



CONSTRUCTAL DESIGN DE CANAIS COM SECÇÃO TRANSVERSAL EM FORMA DE “T” EM ESCOAMENTOS LAMINARES COM CONVECÇÃO FORÇADA

Martim dos Santos Pereira

Gabriel Moraes Barros

Maicon Almeida de Souza

Rafael Penna Rey Lempek

School of Engineering, Universidade Federal do Rio Grande, Av. Itália, km 8, Carreiros, 96203-900 – Rio Grande, RS, Brazil.

martimpereyra@gmail.com

gabrielmoraesbarros@gmail.com

maiconalmeida.eng@gmail.com

rafaellempek@gmail.com

Luiz Alberto Oliveira Rocha

Department of Mechanical Engineering, Federal University of Rio Grande do Sul, Rua Sarmiento Leite, 425, 90050-170 - Porto Alegre, RS, Brazil

luizrocha@mecanica.ufrgs.br

Liércio André Isoldi

Elizaldo Domingues dos Santos

School of Engineering, Universidade Federal do Rio Grande, Av. Itália, km 8, Carreiros, 96203-900 – Rio Grande, RS, Brazil.

liercioisoldi@furg.br

elizaldosantos@furg.br

Resumo. No presente trabalho é avaliada numericamente a influência da geometria de canais com secção transversal em forma de T sobre a taxa de transferência de calor entre o escoamento e as superfícies do canal. A geometria do canal em forma de T é variada de acordo com o Constructal Design. A área da secção transversal do canal é mantida constante e a sua geometria é submetida a três graus de liberdade: H_1/L_0 (razão entre a altura do ramo

secundário e a largura do ramo principal), H_0/L_1 (razão entre a altura do ramo principal e a largura do ramo secundário) e H_0/L_0 (razão entre a altura do ramo principal e a largura do ramo principal). O principal objetivo é maximizar a taxa de transferência de calor por convecção forçada entre o escoamento que está a uma temperatura inferior a da superfície do canal. Para todos os casos é considerado um escoamento laminar, incompressível, permanente, com transferência de calor por convecção forçada a $Re_L = 100$ e $Pr = 0.71$, onde L representa a raiz da área da secção transversal em forma de T. As equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia são resolvidas com o Método de Volumes Finitos (MVF). A melhor geometria conduziu a um desempenho 22,5% superior do que a pior geometria avaliada. Também foi observado que a razão H_0/L_1 possui uma maior sensibilidade nas taxas de transferência de calor, enquanto que a razão H_1/L_0 foi quase insensível para os casos estudados.

Palavras-chaves: Constructal Design, Convecção Forçada, Canais em forma de T, Estudo Numérico.

1 INTRODUÇÃO

Com o desenvolvimento significativo da indústria moderna, da ciência e tecnologia em sistemas de dimensões cada vez menores, a avaliação geométrica em problemas de transferência de calor tem tornado-se cada vez mais importante. A pesquisa e aplicação das técnicas de avaliação geométrica em transferência de calor possuem vasta aplicação, desde os campos tradicionais da indústria, como em trocadores de calor e dispositivos de geração de energia convencionais, como para os novos campos da indústria, tais como a tecnologia eletrônica, espacial e biologia, onde condições extraordinárias como densidade de fluxo de calor elevada e micro-escala são encontrados (Xie et al., 2010).

Em uma era de rápidos avanços no desenvolvimento de novos micro-chips de alto desempenho e miniaturização eletrônica, a tendência é a instalação de um maior número de dispositivos geradores de calor para um determinado espaço. A capacidade de remover o calor a partir destes dispositivos tornou-se um desafio importante na concepção destes componentes (Dirker et al., 2005). Este desafio levou ao desenvolvimento de meios não convencionais de design para estruturas de fluxo de calor e escoamentos de fluidos refrigerantes. Neste sentido o método Constructal Design tem sido empregado recentemente no sentido de buscar recomendações teóricas para qualquer sistema de fluxo. O Constructal Design busca a direção geral da evolução do “design” do sistema de fluxo sujeita a restrições globais (volume total, materiais imobilizados, etc), com o objetivo de maximizar o seu desempenho global (Bello-Ochende et al., 2007).

O Constructal Design é um método de avaliação geométrica baseado no princípio de restrições e objetivos e em um princípio físico de maximização do acesso ao fluxo. Esse princípio é denominado de Lei Constructal definida por Bejan (2000): “Para um sistema de tamanho finito persistir no tempo (sobreviver), o mesmo precisa evoluir sua forma e estrutura para providenciar um melhor acesso às correntes que fluem através dele”. Em Bejan e Lorente, (2008), são apresentadas diversas aplicações da Lei Constructal para avaliação geométrica em problemas de transferência de calor.

Neste contexto, diversos estudos com Constructal Design foram feitos sobre a otimização do desempenho térmico de aletas. Bejan e Almogbel (2000) estudaram analiticamente aletas em forma de T utilizando a maximização da condutividade térmica global do sistema como objetivo global. Lorenzini e Rocha (2006) fizeram uma otimização bidimensional de uma aleta em forma de y, utilizando o método dos elementos finitos (MEF) e descobriram que o desempenho térmico da aleta em forma de Y é maior que a de forma em T. Depois, em Lorenzini e Rocha (2009), construíram uma aleta em forma de T-Y, colocado uma cavidade entre os ramos em forma de T e avaliaram que o formato de T-Y tem um desempenho superior ao de Y.

Outro assunto que já foi tema de diversos estudos são as aletas-invertidas ou cavidades. Melhorar o design destas estruturas é tão importante quanto das aletas para otimização do desempenho térmico dos sistemas sujeitos a fluxo de calor. Estudos feitos em cavidades em forma de “I” (retangular), “T” e “H” inseridas em um sólido retangular com geração interna de energia foram realizados (Biserni et al., 2004; Biserni et al., 2007). Lorenzini e Rocha (2009) fizeram um estudo de otimização geométrica de uma cavidade em forma de T-Y, utilizando a minimização da diferença de temperatura máxima do sistema como objetivo global. Xie et al. (2010) aplicaram Constructal Design para avaliação de aletas em forma de duplo-Y, tendo a minimização da resistência térmica como objetivo. Foi observado neste estudo que a resistência diminuiu consideravelmente em relação ao formato de Y, provando

que um maior número de graus de liberdade (maior complexidade) tende a melhorar o desempenho do sistema. Em todos os estudos acima mencionados, a equação da energia foi resolvida para o domínio sólido e a convecção foi tratada como uma condição de contorno.

No presente trabalho é avaliada numericamente a influência da geometria de canais com secção transversal em forma de T sobre a taxa de transferência de calor entre o escoamento e as superfícies do canal, utilizando o método Constructal Design. A área da secção transversal do canal é mantida constante para todas as simulações, e são feitas diversas variações com três graus de liberdade: H_1/L_0 (razão entre a altura do ramo secundário e a largura do ramo principal), H_0/L_1 (razão entre a altura do ramo principal e a largura do ramo secundário) e H_0/L_0 (razão entre a altura do ramo principal e a largura do ramo principal). O canal está submetido a um escoamento laminar, permanente e com convecção forçada. O principal objetivo é determinar o arranjo ótimo que maximiza a taxa de transferência de calor entre o escoamento que está a uma temperatura inferior à temperatura da superfície do canal. Para isso são feitas diversas simulações, todas com $Re_L = 100$ e $Pr = 0,71$, onde L representa a raiz quadrada da área da secção transversal do canal em forma de T. As equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia são resolvidas com o Método de Volumes Finitos (MVF) (Versteeg e Malalasekera, 2007; Patankar, 1980), mais precisamente empregando o código de dinâmica dos fluidos computacional FLUENT® (FLUENT, 2010).

2 MODELAGEM NUMÉRICA E MATEMÁTICA

A modelagem dos escoamentos tridimensionais, incompressíveis, laminares, por convecção forçada no regime permanente é baseada na solução das equações de conservação em conjunto com as condições de contorno e iniciais do problema. As equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia são dados, respectivamente, por (Bejan, 2004):

$$\frac{\partial v_j}{\partial x_j} = 0 \quad (j = 1, 2 \text{ e } 3) \text{ em } t \times \Omega \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (v_i v_j) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_j} \delta_{ij} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \nu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \right\} = 0 \quad (j = 1, 2 \text{ e } 3) \text{ em } t \times \Omega \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (v_j T) - \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \alpha \frac{\partial T}{\partial x_j} \right\} - q''' = 0 \quad (j = 1, 2 \text{ e } 3) \text{ em } t \times \Omega \quad (3)$$

onde ρ é a massa específica do fluido (kg/m^3); ν é a viscosidade cinemática do fluido (m^2/s); α é a difusividade térmica (m^2/s); v_i é a velocidade do fluido na direção i , $i = 1, 2 \text{ e } 3$ (m/s); x_i corresponde a coordenada espacial na direção i , $i = 1, 2 \text{ e } 3$ (m); P é a pressão (N/m^2); T é a temperatura (K); δ_{ij} é o operador delta de Kronecker; g_i é a aceleração da gravidade na direção i ; Ω é o domínio espacial (m); t representa o domínio de tempo (s), e q''' é o termo fonte de energia, que para os casos simulados no presente trabalho é nulo (W/m^3).

As Eqs. (1) – (3) são resolvidas através de um software comercial de dinâmica dos fluidos computacional (CFD – do inglês: *Computational Fluid Dynamics*) que é baseado no método de volumes finitos (MVF) (Versteeg e Malalasekera, 2007; Patankar, 1980). Em todas as simulações foram empregados volumes finitos retangulares, com uma malha de 690,000 volumes conforme teste de independência de malha presente em (Souza e Lempek, 2014). O solver é baseado na pressão, o acoplamento pressão-velocidade é realizado com o uso do algoritmo SIMPLE e para o tratamento dos termos advectivos emprega-se o esquema de interpolação Upwind de segunda ordem para as equações de conservação de quantidade de movimento e energia. Além disso, os cálculos foram considerados convergidos quando os resíduos para as equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia entre duas iterações consecutivas foram menores do que 10^{-6} , 10^{-6} e 10^{-8} , respectivamente. Maiores detalhes relacionados com o MVF podem ser encontrados em (Versteeg e Malalasekera, 2007; Patankar, 1980).

As simulações numéricas foram realizadas usando um computador com um processador quad-core Intel com 3,6 GHz e 8GB de memória RAM. O tempo de processamento para cada simulação foi de aproximadamente $14,4 \times 10^3$ s.

3 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

O problema analisado consiste de um escoamento laminar, no regime permanente, com transferência de calor por convecção forçada em um canal com seção transversal em forma de “T”, conforme ilustrado na Fig. 1. O escoamento é causado pela imposição de um perfil de velocidades ($V_\infty = 0,00292\text{m/s}$) constante na entrada do canal. Este escoamento possui uma temperatura prescrita ($T_\infty = 300\text{K}$) inferior a temperatura das paredes do canal ($T_s = 320\text{K}$). Assim, a transferência de calor por convecção forçada ocorre devido à diferença de temperatura acima citada. Com relação às demais condições de contorno, as superfícies do canal possuem condição de não-deslizamento e impermeabilidade ($V_1 = V_2 = V_3 = 0$ m/s). Na saída do canal, é imposta uma condição de fluxo de calor nulo e pressão atmosférica ($101,325 \times 10^3$ Pa). Ainda pode ser visto na “Fig. 1” as dimensões do canal, onde os comprimentos com sub-índice “0” referem-se ao ramo simples do canal e o sub-índice “1” refere ao ramo bifurcado.

Para a avaliação geométrica do problema é empregado o método Constructal Design (Bejan, 2000; Bejan e Lorente, 2008). Constructal Design é um método baseado no princípio de objetivos e restrições (locais e globais) sendo o método usado para aplicação da Lei Constructal. Para o problema analisado, foram definidas como restrições geométricas do problema: 1) a área total do volume de controle, tem de ser a mesma para todos os casos estudados ($A_T = L_0.H_0 + L_1.H_1$), 2) a área total onde o sólido está inserido, é a mesma para todos os casos estudados ($H = 1\text{cm}$ e $L = 1\text{cm}$ para todos os casos) e 3) a restrição física de que os ramos estudados não podem ser maiores que o volume em que estão inseridos ($H_0 + H_1 \leq H$ e $L_0 + L_1 \leq L$).

Os três graus de liberdade do problema são as razões: H_1/L_0 (razão entre as espessuras do ramo bifurcado e simples), H_0/L_1 (razão entre os comprimentos dos ramos simples e bifurcado) e H_0/L_0 (razão entre o comprimento e a espessura do ramo simples). Estas concedem à seção transversal do duto a liberdade para assumir quaisquer relações de proporção geométrica dentro da restrição de área total constante. Como pode ser observado na Fig. 2.

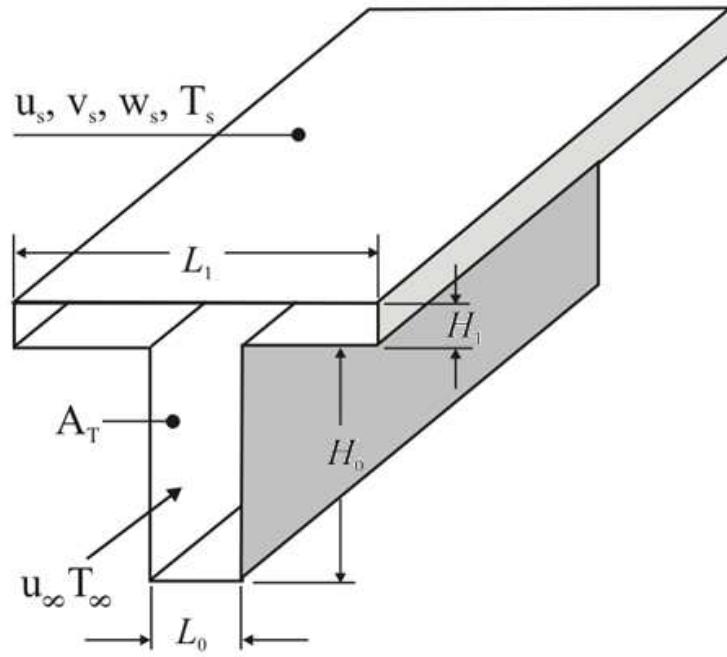


Figura 1. Parâmetros geométricos da seção transversal e caracterização do escoamento.

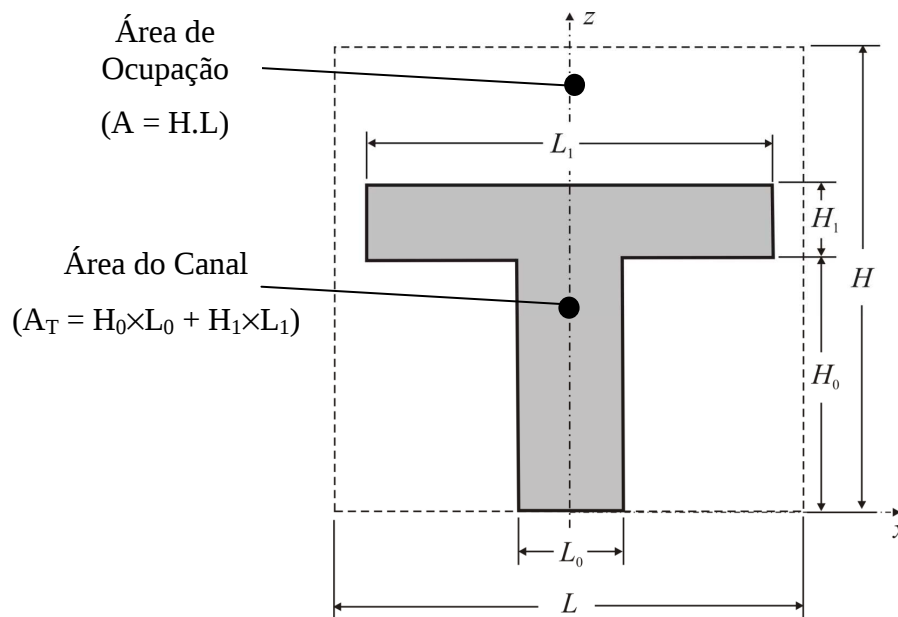


Figura 2. Ilustração da seção transversal do canal em “T” dentro da área de ocupação e suas dimensões.

O processo de otimização é dividido em 3 etapas, conforme ilustra a Fig. 3. No primeiro passo, a geometria é otimizada pela variação do grau de liberdade H_0/L_0 mantendo-se fixo o parâmetro H_1/L_0 e H_0/L_1 . A geometria que conduzir ao maior valor de taxa de troca térmica (q_m) será uma vez otimizada ($(H_0/L_0)_o$). A seguir são fixados os valores de H_0/L_0 e H_1/L_0 e são analisados os valores para a variação de H_0/L_1 , gerando $(H_0/L_1)_o$ (uma vez otimizada) e $(H_0/L_0)_{oo}$ (duas vezes otimizada). Por fim são mantidos constantes H_0/L_0 e H_0/L_1 variando

H_1/L_0 , no qual o ponto que gerar a maior taxa de transferência térmica será $(H_1/L_0)_o$ (uma vez otimizada), $(H_0/L_1)_{oo}$ (duas vezes otimizada) e $(H_0/L_0)_{ooo}$ (três vezes otimizada).

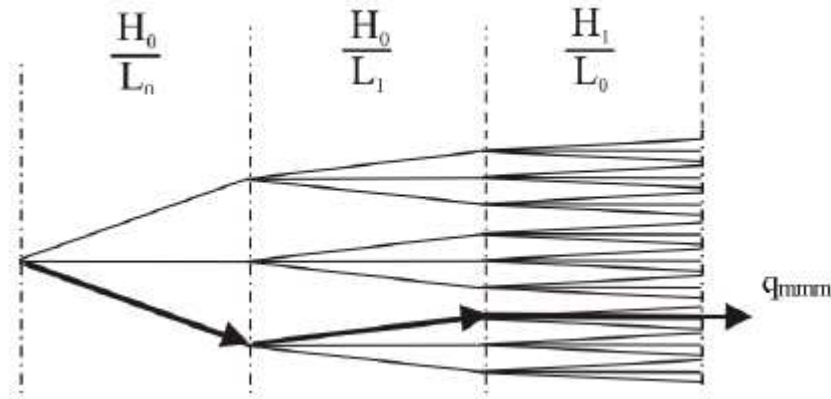


Figura 3. Diagrama ilustrando o processo de avaliação da geometria do canal com 3 graus de liberdade.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A Figura 4 mostra o efeito da razão H_1/L_0 sobre a taxa de transferência de calor entre as superfícies do canal em forma de T e o escoamento interno para diferentes razões de H_0/L_1 quando $H_0/L_0 = 2.0$ (Fig. 4(a)) e $H_0/L_0 = 3.0$ (Fig. 4(b)). Conforme mencionado anteriormente, em todos os casos simulados os parâmetros do escoamento foram mantidos constantes $Re_L = 100$ e $Pr = 0,71$.

É possível observar que para ambas as razões de H_0/L_0 supracitadas, nas curvas H_0/L_1 estudadas em todo range de H_1/L_0 o comportamento da taxa de transferência de calor (q) em função da razão H_1/L_0 foi bastante semelhante para as diferentes razões de H_0/L_1 investigadas. Para a razão $H_0/L_0 = 2,0$ é possível observar que a máxima taxa (q_m) foi obtida para razões intermediárias de H_1/L_0 . Além disso, também são observados pontos de ótimo local para as maiores magnitudes de H_1/L_0 . Para $H_0/L_0 = 3,0$, as curvas com razões $H_0/L_1 = 1,0$ e $2,0$ não tiveram esse mesmo comportamento, embora a geometria ótima seja obtida para razões intermediárias de H_1/L_0 , não há uma razão ótima local para as maiores razões de H_1/L_0 . Os resultados ainda mostram que não há uma razão ótima universal de H_1/L_0 que conduz ao melhor desempenho para os diferentes valores de H_0/L_1 e H_0/L_0 estudados.

Com o intuito de complementar a análise apresentada, a Fig. 5 ilustra o efeito da razão H_1/L_0 sobre a taxa de transferência de calor entre as superfícies do canal em forma de T para diferentes razões de H_0/L_1 quando o grau de liberdade $H_0/L_0 = 1,0$. O gráfico ilustra que para a razão $H_0/L_1 = 0,2$, o efeito de H_1/L_0 sobre a taxa de transferência de calor foi semelhante ao observado na maioria dos casos apresentados na Fig. 4. Para a razão $H_0/L_1 = 0,5$, a geometria ótima passou a ser obtida para as maiores razões de H_1/L_0 , com uma geometria ótima local na razão intermediária $H_1/L_0 = 0,7$. Com o aumento da razão H_0/L_1 para $H_0/L_1 = 0,8$, a taxa de transferência de calor sofreu um constante incremento com o aumento da razão H_1/L_0 . Os resultados mostram de uma forma geral que, para diferentes razões de H_0/L_1 e H_0/L_0 o efeito

de uma razão geométrica, neste caso H_1/L_0 , sobre a taxa de transferência de calor pode ser alterada, ou seja, não há um comportamento característico da razão geométrica H_1/L_0 sobre q .

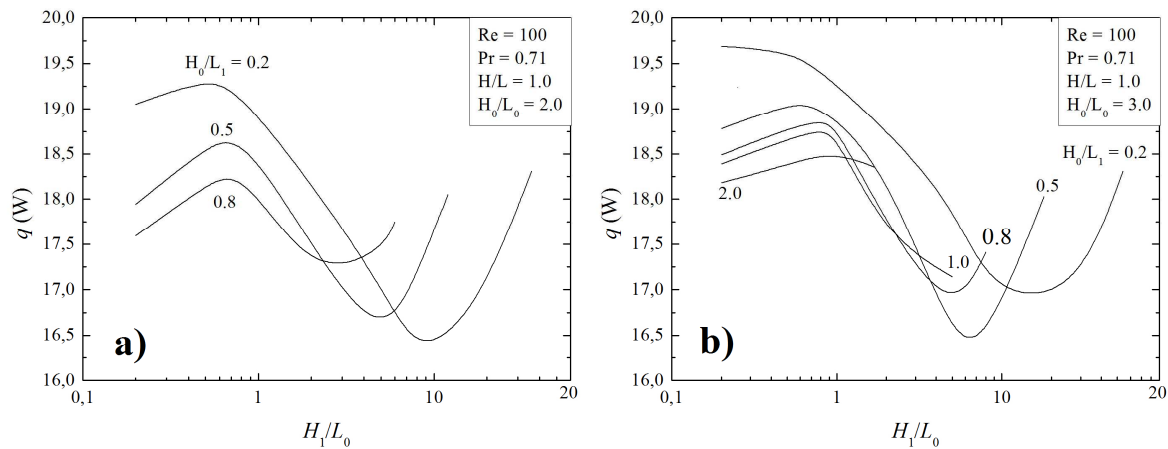


Figura 4. Efeito da razão H_1/L_0 sobre a taxa de transferência de calor entre o canal em T e o escoamento para diferentes razões de H_0/L_1 para razões fixas de H_0/L_0 : a) $H_0/L_0 = 2,0$; b) $H_0/L_0 = 3,0$.

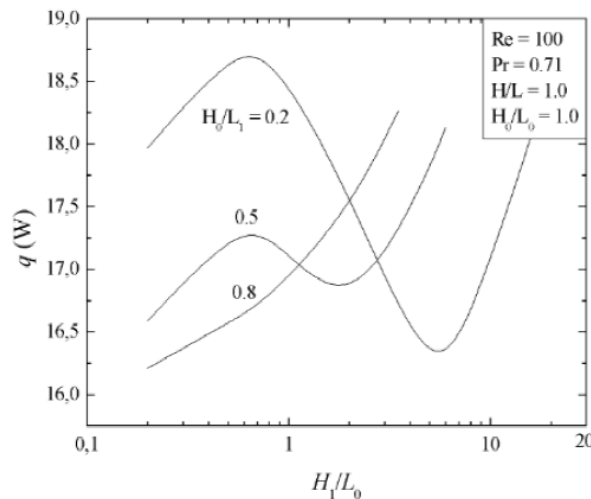


Figura 5. Efeito da razão H_1/L_0 sobre a taxa de transferência de calor entre o canal em T e o escoamento para $H_0/L_0 = 1,0$.

A Figura 6 mostra o efeito da razão H_0/L_1 sobre a taxa de transferência de calor q_m (uma vez maximizada) entre as superfícies do canal em forma de T e o escoamento interno para diferentes razões de H_0/L_0 estudadas. Pode-se constatar que a razão H_0/L_1 tem uma grande influência sobre a taxa q_m , para todos os valores estudados da razão H_0/L_0 . O comportamento da razão $H_0/L_0 = 1,0$ é diferente das razões 2,0 e 3,0, no que diz respeito ao fato de aparecer um mínimo intermediário na razão $H_0/L_1 = 0,5$.

A Figura 7 mostra o efeito da razão H_0/L_1 sobre a razão $(H_1/L_0)_o$ (uma vez otimizada) para diferentes razões de H_0/L_0 estudadas. Pode-se notar que o efeito da razão H_0/L_1 sobre é quase o mesmo para os valores de $H_0/L_0 = 2,0$ e $3,0$, porém bem diferentes para $H_0/L_0 = 1,0$. Além de apresentar uma grande variação nos valores de $(H_1/L_0)_o$, apresenta também um ponto de máximo intermediário em $H_0/L_1 = 0,5$. De uma forma geral, os resultados mostram

que a variação de uma razão geométrica afeta sensivelmente o efeito de outras razões geométricas, bem como, destas sobre o desempenho térmico do problema analisado.

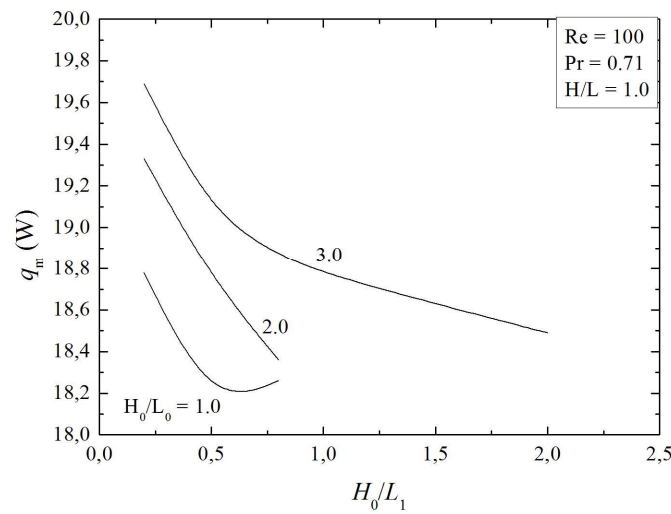


Figura 6. Efeito da razão H_0/L_1 sobre a taxa de transferência de calor q_m (uma vez maximizada) entre o canal em T e o escoamento para diferentes valores de H_0/L_0 .

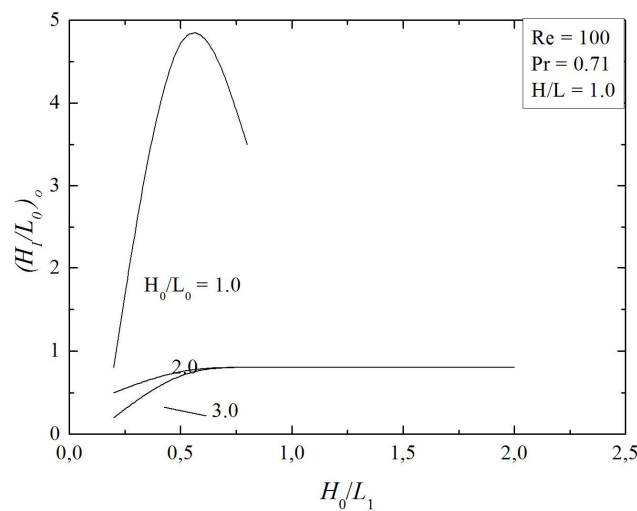


Figura 7. Efeito da razão H_0/L_1 sobre razão $(H_1/L_0)_o$ (uma vez otimizada) para diferentes valores de H_0/L_0 .

Os resultados também permitiram avaliar que a geometria possui grande importância no projeto térmico de problemas de convecção forçada. Por exemplo, o emprego do método Constructal Design permitiu um aumento do desempenho térmico do problema estudado. Para o caso $H_0/L_0 = 1,0$ e $H_0/L_1 = 0,2$ a geometria ótima, $(H_0/L_0)_o = 0,8$, conduziu a um desempenho 22,5% superior ao obtido com o pior desempenho.

5 CONCLUSÕES

No presente trabalho foi realizado um estudo numérico de otimização geométrica de canais em forma de T submetido a escoamentos incompressíveis, no regime laminar com transferência de calor por convecção forçada. Para avaliação geométrica foi empregado o método Constructal Design. Para a resolução das equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia, foi utilizado o método de volumes finitos (MVF). Em todos os casos a área da secção transversal do canal foi mantida constante ($A = 0,25\text{m}^2$), assim como a área do volume de controle onde o canal está inserido ($A = H \times L = 1,0\text{ cm}^2$). São definidos três graus de liberdade adimensionais gerados através das razões das alturas pelas larguras evidenciadas a seguir: altura do ramo principal pela largura do ramo principal (H_0/L_0), altura do ramo principal pela largura do ramo secundário (H_0/L_1) e altura do ramo secundário pela largura do ramo principal (H_1/L_0).

A partir dos resultados obtidos, fica claro que, nos intervalos estudados, a variação da razão H_0/L_0 mostrou pouca sensibilidade no comportamento do efeito da razão H_1/L_0 sobre a taxa de transferência de calor (q). Outro ponto que cabe destacar é que nos casos analisados, a razão ótima para a transferência de calor ocorreu predominantemente para a razão $(H_1/L_0)_o = 0,8$. Apesar disso, os resultados mostraram que não há uma razão ótima universal para os diferentes valores de H_0/L_1 e H_0/L_0 estudados. De uma forma geral, os resultados mostraram a importância da aplicação do Constructal Design e avaliação geométrica para este tipo de problema. Para o caso $H_0/L_0 = 1,0$ e $H_0/L_1 = 0,2$ a geometria ótima, $(H_0/L_0)_o = 0,8$, conduziu a um desempenho 22,5% superior ao obtido com o pior desempenho. Estudos sobre a influência da geometria em canais em forma de T para diferentes números de Reynolds estão em desenvolvimento.

6 AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo suporte financeiro.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Almeida, M. S. & Lempek, R. P., 2014. *Otimização geométrica de canais com secção transversal em forma de T submetidos à convecção forçada*. FURG.
- Bejan A & Almogbel M., 2000. *Constructal T-shaped fins*. Int J Heat Mass Transfer, 43(12-15): 2101–2115
- Bejan A., & Kraus, A., D., 1994. *Convection Heat Transfer*. John Wiley, Durham, USA.
- Bejan A., 2004. *Convection Heat Transfer*, John Wiley, Durham, USA.
- Bejan, A. & Lorente, S., 2008. *Design with Constructal Theory*. Wiley, Hoboken.
- Bejan, A., 2000. *Shape and Structure, from Engineering to Nature*. Cambridge University Press, Cambridge, UK.

- Bello-Ochende, T. & Liebenberg, L. & Malan, A. G. & Bejan, A. & Meyer, J., 2007. *Constructal Conjugate Heat Transfer in three-dimensional cooling channels*. Journal of Enhanced Heat Transfer, 14(4) pp. 279–293.
- Biserni, C. & Rocha, L. A. O. & Stanescu, G., et al., 2007. *Constructal H-shaped cavities according to Bejan's theory*. Int J Heat Mass Transfer, 50(11-12): 2132–2138
- Biserni, C. & Rocha, L. A. O., Bejan, A., 2004. *Inverted fins: geometric optimization of the intrusion into a conducting wall*. Int J Heat Mass Transfer, 47(12-13): 2577–2583
- Dirker, J. & Liu, W. & Van Wyk, D. & Meyer, J. P. & Malan, A. G., 2005. *Embedded Solid State Heat Extraction in Integrated Power Electronic Modules*, IEEE Trans. Power Electron., No. 3 20, pp. 694–703.
- Fluent (version 13.0), 2010. *User Manual*. ANSYS, Inc.
- Lorenzini G. & Rocha L. A. O., 2006. *Constructal design of Y-shaped assembly of fins*. Int J Heat Mass Transfer, 49(23-24): 4552–4557
- Lorenzini, G & Rocha, L. A. O., 2009. *Geometric optimization of T-Y-shaped cavity according to Constructal design*. Int J Heat Mass Transfer, 2009, 52(21-22): 4683–4688
- Lorenzini, G. & Rocha, L. A. O., 2009. *Constructal design of T–Y assembly of fins for an optimized heat removal*. Int J Heat Mass Transfer, 52(5-6): 1458–1463
- Patankar S. V., 1980. *Numerical heat transfer and fluid flow*. McGraw Hill, New York, USA.
- Versteeg, H., K., & Malalasekera W., 2007. *An introduction to computational fluid dynamics – the finite volume method*. Pearson, England.
- Xie, Z. H. & Chen, L. G. & Sun, F. R., 2010. *Constructal optimization of twice Y-shaped assemblies of fins by taking maximum thermal resistance minimization as objective*. Sci China Tech Sci, 53: 2756–2764.