



CONFIABILIDADE DE BARRAS EM PERFIS FORMADOS A FRIO SUBMETIDOS À FORÇA AXIAL DE COMPRESSÃO VIA MÉTODO FORM

Marcílio Sousa da Rocha Freitas

marcilio@em.ufop.br

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto,
Campus Universitário Morro do Cruzeiro, 35400-000, Ouro Preto, Minas Gerais, Brasil.

André Luis Riqueira Brandão

andreriqueira@unifei.edu.br

Universidade Federal de Itajubá - Campus de Itabira

Rua Irmã Ivone Drumond, 200, Distrito Industrial, 35903-087, Itabira, Minas Gerais, Brasil.

Antônio Roque Alves

aralves34@gmail.com

Faculdade Santa Rita

Estrada Real km 02, 36400-000, Conselheiro Lafaiete, Minas Gerais, Brasil.

Resumo. O objetivo deste trabalho é a avaliação da confiabilidade de barras em perfis formados a frio, submetidos à força axial de compressão. Índices de confiabilidade (β) foram calculados com o emprego dos métodos de confiabilidade FORM (First Order Reliability Method) e Simulação Monte Carlo. Os resultados foram comparados com índices de confiabilidade alvo (β_0) de 2.5, que representa um nível de segurança geralmente utilizado na calibração de normas de dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio. À partir de um banco de dados com 323 ensaios de colunas com seções U e U enrijecido, foram obtidas as estatísticas para a variável aleatória erro do modelo, definida pela razão entre a carga última experimental e a carga última teórica. Para avaliação da carga última teórica, foram utilizados os métodos previstos pela norma brasileira: o Método da Largura Efetiva (MLE), o Método da Seção Efetiva (MSE) e o Método da Resistência Direta (MRD). A norma americana contempla o MLE e o MRD. Verificou-se que os resultados obtidos através do MRD e MSE foram adequados ao nível de segurança requerido.

Palavras-chave: Perfis Formados a Frio, Método FORM, Método da Largura Efetiva, Método da Resistência Direta.

1 INTRODUÇÃO

Os perfis de aço formados a frio são largamente empregados na construção civil, tanto em edificações residenciais quanto em instalações comerciais e industriais. Oferecem versatilidade na construção por causa de sua leveza e facilidade de manuseio e uso. Os perfis formados a frio (PFF) apresentam elevada esbeltez local, acentuando a instabilidade local. Além disso, em se tratando de seções abertas de chapas finas, a rigidez à torção resulta muito pequena, tornando os modos globais muitas vezes dominantes. Outro modo de instabilidade que pode se manifestar é o modo distorcional, característico nos perfis com enrijecedores de borda (Chodraui, 2006).

Com relação à segurança estrutural, os métodos de análise de confiabilidade permitem mensurar com certa precisão o nível de segurança, uma vez que se baseia na determinação de probabilidades de falha (P_f) ou índices de confiabilidade (β) (Hsiao, 1989). Destacam-se os métodos analíticos simplificados, que se fundamentam na expansão em série de Taylor, entre outros métodos, como o de Simulação Monte Carlo.

Este trabalho tem como objetivo a análise de confiabilidade estrutural de colunas em perfis formados a frio, dimensionados de acordo com a ABNT NBR 14762 (2010). Métodos de confiabilidade primeira ordem e a Simulação Monte Carlo foram empregados na análise de confiabilidade. As variáveis de projeto são tratadas como aleatórias, com a modelagem de suas incertezas por meio de distribuições de probabilidade adequadas. Rotinas computacionais com aplicação do *software Mathcad*[®] e *Excel*[®] foram especialmente desenvolvidas para esta finalidade.

2 CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

A análise de confiabilidade estrutural é baseada na existência de uma função de falha ou função de estado limite $G(\mathbf{X})$, sendo que $\mathbf{X}=(X_1, X_2, \dots, X_n)$ representa o conjunto de variáveis aleatórias envolvidas na análise, ou seja, todas aquelas com alguma informação estatística ao seu respeito. A função de falha $G(\mathbf{X})$ deve ser definida de maneira que o limite $G(\mathbf{X})=0$ separe o domínio de falha ($G(\mathbf{X})<0$) e o domínio de segurança ($G(\mathbf{X})>0$) (Hsiao, 1989).

Desta forma a confiabilidade estrutural deve buscar qual probabilidade dos acontecimentos de falhas, ou seja, qual a probabilidade da função de falha assumir valores pertencentes ao domínio de falha. Esta probabilidade é chamada de probabilidade de falha e é definida por:

$$P_f = P[G(\mathbf{X}) \leq 0] \quad (1)$$

Sabendo-se que $f_x(\mathbf{X})$ representa a função densidade de probabilidade conjunta de todas as variáveis $\mathbf{X}$ envolvidas na análise, a probabilidade de falha pode ser descrita pela integral:

$$P_f = \int_{G(\mathbf{X}) \leq 0} f_x(\mathbf{X}) d\mathbf{x} \quad (2)$$

Portanto, a confiabilidade é definida como

$$C = 1 - P_f \quad (3)$$

A integração da Eq. (1) pode ser ilustrada pela Fig. 1 para um caso de 2 variáveis aleatórias. A figura mostra a função de densidade de probabilidade conjunta e suas curvas de nível projetada da superfície de $f_X(\mathbf{X})$ no plano X_1X_2 . Todos os pontos contidos numa mesma curva de nível possuem o mesmo valor de $f_X(\mathbf{X})$, ou seja, a mesma densidade de probabilidade (Hsiao, 1989).

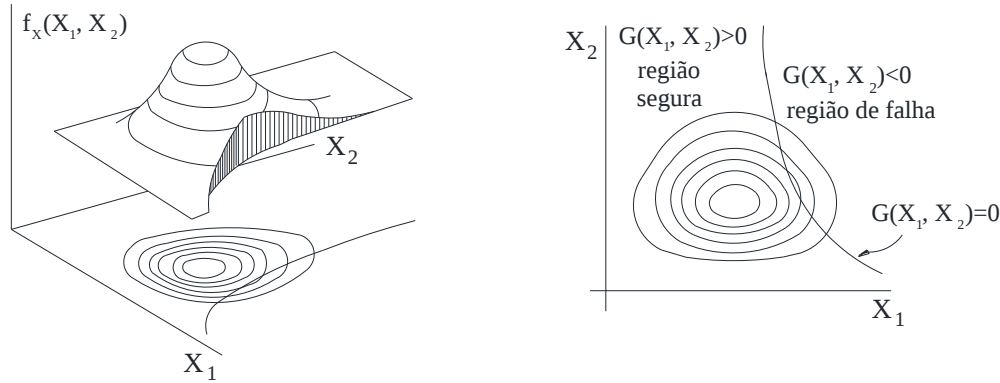


Figura 1. Integral de probabilidade de falha no espaço das variáveis básicas

Em uma análise estrutural, podemos definir a função de falha $G(\mathbf{X})$, como sendo:

$$G(\mathbf{X}) = Z = R - Q \quad (4)$$

onde R e Q representam variáveis aleatórias da resistência e da solicitação, respectivamente.

Admite-se que as funções densidade de probabilidade e funções densidade acumulada de R e Q sejam conhecidas (Hsiao, 1989). Desse modo, as probabilidades associadas aos eventos podem ser definidas:

$$P_f = P(R < Q) = P(G(\mathbf{X}) \leq 0) = \int_{G(\mathbf{X}) \leq 0} f_X(\mathbf{X}) d\mathbf{x} \quad (5)$$

Assumindo-se que R e Q são estatisticamente independentes, a probabilidade de falha pode ser representada como:

$$P_f = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_R(r) f_Q(q) dr dq = \int_{-\infty}^{\infty} F_R(q) f_Q(q) dq \quad (6)$$

onde, $f_Q(q)$ é a função densidade de probabilidade de variável Q e $F_R(q)$ é a função distribuição acumulada da variável R .

O grande número de variáveis aleatórias envolvidas em muitos problemas práticos torna bastante difícil a obtenção da função conjunta de densidade de probabilidade e a integração da equação é quase sempre inviável. Alternativamente, mede-se a segurança estrutural em função do índice de confiabilidade β , definido como a menor distância da origem do espaço das variáveis padronizadas, ou variáveis reduzidas, até a superfície de falha (Cornell, 1969).

3 MÉTODOS DE CONFIABILIDADE

O principal objetivo da confiabilidade estrutural é a avaliação da segurança das estruturas ou a probabilidade de que a estrutura não falhe em atender aos objetivos para os quais ela foi projetada durante a sua vida útil (Hsiao, 1989). Para obtenção da probabilidade de falha, definida pela Eq. (2), métodos analíticos foram desenvolvidos como o *método de confiabilidade de primeira ordem* (FORM, *First Order Reliability Method*). Outro método muito utilizado em análise de confiabilidade é o de Simulação Monte Carlo (SMC).

3.1 Método FORM (*First Order Reliability Method*)

O método FORM baseia-se na transformação das variáveis básicas $\mathbf{X}$, sejam elas correlacionadas ou não, em variáveis estatisticamente independentes normais padrão $\mathbf{U}$, chamadas variáveis reduzidas, bem como da função de falha que possa ser definida neste espaço das variáveis reduzidas. Existem várias formas para a se transformar as variáveis aleatórias $\mathbf{X}$ em aleatórias $\mathbf{U}$ normais padrão e estatisticamente independentes. A metodologia com maior uso de confiabilidade estrutural baseia-se na transformação de variáveis normais correlacionadas em variáveis normais estatisticamente independentes. Esta transformação é conhecida como transformação de Nataf.

Outra etapa do método consiste na aproximação da superfície de falha $G(\mathbf{U})=0$, função que definida no espaço das variáveis reduzidas, por uma superfície linear (primeira ordem da expansão de Taylor) no ponto com a menor distância até a origem, identificado por $\mathbf{U}^* = (U_1^*, U_2^*, \dots, U_n^*)$. Esse é o ponto de projeto no espaço das variáveis reduzidas, ou seja, o ponto de maior densidade local de probabilidade. Um dos algoritmos mais usados a obtenção do ponto de projeto é o desenvolvido por Hasofer e Lind (1974) e aprimorado por Rackwitz e Fiessier (1978). Este algoritmo é comumente denominado como HLRF.

A distância do ponto de projeto até a origem é chamado de índice de confiabilidade β . Logo, o índice de confiabilidade probabilidade pode ser medido pela norma do vetor $\mathbf{U}^*$, ou seja,

$$\beta = \|\mathbf{U}^*\| \quad (7)$$

onde $\|\cdot\|$ representa a norma (comprimento ou magnitude) de um vetor.

Sendo,

$$\mathbf{U}^* = -\beta \mathbf{a} \quad (8)$$

onde $\mathbf{a}$ é o vetor unitário, normal à superfície de falha, no ponto do projeto.

Ditlevsen e Madsen (1996) mostraram, utilizando as propriedades da distribuição normal padrão, que a probabilidade de falha é dada por:

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (9)$$

onde $\Phi(\cdot)$ representa a distribuição cumulativa normal padrão.

A Fig. 2 representa esquematicamente o método FORM, para 2 variáveis no espaço reduzido, com indicação do índice de confiabilidade β . $\phi_U(U_1, U_2)$ é a função de densidade de probabilidade conjunta das variáveis aleatórias U_1 e U_2 .

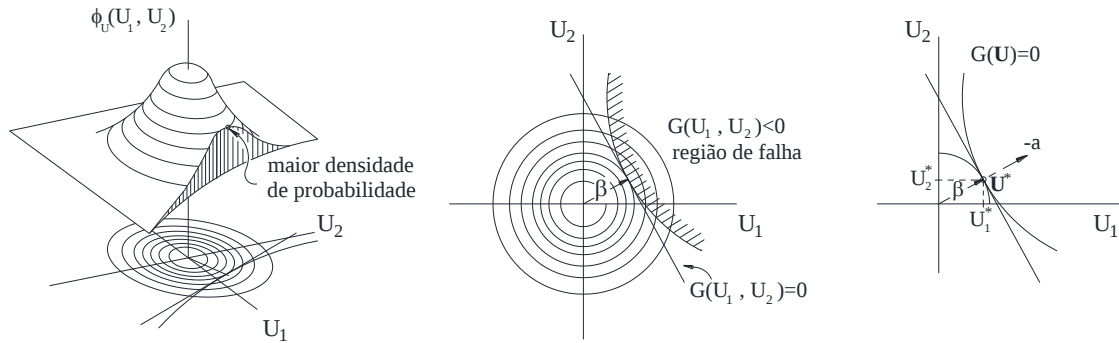


Figura 2. Representação gráfica do Método FORM

O método analítico FORM fornece, além da probabilidade de falha, medidas de sensibilidade, relevantes em análises de confiabilidade. Existem várias medidas de sensibilidade, como por exemplo de fatores de importância (I), que indica a importância relativa de cada variável i , e pode ser definido por:

$$I_i = a_i^2 \quad (10)$$

3.2 Simulação Monte Carlo

A base da Simulação Monte Carlo é a geração de números aleatórios que atendam às funções de distribuição de probabilidade das variáveis básicas. De acordo com o método, para um conjunto gerado de variáveis aleatórias, procede-se uma análise da estrutura e verifica-se o atendimento aos estados limites. Se a função de limite é violada, é computada falha da estrutura. O procedimento é repetido um grande número de vezes de modo que a frequência relativa de falhas ocorridas seja utilizada como probabilidade de falha (Freitas, 1998).

A ideia do método é escrever a integral que se deseja calcular como um valor esperado. Considerando um conjunto de n variáveis aleatórias $\mathbf{X} = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$, cada uma delas completamente caracterizada pela sua respectiva função densidade de probabilidade marginal $f_{X_i}(X_i)$ e respectiva função de distribuição acumulada marginal $F_{X_i}(X_i)$, então a probabilidade de falha, associada a uma função de estado limite $G(\mathbf{X})$ que define uma região de falha, pode ser calculada por:

$$P_f = \int_{G(\mathbf{X}) \leq 0} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{X}) d\mathbf{X} = \int I[G(\mathbf{X})] f_{\mathbf{X}}(\mathbf{X}) d\mathbf{X} \quad (11)$$

onde $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{X})$ é a função de densidade de probabilidade conjunta das variáveis aleatórias, e $I[g(\mathbf{X})]$ é uma função indicadora definida por:

$$I[g(\mathbf{X})] = \begin{cases} 1 & \text{se } g(\mathbf{X}) \leq 0 \\ 0 & \text{se } g(\mathbf{X}) > 0 \end{cases} \quad (12)$$

Com o uso da função indicadora é possível calcular a integral da Eq. (11) sobre todo domínio e não só na região de falha. O resultado desta equação representa o valor esperado

(valor médio) da função indicadora. Portanto, a probabilidade de falha pode ser estimada através da seguinte expressão:

$$\hat{P}_f = \frac{1}{ns} \sum_j^{ns} I[G(\mathbf{X}_j)] \quad (13)$$

onde ns é o número de simulações, $\mathbf{X}_j$ é o j -ésimo vetor de amostras simulado contendo as n variáveis e $\sum_j^{ns} I[G(\mathbf{X}_j)]$ representa o somatório do número de simulações que caíram na região de falha (nf). Desta forma, a Eq. (13) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\hat{P}_f = \frac{nf}{ns} \quad (14)$$

A precisão da estimativa de $\hat{P}_f$ depende do número de simulações realizadas. Para uma pequena probabilidade de falha e/ou um pequeno número de simulações, o erro obtido pela estimativa $\hat{P}_f$ não deve ser desprezado. A sua precisão pode ser avaliada através do coeficiente de variação da probabilidade de falha estimada. Desta forma, para uma melhor precisão de $\hat{P}_f$, o respectivo coeficiente de variação (V_{pf}) definido na Eq. (15), pode ser usado com critério de parada de simulações.

$$V_{pf} = \sqrt{\frac{(1 - \hat{P}_f)}{ns\hat{P}_f}} \quad (15)$$

Com o emprego da Eq. (14), o índice de confiabilidade β pode ser obtido pela expressão:

$$\beta = \Phi^{-1}(1 - \hat{P}_f) \quad (16)$$

onde Φ^{-1} é a inversa da função densidade probabilidade normal acumulada padrão.

4 ESTATÍSTICAS DA RESISTÊNCIA

A resistência de um elemento estrutural pode ser escrita da seguinte forma:

$$R = R_n PMF \quad (17)$$

onde R_n é a resistência nominal do elemento estrutural, P é o coeficiente profissional (erro do modelo), M é o fator material e F é o fator fabricação. Logo, P , M e F são variáveis aleatórias adimensionais que refletem as incertezas do modelo, do material e das propriedades geométricas.

Pela teoria probabilística de primeira ordem e assumindo que não há correlação entre as variáveis P , M e F , a média da resistência (R_m) pode ser obtida pela Eq. (18) (Ravindra e Galambos, 1978).

$$R_m = R_n (P_m M_m F_m) \quad (18)$$

onde,

P_m é a média da razão entre a resistência determinada experimentalmente e a resistência teórica, calculada segundo um determinado modelo, com as propriedades do material e a propriedades geométricas;

M_m é a média da razão entre a resistência mecânica do material obtida em ensaios e o valor mínimo especificado;

F_m é a média da razão entre a propriedade geométrica obtida por medição e o valor especificado (nominal).

O coeficiente de variação da variável R é igual a

$$V_R = \sqrt{V_P^2 + V_M^2 + V_F^2} \quad (19)$$

onde,

V_P é o coeficiente de variação do coeficiente profissional (erro do modelo);

V_M é o coeficiente de variação do fator material;

V_F é o coeficiente de variação do fator fabricação.

Os parâmetros estatísticos que refletem as incertezas do material e das propriedades geométricas, necessários para a determinação das propriedades estatísticas da resistência, foram amplamente investigados e apresentados por Rang *et al.* (1979a, 1979b). Esses dados foram utilizados por Hsiao (1989) na calibração da norma americana de perfis formados a frio, dando origem à sua primeira versão, no formado LRFD: o AISI (1991).

No caso específico de perfis formados a frio submetidos à compressão, as propriedades estatísticas da variável R , podem ser obtidas com o emprego dos seguintes dados: $M_m = 1.10$, $F_m = 1.00$, $V_M = 0.10$ e $V_F = 0.05$ (Hsiao, 1989; ABNT NBR 14762, 2010; AISI, 2007).

Além das incertezas inerentes às variáveis básicas de projeto, a análise da confiabilidade deve incluir a incerteza do modelo relacionado à formulação do estado limite, denominada coeficiente profissional ou erro do modelo. A variável aleatória coeficiente profissional (P), pode ser obtida pela Eq. (20), que relaciona a força resistente experimental (N_{exp}) e a força resistente nominal ou característica (N_{Rk}), obtidos com base em modelos matemáticos segundo previsões normativas.

$$P = \frac{N_{exp}}{N_{Rk}} \quad (20)$$

A partir dos resultados do coeficiente profissional para cada amostra ensaiada, de um determinado conjunto experimental, calcula-se a média da variável aleatória (P_m), que indica o caráter de tendenciosidade do modelo teórico. Sendo assim, P_m , que deveria resultar unitária caso o modelo representasse com precisão o fenômeno físico investigado, revela o grau de conservadorismo de um modelo. Como medida de dispersão do coeficiente profissional, são obtidos o desvio-padrão (σ_P) e o coeficiente de variação (V_P). Conforme o método de confiabilidade adotado, a avaliação da função de distribuição de probabilidade (f_{dp}) da variável coeficiente profissional pode ser requerida.

5 VARIABILIDADE DAS AÇÕES

A maioria das combinações de ações envolvendo ações gravitacionais é representada pela soma da ação permanente (D) com a ação variável (L). As combinações de ações gravitacionais governam os projetos em muitas situações práticas e são particularmente importantes (Galambos *et al.*, 1982). A média e o desvio padrão das estatísticas das ações, podem ser obtidos com as Eqs. (21) e (22).

$$Q_m = c(D_m + L_m) \quad (21)$$

$$V_Q = \frac{\sqrt{(D_m V_D)^2 + (L_m V_L)^2}}{D_m + L_m} \quad (22)$$

onde,

D_m e L_m são os valores médios das ações permanente e variável, respectivamente,

V_D e V_L são os coeficientes de variação das ações permanente e variável, respectivamente,

D_n e L_n são os valores nominais das ações permanente e variável, respectivamente,

c é um parâmetro determinístico, que transforma as ações em esforços.

As ações permanentes apresentam pequena variabilidade ao longo da vida útil da estrutura. Em geral, assume-se para este tipo de ação uma distribuição normal, tipicamente com média igual à ação nominal e um coeficiente de variação de entre 0.05 e 0.10. Entretanto, um valor adequado para a média da ação permanente é a própria ação permanente nominal superestimada em 5% (Melchers, 1999). A Tabela 1 apresenta as propriedades estatísticas adotadas neste trabalho, para ação permanente e ação variável, propostos por Galambos *et al.* (1982).

Tabela 1. Estatísticas das ações permanente e variável (Galambos *et al.*, 1982)

Tipo de ação	Média	Coeficiente de variação	Distribuição de probabilidade
Ação Permanente	$1.05D_n$	0.10	Normal
Ação Variável	L_n	0.25	Extremos Tipo I

6 MÉTODOS DE DIMENSIONAMENTO

Há décadas o Método da Largura Efetiva (MLE) tem sido empregado na obtenção de resistência de barras em perfis formados à frio. Trata-se de um método cuja formulação considera os efeitos de flambagem local em seções de chapas finas. Derivado da solução original para o comportamento pós-crítico de placas perfeitas proposto por von Karman, a equação de Winter, Eq. (23), é encontrada na maioria das normas direcionadas ao cálculo estrutural de perfis formados à frio (Batista, 2009).

$$b_{ef} = \frac{b \left(1 - \frac{0.22}{\lambda_p} \right)}{\lambda_p} \leq b \quad (23)$$

$$\lambda_p = \left(\frac{f_y}{\sigma_{crl}} \right)^{0.5} \quad (24)$$

onde b_{ef} é a largura efetiva de elementos de placa, b é a largura real do elemento, λ_p é o índice de esbeltez reduzido do elemento, f_y a tensão de escoamento do aço, σ_{crl} é a tensão crítica de flambagem elástica do elemento.

A tensão crítica de flambagem elástica de cada elemento da seção transversal, que considera individualmente uma placa com suas condições de contorno aproximadas e substituindo o elemento de placa atual, é representado pela fórmula clássica teórica:

$$\sigma_{cr} = k \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)(b/t)^2} \quad (25)$$

onde E e ν são o módulo de elasticidade longitudinal e o coeficiente de Poisson do material, respectivamente, t é a espessura do elemento de placa e k é o coeficiente de flambagem local do elemento, que quantifica as condições de contorno e de carregamento das chapas. Em conformidade com a teoria de flambagem de placas, com relação aos elementos da seção transversal, b refere-se à largura plana do elemento.

Conforme a norma ABNT NBR 14762 (2010), pelo Método da Largura Efetiva (MLE), a flambagem local é considerada por meio de propriedades geométricas efetivas (reduzidas) da seção transversal das barras, oriundas do cálculo das larguras efetivas dos elementos totalmente ou parcialmente comprimidos. Já pelo Método da Seção Efetiva (MSE), a flambagem local é considerada por meio de propriedades geométricas efetivas (reduzidas) da seção transversal das barras. O Método da Resistência Direta (MRD), baseia-se nas propriedades geométricas da seção bruta e em análise geral de estabilidade elástica que permita identificar, para o caso em análise, todos os modos de flambagem e seus respectivos esforços críticos. Será apresentada uma breve descrição dos métodos de dimensionamento de colunas em perfis formados à frio: MLE, MSE e MRD.

6.1 Método da largura efetiva

As bases do método da largura efetiva (MLE) para colunas tomados no presente artigo estão prescritos nas normas AISI S100 (2007), NBR 14762 (2010) e EN 1993-1-3 (2006). Algumas observações relevantes sobre este procedimento de cálculo podem ser destacadas:

(a) A equação básica para o cálculo da largura efetiva é a equação de Winter (Eq. (23)) com $\sigma = \chi f_y$ em substituição à f_y na Eq. (24), onde χ é o fator de redução da força axial de compressão resistente, associado à flambagem global ($\chi = 1$ para colunas curtas e $\chi < 1$ para colunas longas).

(b) A área efetiva A_{ef} pode ser diretamente calculada através da largura efetiva, com a força de compressão aplicada no centróide da seção transversal bruta. Este é o caso das normas americana (AISII, 2007) e brasileira (NBR 14762, 2010).

(c) A força axial de compressão resistente de cálculo para colunas longas deve ser calculada pela Eq. (26).

$$N_{c,R} = \chi A_{ef} f_y \quad (26)$$

onde χ é obtido da curva de flambagem, em função do índice de esbeltez reduzido λ_o associado à flambagem global (Batista, 2009).

6.2 Método da resistência direta

O Método da resistência direta (MRD) é atualmente identificado com a formulação introduzida no Apêndice 1 do AISI (2007), onde se encontra uma solução simples e elegante, desenvolvida e calibrada por Schafer (2000, 2008), para perfis formados a frio. A norma AS/NZS 4600 (2005) tem incorporado o método no corpo principal de sua especificação. Na NBR 14762 (2010) esse método pode ser verificado no Anexo C. O MRD adota uma distribuição real de tensões e somente pode ser aplicado através de programas computacionais especializados para obtenção de carga crítica de flambagem (Batista, 2009).

Um resumo dos procedimentos de cálculo para colunas será apresentado a seguir. N_l é a força axial de flambagem local elástica. O valor característico da força axial de compressão resistente será o mínimo entre o valor característico associado à flambagem global e o valor característico associado à flambagem local: $N_{c,R} = \min (N_{c,Re}, N_{c,Rl})$. Logo, para barras submetidas à compressão centrada tem-se:

- Flambagem global da barra por flexão, torção ou flexotorção:

$$N_{c,Re} = \begin{cases} \left(0.658^{\lambda_0^2}\right) A f_y & \text{para } \lambda_0 \leq 1.5 \\ \left(\frac{0.877}{\lambda_0^2}\right) A f_y & \text{para } \lambda_0 > 1.5 \end{cases} \quad (27)$$

Onde,

$$\lambda_0 = \left(\frac{A f_y}{N_e}\right)^{0.5}$$

- Flambagem Local

$$N_{c,Rl} = \begin{cases} N_{c,Re} & \text{para } \lambda_l \leq 0.776 \\ \left(1 - \frac{0.15}{\lambda_l^{0.8}}\right) \frac{N_{c,Re}}{\lambda_l^{0.8}} & \text{para } \lambda_l > 0.776 \end{cases} \quad (28)$$

Onde,

$$\lambda_l = \left(\frac{N_{c,Re}}{N_l}\right)^{0.5}$$

6.3 Método da seção efetiva

Uma alternativa ao MRD é o método da seção efetiva (MSE), apresentado e descrito em Batista (1989, 2009). Trata-se de uma variação do MRD que foi proposta para algumas seções mais comumente encontradas na prática. A formulação para flambagem global e local são apresentadas abaixo:

- Flambagem global da barra por flexão, torção ou flexo-torção:

$$\text{- para } \lambda_0 \leq 1.5: \chi = 0.658^{\lambda_0^2} \quad (29)$$

$$\text{- para } \lambda_0 > 1.5: \chi = \frac{0.877}{\lambda_0^2}$$

- Flambagem Local

$$A_{ef} = A \left(1 - \frac{0.15}{\lambda_p^{0.8}} \right) \frac{1}{\lambda_p^{0.8}} \leq A \quad (30)$$

$$\lambda_p = \left(\frac{\chi A f_y}{N_l} \right)^{0.5}$$

$$\lambda_0 \rightarrow \chi$$

$$N_{cR} = \chi A_{ef} f_y$$

A vantagem no MSE em relação ao MRD é a possibilidade de cálculo da força axial de flambagem local elástica diretamente a partir da equação:

$$N_l = k_l \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)(b_w/t)^2} A \quad (31)$$

Esta equação foi proposta em analogia com a equação clássica de distribuição de tensões em placas (Eq. 25), e inclui: (i) as propriedades do material E e ν , (ii) a resposta senoidal do modo de flambagem de chapa como referido pela constante π , (iii) a esbeltez da geometria da seção transversal representado pela relação largura-espessura b_w/t , onde b_w é a largura da alma e finalmente (iv) a forma da seção transversal e o tipo de carregamento, considerados pelo coeficiente de flambagem local k_l . Os valores de k_l podem ser calculados por equações ou obtidos em tabelas da ABNT NBR 14762 (2010), que correspondem a valores obtidos diretamente da análise geral de estabilidade elástica (Batista, 2010).

7 PROCEDIMENTOS DE ANÁLISE

7.1 Definição da função de falha

De acordo com o modelo de estado limite utilizado pelo pela norma ABNT NBR 14762 (2010), a resistência nominal (R_n) está relacionada com as ações nominais por meio da Eq. (32).

$$\frac{R_n}{\gamma} = c(\gamma_D D_n + \gamma_L L_n) \quad (32)$$

onde

γ é o coeficientes de ponderação da resistência,

e γ_D e γ_L são os coeficientes de ponderação das ações permanente e acidental.

A Tabela 2 resume os dados das ações gravitacionais e dos índices de confiabilidade alvos (β_o), utilizados como parâmetros para análise de confiabilidade, que resultou na calibração da norma AISI (2007). A combinação de ações $1.25D_n + 1.5L_n$ da norma AISI (2007) para o LSD (*Limit States Design*), é a mesma adotada pela norma brasileira. Como não há definição dos procedimentos e parâmetros de análise de confiabilidade específicos para a NBR 14762 (2010), foi considerado um cruzamento entre as combinações de ações e relações entre ação permanente nominal e ação variável nominal (D_n/L_n).

Tabela 2. Resumo dos dados de calibração do AISI-S100 (2007)

AISI-S100 (2007)		
	LRFD	LSD
$\gamma_D D_n + \gamma_L L_n$	$1.2D_n + 1.6L_n$	$1.25D_n + 1.5L_n$
D_n / L_n	1/5	1/3
β_o	2.5	3.0
P_f	$\approx 6 \times 10^{-3}$	$\approx 2 \times 10^{-4}$

Os métodos de confiabilidade FORM e Simulação Monte Carlo, requerem não apenas as médias e os desvios-padrão, como também as funções de distribuição de probabilidade. Para o emprego destes métodos, definiu-se a função de falha (ou função de desempenho) conforme a Eq. (33). Utilizando a equação de estado limite definida de acordo com normas de dimensionamento, a força resistente nominal e a relação D_n/L_n , foi possível reconstruir as variáveis R , D e L , com base nos seus valores nominais (Freitas *et al.*, 2013a)

$$g(.) = R - (D + L) \quad (33)$$

7.2 Dados experimentais

A Tabela 3 apresenta um resumo dos programas experimentais incluídos no banco de dados para barras submetidas à força axial de compressão, com indicação da referência, do número de ensaios realizados (N) e do tipo de seção. Esta base de dados experimentais foi a mesma detalhada por Brandão (2012) e Freitas (2013b) em análise de confiabilidade utilizando o método de confiabilidade FOSM (*First Order Second Moment*). A Fig. 3 apresenta um gráfico que mostra o percentual de amostras ensaiadas à compressão em função do modo de instabilidade.

No presente estudo, as resistências teóricas de cada coluna ensaiada à compressão, foram calculadas através dos métodos de dimensionamento descritos anteriormente, da ABNT NBR 14762 (2010). A notação utilizada para obtenção das propriedades geométricas da seção transversal de perfis U simples e U enrijecidos (U_e) são apresentados na Fig. 4. Observa-se que dentre as amostras ensaiadas, predomina a quantidade de barras em perfis U_e .

Tabela 3. Grupos de dados experimentais de barras submetidas à compressão centrada

Referência	N	Tipo de Seção
Batista (1989)	12	Ue
Chodraui (2006)	16	U, Ue
Dat (1980)	43	Ue
Desmond <i>et al.</i> (1981)	7	Ue
Loughlan (1979)	13	Ue
Miller e Pekoz (1994)	44	Ue
Moldovan (1994)	64	U, U _e
Mulligan (1983)	36	Ue
Pu <i>et al.</i> (1999)	6	U _e
Thomasson (1978)	14	U _e
Young e Hancock (2003)	42	U _e
Young e Rasmussen (1998a)	12	U _e
Young e Rasmussen (1998b)	14	U
Total	323	

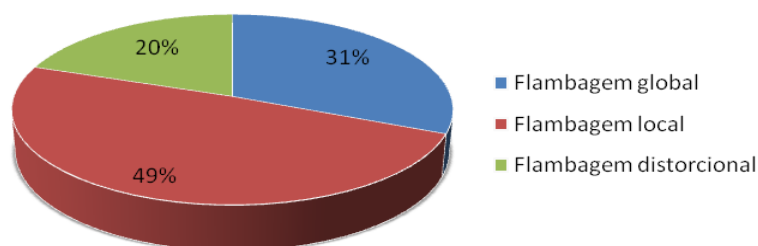
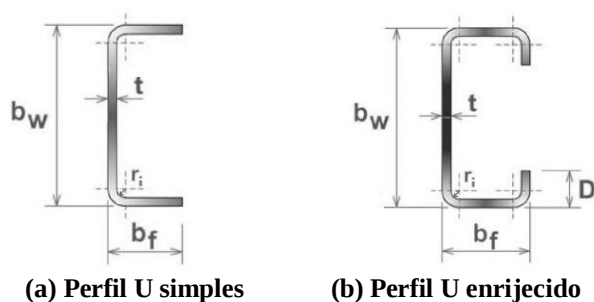


Figura 3. Percentual de amostras em função do modo de instabilidade



(a) Perfil U simples (b) Perfil U enrijecido
Figura 4. Seções transversais das amostras

7.3 Cálculo dos índices de confiabilidade

O coeficiente de ponderação da resistência (γ) especificado pela norma ABNT NBR 14762 (2010) é igual a 1.20. Este valor é bem próximo ao valor equivalente especificado pela norma AISI (2007) ($\phi = 0.85$ para o LRFD e $\phi = 0.80$ para o LSD). No formato da norma

americana, adota-se na equação de estado limite um coeficiente ϕ menor que a unidade, ou seja, o inverso de γ . Ressalta-se que os critérios de dimensionamento entre as duas normas são similares. Os índices de confiabilidade β foram calculados com γ especificado pela norma brasileira. A Tabela 4 apresenta os índices de confiabilidade conforme o método de cálculo da norma brasileira, bem como as estatísticas do coeficiente profissional, P_m e V_P , e a quantidades de ensaios (N). Verificou-se com o auxílio do *software* Minitab 16, que em todos os casos os coeficientes profissionais podem ser descritos pela função de distribuição de probabilidade (*fdp*) lognormal (LN).

Os índices de confiabilidade β foram obtidos a partir do método FORM e da Simulação Monte Carlo (SMC) com 100 000 simulações, considerando-se as equações de projeto da norma brasileira estabelecidas para os métodos: MLE, MSE e MRD. Os resultados obtidos via método FORM comparados aos resultados pela Simulação Monte Carlo, ratificam a precisão do método analítico para a função de desempenho empregada neste trabalho.

Apesar do emprego de uma mesma base de dados de ensaios, limitações geométricas estabelecidas pela norma NBR 14762 (2010) para o método MSE, justificam um número de ensaios (N) inferior em relação aos outros dois métodos de dimensionamento. No entanto, o número de amostras considerado é bem significativo, não comprometendo os resultados com o emprego do método MSE foram próximos aos índices de confiabilidade β calculados para o MRD.

Tabela 4. Estatísticas do coeficiente profissional (erro do modelo) e índices de confiabilidade β

Métodos de dimensionamento						1.2D _n + 1.6L _n		1.25D _n + 1.5L _n	
						D _n /L _n	D _n /L _n	D _n /L _n	D _n /L _n
NBR 14762 (2010)	N	P _m	V _P	fdp		1/5	1/3	1/5	1/3
MLE	323	1.04	0.16	LN	β_{FORM}	2.53	2.56	2.37	2.42
					β_{SMC}	2.51	2.54	2.37	2.42
MSE	243	1.06	0.16	LN	β_{FORM}	2.59	2.62	2.43	2.48
					β_{SMC}	2.58	2.61	2.42	2.47
MRD	323	1.06	0.15	LN	β_{FORM}	2,63	2.67	2.48	2.53
					β_{SMC}	2,62	2.66	2.47	2.52

Os índices de confiabilidade β obtidos são superiores ao alvo de 2.5 na maioria dos casos analisados. Os resultados obtidos para a combinação de ações 1.2D_n + 1.6L_n, denotam certo conservadorismo da norma americana AISI (2007). Os índices de confiabilidade obtidos para o MRD com a combinação 1.2D_n + 1.6L_n e, sugerem que o coeficiente de ponderação da resistência (γ) poderia ser da ordem de 1.10, ou seja, $\phi \cong 0.90$ no formato da norma americana.

Os índices de confiabilidade β inferiores ao alvo de 2.5 para o método MLE e a combinação 1.25D_n + 1.5L_n, sugerem que a o coeficiente de ponderação (γ) poderia ser da aproximadamente 1.25, ou seja, superior ao valor especificado pela NBR 14762 (2010) ($\gamma = 1.20$) para resistência à compressão.

A Tabela 5 apresenta os resultados das medidas de sensibilidade, através do Fator de Importância (I) das variáveis aleatórias para as duas combinações de ações deste trabalho. A Fig. 5 apresenta os resultados graficamente para análise com base no método de dimensionamento MRD. Observa-se que dentre as variáveis associadas à resistência, a

variável P (coeficiente profissional) apresentam Fatores de Importância superiores. Esse fato demonstra que a escolha e a organização dos conjuntos experimentais, devem ser realizadas de forma criteriosa. Os Fatores de Importância da variável L (ação variável), são elevados por influência de sua medida de dispersão.

Tabela 5. Fatores de Importância (I) das variáveis aleatórias M , F , P , D e L

Métodos de dimensionamento		Fator de Importância (%)									
		$1,2D_n + 1,6L_n$					$1,25D_n + 1,5L_n$				
		M	F	P	D	L	M	F	P	D	L
MLE	$D_n/L_n = 1/5$	9.66	2.42	24.53	0.13	63.27	9.81	2.46	24.92	0.14	62.67
	$D_n/L_n = 1/3$	10.63	2.67	27.00	0.34	59.37	10.80	2.71	27.43	0.36	58.70
MSE	$D_n/L_n = 1/5$	9.60	2.41	24.39	0.12	63.47	9.75	2.45	24.77	0.13	62.91
	$D_n/L_n = 1/3$	10.56	2.65	26.82	0.33	59.65	10.72	2.69	27.23	0.35	59.01
MRD	$D_n/L_n = 1/5$	9.82	2.46	21.95	0.12	65.65	9.94	2.50	22.28	0.13	65.12
	$D_n/L_n = 1/3$	10.80	2.71	24.15	0.32	62.02	10.97	2.75	24.53	0.35	61.41

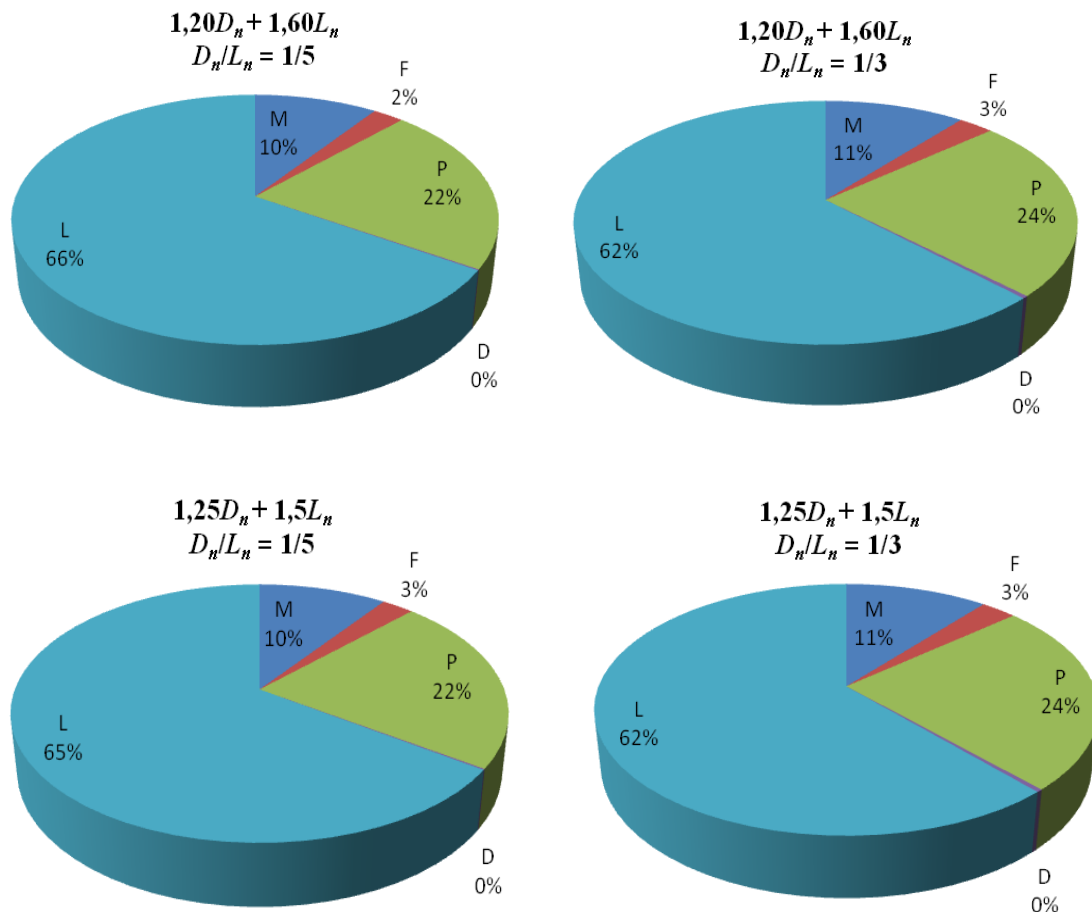


Figura 5. Fatores de Importância (I) obtidos com base no MRD

8 CONCLUSÕES

Foram mostrados neste trabalho os procedimentos de análise de confiabilidade aplicados em perfis formados a frio submetidos à compressão. Um total de 323 resultados de ensaios experimentais foi utilizado na obtenção das estatísticas do coeficiente profissional (erro do modelo). Os critérios de dimensionamentos foram obtidos da norma ABNT NBR 14762 (2010). A partir dos resultados obtidos dos índices de confiabilidade, conclui-se o seguinte:

- Para a combinação de ações $1.2D_n + 1.6L_n$ da norma americana AISI (2007), observa-se que os índices de confiabilidade são superiores ao alvo de 2.5 em todas as análises, como era esperado. Os métodos MSE e MRD, que se baseiam em análise geral de estabilidade elástica, são caracterizados pela precisão nos resultados de dimensionamento de barras em perfis formados a frio. Os resultados dos índices de confiabilidade para o MSE e MRD, sendo superiores ao MLE, denotam certo conservadorismo da norma americana. Cabe ressaltar que a norma americana foi calibrada para o MLE, utilizando o método de confiabilidade FOSM (*First Order Second Moment*), simplificado e de menor precisão.

- Para a combinação de ações $1.25D_n + 1.5L_n$, os índices de confiabilidade obtidos são superiores ao alvo de 2.5 na maioria dos casos analisados. Verifica-se que os métodos MSE e MRD estão adequados, principalmente para a relação $D_n/L_n = 1/3$.

Sugere-se a utilização dos métodos apresentados, para a calibração da norma brasileira de perfis formados a frio.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq e à FAPEMIG pelo financiamento deste trabalho.

REFERÊNCIAS

- ABNT NBR 14762, 2010. *Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio*. Associação Brasileira de Normas Técnicas. Rio de Janeiro.
- AISI S100, 2007. North American specification for the design of cold-formed steel members. American Iron and Steel Institute. Washington, D. C.
- AISI, 1991. *LRFD. Cold-Formed Steel Design Manual*. American Iron and Steel Institute, Washington, D. C.
- AS/NZS 4600:2005. *Cold formed steel structures*. Australian/New Zealand Standard.
- Brandão, A. L. R., 2012. Calibração do coeficiente de ponderação da resistência em barras e ligações de perfis formados a frio. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Ouro Preto.
- Batista, E.M., 1989. *Étude de la stabilité des profils parois minces et section ouverte de types U et C*. Collection des publications de la Faculté des Sciences Appliquées es no. 119, University of Liege.
- Batista, E.M., 2009. Local-global buckling interaction procedures for the design of cold-formed columns: effective width and direct method integrated approach. *Thin-Walled Structures*; 47(11):1218–31.

- Batista, E. M., 2010. Effective section method: A general direct method for the design of steel cold-formed members under local-global buckling interaction. *Thin-Walled Structures*; v.48, Issue 4-5, p. 345-356.
- Chodraui, G. M. B., 2006. *Análise teórica e experimental de perfis de aço formados a frio submetidos à compressão*. São Carlos. Tese de doutorado – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- Cornell, A. C., 1969. A probability based structural code. *ACI Journal*, vol. 66, 12, 974-985.
- Dat, D. T., 1980. The strength of cold-formed steel columns. Cornell University, Department of Structural Engineering Report No. 80-4, Ithaca, NY.
- Desmond, T. P., Pekoz, T., and Winter, G., 1981. *Edge stiffeners for thin-walled members*. ASCE Journal of Structural Division, 107(2), 329-353.
- Ditlevsen, O. e Madsen, H.O., 1996. *Structural Reliability Methods*. Wiley, New York.
- EN 1993-1-3. Eurocode 3, 2006. Design of steel structures - Part 1-3: General rules - supplementary rules for cold-formed members and sheeting.
- Freitas, M. R. S., 1998. Combinação de modelos probabilísticos e possibilísticos para a análise de confiabilidade estrutural. Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio de Janeiro (COPPE).
- Freitas, M. R. S; Brandão, A. L. R., Alves, A. R., 2013a. Calibração do coeficiente de ponderação da resistência em ligações soldadas de perfis formados a frio. *XXXIV Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering (CILAMCE)*. Pirenópolis - GO.
- Freitas, M. R. S; Brandão, A. L. R., Freitas, A. M. S., 2013b. Resistance factor calibration for cold-formed steel compression members. *REM - Revista Escola de Minas*, Ouro Preto, v.66(2), 233-238.
- Galambos, T.V., Ellingwood, B., MacGregor, J.G., Cornell, C.A., 1982. Probability-based load criteria: assessment of current design practice. *Journal of the Structural Division*, Vol. 108, n. ST5, pp. 959-977.
- Hasofer, A. M. e Lind, N. C., 1974. An exact and invariant First-order Reliability Format. *Journal of Engineering Mechanics Division*, 100 (1), 111-121.
- Hsiao, L.E., 1989. *Reliability Based Criteria for Cold-Formed Steel Members*. Ph.D. Thesis, University of Missouri-Rolla.
- Loughlan, J., 1979. Mode interaction in lipped channel columns under concentric or eccentric loading. Ph.D. Thesis, University of Strathclyde, Glasgow.
- Melchers, R. E., 1999. *Structural Reliability Analysis and Prediction*. John Wiley & Sons, Australia, 437p.
- Miller, T. H., and Peköz, T., 1994. Unstiffened strip approach for perforated wall studs. *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol.120, N°2, p.410-421.
- Moldovan, A., 1994. Compression tests on cold-formed steel columns with monosymmetrical section. *Thin-Walled Structures*, v.20, p.241-252.
- Mulligan, G. P., 1983. The influence of local buckling on the structural behavior of singly-symmetric cold- formed steel columns. Ph.D. Thesis, Cornell University, Ithaca, NY.

Pu, Y., Godley, M. H. R., Beale, R. G., and Lau, H. H., 1999. Prediction of ultimate capacity of perforated lipped channels. *ASCE Journal of Structural Engineering*, v.125, n.5, p.510-514.

Rackwitz, R. e Fiessler, B., 1978. Structural Reliability Under Combined Random Load Sequences. *Computers and Structures*, Vol. 9, No. 5, pp.489-494.

Rang, T. N., Galambos, T. V., and Yu, W. W., 1979a. Load and Resistance Factor Design of Cold-Formed Steel: Study of Design Formats and Safety Index Combined with Calibration of the AISI Formulas for Cold Work and Effective Design Width. First Progress Report, University of Missouri-Rolla.

Rang, T. N., Galambos, T. V., and Yu, W. W., 1979b. Load and Resistance Factor Design of Cold-Formed Steel: Statistical Analysis of Mechanical Properties and Thickness of Materials Combined with Calibration of the AISI Design Provisions on Unstiffened Elements and Connections. Second Progress Report, University of Missouri-Rolla.

Ravindra, M. K. e Galambos, T. V., 1978. Load and resistance factor design for steel. *Journal of the Structural Division*, 104, ST9, 1337-1353.

Schafer, B. W., 2000. *Distortional buckling of cold-formed steel columns*. American Iron and Steel Institute, Washington, D.C.

Schafer, B. W., 2008. Review: the direct strength method of cold-formed steel member design. *Journal of Constructional Steel Research*; v.4, p.766-778.

Sivakumaran, K. S., 1987. Load capacity of uniformly compressed cold-formed steel section with punched web. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 14, 550-558.

Thomasson, P. O., 1978. *Thin-walled C-shaped panels in axial compression*. Swedish Council for Building Research. Document D1.

Young, B., e Hancock, G. J., 2003. Compression tests of channels with inclined simple edge stiffeners. *ASCE Journal of Structural Engineering*, v.129, n.10, p.1403-1411.

Young, B., e Rasmussen, K. J. R., 1998a. Design of lipped channel columns. *ASCE Journal of structural engineering*, v.124, n.2, p.140-148.

Young, B., e Rasmussen, K. J. R., 1998b. Tests of fixed-ended plain channel columns. *ASCE Journal of Structural Engineering*, v.124, n.2, p.131-139.