



COUPLED HYDRO-GEOMECHANICAL SIMULATION OF HYDRAULIC FRACTURE PROPAGATION IN UNCONVENTIONAL RESERVOIRS USING A MESH FRAGMENTATION TECHNIQUE.

Marcela Seixas

marcela.seixas@ufpe.br

Leila Beserra

leila.brunet@ufpe.br

Leonardo Guimarães

leonardo@ufpe.br

Universidade Federal de Pernambuco

Recife, PE 50740-530, Brazil.

Osvaldo Manzoli

omanzoli@feb.unesp.br

Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho

Bauru, SP 17033-360, Brazil.

Abstract. *The interest in studies related to the hydraulic fracturing process has increased over the last decade, mainly due to the exploitation of unconventional reservoirs, which is growing and becoming more important to the current energy demand, with the estimation of the existence of large shale reserves spread over several countries. Numerical modeling of such processes is a challenging task because of the complexity of the physics involved, and the structurally complicated geometry of the reservoir. The interaction between rock's mechanical properties, in-situ stresses, and heterogeneities such as natural fractures and weak bedding planes is determinant of the induced fracture geometry. To solve this kind of coupled hydro-mechanical problem, the present paper propose a numerical technique called mesh fragmentation, that uses solid finite elements with high aspect ratio combining with a proper strain softening constitutive model to reproduce the effects of fractures formation process. This methodology, based on the Continuous Strong Discontinuous Approach, consists in introducing these high aspect ratio elements between regular elements of a finite element mesh. Some advantages of this technique are that it can be easily adapted to standard finite elements programs and no tracking algorithms are necessary to follow the evolution of the fracture.*

Keywords: *Hydraulic fracturing, Mesh fragmentation, Solid finite elements with high aspect ratio, Numerical simulation.*

1 INTRODUÇÃO

A técnica de fraturamento hidráulico vem sendo extensivamente usada na exploração de reservatórios não convencionais nos últimos anos e tem sido responsável pela viabilização econômica da exploração de grandes reservas de *shale gas* em todo o mundo. O processo consiste na injeção de um fluido penetrante na formação, sob uma pressão suficientemente alta para causar a ruptura da rocha, iniciando assim uma fratura que se converte em um canal de alta permeabilidade e facilita o escoamento dos hidrocarbonetos.

Os efeitos da estimulação hidráulica para exploração de hidrocarbonetos cada vez mais é alvo de estudos e discussões devido ao grande desenvolvimento econômico decorrente da exploração das reservas que antes eram inacessíveis em contraste ao impacto ambiental que pode ser causado ao se usar a técnica. Analisando a prática do fraturamento hidráulico sob outra perspectiva, as falhas geológicas do maciço podem representar barreiras para o fluxo de óleo e o objetivo pode ser não reativá-las, ou seja, não aplicar uma pressão que transforme a fratura em um canal, evitando que o fluido a percorra e acidentalmente escape para meios onde sua extração seja inviável ou que causem problemas ambientais.

Logo, a compreensão dos mecanismos envolvidos no processo, bem como a busca de métodos que permitam prever a geometria da fratura induzida e também determinar a pressão de injeção de fluidos necessária para que o fraturamento ocorra são fundamentais, tanto para o aumento da produtividade de poços quanto para se evitar possíveis danos ao meio.

A complexidade dos processos físicos envolvidos na técnica de fraturamento hidráulico resulta em um problema acoplado, onde a integração entre propriedades da rocha, estado de tensões *in-situ* e heterogeneidades do maciço determina a geometria e orientação da fratura induzida. A simulação numérica é uma importante ferramenta aliada no estudo deste tipo de problema e é grande o número de trabalhos na literatura que usam a modelagem para reproduzir os efeitos do processo de fraturamento hidráulico.

Dentre os vários métodos numéricos usados na modelagem de problemas como o de fraturamento hidráulico, com acoplamento hidromecânico, o Método dos Elementos Finitos (MEF) é um dos mais versáteis e vem sendo usado ao longo das últimas décadas em estudos que tratam da representação de meios fraturados. Neste trabalho, propõe-se empregar uma metodologia, aqui denominada de Técnica de Fragmentação de Malha, baseada na teoria de Aproximação de Descontinuidades Fortes (ACDF), para modelar numericamente pelo método dos elementos finitos o comportamento de meios fraturados, na qual os efeitos das descontinuidades são representados através de elementos finitos especiais de interface, situados entre os elementos finitos sólidos correspondentes ao material não fraturado.

A principal vantagem da técnica proposta é que a mesma pode ser facilmente adaptada para programas convencionais de elementos finitos, e neste trabalho sua formulação foi implementada em uma ferramenta computacional que resolve os problemas de deformação do meio e fluxo de fluidos em meios porosos simultaneamente pelo método de Newton-Raphson. Além disso, as malhas fragmentadas não necessitam de algoritmos de construção da trajetória de descontinuidade (ou algoritmo de *tracking*) para traçar o caminho de propagação da fratura no meio.

2 APROXIMAÇÃO CONTÍNUA DE DESCONTINUIDADES FORTES

O processo de fraturamento da rocha pode ser simulado através de diferentes aproximações numéricas, que tentam descrever a formação e propagação de descontinuidades em meios originalmente contínuos. Apesar de ser fonte de muitas pesquisas nos últimos anos, o adequado tratamento desse tipo de problema ainda representa um desafio do ponto de vista teórico e numérico, uma vez que requer modelos constitutivos que descrevam apropriadamente os fenômenos dissipativos envolvidos no processo de deterioração do material até a formação da descontinuidade.

Além disso, faz-se necessário um tratamento adequado das aproximações dos campos cinemáticos (campos de deslocamentos e de deformações) para que a discretização e as interpolações comumente usadas pelo método dos elementos finitos sejam capazes de representar a transição entre campos contínuos e descontínuos, que, em geral, exibem singularidades.

Do ponto de vista teórico, pode-se representar o processo de formação da descontinuidade através da Aproximação Contínua de Descontinuidades Fortes (ACDF) (Oliver et al., 1999 e Oliver et al., 2004), que, introduz uma cinemática especial, capaz de representar o processo de degradação do material, passando pela fase de localização de deformações em bandas estreitas (descontinuidade no campo de deformações, ou descontinuidade fraca), associadas à zona de processamento da fratura, até o caso limite de degradação completa, correspondente à formação da descontinuidade no campo de deslocamentos (descontinuidade forte).

Do ponto de vista numérico, a ACDF pode ser introduzida de duas maneiras distintas. A primeira delas corresponde à introdução dos efeitos de uma banda muito estreita de localização de deformações no interior dos elementos finitos existentes. Essa técnica de incorporar descontinuidades em elementos finitos consiste em enriquecer os campos cinemáticos do elemento, de maneira a representar o comportamento não linear do material em uma banda estreita que atravessa o elemento (Manzoli, 1998; Manzoli & Shing, 2005 e Manzoli & Shing, 2006).

Por outro lado, a ACDF também pode ser introduzida através do uso de elementos finitos sólidos com elevada razão de aspecto, ou seja, elementos finitos que apresentam uma dimensão muito menor do que as demais. Pode-se demonstrar que esses elementos finitos sólidos apresentam os campos cinemáticos similares ao da ACDF, podendo ser empregados como elementos de interface que, quando munidos de relações constitutivas adequadas, podem reproduzir os efeitos do processo de fraturamento (Manzoli et al., 2012 e Sánchez et al., 2014).

Diferentemente dos elementos finitos com descontinuidades incorporadas, a geração da malha deve prever o posicionamento desses elementos de interface da região potencial do fraturamento, entre elementos regulares. Apesar disso, essa técnica evita a necessidade de refinamento da malha na região da fratura, já que os elementos de elevada razão de aspecto apresentam uma dimensão compatível com a banda de localização estreita, associada à zona de processo da fratura.

Essa forma de representar o fraturamento através de bandas estreitas faz com a técnica de ACDF seja apropriada para ser estendida, com certa simplicidade, para representar os fenômenos hidromecânicos presentes no processo de fraturamento hidráulico. Isso se deve ao fato de que a ACDF mantém os conceitos de tensões e deformações, da mecânica do

contínuo, também para representar campos cinemáticos descontínuos. Da mesma forma, os campos de pressões e de fluxo do problema hidráulico também podem ser mantidos para descrever os efeitos hidráulicos nas fraturas formadas.

Como descrito em Manzoli et al. (2012) considera-se o elemento finito triangular de três nós, com base b formado pelo segmento entre os nós 2 e 3, e altura h dada pela distância entre o nó 1 e sua projeção na base b (nó 1'), como ilustrado na Fig. 3.

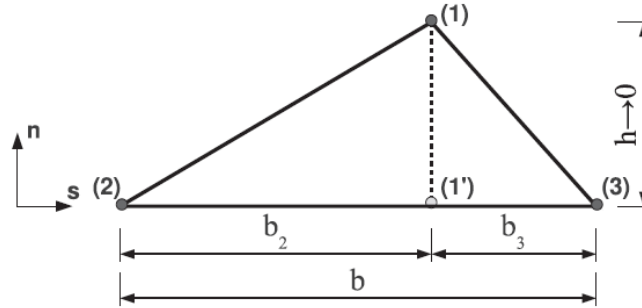


Figura 1. Elemento finito de interface. Fonte: Manzoli et al.(2012).

De acordo com o sistema de coordenadas cartesianas (n,s) , em que o eixo n é ortogonal a base, o tensor de deformações em qualquer ponto do elemento pode ser aproximado por:

$$\varepsilon = \tilde{\varepsilon} + \hat{\varepsilon} \quad (1)$$

$$\tilde{\varepsilon} = \frac{1}{b} \begin{bmatrix} 0 & 1/2(u_n^{(3)} - u_n^{(2)}) & 0 \\ 1/2(u_n^{(3)} - u_n^{(2)}) & (u_s^{(3)} - u_s^{(2)}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

com:

$$\hat{\varepsilon} = \begin{bmatrix} [[u]]_n & 1/2[[u]]_s & 0 \\ 1/2[[u]]_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

onde $u_n^{(i)}$ e $u_s^{(i)}$ são os componentes do deslocamento do nó i de acordo com o sistema (n,s) e $[[u]]_n = u_n^1 - u_n^{1'}$ e $[[u]]_s = u_s^1 - u_s^{1'}$ são os componentes do deslocamento relativo $[[u]]$ entre o nó 1 e o ponto correspondente a sua projeção na base do elemento (1'):

$$\begin{aligned} [[u]]_n &= u_n^1 - u_n^{1'} = u_n^1 - [\alpha u_n^{(3)} + (1-\alpha)u_n^{(2)}] \\ [[u]]_s &= u_s^1 - u_s^{1'} = u_s^1 - [\alpha u_s^{(3)} + (1-\alpha)u_s^{(2)}] \end{aligned} \quad (4)$$

Nas equações acima o deslocamento do ponto projetado 1' foi determinado interpolando-se os dois nós 2 e 3 usando a constante $\alpha = b_2/b$. A parte do tensor de deslocamentos relativos à h que é dada pela equação que define $\hat{\varepsilon}$ pode ser reescrita de forma geral (para qualquer sistema de coordenadas) como:

$$\hat{\varepsilon} = \frac{1}{h} (\mathbf{n} \otimes [[\mathbf{u}]])^s \quad (5)$$

onde $(\bullet)^s$ se refere a parte simétrica de $(\bullet)$, $\mathbf{n}$ é o vetor unitário normal à base do elemento e $\otimes$ denota um produto tensorial. Logo o tensor total de deslocamento se torna:

$$\varepsilon = \underbrace{\tilde{\varepsilon}}_{\varepsilon} + \frac{1}{h} (\mathbf{n} \otimes [[\mathbf{u}]])^s \quad (6)$$

Quando a altura h tende à zero, o componente do tensor de deslocamento $\tilde{\varepsilon}$ permanece delimitado enquanto que o componente $\hat{\varepsilon}$ já não é mais limitado. Portanto, na situação limite de h tendendo a zero, as deformações do elemento são quase que exclusivamente relacionados ao deslocamento relativo $[[\mathbf{u}]]$ entre o nó 1 e sua projeção na base no elemento. Nota-se que na situação limite o nó 1 e sua projeção 1' convergem ao mesmo ponto material e como consequência disso o deslocamento relativo $[[\mathbf{u}]]$ se torna a medida de uma descontinuidade no campo dos deslocamentos (descontinuidade forte).

A estrutura desse campo de deformações apresenta a mesma cinemática da Aproximação Contínua de Descontinuidades Fortes (ACDF) o que indica que as mesmas aplicações da ACDF podem ser tratadas com os elementos finitos de alta razão de aspecto. Para demonstrar este fato, no item seguinte é apresentada a cinemática da ACDF.

Consideramos um sólido com uma superfície de descontinuidade S com o seu domínio Ω dividido em duas partes, Ω^+ e Ω^- como esquematizado na Fig. 2.

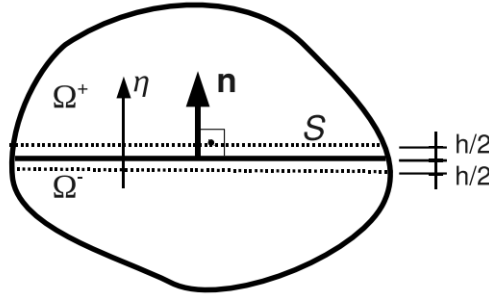


Figura 2. Superfície de descontinuidade forte. Fonte: Manzoli et al. (2012).

O deslocamento total de cada ponto x no domínio Ω pode ser escrito como a soma de um campo regular (contínuo) de deslocamento, $\bar{\mathbf{u}}$, e um campo de deslocamento descontínuo, associado com o deslocamento da descontinuidade $[[\mathbf{u}]]$ ao longo de S :

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} + H_s [[\mathbf{u}]] \quad (7)$$

sendo H_s a função *Heaviside* situada na superfície ($H_s(x) = 1$, se $x \in \Omega^+$ e $H_s(x) = 0$, caso contrário) e $\mathbf{n}$ o vetor unitário normal à S . A Fig. 3(a) ilustra o salto de deslocamento ao longo de S .

O campo de deslocamento do regime de descontinuidades fortes pode ser interpretado como a situação limite do regime de descontinuidades fracas (campo de deformações descontínuo e campo de deslocamentos contínuo).

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} + Z_s(\eta)[[\mathbf{u}]] \quad (8)$$

onde Z_s é uma função rampa unitária definida por:

$$Z_s \begin{cases} 0 & \text{se } \eta < -h/2 \\ 1 & \text{se } \eta > h/2 \\ \xi/h + 1/2 & \text{se } -h/2 \leq \eta \leq h/2 \end{cases} \quad (9)$$

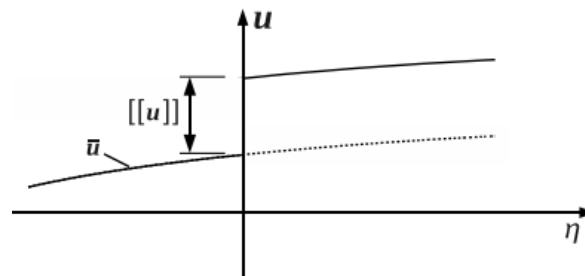
com η sendo a coordenada local do eixo ortogonal a S de tal modo que S corresponde à linha $\eta = 0$ e h neste caso é a largura da faixa de localização da deformação, ilustrada nas Figs. 2 e 3(b).

O campo de deformações correspondente é dado por:

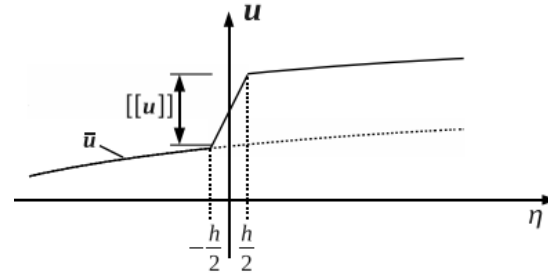
$$\boldsymbol{\varepsilon} = \nabla^s \mathbf{u} = \nabla^s \bar{\mathbf{u}} + \nabla^s [[\mathbf{u}]] Z_s + \frac{\mu_s(\eta)}{h} (\mathbf{n} \otimes [[\mathbf{u}]])^s \quad (10)$$

onde μ_s é a função de regularização na faixa de localização da deformação ($\mu_s(\eta) = 1$, se $-h/2 \leq \eta \leq h/2$ e $\mu_s(\eta) = 0$, caso contrário). Agrupando-se os componentes contínuos como $\boldsymbol{\varepsilon} = \nabla^s \mathbf{u} = \nabla^s \bar{\mathbf{u}} + \nabla^s [[\mathbf{u}]] Z_s$, temos:

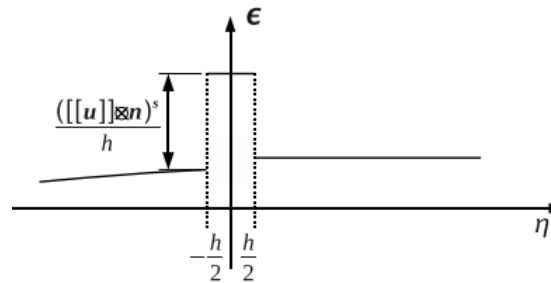
$$\boldsymbol{\varepsilon} = \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} + \frac{\mu_s(\eta)}{h} ([[\mathbf{u}]]) \otimes \mathbf{n}^s \quad (11)$$



(a)



(b)



(c)

Figura 3. Cinemática das discontinuidades: (a) Campo de deslocamentos no regime de discontinuidades fortes; (b) Campo de deslocamentos no regime de discontinuidades fracas; (c) Campo de deformações no regime de discontinuidades fracas. Fonte: Manzoli et al. (2012).

A descontinuidade no campo de deformações pode ser vista na Fig. 3(c). Quando h tende a zero, as deformações do elemento finito triangular se tornam similares às deformações do regime de discontinuidades fortes, nos pontos dentro da faixa de localização. Portanto, de acordo com a aproximação de discontinuidades fortes, o campo de tensões correspondentes pode ser obtido por meios de equações constitutivas contínuas (relacionando tensões e deformações) com abrandamento de tensões (redução das tensões com o aumento das deformações), que prevêem tensões limitadas mesmo para deformações ilimitadas. Essas equações constitutivas podem ser baseadas nas teorias clássicas de dano ou de plasticidade, e devem ser escolhidas de maneira a descrever processos de abertura em tração (modo I), fechamento em compressão e, inclusive, deslizamento relativo (modo II) com dilatação em situações de cisalhamento.

É possível estender esses estudos de maneira a demonstrar que elementos tetraédricos (tridimensionais) com elevada razão de aspecto também são aptos a representar a cinemática da ACDF. Portanto, os efeitos de formação ou reativação de uma fratura podem ser representados por conjuntos de elementos triangulares (em análises bidimensionais) ou tetraédricos (em análise tridimensionais) situados entre elementos sólidos regulares.

3 MALHA FRAGMENTADA

A técnica de fragmentação foi usada de maneira similar por Camacho et al. (1996), López et al. (2007) e Manzoli (2014) para estudar o fraturamento em estruturas de concreto, essa técnica consiste na inserção de elementos finitos especiais de interface entre os elementos regulares de uma malha de elementos finitos, de modo que se reproduza o comportamento da interação entre os diferentes componentes da estrutura.

No presente trabalho, a metodologia de fragmentação descrita por Manzoli et al. (2014), que inicialmente foi desenvolvida para o estudo da propagação de fraturas em estruturas de concreto armado, foi adaptada para a aplicação no estudo de fraturamento em maciços rochosos. O tipo de elemento usado para compor a interface é o triângulo linear com alta razão de aspecto, cuja cinemática é equivalente à cinemática da aproximação de descontinuidades fortes, como descrito anteriormente. A Fig. 4 esquematiza os passos da fragmentação de uma malha convencional de elementos finitos.

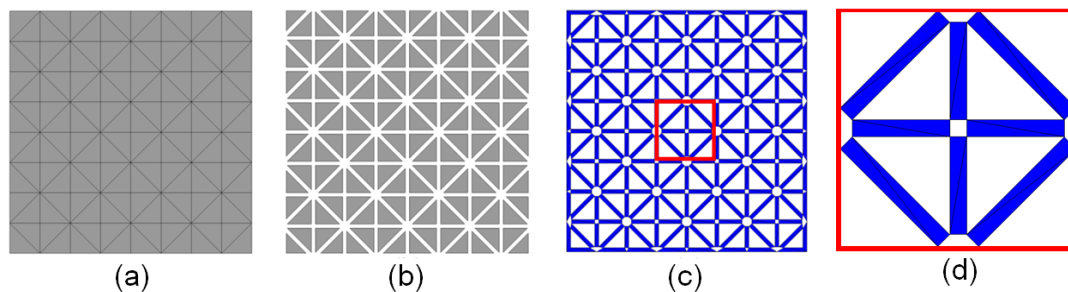


Figura 4. Fragmentação (a) Malha convencional de elementos finitos; (b) Espaçamento entre elementos regulares onde serão inseridos elementos de interface; (c) Inserção dos elementos com alta razão de aspecto (discretização da região de interface); (d) Detalhe da discretização da região de interface.

A menor dimensão dos elementos especiais com elevada razão de aspecto corresponde à espessura da região de interface (h), como mostra a Fig. 5. O fundamento da técnica de fragmentação é usar uma espessura bem pequena, pois, à medida que h diminui e a razão de aspecto aumenta, a cinemática dos elementos de interface se torna similar à cinemática da Aproximação Contínua de Descontinuidades Fortes, sendo a estrutura do campo de deformações do elemento finito triangular (elemento de interface) similar à do regime de descontinuidades fortes nos pontos dentro da banda de localização.

Em resumo, a malha fragmentada é composta de elementos finitos regulares representando o contínuo ou o material não fraturado, e de elementos de interface que representam as descontinuidades ou os caminhos possíveis para a abertura de fraturas no meio.

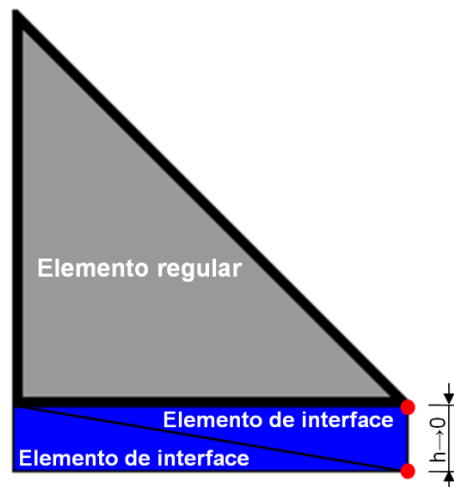


Figura 5. Detalhe do posicionamento dos elementos de interface entre elementos regulares da malha de elemento finitos; espessura da região de interface.

Os elementos regulares têm comportamento assumidamente elástico linear e o comportamento dos elementos da região de interface é regido por um modelo constitutivo inelástico capaz de simular os fenômenos envolvidos no processo de degradação do material até a formação da fratura.

Para a fragmentação das malhas convencionais de elementos finitos, foi criado um programa em ambiente MATLAB capaz de inserir automaticamente pares de elementos triangulares com elevada razão de aspecto entre os elementos de uma malha convencional (bidimensional ou tridimensional) de elementos finitos. Os elementos de interface podem ser inseridos na malha inteira se houver necessidade ou apenas em uma potencial região de fraturamento como na situação ilustrada na Fig. 6, em que a malha é fragmentada apenas na região mais solicitada.

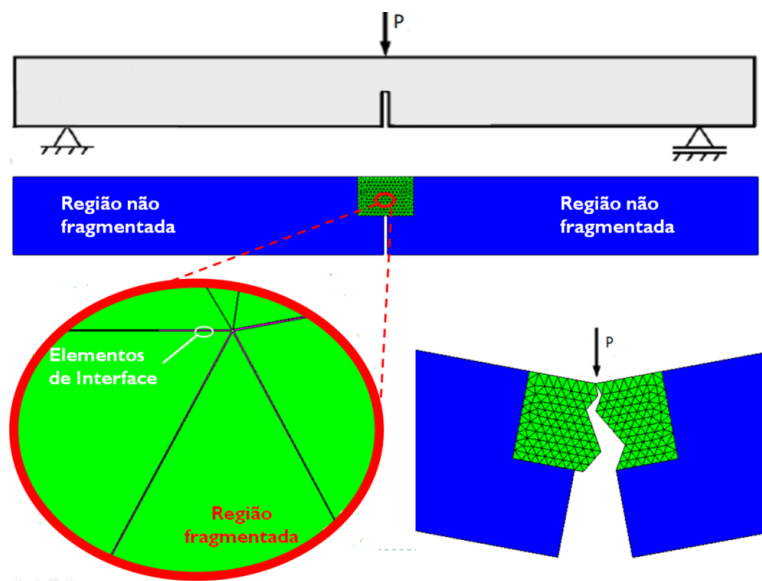


Figura 6. Malha fragmentada com detalhe da região fragmentada.

4 MODELO CONSTITUTIVO MECÂNICO

Modelos constitutivos são formulações matemáticas capazes de descrever o comportamento macroscópico de um meio ideal. Esses modelos resultam da aplicação de hipóteses simplificadoras sobre o comportamento do meio real. Portanto a seleção do modelo constitutivo a ser utilizado deve estar relacionada ao problema que se pretende resolver, uma vez que não seria trivial obter uma formulação única que permita alcançar a solução geral para o comportamento dos materiais (Oller, 2001).

O modelo constitutivo de dano à tração compatível com a Aproximação Contínua de Descontinuidades Fortes (ACDF) será adotado neste trabalho para representar os fenômenos degradativos que precedem a formação de fraturas, na chamada zona de processo de fratura. No modelo de Dano à tração a tensão efetiva de dano é dada por:

$$\bar{\sigma} = \mathbf{C} : \varepsilon \quad (12)$$

Para estabelecer as condições de carga, descarga e recarga, define-se o critério de dano,

$$\phi(\bar{\tau}, r) = \bar{\tau}(\bar{\sigma}) - r \leq 0 \quad (13)$$

onde $\bar{\tau}$ é a tensão equivalente que define o tamanho domínio elástico. A variável r estabelece o limite de dano, controlando a dimensão do domínio elástico no espaço das tensões efetivas. O limite de dano é delimitado pela superfície $\bar{\phi}(\bar{\tau}, r) = 0$. O valor inicial do limite de dano é expresso em termos da resistência à tração do material,

$$r_0 = f_t \quad (14)$$

e a evolução da variável r é dada por:

$$r = \text{Max}[f_t, \bar{\tau}] \quad (15)$$

Define-se a variável de dano em função da variável r do limite de dano,

$$d(r) = 1 - \frac{q(r)}{r} \quad (16)$$

que pode ser expressa utilizando diferentes leis de endurecimento/amolecimento (lei linear ou lei exponencial). Usando $q(r) = q_0 \cdot e^{A\left(1 - \frac{r}{f_t}\right)}$, que estabelece uma lei de abrandamento exponencial, em termos do parâmetro de abrandamento A e sendo $q_0 = r_0$, a Eq (16) é reescrita como:

$$d(r) = 1 - \frac{r_0}{r} e^{A\left(1 - \frac{r}{f_t}\right)} \quad (17)$$

No modelo de dano adotado, o tensor de tensões é projetado na direção normal à superfície da fratura, resultando no vetor de tensões $\bar{T}$ (traction) e a componente normal

deste vetor, $\bar{\sigma}_n$, é utilizada na definição do critério de dano (ou critério de degradação) que pode ser expresso da seguinte forma:

$$\bar{\tau}(\bar{\sigma}) = \bar{\sigma}_n \quad (18)$$

e

$$\phi(\bar{\tau}, r) = \bar{\sigma}_n - r \leq 0 \quad (19)$$

Na técnica de fragmentação a direção normal é definida como sendo à base do elemento de interface com elevada razão de aspecto (Fig. 7). Uma vez alcançado o limite de dano, degrada-se todas as componentes do tensor de tensões efetivas. A Tabela 1 resume as equações constitutivas do modelo de dano à tração.

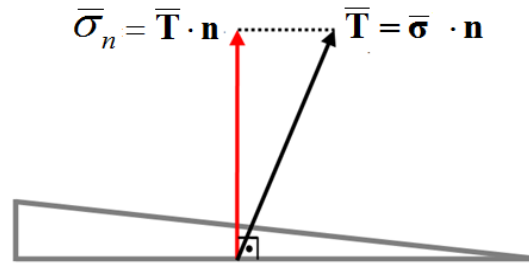


Figura 7. Projeção do vetor de tensões na direção normal (a) elemento com descontinuidade embebida e (b) Elemento de interface.

Tabela 1. Resumo das equações constitutivas do modelo de dano à tração.

Relação Constitutiva	$\sigma = (1 - d)\bar{\sigma}$, se $\bar{\sigma}_n > 0$ $\sigma = \bar{\sigma}$, se $\bar{\sigma}_n \leq 0$
Tensões efetivas	$\bar{\sigma} = \mathbf{C} : \varepsilon$
Tensão equivalente	$\bar{\tau}(\bar{\sigma}) = \bar{\sigma}_n$
Critério de dano	$\phi = \bar{\tau} - q(r) \leq 0$
Evolução da variável r	$r = \text{Max}[\bar{\sigma}_n, f_t]$
Evolução da variável de dano	$d(r) = 1 - \frac{q(r)}{r}$
Lei de abrandamento	$q(r) = q_0 \cdot e^{A\left(1 - \frac{r}{f_t}\right)}$

5 ACOPLAMENTO HIDRO-GEOMECÂNICO

A equação do estado de equilíbrio de tensões para um sólido pode ser escrita como:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{b} = \mathbf{0} \quad (20)$$

onde $\boldsymbol{\sigma}$ é o tensor de tensões totais e $\mathbf{b}$, o vetor de forças de corpo.

O conceito de tensão efetiva de Terzaghi foi generalizado por Biot para o caso onde a condição de incompressibilidade dos grãos não é satisfeita. A resposta mecânica dos solos e das rochas pode ser mais precisamente definida por uma tensão efetiva de acordo com a seguinte expressão:

$$\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} - \alpha p \mathbf{I} \quad (21)$$

onde, α é o coeficiente de Biot, que está relacionado à compressibilidade do meio.

No problema acoplado hidro-geomecânico a equação que governa o fenômeno de fluxo considera um termo relacionado com a deformação do meio poroso. Considerando o meio poroso saturado, a equação da conservação de massa da fase fluida é dada por:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi \rho_f) + \nabla \cdot (\rho_f \mathbf{q} + \phi \rho_f \dot{\mathbf{u}}) = 0 \quad (22)$$

onde ϕ é a porosidade do meio, ρ_f é a densidade do fluido e $\mathbf{q}$ é o fluxo de Darcy que é dado por:

$$\mathbf{q} = -\frac{k}{\mu}(\nabla p - \rho_f \mathbf{g}) \quad (23)$$

onde ∇p é o gradiente da pressão de fluido, μ é a viscosidade do fluido, $\mathbf{g}$ é a aceleração da gravidade e k é a permeabilidade intrínseca do meio, que depende apenas da matriz sólida.

No código de elementos finitos utilizado neste trabalho o problema de fluxo (Eq 22) é resolvido, em um esquema totalmente acoplado, simultaneamente com as equações do problema mecânico, no mesmo sistema, pelo método de Newton-Raphson. A porosidade do meio é atualizada explicitamente, a cada passo de tempo, mediante a seguinte relação:

$$\frac{D\phi}{Dt} = (1 - \phi)\dot{\epsilon}_v \quad (24)$$

onde $\dot{\epsilon}_v$ é a deformação volumétrica total do meio poroso

Quando se resolve o problema de fraturamento de maneira acoplada, a evolução da permeabilidade da fratura é definida como função da abertura da fratura, que é dada pelo salto do campo de deslocamentos (obtido do problema mecânico).

$$k_s = \frac{[[u_n]]^2}{12\mu} \quad (25)$$

onde k_s é a componente do tensor de permeabilidade na direção da fratura e $[[u_n]]$ é a componente do salto do campo de deslocamentos projetado na direção normal à fratura.

O fluxo de fluidos ocorre apenas nas fraturas e a Eq. (25) é dada pela solução da equação de Navier-Stokes para o fluxo em uma única fissura de abertura constante, limitada por dois painéis impermeáveis (Bear, 1988).

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

O fraturamento hidráulico ocorre quando a pressão de fluido no interior dos poros excede a tensão principal menor mais a resistência à tração da rocha, isto resulta em uma ruptura por tração do material. Na indústria do petróleo, as fraturas hidráulicas são induzidas por meio da injeção de fluido no poço até que o estado de tensões da borda do poço seja de tração.

A técnica de fragmentação de malha foi utilizada para simular um ensaio de fraturamento de um meio poroso, onde se injeta fluido a uma determinada vazão ($Q=1 \times 10^{-4} \text{ Kg/s}$) que irá pressurizar e penetrar na formação ao atingir um determinado valor de pressão, denominado pressão de ruptura.

A geometria e malha de elementos finitos do modelo tem dimensões $3\text{m} \times 10\text{m}$. As condições de contorno impostas, tais como os deslocamentos prescritos e tensões iniciais in situ estão ilustrados na Fig. 8. Na simulação deste caso considera-se uma formação rochosa impermeável ($k_{\text{meio}}=10^{-20} \text{ m}^2$) submetida a um estado anisotrópico de tensões ($\sigma_y=1 \text{ MPa}$ e $\sigma_x=3 \text{ MPa}$).

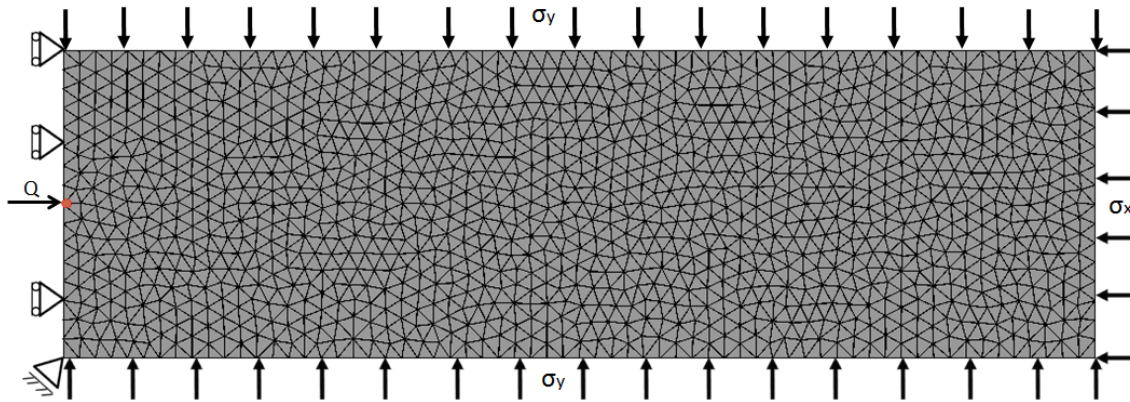


Figura 8. Geometria, malha de elementos finitos e condições de contorno iniciais.

A malha de elementos finitos utilizada nesta simulação é composta por 8131 nós e 15940 elementos, a região fragmentada da malha pode ser vista na Fig. 9. E as propriedades dos materiais estão resumidos na Tab. 2.

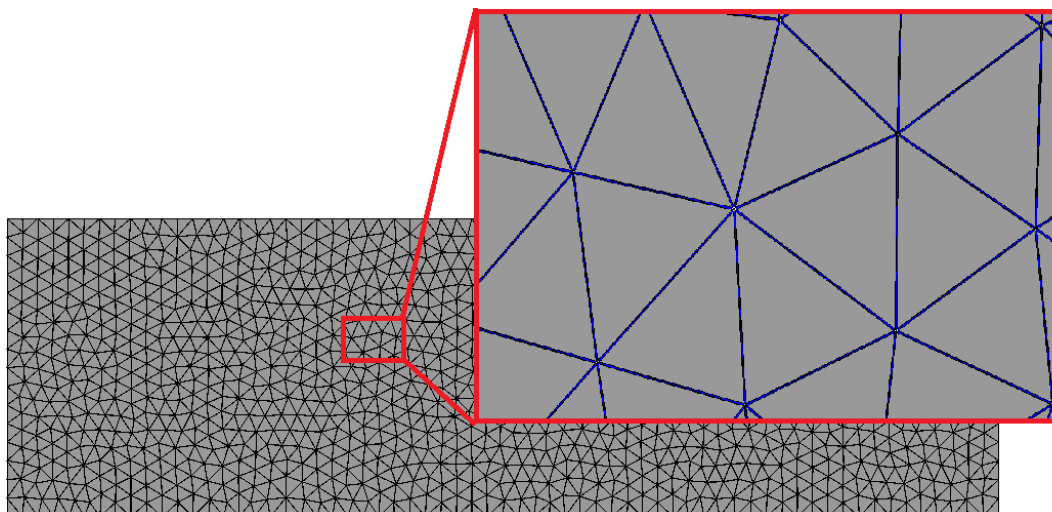


Figura 9. Detalhe da região Fragmentada.

Tabela 2. Parâmetros usados na simulação

Propriedades	Valores
Modulo de Young	32 GPa
Coef. Poisson	0.0
Permeabilidade da rocha	10^{-20} m^2
Porosidade inicial	0.10
Resistência à tração	2.8 MPa
Energia de fratura	$9.8 \times 10^{-5} \text{ MN/m}$

A Figura 10 mostra a distribuição dos valores da tensão principal menor, que para este exemplo é a componente σ_y , para dois instantes distintos da simulação. O gráfico é dado em termos de tensões totais e adota-se a convenção de valores positivos para tração e negativos para compressão. Em destaque na Fig. 10 está a concentração de tensão de tração na ponta da fratura.

Quando este estado de tração na ponta da fratura supera a resistência da rocha, o critério de ruptura é atingido e o material sofre degradação. Na Fig. 11 apresenta-se a evolução da variável de dano, em uma malha deformada 200 vezes, indicando os elementos que atingiram o critério de ruptura, para os mesmos instantes de tempo da Fig. 10.

A Figura 12 mostra o campo de deslocamentos na direção vertical. É possível observar a descontinuidade do campo de deslocamentos que ocorre devido ao fraturamento. Esse salto no campo de deslocamentos, na direção do eixo y , corresponde à abertura da fratura. A abertura da fratura implica em um aumento na permeabilidade do elemento, como pode ser visto na Fig. 13.

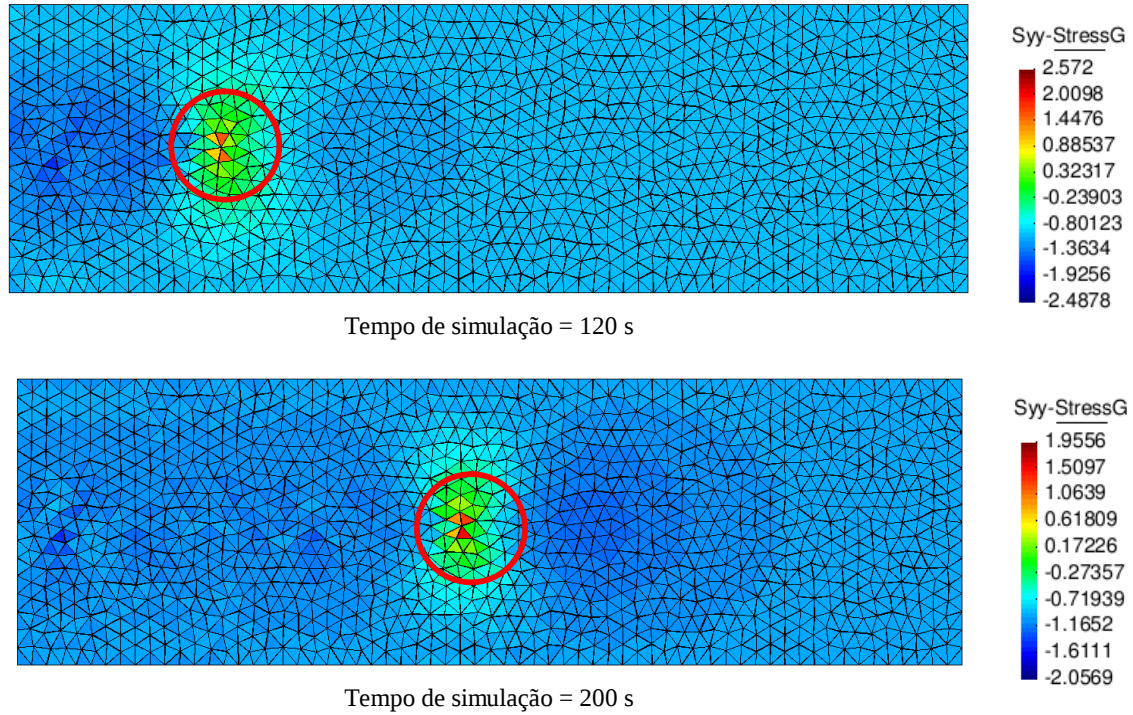


Figura 10. Distribuição da tensão principal menor (σ_x) em dois instantes da simulação.

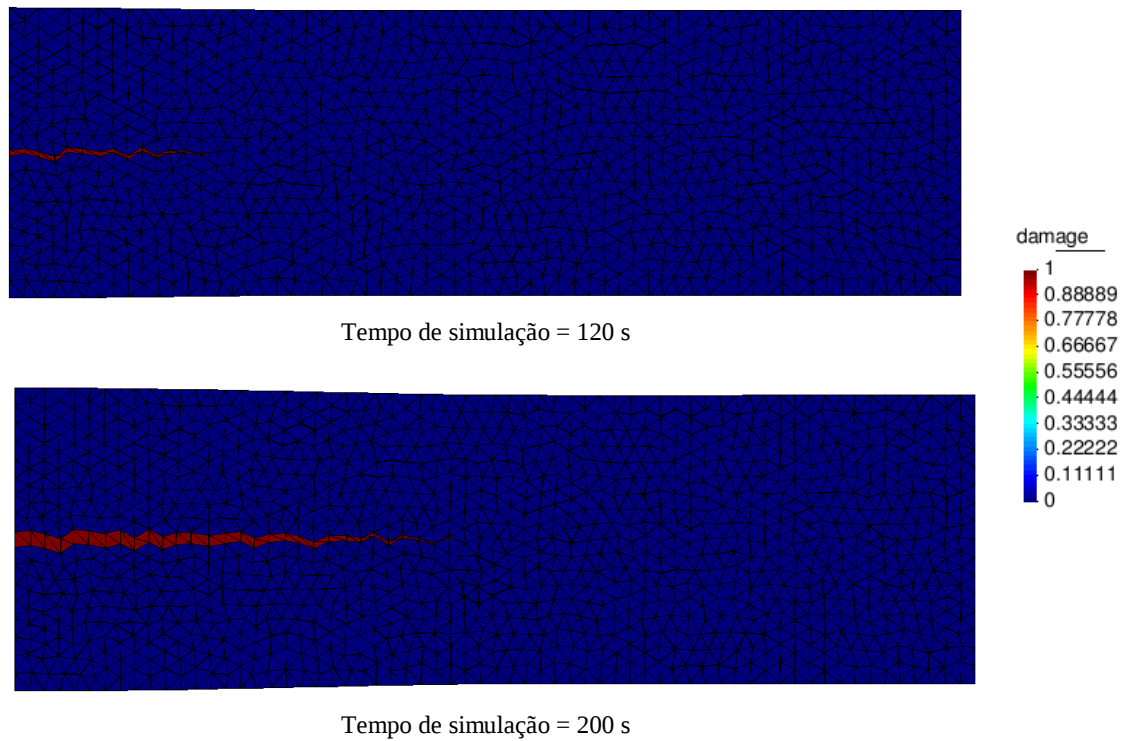


Figura 11. Evolução da variável de dano durante a propagação da fratura com malha deformada (x200).

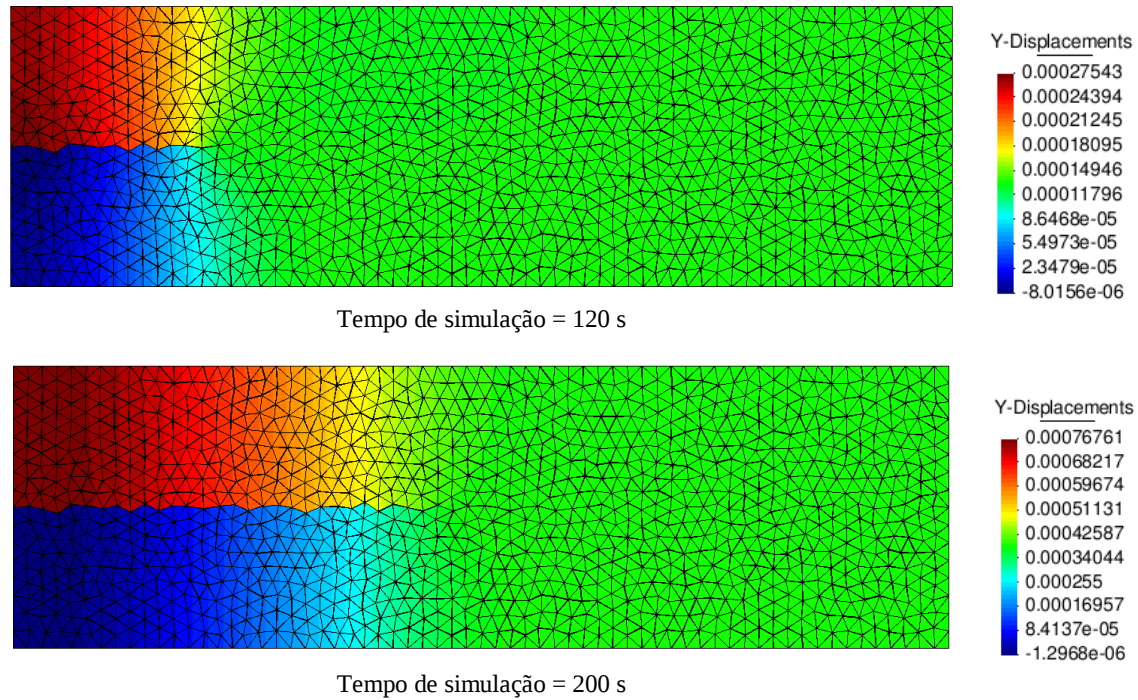


Figura 12. Campo de deslocamento na direção y

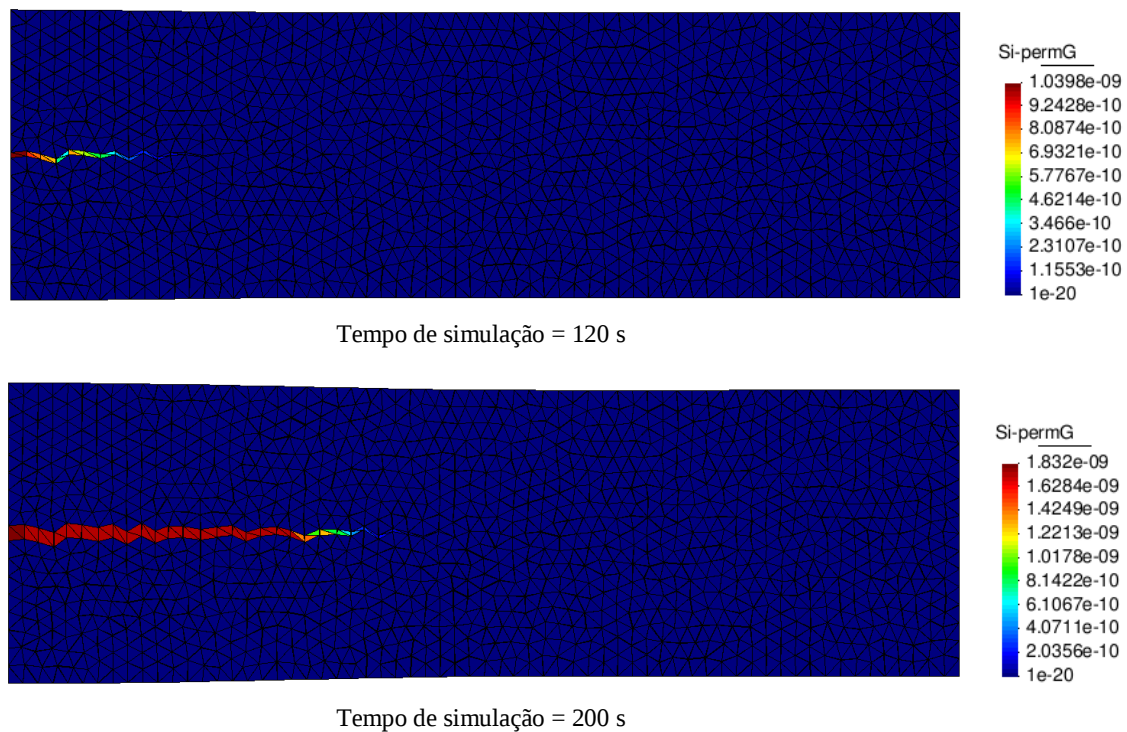


Figura 13. Evolução da permeabilidade ao longo da fratura, em diferentes instantes da simulação com malha deformada (x200).

7 CONCLUSÕES

Neste trabalho foi proposta uma metodologia para simular numericamente o problema de fraturamento hidráulico em meios porosos de baixa permeabilidade. O objetivo era adotar a Técnica de Fragmentação de Malha, baseada na teoria de Aproximação de Descontinuidades Fortes (ACDF) para simular a formação e a propagação das fraturas e resolver o problema de fraturamento hidráulico de maneira acoplada com a formulação de fluxo de fluido no interior de uma fratura. Na técnica adotada os efeitos das descontinuidades são representados através de elementos finitos especiais de interface com elevada razão de aspecto, situados entre os elementos finitos sólidos correspondentes ao material não fraturado.

Essa técnica foi capaz de simular adequadamente o problema de fraturamento hidráulico em meios contínuos impermeáveis. E o modelo constitutivo de dano à tração, selecionado para representar o comportamento mecânico do meio poroso, se mostrou apropriado para a simulação da abertura de fraturas pelo mecanismo de ruptura à tração (modo I).

REFERENCES

- Bear. *Dynamics of fluids in porous media*. New York: Dover Publications, 1988.
- Camacho, G. And Ortiz, M. *Computational modelling of impact damage in brittle materials*. Int. J. Solids Structures, 33 (20-22):2899–2938, 1996.
- López, C. M., Carol, I., And Aguado, A. *Meso-structural study of concrete fracture using interface elements.I: numerical model and tensile behavior*. Materials and Structures, 41:583–599, 2007
- Manzoli, O.L., *Un Modelo Analítico y Numérico para la Simulación de Discontinuidades Fuertes en la Mecánica de Sólidos*. Tese de doutorado, Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona, 1998.
- Manzoli, O. L.; Shing, P B., *Finite elements with embedded multiple cracks and non-uniform discontinuity modes*. Latin American Journal of Solids and Structures, (QUALIS), v. 2, p. 65-76, 2005.
- Manzoli Ol, Shing Pb. *A general technique to embed non-uniform discontinuities into standard solid finite elements*, Computer and Structures, 84, 742-757, 2006.
- Manzoli, O.L.; Gamino, A.L.; Rodrigues, E.A. ; Claro, G.K.S., *Modeling of interfaces in two-dimensional problems using solid finite elements with high aspect ratio*. Computers & Structures, v. 94-95, p. 70-82, 2012.
- Oliver, J., Cervera, M., Manzoli, O. *Strong discontinuities and continuum plasticity models: the strong discontinuity approach*. International Journal of Plasticity 15 (3), 1999.
- Oliver J, Huespe Ae, Samaniego, E., Chaves E.V.W. *Continuum approach to the numerical simulation of material failure in concrete*. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics; 28(7–8):609–632, 2004.
- Oller, S. *Fractura Mecánica Un enfoque global*. Barcelona: CIMNE, 2001
- Sánchez, M., Manzoli, O. L.. ; Guimarães, L. *Modeling 3-D desiccation soil crack networks using a mesh fragmentation technique*. Computers and Geotechnics, 62, 27–39.2014.