



ANÁLISE DE TÉCNICAS DE CONTROLE PARA UM MODELO DE SUSPENSÃO INTELIGENTE

Sousa D.

darlanferreira.s@hotmail.com

Avila S.M.

avilas@unb.br

Faculdade de Engenharia Campus Gama – Universidade de Brasília (UnB/FGA)

Área Especial de Indústria Projeção A Setor Leste, Gama-DF, CEP: 72.444-240

Abstract. *A Suspensão de um veículo é responsável pela transferência de vibrações e acelerações para o motorista, ela possui o objetivo de manter um equilíbrio entre conforto e estabilidade procurando isolar a massa suspensa das oscilações causadas pelas imperfeições do terreno. A resposta de uma suspensão passiva, ou sem controle automático, não é satisfatória em todos os terrenos, é possível desenvolver um controle inteligente para minimizar os deslocamentos e melhorar a dirigibilidade do veículo. No presente trabalho procura-se suprir a necessidade desse desempenho com uma suspensão ativa, propondo dois tipos de controle, um controle PID “Proportional Integral and Derivative” e um controle utilizando LQR (“Linear Quadratic Regulator”). Um atuador automático é adicionado à planta da suspensão passiva e é realizada uma análise em malha fechada com controle automático. O MATLAB Simulink usado é utilizado para modelar e verificar as plantas de controle, possibilitando a análise da influência da malha fechada no modelo de um quarto de veículo e verificando a eficiência de ambos os controles nos deslocamentos da massa suspensa, comparados à suspensão passiva.*

Keywords: *Suspensão Ativa, PID, LQR, Controle, Modelo ¼ Veículo*

1 INTRODUÇÃO

Um sistema de suspensão possui diversas funções primárias como, por exemplo, fornecer resistência vertical de modo que as rodas possam seguir terrenos irregulares sem transmitir as vibrações para o chassi, manter as rodas na direção e ângulo adequado de acordo com a superfície do terreno, reagir às forças produzidas pelo pneu, mantendo o contato do pneu ao solo bem como resistir aos carregamentos laterais do chassi (Gillespie, 1992). O principal desafio do projeto de uma suspensão automotiva é adequar de forma equilibrada os objetivos de projeto que são conforto e estabilidade.

O princípio da suspensão ativa é inserir um atuador entre a massa suspensa e a massa não suspensa além da mola e do amortecedor, ou em substituição aos mesmos. Sensores são instalados em diferentes pontos do veículo para medir o movimento do chassi, da suspensão e da massa não suspensa. As informações colhidas pelos sensores são enviadas para um controlador em tempo real que calcula a magnitude da força que precisa ser aplicada pelo atuador (Sadati et al, 2008).

A dinâmica vertical de um sistema de suspensão veicular pode ser representada por um modelo de $\frac{1}{4}$ de veículo, esse modelo consiste em um sistema de dois graus de liberdade, onde a massa suspensa está conectada a massa não suspensa através da suspensão primária, a suspensão possui propriedades de rigidez e amortecimento de acordo com a sua configuração (passiva, ativa ou semi-ativa) e o pneu é representado por sua rigidez, como uma simples mola desconsiderando o amortecimento devido a natureza visco-elástica do pneu (Gillespie, 1992).

Changizi (2011) através de simulações numéricas no software MATLAB, modelou o sistema de $\frac{1}{4}$ de veículo usando as equações de estado a fim de comparar os resultados de um controle automático PID e um controle baseado na lógica fuzzy, observando os melhores resultados quanto ao conforto e a segurança do veículo.

Argentim et al (2012) comparam diferentes controladores para usar no modelo dinâmico de uma plataforma de um quadricóptero, foram usados controles PID e LQR a fim de obter uma melhor estabilidade no plano de voo do objeto.

Sathishkumar (2014) analisa a modelagem do sistema usando as equações de estado de um quarto de veículo, onde o modelo é obtido pela segunda lei de Newton, usando diagrama de corpo livre. O desempenho do sistema é verificado através da análise computacional utilizando MATLAB/SIMULINK onde os sistemas passivos e ativos são testados com respostas à função degrau.

Fayyad (2012) desenvolveu um estudo usando o software MATLAB através da função de transferência do sistema de $\frac{1}{4}$ de veículo, montou um diagrama de bloco com uma malha de controle fechada envolvendo um controlador automático PID (Proporcional Integral Derivativo), um sistema servo-hidráulico, de modo que esse atuador possa criar uma força que atenua o deslocamento provocado pelo terreno, e possa proporcionar resultados melhores comparados ao sistema passivo.

O objetivo do presente trabalho é analisar numericamente o comportamento da massa suspensa da suspensão em um modelo de $\frac{1}{4}$ de veículo, comparando o desempenho de duas técnicas de controle, um controle PID (*Proportional Integral Derivative*) e um controle LQR (*Linear Quadratic Regulator*).

2 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Para a análise da suspensão veicular foi utilizado um modelo de $\frac{1}{4}$ de veículo, as equações de movimento são apresentadas na forma de equações de estado, dois tipos de controlador foram analisados: um controle PID (*Proportional Integral Derivative*) e um controle LQR (*Linear Quadratic Regulator*), o sistema foi modelado em malha fechada utilizando o software *MATLAB*®.

2.1 Modelo $\frac{1}{4}$ de Veículo

Um sistema de suspensão pode ser representado por um modelo de $\frac{1}{4}$ de veículo, ele fornece a resposta dinâmica vertical para a análise da suspensão, a “Fig. 1” representa o sistema estudado. No modelo proposto M_s representa a massa suspensa, M_u a massa não suspensa, k_s representa a rigidez da mola, b_s o coeficiente de amortecimento do amortecedor, k_t a rigidez do pneu, F_a a força de controle, w a excitação de entrada e x_1 e x_2 são os deslocamentos das massas.

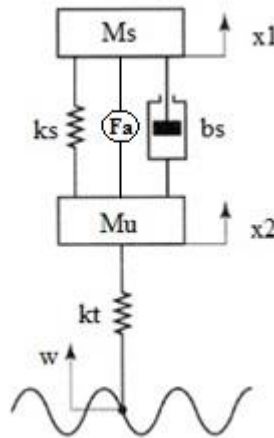


Figura 1. Modelo de $\frac{1}{4}$ de veículo (adaptado de Ogata, 1998).

Aplicando a Segunda Lei de Newton ao sistema obtemos as equações de movimento da dinâmica vertical do sistema, representados pelas “Eq. 1 e 2”.

$$m_u \ddot{x}_2 = -F_a + k_s(x_1 - x_2) + b_s(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - k_t(x_2 - w) \quad (1)$$

$$m_s \ddot{x}_1 = F_a - k_s(x_1 - x_2) - b_s(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) \quad (2)$$

2.2 Equação de Estado

A análise no espaço de estados envolve três tipos de variáveis que estão presentes na modelagem de sistemas dinâmicos e podem ser aplicadas no modelo de suspensão analisado, variáveis de entrada, variáveis de saída e variáveis de estado (Ogata, 1998). A relação dessas variáveis é representada pelas “Eq. 3 e 4”.

$$\dot{\mathbf{Z}} = \mathbf{A}\mathbf{z} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (3)$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{C}\mathbf{z} + \mathbf{D}\mathbf{u} \quad (4)$$

Onde $\mathbf{A}$ é a matriz de estado, $\mathbf{B}$ a matriz de entrada, $\mathbf{C}$ a matriz de saída, $\mathbf{D}$ a matriz de transmissão direta e $\mathbf{u}$ a entrada do sistema.

As variáveis de estado de um sistema dinâmico são definidas a fim de constituir o menor conjunto de variáveis capaz de representar o estado desse sistema (Ogata, 1998). Para análise do modelo estudado definiram-se as variáveis, $\dot{x}_1 = v_1$, $\dot{x}_2 = v_2$, $\ddot{x}_1 = \dot{v}_1$ e $\ddot{x}_2 = \dot{v}_2$, obtendo assim quatro variáveis que representam o estado da suspensão analisada. As matrizes $\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$ para o sistema estudado são dadas por.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{ks}{ms} & \frac{ks}{ms} & -\frac{bs}{ms} & \frac{bs}{ms} \\ \frac{ks}{mu} & -\frac{kt+ks}{mu} & \frac{bs}{mu} & -\frac{bs}{mu} \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{kt}{mu} \end{bmatrix} \quad (5)$$

A matriz $\mathbf{C}$ corresponde a matriz de saída, para o sistema analisado é dada pela “Eq. 6”. Como o foco do presente trabalho está na redução do deslocamento da massa suspensa, analisa-se apenas a primeira variável de estado, correspondente a esse deslocamento, a variável x_1 . Um sistema é dito controlável em um tempo inicial, se for possível por meio de um vetor de controle não limitado, transferir o sistema de qualquer estado inicial para qualquer outro estado, em um intervalo de tempo finito. Um sistema é dito observável em um tempo inicial, se for possível determinar esse estado a partir da observação da saída durante um intervalo de tempo finito (Ogata, 1998).

$$\mathbf{C} = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \quad (6)$$

A matriz de controlabilidade é definida pela “Eq. 7”, “o sistema é de estado completamente controlável se, e somente se, os vetores $\mathbf{B}, \mathbf{AB}, \dots, \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}$ forem linearmente independentes ou a matriz $n \times n$ tiver posto n ” (Ogata, 1998).

$$[\mathbf{B} : \mathbf{AB} : \dots : \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}] \quad (7)$$

A matriz de observabilidade é definida pela “Eq. 8”, “O sistema é completamente observável se, e somente se, o posto da matriz $n \times nm$ for n ou tiver n vetores-coluna linearmente independentes” (Ogata, 1998).

$$[\mathbf{C}^* : \mathbf{A}^*\mathbf{C}^* : \dots : (\mathbf{A}^*)^{n-1}\mathbf{C}^*] \quad (8)$$

Através do software *MATLAB*© podemos verificar essas propriedades “ctrb” e “obsv”, que corresponde a controlabilidade e observabilidade respectivamente, o comando calcula o posto da matriz.

2.3 Controlador Proporcional-Integral-Derivativo PID

O controle PID (Proporcional-Integral-Derivativo), compara o valor real da grandeza de saída do processo com a grandeza de referência (valor desejado), determina o desvio e produz um sinal de controle que reduzirá o desvio a zero ou a um valor pequeno (Ogata, 1998). A função de transferência que descreve esse controle é fornecida pela “Eq. 9”.

$$K_p(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s) \quad (9)$$

Onde K_p representa o ganho proporcional, T_d representa o tempo derivativo e T_i representa o tempo integral. A primeira parcela da função de transferência corresponde ao controle proporcional, à segunda ao controle integral e a terceira ao controle derivativo.

2.4 LQR (Regulador Linear Quadrático)

O controle LQR é um regulador que proporciona valores de ganhos ao sistema, que traduzidos em forças, tenderão a minimizar a energia deste (Pereira, 2013). O problema do controle ótimo linear consiste em achar um vetor de controle $\mathbf{u}(t)$ que reduz a energia do sistema, minimizando o índice de performance quadrático

$$J = \int_{t_0}^{t_f} [\mathbf{z}^T(t)\mathbf{Q}\mathbf{z}(t) + \mathbf{u}^T(t)\mathbf{R}\mathbf{u}(t)]dt \quad (10)$$

onde $\mathbf{Q}$ e $\mathbf{R}$ são matrizes de ponderação, cujas magnitudes são definidas de acordo com a importância relativa dada às forças de controle no processo de minimização. O aumento dos valores de $\mathbf{Q}$ reduz as variáveis de estado, e a redução dos valores de $\mathbf{R}$ aumentam as forças de controle atuantes no sistema, a escolha dos elementos das duas matrizes é a função do projetista (Pereira, 2013). A minimização do problema leva ao sistema de equação diferencial de Ricatti:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(t) + \mathbf{P}(t)\mathbf{A} - \frac{1}{2}\mathbf{P}(t)\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}(t) + \mathbf{A}^T\mathbf{P}(t) + 2\mathbf{Q} &= 0 \\ \mathbf{P}(t_f) &= 0 \end{aligned} \quad (11)$$

onde $\mathbf{P}(t)$ é a matriz de Ricatti. O vetor de controle $\mathbf{u}(t)$ é linear em $\mathbf{z}(t)$. Nesse caso a lei linear ótima de controle é

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{G}(t)\mathbf{z}(t) = -\frac{1}{2}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}(t)\mathbf{z}(t) \quad (12)$$

onde $\mathbf{G}(t) = -\frac{1}{2}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}(t)$ é o ganho do controle. Nas aplicações em geral as análises numéricas mostram que a matriz de Ricatti, $\mathbf{P}(t)$, permanece, em geral, constante ao longo do intervalo de controle, convergindo rapidamente para zero na vizinhança de t_f . Possibilitando a aproximação de $\mathbf{P}(t)$, para uma matriz constante $\mathbf{P}$, e a equação de Ricatti se reduz a equação matricial:

$$PA - \frac{1}{2}PBR^{-1}B^TP + A^TP + 2Q = 0 \quad (13)$$

O ganho de controle $G(t)$ é também constante, dado por

$$G = -\frac{1}{2}R^{-1}B^TP \quad (14)$$

Analisando a planta proposta para o controle, pode-se observar que o controle modifica a matriz de estado do sistema A (sistema em malha aberta) para $A+BG$ (sistema em malha fechada).

3 RESULTADOS NUMÉRICOS

As propriedades do sistema de ¼ de veículo foram determinadas admitindo-se tratar de um veículo de passeio popular de acordo com as recomendações de projeto tratadas na literatura do Gillespie (1992). Analisaram-se três entradas diferentes, simulando os perfis de estrada para a resposta da suspensão. O perfil degrau de amplitude inicial 0,1 m, o perfil harmônico e o perfil impulso com amplitude inicial de 0,1 m. Os parâmetros utilizados são apresentados na “Tab. 1”.

Tabela 1. Parâmetros para análise numérica ¼ de veículo.

Parâmetro	Símbolo	Valor
Massa suspensa (Kg)	M_s	203.0
Massa não-suspensa (Kg)	M_u	26.0
Rigidez da mola (N/m)	K_s	23000
Rigidez do pneu (N/m)	K_t	200000
Coefficiente de amortecimento (Ns.m)	B_s	1200

A partir das matrizes A , B e C das equações de estado do sistema foram montadas as matrizes de controlabilidade e observabilidade do sistema. Verificou-se que o posto é quatro, o sistema assim é controlável e observável, possibilitando aplicar as técnicas de controle.

Definiram-se as matrizes de ponderação Q e R , após um estudo paramétrico do sistema, como sendo $Q = pC^T \times C$ com o p igual a 100 e a matriz R igual a 1. A resposta do sistema a função degrau é apresentada na “Fig. 2”. O controle PID atenuou o pico de deslocamento da massa suspensa em aproximadamente 29% comparado ao sistema passivo, e melhorou o

tempo para a estabilidade do sistema em 52%. O controle LQR mostrou-se em média 35% mais eficiente quanto ao pico do deslocamento da massa suspensa, e reduziu 88% o tempo para estabilidade do sistema.

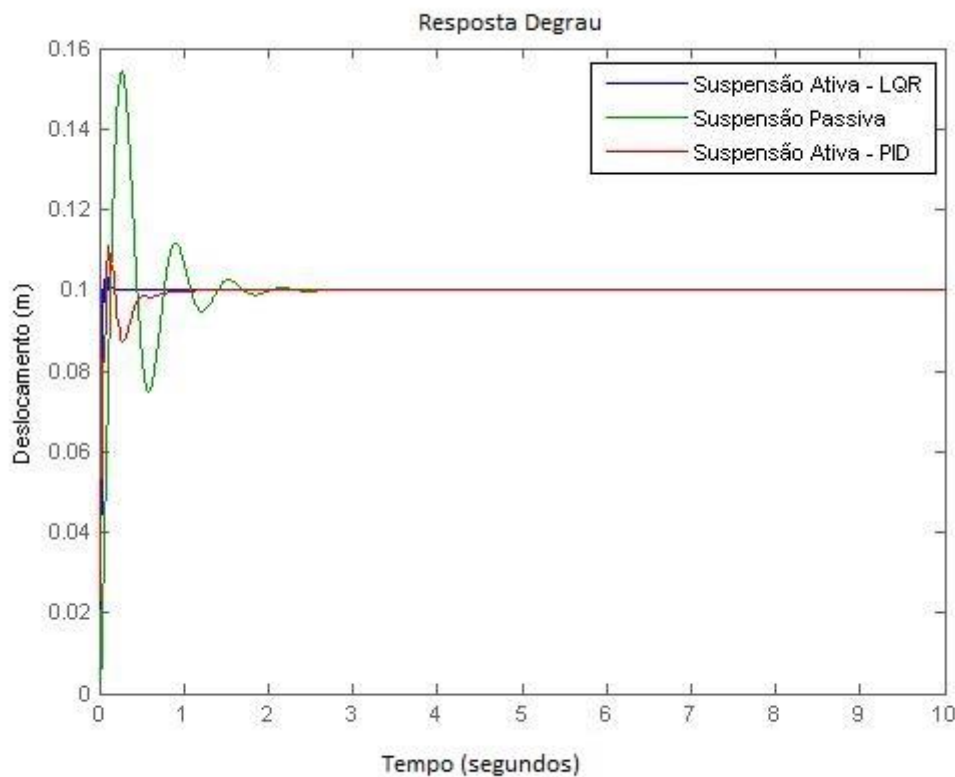


Figura 2. Resposta à excitação degrau.

Analisando a resposta do sistema à entrada harmônica na “Fig. 3”, comparando com o desempenho do sistema passivo, o controle PID mostrou-se aproximadamente 83% mais eficiente, quanto ao deslocamento da carroceria, e o controle LQR reduziu o deslocamento em aproximadamente 93%. Quanto à resposta do sistema à entrada impulso, apresentada na “Fig. 4”, o controle PID mostrou-se mais eficiente quanto ao deslocamento de pico, atenuou a resposta do sistema passivo em 89,5% enquanto o LQR reduziu em 75,8%, mas quanto ao tempo para estabilizar o sistema, o controle LQR foi mais eficiente, foi 92% mais estável que a configuração passiva, já o PID obteve apenas 40% de melhora.

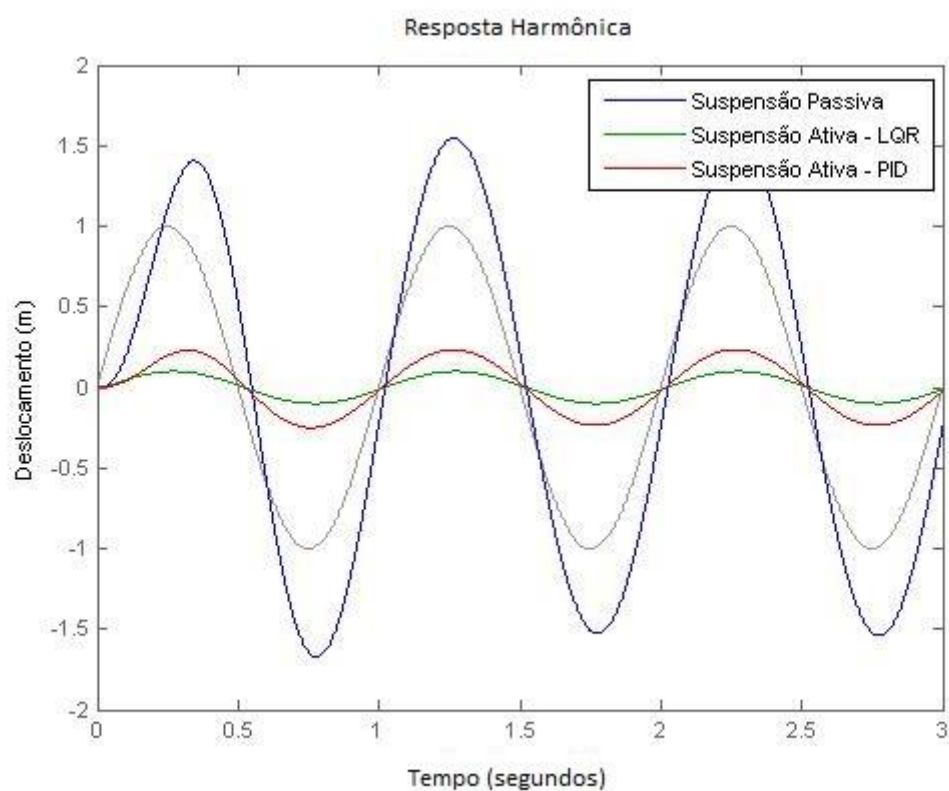


Figura 3. Resposta à excitação harmônica.

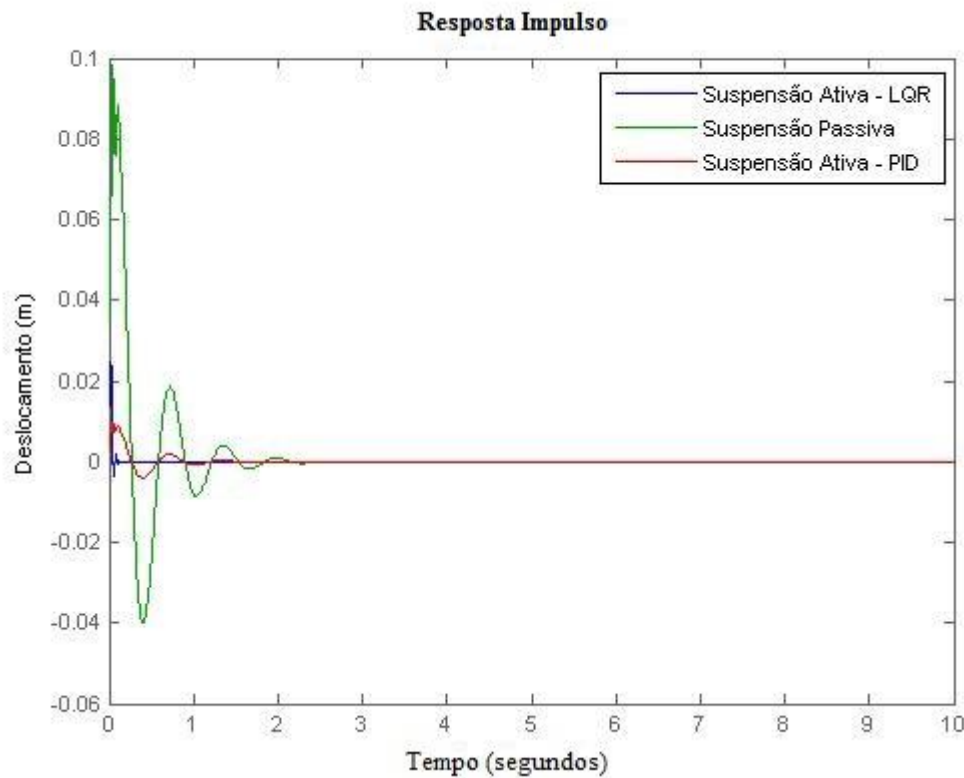


Figura 4. Resposta à excitação impulso.

4 CONCLUSÃO

O estudo mostra a simulação numérica do desempenho de um modelo de $\frac{1}{4}$ de veículo, analisando o deslocamento da massa suspensa quando o sistema é excitado por irregularidades do terreno, três perfis de estrada diferentes são considerados: degrau, harmônico e impulso. A proposta é avaliar o desempenho do sistema passivo e comparar duas técnicas de controle distintas, o controle PID e o controle LQR.

O sistema se mostrou controlável e observável, possibilitando aplicar as técnicas de controle para a análise numérica. Foram observados o desempenho com relação ao deslocamento de pico da massa suspensa e o tempo para a estabilização do sistema.

O controle LQR se mostrou mais eficiente na maior parte dos casos analisados, quanto ao deslocamento da massa suspensa, obtendo um resultado até 93% melhor, comparado ao sistema passivo, e o tempo de estabilização do sistema até 92% melhor que o desempenho do sistema passivo, nota-se que na resposta impulso o controle PID obteve um resultado mais eficiente que o controle LQR, quanto ao deslocamento de pico, mostrou-se 89,5% mais eficiente que o sistema passivo.

Nota-se a necessidade de analisar a intensidade do sinal de alimentação do controle gerado, pois o mesmo pode ultrapassar a capacidade real de um atuador, inviabilizando a aplicação da técnica de controle.

5 AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio financeiro para realização desta pesquisa ao CNPQ (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico).

6 REFERÊNCIAS

- Argentim, L., Rezende, W., Santos, P. and Aguiar, R., 2012, "PID, LQR and LQR-PID on a Quadcopter Platform", Centro Universitário da FEI. Disponível em: <http://fei.edu.br/~psantos/PID2737725.pdf>.
- Changizi, N., 2011, "Comparing PID and Fuzzy Logic Control a QuarterCar Suspension System", The Journal of Mathematics and Computer Science Vol .2 No.3 (2011) 559-564.
- Fayaad S. M., 2012, "Constructing Control System for Active Suspension System", Contemporary Engineering Sciences, Vol. 5, 2012, no. 4, 189 – 200.
- Gillespie, T. D., 1992, "Fundamentals of Vehicle Dynamics", Society of Automotive Engineers, Warrendale, PA.
- Pereira, L., 2013, "Análise Dinâmica e Otimização do Controle de Vibrações pelo Algoritmo do Regulador Quadrático Linear em um Modelo Veicular Completo sob a Ação de Perfis de Pista". Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- Sadati, H.S., Malekzadeh, S. and Ghasemi M., "Optimal control on an 8-dof vehicle active suspension system using Kalman observer", Shock and Vibration, 15, 493-503, (2008).
- Sathishkumar, P., 2014, "Mathematical modelling and simulation quarter car vehicle suspension", International Journal of Innovative Research in Science, Engineering and Technology, Volume 3, Special Issue 1, February 2014.