo de conformação mecânica. Além disso, também será explicado como foram realizados os ensaios para validação do programa.

O trabalho foi desenvolvido em quatro etapas:

Etapa I Desenvolvimento do Software;

Etapa II Realização de ensaios;

Etapa III Realização das simulações no software desenvolvido;

Etapa IV Comparação de resultados.

3.1 Algoritmos principais implementados na solução

Na solução do sistema de equações não lineares, duas técnicas foram aplicadas: O método direto de iterações e o método de Newton-Raphson que requer uma estimativa inicial. Para os problemas de conformação o método direto converge rapidamente nas primeiras iterações e vai se tornando lento com a proximidade da solução. Usamos o método direto para solução inicial e o método de Newton-Raphson para as soluções mais precisas.

3.2 Ensaios físicos – Etapa II

Para validação do software, ensaios de compressão de nove corpos de prova cilíndricos de diâmetro externo 12,5 mm, alturas e diâmetros internos variados, em alumínio, identificadas como “**Tabela 2**”, foram executados.

Tabela 2: Identificação dos corpos de prova.

Altura (mm)	Diâmetro do furo (mm)	Tag
8	0 (maciço)	F0H8
	4	F4H8
	8	F8H8
16	0 (maciço)	F0H16
	4	F4H16
	8	F8H16
32	0 (maciço)	F0H32
	4	F4H32
	8	F8H32

Nos tags a letra “F” precede a dimensão do furo e a letra “H” precede a altura da peça, por exemplo, “F8H16” indica a peça com furo de 8 mm e altura de 16 mm.

As “**Fig. 7**” e “**Fig. 8**” mostram os corpos de prova utilizados e seus desenhos.



Figura 7: Foto dos corpos de prova ensaiados

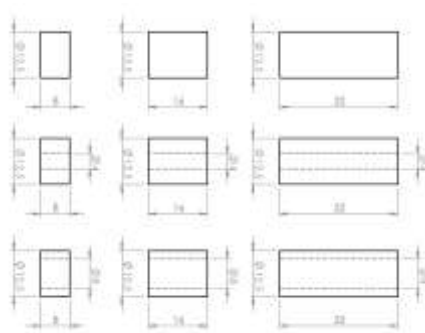


Figura 8: Dimensões dos corpos

Os ensaios foram realizados em uma máquina universal de ensaio de tração na Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, campus Coração Eucarístico.

As peças com 16 e 32mm de altura, foram submetidas a 50% redução na altura e as peças de altura 8mm, foram submetidas a 37% de redução.

As variáveis de comparação carga máxima, diâmetro máximo deformados, diâmetro nas extremidades, diâmetro mínimo deformado foram coletadas nos ensaios. As amostras ensaiadas foram verificadas, visualmente, para detectar pontos de ruptura.

3.3 Ensaios Numéricos – Etapa III

Devido à condição de axissimetria da geometria das peças e distribuição dos carregamentos, nas simulações numéricas foram feitas considerando apenas um quadrante da seção da peça que é representativo para o comportamento de todo o corpo de prova.

Para a realização das simulações numéricas o software teve seus parâmetros, coeficiente de atrito, constantes do material, constante de penalização e limite de deformação, ajustados em função do resultado do ensaio da peça F0H16.

3.4 Resultados

Por concisão, apresentamos, a seguir, os resultados comparativos entre a simulação obtida por método numérico e os resultados em ensaio real para duas das 9 amostras experimentadas.

Os resultados são comparáveis e as divergências entre ensaio e simulação permaneceram dentro de limites que consideramos razoáveis de tal modo que pudemos nos permitir a concisão hora proposta.

As peças escolhidas para a demonstração são da amostra F8H16 e F8H32 por caracterizarem dois tipos de deformações diferentes.

3.4.1 Peça F8H16



Figura 9: Peça F8H16 deformada

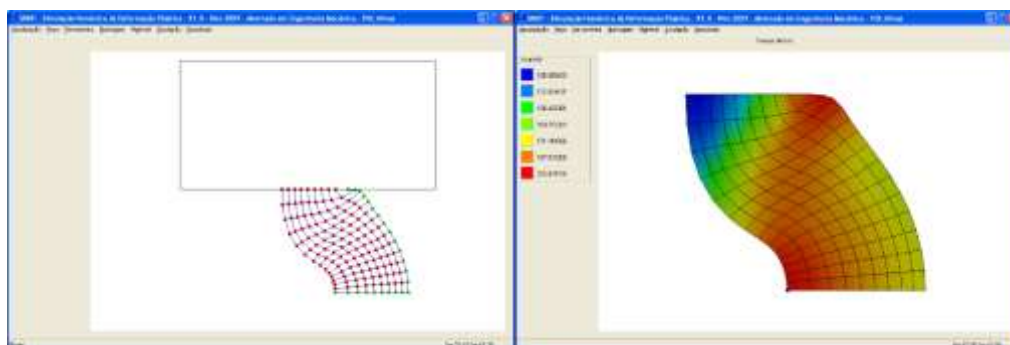


Figura 10: Malha deformada sem e com Campo de Tensão Efetiva [Mpa] para peça F8H16

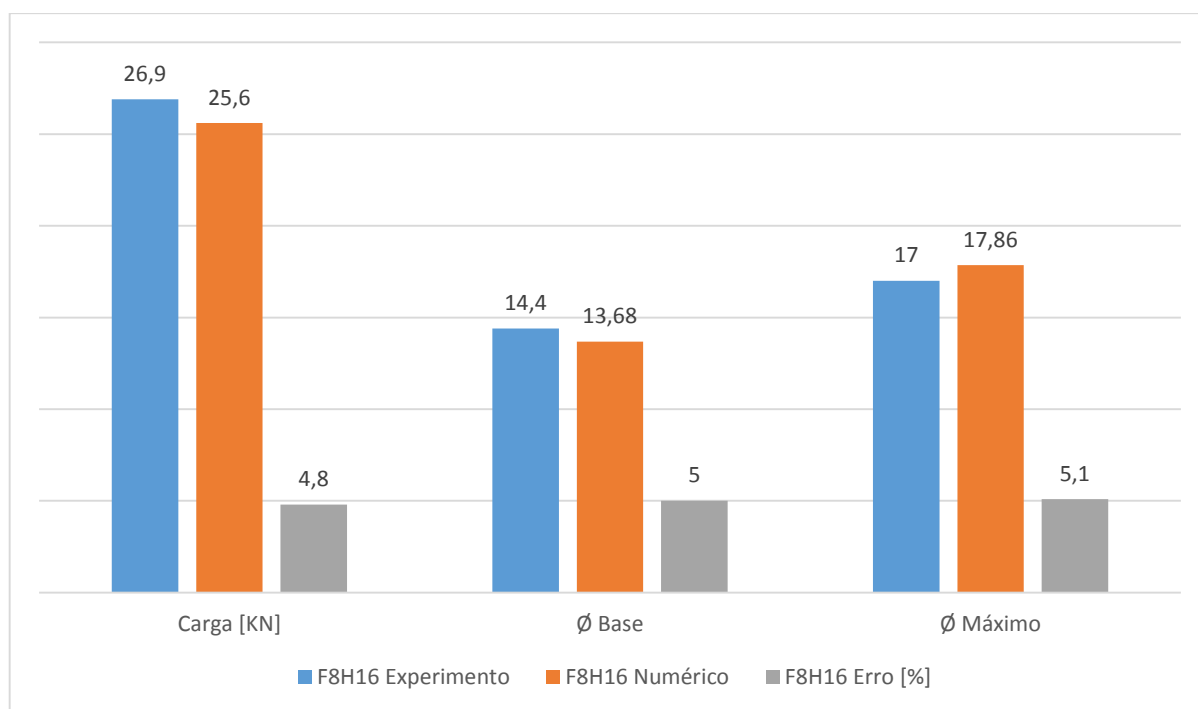


Figura 11: Resultados obtidos para a peça F8H16

A semelhança de fluxo de material entre o modelo numérico e físico ficou evidente. A carga simulada apresentou erro de -4,8% ao ser comparada com a carga medida no ensaio. Apesar da semelhança de forma, a geometria teve erro de 5,1% no diâmetro central e -5,0% no diâmetro.

3.4.2 Peça F8H32



Figura 12: Peça F8H32 conformada

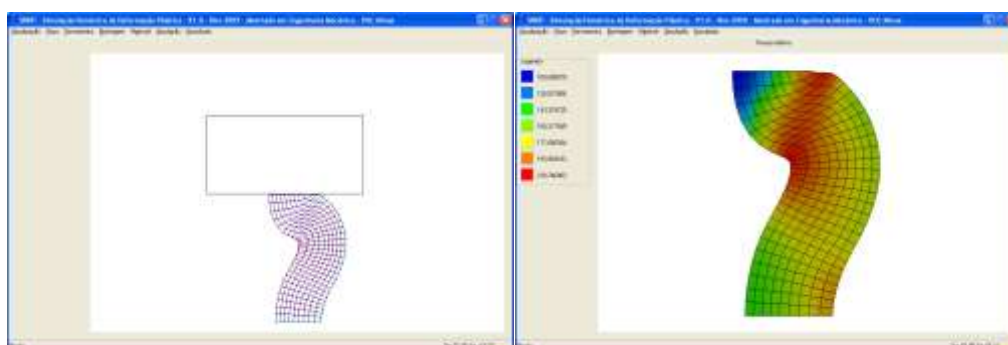


Figura 13: Malha deformada Campo de tensão efetiva [Mpa] para peça F8H32

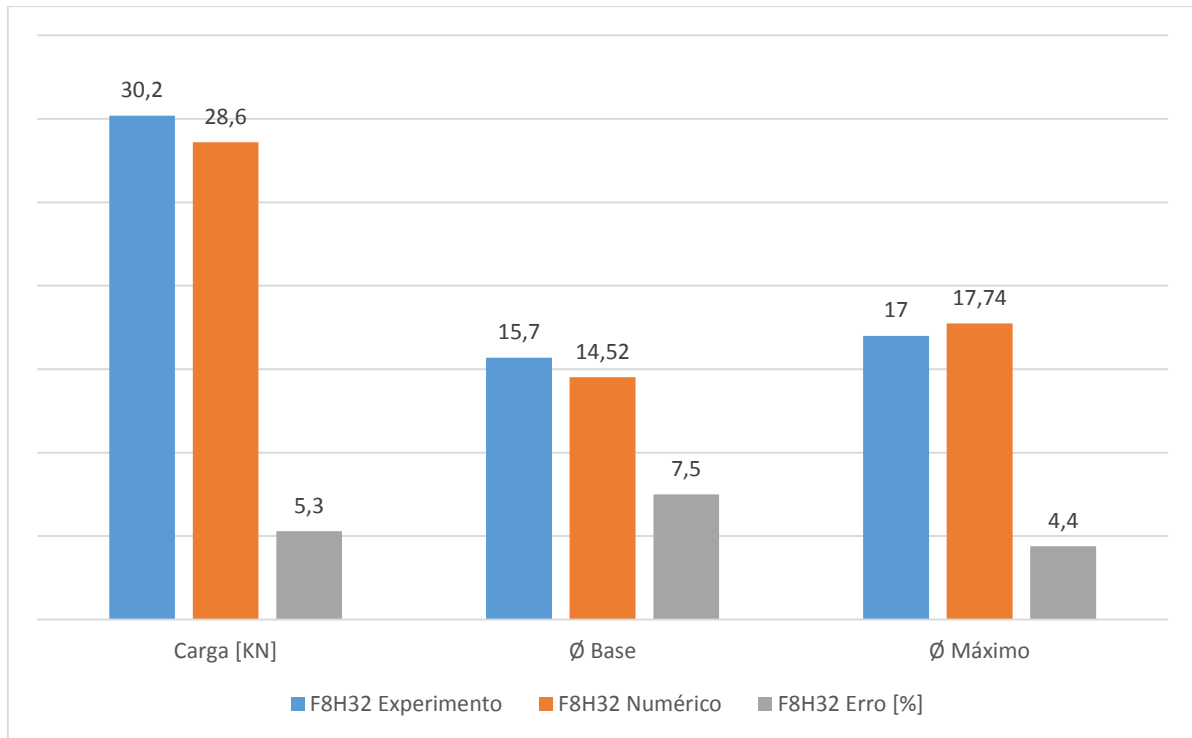


Figura 14: Resultados obtidos para peça F8H32

Nessa peça, é interessante notar que, no ensaio físico, ocorreu a formação de dois bojos e que o fenômeno também ocorreu no ensaio numérico, caracterizando mais uma vez que o modelo numérico seguiu o mesmo comportamento do ensaio físico. A carga também se aproximou bem com erro de -5,3%. O erro entre o diâmetro máximo encontrado na peça ensaiada e o diâmetro máximo obtido na simulação foi de 4,4%. O diâmetro no centro apresentou erro de 0,7% e o diâmetro na base teve erro de -7,5%. Com base nesses resultados, fica mostrado que o modelo numérico mais uma vez apresentou boa aproximação do ensaio físico.

3.4.3 Resultado geral

A “**Tabela 3**” mostra de forma resumida os resultados obtidos nos ensaios físicos e simulações numéricas realizadas no programa desenvolvido (SNDP). Avaliando-se os erros dos carregamentos, nota-se uma menor aproximação das cargas aplicadas nos ensaios físicos das peças do grupo de altura 8 mm (erro variando de 14,6% a 38,1%) e uma maior aproximação das cargas aplicadas nas peças dos grupos de alturas 16mm e 32mm (erro variando de -5,3% a 4,6%).

Tabela 3: Resultado geral

Peça	Resultado	Carga [KN]	Diâmetros [mm]	
			Base	Máximo
F0H8	Experimento	50,7	14,50	15,00
	Numérico	58,1	15,09	15,93
	Erro [%]	14,6	4,1	6,2

Peça	Resultado	Carga [KN]	Diâmetros [mm]	
			Base	Máximo
F4H8	Experimento	42,0	14,00	14,50
	Numérico	51,3	14,75	15,66
	Erro [%]	22,1	5,4	8,0
F8H8	Experimento	20,2	13,90	14,30
	Numérico	27,9	13,76	15,10
	Erro [%]	38,1	-1,0	5,6
F0H16	Experimento	70,0	15,50	17,90
	Numérico	70,4	15,91	17,89
	Erro [%]	0,6	2,6	-0,1
F4H16	Experimento	58,3	15,60	17,50
	Numérico	60,7	15,45	17,77
	Erro [%]	4,1	-1,0	1,5
F8H16	Experimento	26,9	14,40	17,00
	Numérico	25,6	13,68	17,86
	Erro [%]	-4,8	-5,0	5,1
F0H32	Experimento	66,0	15,80	17,90
	Numérico	66,2	14,70	17,68
	Erro [%]	0,3	-7,0	-1,2
F4H32	Experimento	54,2	15,30	17,60
	Numérico	56,7	14,91	17,69
	Erro [%]	4,6	-2,5	0,5
F8H32	Experimento	30,2	15,70	17,00
	Numérico	28,6	14,52	17,74
	Erro [%]	-5,3	-7,5	4,4

4 CONCLUSÃO

O desenvolvimento matemático e a implementação da ferramenta de desenho e modelamento de plasticidade computacional, mesmo que simples, foram satisfatórios pois os resultados obtidos por simulação se mostram tão próximos quanto o esperado, para as simplificações empregadas, e muito coerentes com os resultados obtidos experimentalmente.

A avaliação de níveis de tensão, deformação efetiva, carregamento e comportamento de corpos de prova cilíndricos de mesmo diâmetro externo e com diâmetros internos e alturas

diferentes, mostrou que as deformações diferem, posto cada peça ensaiada apresentou um comportamento característico semelhante ao obtido pela respectiva simulação. Essa coerência demonstra a aplicabilidade dos modelos numéricos de danos na identificação de regiões susceptíveis a falhas em condições reais.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem, generosamente, à Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais (PUC Minas), à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

REFERÊNCIAS

- Bathe, K. *Finite Element Procedures*. 2. ed. New Jersey: Prentice-Hall, 1996.
- Bittencourt, E. *Tratamento de problemas não lineares na mecânica dos sólidos*. Porto Alegre: UFRGS, 2000.
- Buss, S. R. *3-D Computer Graphics A Mathematical Introduction with OpenGL*. Cambridge: Cambridge University Press, 2003.
- Cook, R. D.; Malkus, D. S.; Plesha, M. E. *Concepts and applications of finite element analysis*. 3. ed. New York: Wiley, 1989.
- Dieter, G.E. *Workability Testing Techniques*. Ohio: American Society for Metals, 1984.
- Dung, N. L. *Plasticity theory of ductile fracture by void growth and coalescence*. Forschung im Ingenieurwesen, v. 58, n.5, p. 135-140, 1992.
- Helman, H.; Cetlin, P. R. *Conformação mecânica*. Belo Horizonte: UFMG, 1980.
- Hoffman, J.D. *Numerical Methods for Engineers and Scientists*. New York: McGraw-Hill, 1992.
- Kobayashi, S.; Altan, T. *Metal Forming and the Finite-Element Method*. Oxford: Oxford University Press, 1989.
- Landre, J; Pertence, A.; Cetlin, P.R.; Rodrigues, J.M.C.; Martins, P.A.F. *On the utilization of ductile fracture criteria in old forging. Finite elements in analysis and design*, v. 39 n. 3, p. 175-186, 2001.
- Liu, G. R.; Quek, S. S. *The Finite Element Method: A Practical Course*. Oxford: Butterworth Heinemann, 2003.
- Mateus, C.A. *Builder C++ Guia Prático*. São Paulo: Editora Erica, 2000.
- McReynolds, T.; Blythe, D. *Advanced Graphics Programming Using OpenGL*. San Francisco: Elsevier, 2005.
- Mendelson, A. *Plasticity: Theory and Application*. New York: The Macmillan Company, 1968.
- Neta, A. C. I. *Avaliação de critérios de dano dúctil para previsão de trincas no forjamento a frio usando o método dos elementos finitos*. 2004. 125f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Instituto Tecnológico da Aeronáutica, São José dos Campos.

- Okamoto, T., Fukuda, T., Hagita, H. *Material Fracture in Cold Forging- Systematic Classification of Working Methods and Types of Cracking in Cold Forging*. The Sumitomo Search, n. 9, p.216-225, 1973.
- Owen, R. *Computational Plasticity*. Dordrecht: Springer, 2002.
- Pantalé, O.; Caperaa, S.; Rakotomalala, R. *Development of an object-oriented finite element program: application to metal-forming and impact simulations*. Journal of Computational and Applied Mathematics, v. 168, n. 1-2, p.341-351, 2004.
- Ravindranath, M.N.; Kumar, R. *Simulation of cold forging using contact and pratica adaptive meshing algorithms*. Journal of Materials Processing Technology, v.104, n. 1-2 p.110-126, 2000.
- Reis, C. L.; Cetlin, P. R.; Melo, T. M. F.; Casas, E. B. *Estudos de influência na simulação numérica de estampagem*. Tecnologia em Metalurgia e Materiais, v.1, n.2, p.34-37, 2004.
- Rens, B. J. E. *Finite Element Simulation of the Aluminum Extrusion Process*. 1999. 116f . Tese (Doutorado) - Technische Universiteit Eindhoven, Eindhoven.
- Rowe, G.W.; Sturgess, C.E.N.; Hartley, P.; Pillinger, I. *Finite-element plasticity and metalforming analysis*. Cambridge: Cambridge University Press, 1991.
- Saturnino, L.J.M.2004, *Desenvolvimento de ferramentas para definição, análise e avaliação de desempenho de veículos automotivos*. 2004. 243f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte.
- Shi, X.; Wei, Y.; Ruan, X. *Simulation of sheet metal forming by one-step approach: choice of element*. Journal of Materials Processing Technology, v.108, n. 3, p.300-306, 2001.
- Simo, J.C.; Hughes, T.J.R. *Computational Inelasticity*. Dordrecht: Springer, 1998.
- Souza, A. C. C. R. *Análise por elementos finitos de processos de conformação plástica em regime estacionário*. 1991. 92f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Estrutural) - Universidade do Porto, Porto
- Sussman, T.; Bathe, K. *A finite element formulation for nonlinear incompressible elastic and inelastic analysis*. Computers and Structures, v.26, n. 1-2, p. 357-409, 1987.
- Tekkaya, A. E. *State-of-the-art of simulation of sheet metal forming*. Journal of Materials Processing Technology, v. 103, n. 1, p. 14-22, 2000.
- Jung, D. W.; Yang, K. B. *Comparative investigation into membrane, shell and continuum elements for the rigid-plastic finite element analysis of two-dimensional sheet metal forming problems*. Journal of Materials Processing Technology, v.104, n. 3, p.185-190, 2000.
- Zimniaka, Z. *Implementation of forming limit stress diagram in FEM simulations*. Journal of Materials Processing Technology, v.104, n. 1-3, p.261-266, 2000.