



ANÁLISE DE DIFERENTES METODOLOGIAS PARA EVITAR A FORMAÇÃO DO PADRÃO SIMILAR DE CHECKERBOARD EM UMA ANÁLISE DE REMODELAÇÃO ÓSSEA BIDIMENSIONAL

Jéderson da Silva

José Eduardo Gubaua

Gabriela Wessling Oening Dicati

Jucélio Tomás Pereira

dasilva.jederson@gmail.com

jose.gubaua@yahoo.com.br

gabyoening@hotmail.com

prof_jucelio_tomas@hotmail.com

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica - Universidade Federal do Paraná

Av. Cel. Francisco H. dos Santos, 210, Jardim das Américas, 81.531-970, Paraná, Curitiba, Brasil.

Resumo. *Existem vários modelos numéricos que buscam descrever a remodelação óssea em um fêmur. Dentre estes, se destaca o modelo de Stanford, que considera o tecido ósseo isotrópico e utiliza a densidade de energia de deformação como estímulo mecânico. Neste trabalho, utiliza-se o Método dos Elementos Finitos (MEF) para simulação deste problema. Em uma análise via MEF da remodelação óssea, um dos fenômenos encontrados é denominado checkerboard, o qual é de natureza numérica. Devido à sua ocorrência, tem-se uma baixa qualidade dos resultados obtidos e uma forte dependência destes em relação à malha. O corrente trabalho propõe implementar e discutir três abordagens para inibição deste fenômeno, utilizando modelos bidimensionais com elementos triangulares de deformação constante. A primeira envolve a suavização do campo de tensões, o qual é o vetor do processo interno de remodelação. A segunda suaviza diretamente o campo de densidades. A terceira é uma combinação das duas primeiras abordagens. Em conjunto com a análise visual, utiliza-se uma medida quantitativa do fenômeno de checkerboard, aqui denominada desvio relativo das densidades, para avaliação das abordagens. Esta refere-se ao conceito de desvio padrão, sendo aplicada em padrões locais de elementos. As metodologias utilizadas apresentam um campo de densidades mais suave, diminuindo o fenômeno de checkerboard.*

Palavras-chave: *Checkerboard, Remodelação óssea, Método dos Elementos Finitos, Recuperação de densidades.*

1 INTRODUÇÃO

O osso é considerado uma forma altamente especializada de tecido conjuntivo cuja matriz extracelular é mineralizada, conferindo-o um alto nível de rigidez, além de um bom nível de resistência a esforços mecânicos. Devido a isso, suas principais funções são de proteção e sustentação do corpo. A estrutura óssea proporciona um sistema rígido para as outras partes mais moles do corpo, as quais não conseguem se sustentar sozinhas, além de funcionar como alavanca de apoio para os músculos, elevando os níveis de coordenação e força do movimento proporcionado pela contração do tecido muscular (COWIN, 2001). O tecido ósseo é um material vivo, anisotrópico, heterogêneo e poroso que possui a capacidade de mudança de propriedades ao longo de toda a sua vida, se renovando através da substituição do tecido antigo e danificado, por um novo e saudável, além de se adaptar a diferentes esforços a que está submetido (LEMAIRE *et al.* 2004).

O estudo da remodelação óssea teve início no final dos anos de 1800, quando o anatomista e cirurgião alemão Julius Wolff publicou uma série de artigos onde foi proposta a existência de uma relação entre a estrutura óssea e os carregamentos sobre ela aplicados. Em regiões do tecido ósseo que ocorre um nível de tensões mais alto, existirá a tendência de uma maior formação de tecido ósseo. Por outro lado, em regiões menos solicitadas mecanicamente, existirá a tendência de uma maior reabsorção óssea, ou seja, um aumento no nível de porosidade. Vários modelos matemáticos foram desenvolvidos para descrever o processo de remodelação óssea e que são aplicados sobre um modelo de um fêmur humano, os quais, em geral, são implementados através do MEF. Entre os modelos de remodelação óssea se destacam o modelo de Weinans *et al.* (1992) que utiliza a densidade de energia de deformação mássica como estímulo e, também, é aplicado para verificação do comportamento ósseo após a inserção de uma prótese femoral; o modelo de Stanford (Jacobs, 1994) que utiliza a densidade de energia de deformação como estímulo mecânico e considera o osso como sendo isotrópico; o modelo anisotrópico de Stanford (Jacobs *et al.* 1997) que utiliza o modelo de Stanford isotrópico para iniciar o processo de remodelação óssea e que, através da atualização da matriz de rigidez, tende a uma configuração anisotrópica; o modelo de Doblaré e García (2001) que utiliza os conceitos de anisotropia e reparação do dano no material; o modelo de McNamara e Prendergast (2007) que parte da hipótese de que a remodelação pode ser regulada por sinais devido à deformação e o microdano.

Como discutido por Jacobs *et al.* (1995), em uma análise de remodelação óssea via MEF, dois fenômenos podem ser visualizados. O primeiro acontece em áreas distantes da aplicação do carregamento, onde regiões de densidade máxima e mínima são formadas. Esse fenômeno é de natureza morfológica, ou seja, representa a distribuição de densidades que caracteriza os tecidos cortical e trabecular. O segundo fenômeno, de natureza numérica, acontece em regiões de densidade intermediária, onde elementos adjacentes são saturados ou totalmente absorvidos, ou seja, existe a formação de regiões de elementos alta e baixa densidade, ordenados de forma periódica definindo um padrão semelhante a um tabuleiro de xadrez (CHEN *et al.* 2007). Embora este termo remeta a uma malha uniforme e quadrangular, esta patologia surge para diferentes tipos de elementos. Esse fenômeno ocorre basicamente em virtude da relação exponencial entre o módulo de Young para o tecido poroso e a densidade do material. Devido a sua ocorrência, tem-se uma baixa qualidade dos resultados obtidos e uma forte dependência destes em relação à malha.

O fenômeno de *checkerboard* é altamente discutido e tratado em problemas de otimização topológica. Inicialmente, acreditava-se que a formação deste padrão representava uma microestrutura ótima, porém Días e Sigmund (1995) e Jog e Harber (1996) mostraram

que a formação do padrão de *checkerboard* acontece devido a uma modelagem fraca (interpolação linear das funções de estado) causando uma maior rigidez artificial que, se comparada a rigidez de uma distribuição uniforme de material, apresenta um maior valor. Para evitar a formação do padrão similar ao *checkerboard*, alguns métodos são utilizados, como, por exemplo, a utilização da suavização (Sigmund e Petersson, 1998) como ferramenta de pós-processamento. Nesse caso, há uma melhoria das imagens, porém os cálculos são realizados sobre o campo sem tratamento. Outra forma de evitar a formação do *checkerboard* é a utilização de elementos de alta ordem. Porém isso aumenta substancialmente o tempo de processamento do problema (CHEN *et al.* 2007). Existe também a utilização de filtros, onde os métodos de filtragem podem ser classificados de acordo com a forma com que os elementos vizinhos são considerados, ou seja, filtros de vizinhança fixa, onde somente vizinhos de aresta e/ou nó são considerados, e filtros especiais, onde elementos que se encontram dentro de um determinado raio de varredura em torno do elemento central são considerados (CARDOSO, 2000).

Na área de biomecânica, o fenômeno de *checkerboard* também deve ser tratado, visto que, como consequência de sua ocorrência, tem-se uma baixa qualidade dos resultados obtidos pelo modelo MEF, dificuldades de uma correta visualização e avaliação dos mesmos. Logo, para que esse fenômeno seja reduzido, diferentes abordagens podem ser utilizadas. Weinans *et al.* (1992) verifica em seu modelo de remodelação óssea em um fêmur bidimensional humano que existe a formação do padrão de *checkerboard*. As densidades são interpoladas sobre o domínio para eliminar esta formação e produzir um campo que represente a distribuição característica de um fêmur humano. Jacobs *et al.* (1995) propõem quatro formas de obtenção do campo de densidades através de diferentes elementos, sendo: a) densidade constante definida no centroide e elemento bilinear (Figura 1a), b) densidade variável definida nos pontos de integração com elementos bilineares (Figura 1b), c) densidade constante definida no centroide e elemento biquadrático (Figura 1c) e d) com a densidade definida nos nós e usando as mesmas funções de forma que o elemento bilinear (Figura 1d). Esses algoritmos são implementados utilizando o *software* Abaqus para um modelo bidimensional do fêmur.

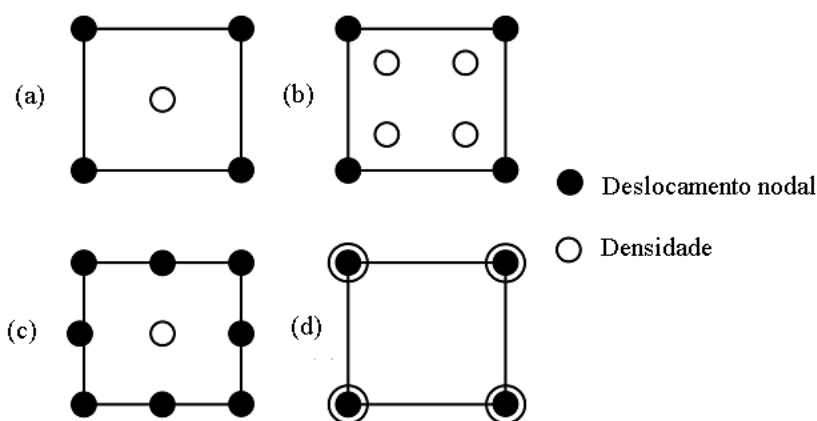


Figura 1. Alguns esquemas de interpolação de deslocamentos e densidades para elementos quadrangulares: (a) elemento bilinear e densidade constante (abordagem convencional); (b) elemento bilinear e densidade definida nos pontos de integração; (c) elemento biquadrático e densidade constante; (d) elemento bilinear em deslocamentos e densidade. (Jacobs *et al.*, 1995).

Na mesma linha de pesquisa, Chen *et al.* (2007) analisam a remodelação óssea de uma placa utilizando o *software* Abaqus, porém com diferentes sub-rotinas para modificação das propriedades do material, sendo a UMAT (*User material*) para a abordagem convencional, e

as sub-rotinas UFIELD (*user field*) e URDFIL (*User subroutine to read the results file*) para a abordagem que utiliza os valores nodais.

O presente estudo tem como objetivo realizar o controle do fenômeno de *checkerboard* em um processo de remodelação óssea em um modelo bidimensional de um fêmur humano através do MEF, utilizando três diferentes abordagens. A primeira abordagem envolve a suavização sobre o campo de tensões, o qual é o vetor do processo interno de remodelação. A segunda trata da suavização direta do campo de densidades e obtenção de um campo melhorado. A terceira consiste na combinação das duas primeiras abordagens, onde tanto o campo de tensões como o campo de densidades são suavizados. De modo a avaliar a eficiência das abordagens propostas, além das representações visuais dos campos de densidades, utiliza-se uma medida quantitativa relativa ao fenômeno de *checkerboard*. Esta é fundamentada no conceito de desvio padrão, sendo aplicada em padrões locais de elementos, ou seja, em subdomínios. Utiliza-se o *software* Matlab para implementação de todo o processo, seja ele MEF ou remodelação óssea. Para a modificação das propriedades do tecido ósseo ao longo da análise, emprega-se o elemento finito triangular linear com densidade constante definida no centroide do mesmo, tendo como base o modelo Isotrópico de Stanford (Jacobs, 1994).

2 MÉTODOS

Esta seção tem por objetivo a descrição dos modelos e técnicas empregados neste trabalho. São apresentados o modelo de remodelação isotrópico de Stanford, as técnicas propostas para a diminuição do fenômeno de *checkerboard* e a medida quantitativa utilizada na comparação das diferentes técnicas.

2.1 Modelo de Remodelação Isotrópico de Stanford

Um importante modelo de remodelação isotrópico é proposto por Jacobs (1994), explorando o comportamento da formulação proposta por Beaupré *et al.* (1990) onde a teoria da remodelação é baseada na densidade de energia de deformação. De acordo com Beaupré *et al.* (1990), o osso responde ao estímulo tensorial diário a nível de tecido ósseo, ψ_t , de modo que a taxa de remodelação, $\dot{r}$, pode ser escrita como

$$\dot{r} = \begin{cases} c [(\psi_t - (\psi_t^* - w))] & \text{se } \psi_t < (\psi_t^* - w) \\ 0 & \text{se } (\psi_t^* - w) < \psi_t < (\psi_t^* + w) \\ c [(\psi_t - (\psi_t^* + w))] & \text{se } \psi_t > (\psi_t^* + w) \end{cases} \quad (1)$$

Nesse caso, ψ_t^* é o valor central que caracteriza o nível constante de estímulo de tensão diário no tecido que não resultará em mudanças na densidade óssea (região denominada de “zona morta”), c é uma constante que determina a velocidade da remodelação, w é a metade do intervalo da zona morta e ψ_t é o valor do estímulo de tensão diário no tecido para um determinado instante e determinado por

$$\psi_t = \left(\sum_{\text{dias}} n_i \bar{\sigma}_i^m \right)^{\frac{1}{m}}, \quad (2)$$

sendo, n_i o número de ciclos diários de carregamento do tipo i , $\bar{\sigma}_i$ é o escalar tensão efetiva naquela região do tecido associado a esse carregamento e o expoente m é uma constante empírica característica do material.

Através de vários experimentos, Beaupré *et al.* (1990) concluíram que a tensão do material em nível contínuo, definida como $\bar{\sigma}$, pode ser relacionada empiricamente com o escalar de tensão efetiva no tecido ($\bar{\sigma}_i$), para uma dada densidade aparente, ρ , como

$$\bar{\sigma}(\rho) = \left(\frac{\rho}{\rho_c} \right)^2 \bar{\sigma}_i, \quad (3)$$

sendo ρ_c a densidade do osso cortical. Assim, o estímulo aparente diário, ψ , com base no valor de tensão efetiva, $\bar{\sigma}$, é dado por

$$\psi = \left(\sum_{\text{dias}} n_i \bar{\sigma}_i^m \right)^{\frac{1}{m}}. \quad (4)$$

A tensão aparente no material em nível contínuo, por sua vez, é definida por

$$\bar{\sigma}_i = \sqrt{2EU_i}, \quad (5)$$

sendo U_i o valor da densidade de energia de deformação avaliada no ponto e decorrente do i -ésimo caso de carregamento, dada por $U_i = \frac{1}{2} \varepsilon_i : C : \varepsilon_i$, sendo C , o tensor de rigidez constitutiva do material, ε_i , o tensor de deformações para o i -ésimo carregamento, e E é o módulo de elasticidade longitudinal do meio contínuo associado à densidade material, ρ , na forma

$$E(\rho) = b(\rho) \rho^{\beta(\rho)}. \quad (6)$$

De uma forma mais específica, para o corrente estudo,

$$E(\text{MPa}) = E(\rho) = 3790.0 \times \rho^3, \quad (7)$$

sendo $b(\rho)$ e $\beta(\rho)$ funções do modelo isotrópico definidas geralmente como uma *Power Law* do Módulo de Young em função da densidade. Por sua vez, para o coeficiente de Poisson, ν , adota-se nesse trabalho, o valor de 0.2 (JACOBS *et al.*, 1997).

A evolução da densidade do material (ρ), além do estímulo mecânico, está diretamente relacionada à área superficial disponível para formação e reabsorção do tecido ósseo, aqui denotada S_v . Assim, é essencial determinar a quantidade de osso disponível para remodelação por unidade de volume. Uma aproximação para a área superficial é obtida por Martin (1984). Aznar (1999) aprimorou a obtenção dessa variável apresentando uma aproximação satisfatória através de um polinômio de quinta ordem, determinado empiricamente e dependente da porosidade. Por sua vez, Corso (2006) realizou uma aproximação da área superficial específica em termos de densidade aparente, ρ , utilizando dados obtidos diretamente de uma tomografia, na forma

$$S_v = -0,07 + 8,1\rho - 7,2\rho^2 + 5,1\rho^3 - 2,1\rho^4 + 0,23\rho^5. \quad (8)$$

A evolução da densidade depende (ρ) da taxa de variação no tempo dessa variável ($\dot{\rho}$) e da superfície interna disponível, S_v , de acordo com

$$\dot{\rho} = k S_v \dot{r} \rho_c, \quad (9)$$

sendo k a porcentagem de superfície interna ativa de remodelação (JACOBS, 1994). Com a determinação de tal evolução, seja ela, um ganho ou uma perda, a densidade atualizada pode ser determinada por

$$\rho^{n+1} = \rho^n + \dot{\rho}^n \Delta t, \quad (10)$$

onde ρ^{n+1} é a densidade óssea atualizada, ρ^n é a densidade atual para cada ponto de integração de cada elemento finito e Δt o intervalo de tempo referente ao período do processo de remodelação óssea para um ciclo de carregamento.

Com a atualização da densidade óssea, um novo conjunto de forças é iniciado e as propriedades mecânicas do fêmur são recalculadas. Isso caracteriza o processo incremental de remodelação. As constantes necessárias para execução do método de Jacobs (1994) são apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1. Constantes utilizadas na análise computacional do modelo de Jacobs (1994)

Parâmetros	Valor	Unidade
c	$2,0 \times 10^{-5}$	(mm/dia)/(MPa/dia)
ψ_t^*	50,0	MPa
m	4,0	-
n_i	6000	Ciclos/dia
w	$0,125 \times \psi_t^*$	MPa
ρ_c	2,0	g/cm ³
Δt	1	Dia
k	1.0	-

2.2 Técnicas de controle de *checkerboard*

Neste trabalho, são propostas e comparadas três técnicas para a redução do fenômeno de *checkerboard* em análise do processo de remodelação óssea considerando um elemento triangular linear (CST) com densidade constante ao longo de cada elemento. Neste caso, todas as técnicas se baseiam no conceito de suavização ou recuperação de variáveis do problema.

A primeira abordagem consiste na *suavização do campo de tensões*. Assim, para cada ciclo de carga (composição dos três casos de carregamento), ao invés de utilizar diretamente os valores de tensões em cada elemento $\hat{\sigma}$ (fornecidos através do pós-processamento da solução de MEF), é empregado um campo de tensões suavizado. Deste modo, sabendo que para um nó compartilhado por um total de Nel elementos existem, via de regra, Nel diferentes valores de tensão $\hat{\sigma}$, pode-se estimar o vetor das tensões recuperadas (σ_{No}^*) para o nó via média simples dos valores elementares, como

$$\sigma_{No}^* = \frac{1}{Nel} \sum_{j=1}^{Nel} (\hat{\sigma}_i)_j, \quad (11)$$

onde $(\hat{\sigma}_i)_j$ é o vetor de tensões obtidos via relações constitutivas e diferenciação das funções de forma, para o i -ésimo nó do j -ésimo elemento do conjunto. Posteriormente, o vetor de tensões suavizadas em cada elemento σ_{el}^* é admitido como sendo a média aritmética dos valores de tensões nodais que compõem o elemento.

A segunda técnica proposta é baseada na *suavização do campo de densidades*. Esta técnica, diferente da primeira, utiliza os valores de tensões obtidos diretamente do pós-processamento da solução de MEF, porém aplica um processo de suavização na variável resposta do problema de remodelação, ou seja, no campo de densidades elementares. Neste caso, ao fim de cada ciclo de carga, o campo de densidades elementares é recuperado e então, empregado no próximo passo do processo de remodelação. O processo de suavização desse campo elementar segue o mesmo raciocínio que a suavização do campo de tensões, ou seja, encontra-se um vetor de média nodais para cada nó e a partir deste, estima-se as novas densidades elementares como sendo a média aritmética dos valores dos nós que compõem o elemento.

A terceira abordagem proposta emprega o processo de *suavização no campo de tensões e densidades* simultaneamente. Ou seja, para cada ciclo de carga os valores das densidades elementares são calculados com base nos valores recuperados de tensões (primeira abordagem) e então, suavizados antes do próximo passo do processo de remodelação (segunda abordagem).

2.3 Desvio relativo das densidades

Com o intuito de comparar as diferentes técnicas de redução do fenômeno de *checkerboard*, um parâmetro de medição da oscilação do campo de densidades elementares é proposto, denominado desvio relativo das densidades (D_ρ^{rel}). Este se baseia no cálculo da oscilação das densidades elementares dentro de padrões específicos. Estes são formados pelos elementos que estão conectados a cada nó. Inicialmente estima-se o desvio das densidades em cada padrão (D_ρ^p) como

$$D_\rho^p = \sqrt{\frac{\sum_{ie=1}^{Nel} (\rho_{ie} - \bar{\rho})^2}{Nel}}, \quad (12)$$

onde ρ_{ie} é a densidade do ie -ésimo elemento do padrão e $\bar{\rho}$ é a média simples de todos os elementos que formam o padrão.

Deste modo, a soma do desvio das densidades em cada padrão fornece uma medida global (D_ρ) da oscilação do campo de densidades do problema, ou seja,

$$D_\rho = \sum_{p=1}^{NP} D_\rho^p. \quad (13)$$

Com o intuito de melhor caracterizar essa medida, define-se o desvio relativo das densidades (D_ρ^{rel}), o qual representa uma medida percentual da oscilação do campo de densidades, sendo expresso como

$$D_{\rho}^{rel} = (D_{\rho} / D_{\rho}^{máx}) \cdot 100, \quad (14)$$

onde $D_{\rho}^{máx}$ representa o maior desvio possível dentro do campo de densidades, definido a partir da média simples entre os valores máximos (densidade cortical) e mínimo (densidade mínima arbitrária) de densidade elementar.

3 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

Para avaliação do processo de remodelação óssea via MEF em um modelo bidimensional de um fêmur humano, é utilizado o *software* Matlab. As distribuições de tensões e deformações são obtidas via solução do método numérico e, posteriormente, calculam-se o estímulo mecânico, a taxa de remodelação, a densidade e a rigidez para cada ponto de integração de cada elemento finito. O modelo bidimensional é discretizado em 2.808 elementos triangulares do tipo CST (*Constant Strain Triangle*) e 1.498 nós. Como este é um triângulo com funções de forma lineares e 2 graus de liberdade por nó, a distribuição de tensões é constante ao longo de todo o elemento. As densidades são obtidas no centroide de cada elemento e consideradas constante ao longo deste.

O carregamento utilizado é o mesmo que o utilizado por Jacobs *et al.* (1995), onde três casos de carga são aplicados sequencialmente e caracterizam o carregamento global que acontece em uma caminhada (Fig. 2). O primeiro caso representa o momento em que os pés tocam o chão no ato da caminhada, enquanto que os outros dois representam dois movimentos alternativos de abdução (ato de afastar membros ou parte dos membros do plano médio do corpo humano) e adução (ato de movimentar um membro no sentido do plano médio do corpo humano). O carregamento global aplicado é definido a partir de duas fontes principais. A primeira de compressão, aplicada sobre a cabeça do fêmur, é resultante do contato existente entre o acetábulo da pélvis e a região de movimentação da cabeça femoral. A segunda, de tração, aplicada sobre o trocanter maior, são referentes às reações dos músculos adutores em relação aos esforços ocorridos durante a caminhada. As cargas aplicadas são equilibradas pelas forças de reação na articulação do joelho que, no modelo, são representadas por uma condição de simetria na superfície, mas restrito contra movimento de corpo livre. As cargas foram distribuídas de maneira constante sobre o segmento definido para cada caso de carga (no trocanter maior ou na cabeça do fêmur). A Fig. 2 apresenta os casos de carregamento considerados neste trabalho e a Tab. 2 apresenta as intensidades e orientações dos mesmos.

Tabela 2. Intensidade e orientação das forças aplicadas sobre o fêmur (Jacobs *et al.*, 1995)

Carga	Magnitude (N)	Orientação (graus) em relação ao eixo vertical
Compressão -1	2317	24
Compressão -2	1158	-15
Compressão -3	1548	56
Tração-1	703	28
Tração-2	351	-8
Tração-3	468	35

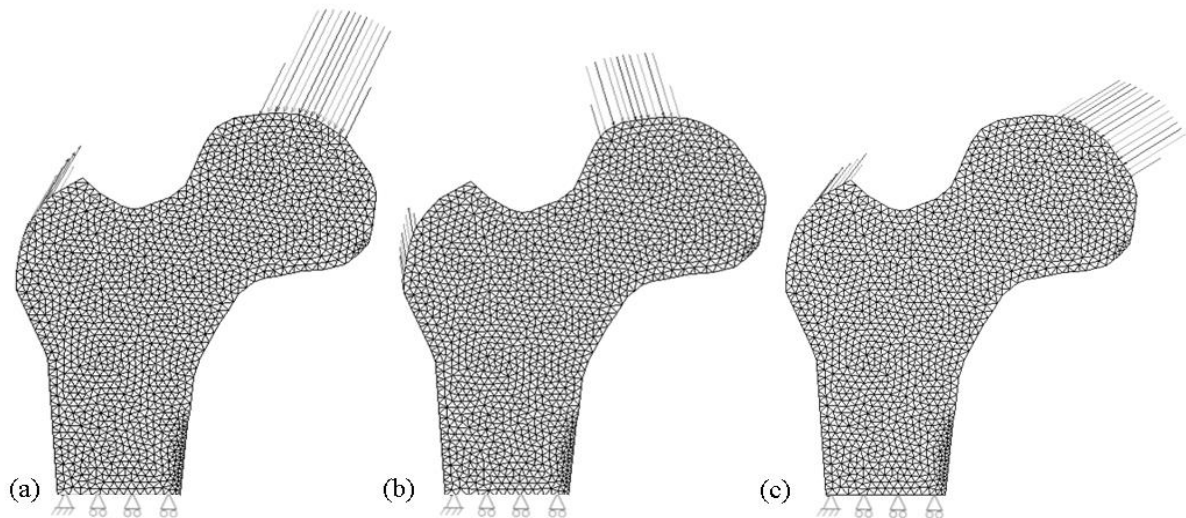


Figura 2. Carregamento global atuante em uma caminhada. (a) Compressão-1 e Tração-1, (b) Compressão-2 e Tração-2 e (c) Compressão-3 e Tração-3.

Para a realização das análises do processo de remodelação óssea, adota-se uma configuração inicial homogênea de densidades. Neste trabalho, para todos os modelos, é considerado um valor de $1,00 \text{ g/cm}^3$. Como a densidade máxima encontrada em um osso cortical saudável é de $2,00 \text{ g/cm}^3$, utiliza-se este como limite superior. O valor mínimo para a densidade é fixado em $0,2 \text{ g/cm}^3$. Este valor representa a maior porcentagem de porosidade encontrada no tecido trabecular que, segundo Hall (2004), varia entre 30 e 90%. É considerado que o processo ocorre durante Δt dias sendo que, para cada dia, são aplicados n ciclos de carga.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção, são apresentados, comparados e discutidos os resultados encontrados para cada abordagem proposta. A Fig. 3 apresenta os campos de densidades referentes a cada abordagem utilizada. Todas as imagens apresentam os campos resultantes de densidades para 100, 300 e 500 ciclos de carga. A Fig. 3a apresenta os resultados relativos à abordagem original, ou seja, sem nenhum tipo de tratamento, indicando a formação do padrão de *checkerboard*. Com o intuito de inibir a formação deste padrão, são exibidas nas Fig. 3b, 3c e 3d, a abordagem com o campo de tensões suavizadas, com as densidades suavizadas e quando tanto o campo de tensões quanto de densidades, são suavizados, respectivamente.

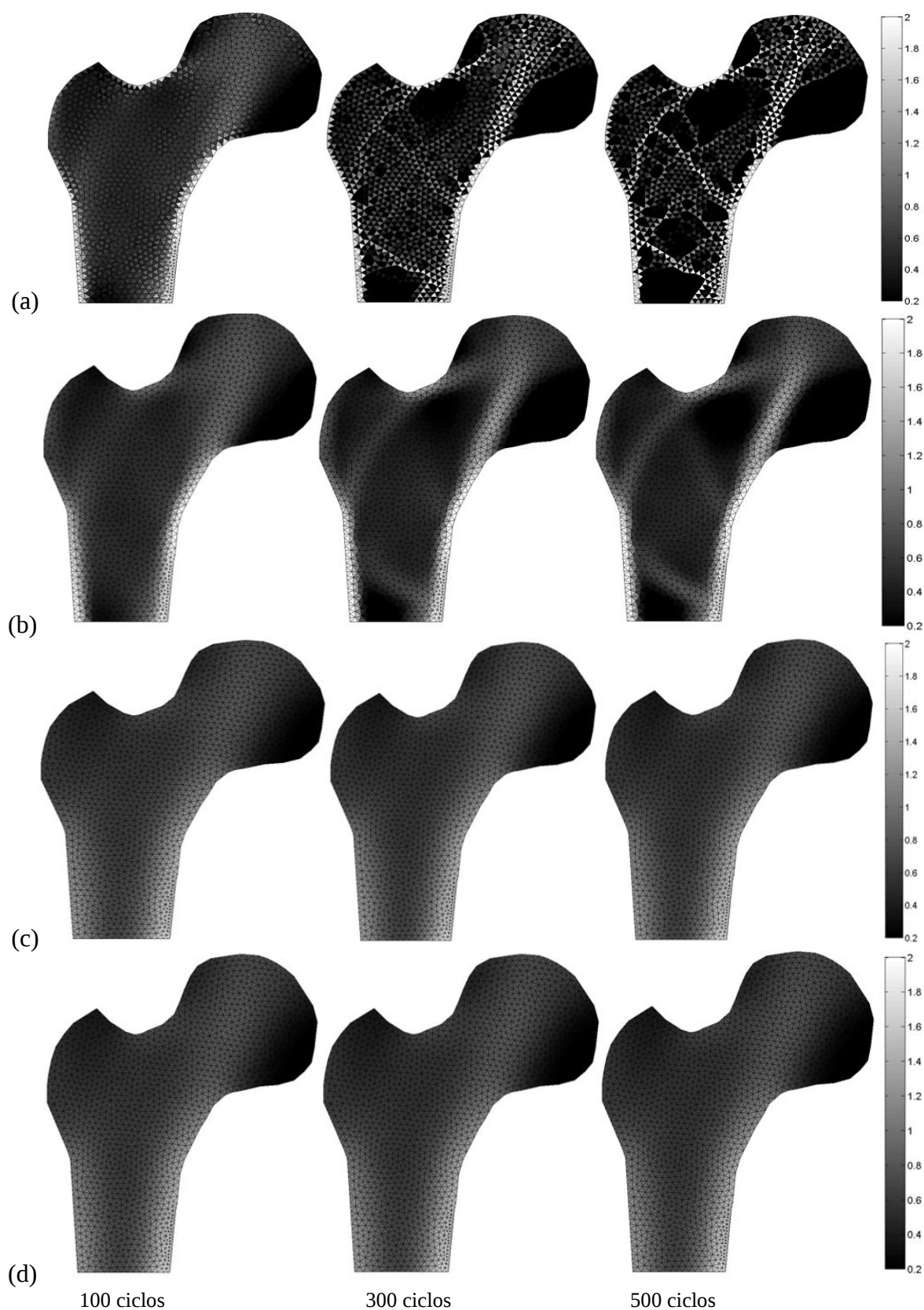


Figura 3. Campos de densidades resultantes. (a) Abordagem sem controle de checkerboard, (b) abordagem com suavização de tensões, (c) abordagem com suavização de densidades e (d) abordagem com suavização de tensões e densidades.

A Fig. 4 apresenta o gráfico de tendência do desvio relativo do campo de densidades para cada abordagem, conforme o número de ciclos de carga é aumentado.

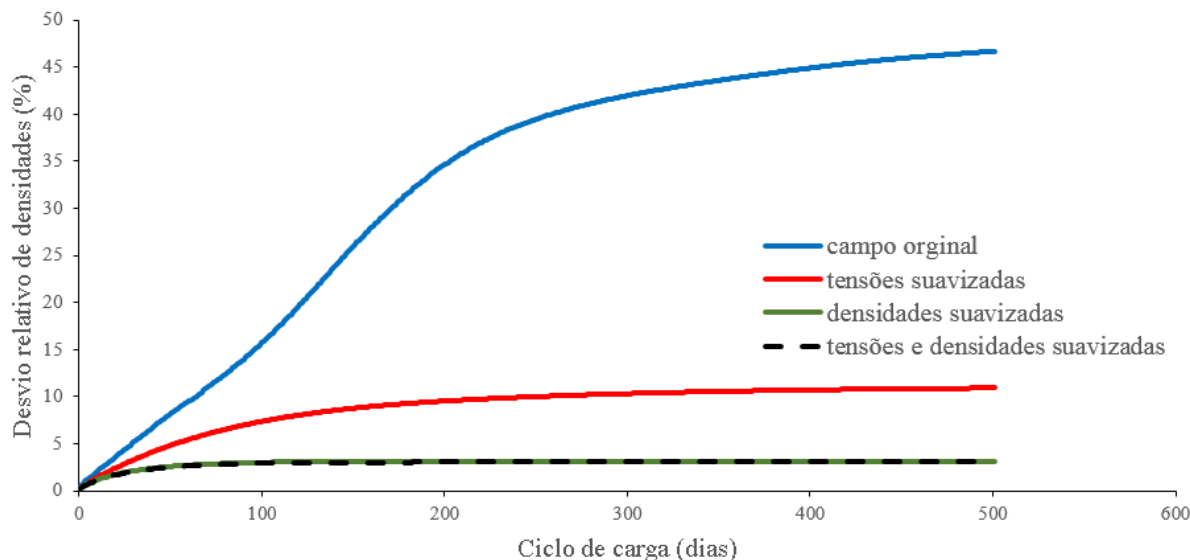


Figura 4. Gráfico de tendência do desvio relativo de densidades para cada abordagem utilizada.

Pode-se perceber através da Fig. 3a que, ao se utilizar um elemento CST com densidade constante no centroide do mesmo, existirá em grande escala a formação do padrão de *checkerboard*, caracterizando uma instabilidade numérica indesejável, a qual resulta em uma baixa qualidade dos resultados. Essa instabilidade no corrente estudo, pode ser atribuída por vários fatores como, por exemplo, o tipo de elemento utilizado (JACOBS *et al.*, 1995).

Com o objetivo de reduzir a formação do *checkerboard*, porém utilizando uma abordagem simples e de baixo custo, propõem-se a utilização do conceito de suavização via média nodal simples aplicado a variáveis significativas do processo de remodelação. Deste modo, preserva-se assim, as vantagens da utilização de um elemento de baixa ordem com densidade constante ao longo do mesmo.

Como pode ser observado na Fig. 3b em comparação com a Fig. 3a, percebe-se uma acentuada redução da formação do padrão ao longo do processo, quando a abordagem de suavização de tensões é utilizada. Esta diminuição é comprovada através dos valores do desvio relativo de densidades conforme o número de ciclos de carga aumenta, exposto na Fig. 4. Simultaneamente, nota-se uma melhor caracterização da distribuição do campo de densidades quando comparado com a radiografia de um fêmur humano (Fig. 5). Nessa abordagem, os principais aspectos morfológicos da distribuição de densidades de um fêmur humano são obtidos, como a formação dos córtices medial e lateral, a distribuição de densidade característica dos trocanteres e na cabeça femoral, o triângulo de Ward, a formação de densidade intermediária na região intertrocanterica e a formação do canal femoral.

Por outro lado, quando se utilizam as abordagens de suavização em densidades ou de suavização de tensões e densidades simultaneamente, a diminuição do fenômeno é mais acentuada quando comparada com as demais abordagens, conforme pode ser visto na Fig. 4. Porém a caracterização da distribuição de densidades do fêmur é comprometida (Fig. 3c e 3d). Isso ocorre, pois, o processo de suavização funciona como um filtro em relação ao padrão de *checkerboard* e, quando aplicado a cada ciclo de carga e diretamente sobre a variável resposta do problema, ou seja, o campo de densidades, este filtro age de forma a homogeneizar o campo de densidades, não permitindo a correta caracterização de um fêmur.



Figura 5. Radiografia de um fêmur humano (Jacobs *et al.*, 1995).

5 CONCLUSÕES

O corrente estudo teve como objetivo implementar e avaliar diferentes abordagens para mitigação do fenômeno de *checkerboard*, que ocorre em análises de remodelação óssea via MEF, utilizando elemento CST com densidade constante.

As três abordagens utilizadas diminuem a ocorrência do fenômeno, como pode ser visualizado na Fig. 3. Porém, somente a abordagem com tensões suavizadas obtém uma distribuição final do campo de densidades que possibilite uma correta caracterização de um fêmur humano saudável. Além disso, é proposta uma medida quantitativa da oscilação do campo de densidades ao longo da análise, denominada desvio relativo das densidades, levando em consideração o conceito de desvio padrão, sendo inserido em padrões locais de elementos. Apesar dos resultados mostrados na Fig. 4, em que a menor medida é atribuída à abordagem de suavização de densidades ou tensões e densidades, deve-se levar em consideração a distribuição de densidades resultante, inviabilizando a utilização do processo de suavização diretamente na variável primária do problema.

Logo, diferentemente das demais abordagens, quando se emprega a suavização do campo de tensões, obtém-se uma melhor caracterização, juntamente com uma diminuição significativa do fenômeno de *checkerboard*. Além disso, o uso desta técnica, em contrapartida ao aumento da ordem e utilização de elementos com densidades nodais, permite preservar a simplicidade de implementação e o baixo custo computacional quando é utilizado um elemento linear com densidade constante.

AGRADECIMENTOS

Os autores deste estudo agradecem à Universidade Federal do Paraná, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (PG-Mec) e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

REFERÊNCIAS

- Aznar, J. M. G., 1999. *Modelo de Remodelación Ósea: Análisis Numérico y Aplicaciones al Diseño de Fijaciones de Fracturas del Fêmur Proximal*. Tesis de doctorado, Centro Politécnico Superior De La Universidad De Zaragoza.
- Beaupré, G. S., Orr, T.E., Carter, D.R., 1990. An approach for time-dependent bone modeling and remodeling – theoretical development. *Journal Orthopedic Research*, vol. 8 pp. 651-661.
- Cardoso, E. L., 2000. *Controle de Complexidade na Otimização Topológica de Estruturas Contínuas*. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- Chen, G.; Pettet, G.; Pearcy, M. McElwain, D. L. S., 2007. Comparison of two numerical approaches for bone remodeling. *Medical Engineering & Physics*, vol. 29, pp. 134-139.
- Corso, L. L., 2006. Aplicação de Procedimentos de Otimização e Remodelamento Ósseo na Simulação e Análise de Problemas de Biomecânica. Mestrado em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil.
- Cowin, S. C., 2001. *Bone Mechanics Handbook*. Stephen Cowin Ed., CRC Press, 2001.
- Días, A., Sigmund, O., 1995. Checkerboard patterns in layout optimization. *Structural Optimization*, vol. 10, pp. 40-45.
- Doblaré, M.; García, J. M., 2001. Application of an anisotropic bone-remodeling model based on a damage-repair theory to the analysis of the proximal femur before and after total hip replacement. *Journal of Biomechanics*, vol. 34, pp. 1157-1170.
- Hall, S. J., 2004. *Biomecânica Básica*. 4 ed, Guanabara Koogan.
- Jacobs, C. R., 1994. *Numerical Simulation of Bone Adaptation to Mechanical Loading*. PhD Dissertation. Department of Mechanical Engineering, Stanford University.
- Jacobs, C. R., Levenston, M. E., Beaupre, G. S., Simo, J. C., Carter, D. R., 1995. Numerical instabilities in bone remodeling simulations: the advantages of a node-based finite element approach. *Journal Biomechanics*, v. 28, pp. 449-459.
- Jacobs, C. R., Simo, J. C., Beaupré, G. S., Carter, R. D., 1997. Adaptive bone remodeling incorporating simultaneous density and anisotropy considerations. *Journal Biomechanics* vol. 30, pp. 603-613.
- Jog, C., Harber, R. B., 1996. Stability of finite element models for distributed-parameter optimization on topology design. *Computer Methods of Numerical Methods and Engineering*, vol. 40, pp 3033-3057.
- Lemaire V., Tobin, F. L., Greller L. D., Cho C. R., Suva L. J. 2004. Modeling the interactions between osteoblast and osteoclast activities. *Journal of Theoretical Biology*, vol. 229, pp. 293-309.
- Martin, R.B., 1984. Porosity and specific surface of bone. *Critical Reviews in Biomedical Engineering*, vol. 8, pp. 651-661.

McNamara, M. L.; Prendergast, P. J., 2007. Bone remodeling algorithms incorporating both strain and microdamage stimuli. *Journal of Biomechanics*, vol. 40, pp. 1381-1391.

Sigmund, O., Petersson, J., 1998. Numerical instabilities in topology optimization: A survey on procedures dealing with checkerboard, mesh-dependencies and local minima. *Structural Optimization*, vol. 16, pp. 68-75.

Weinans, H., Hiskes, R., Grootenboer, H. J., 1992. The behavior of adaptive bone-remodeling simulation models. *Journal of Biomechanics*, v. 25, pp. 1425-1441.