



SIMULAÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DE DANO EM ESTRUTURAS DE CONCRETO PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS GENERALIZADOS

Ana Paula S. Reis

Felício B. Barros

anasalgadoreis@gmail.com

felicio@dees.ufmg.br

Universidade Federal de Minas Gerais

Av. Antônio Carlos, 6627, CEP 31270-901, Pampulha, Belo Horizonte, MG, Brasil

Resumo. Neste trabalho, a estratégia de enriquecimento polinomial pelo Método dos Elementos Finitos Generalizados, MEFG, é avaliada para a descrição da distribuição de dano em meio homogêneo parcialmente frágil. O material utilizado é o concreto, cujo comportamento não-linear físico é representado com base no Modelo de Dano de Mazars. Neste modelo o material é considerado como um meio elástico sem deformações residuais e o dano, representado por uma variável escalar, preserva a isotropia do meio. O fenômeno de amolecimento induzido pelo processo de evolução do dano pode causar a perda de objetividade nos resultados numéricos quando se efetua o refinamento do tipo h da malha de elementos finitos. Busca-se neste trabalho, avaliar o comportamento do modelo numérico com base no enriquecimento polinomial (tipo p), com relação à sensibilidade à perda de objetividade, bem como, à descrição da distribuição do dano no meio analisado. Para isso são realizadas diversas simulações de um problema da elasticidade bi-dimensional, variando-se os níveis de refinamento h e p da malha. Este último com base na estratégia de enriquecimento polinomial desenvolvida para o MEFG. O comportamento não-linear físico global, com base na relação deslocamento/passos de carregamento, e o mapa de distribuição de dano são apresentados como forma de confrontação entre os resultados.

Palavras chave: Método dos Elementos Finitos, Método dos Elementos Finitos Generalizados, Mecânica do Dano, Análise não-linear física, Mecânica das Estruturas.

1 INTRODUÇÃO

O Método dos Elementos Finitos Generalizados, MEFG, (Strouboulis et al., 2000) é utilizado nesse trabalho para descrição da distribuição de dano em meio parcialmente frágil, no caso, o concreto. Para a representação do comportamento não-linear físico foi empregado o Modelo de Dano de Mazars.

O refinamento do tipo h na malha de elementos finitos pode levar à perda de objetividade nos resultados, provocado pelo fenômeno de amolecimento devido ao processo de evolução do dano. Neste trabalho avaliou-se, portanto, o comportamento do modelo numérico com base no enriquecimento polinomial (tipo p) – conforme estratégia empregada com o MEFG, além da influência do tamanho do raio para a análise não-local nos resultados obtidos. Para isso, foram realizadas simulações de um problema da elasticidade bi-dimensional, variando-se os níveis de refinamento h e p da malha, juntamente com três níveis do raio para a abordagem não-local. Para confrontação dos resultados, o comportamento não-linear físico global, com base na relação deslocamento/passos de carregamento, e o mapa de distribuição de dano são apresentados.

As seções 2 e 3 apresentam uma visão geral sobre o MEFG e o Modelo de Dano de Mazars, respectivamente. A seção 4 mostra as experimentações numéricas realizadas e, por fim, a seção 5 apresenta algumas conclusões obtidas.

2 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS GENERALIZADOS

O Método dos Elementos Finitos Generalizados, MEFG, (Duarte et al., 2000, Strouboulis et al., 2000) é uma abordagem não-convencional do MEF, no qual a aproximação da solução concentra-se no nó, associado a uma parcela de elementos chamada de nuvem ω_j . Um conjunto de funções interpoladoras (N_j) associadas a cada nó x_j define a partição da unidade (PU) e a soma de seus valores sempre resulta em um valor unitário em cada ponto do domínio.

$$\sum_{j=1}^N N_j = 1. \quad (1)$$

No MEFG, as funções de forma associadas ao nó x_j são construídas pelo produto das funções PU correspondentes à nuvem ω_j por funções especiais $L_{ji}(x)$, que são escolhidas de modo a melhorar a aproximação do problema. Logo, a aproximação da solução $\tilde{u}(x)$ é descrita como:

$$\tilde{u}(x) = \sum_{j=1}^N N_j(x) \{u_j + \sum_{i=2}^q L_{ji}(x) b_{ji}\}, \quad (2)$$

onde u_j e b_{ji} são parâmetros nodais associados a cada termo das funções de forma e q_j é o número de funções linearmente independentes definidas para cada nuvem ω_j .

3 MODELO DE DANO DE MAZARS

O comportamento do concreto foi analisado, neste estudo, com base no modelo de dano isotrópico de Mazars, no qual o estado de danificação local é representado pela variável escalar de dano D , (Mazars, 1984). Este modelo apresenta as seguintes hipóteses básicas: o concreto é considerado como um meio elástico sem deformações residuais em processo de dano evolutivo; a formação e evolução real do dano sofrem contribuição apenas das extensões, nas direções principais de deformação; o carregamento é proporcionalmente crescente; o dano preserva a isotropia inicial do meio; e o processo de danificação é iniciado localmente quando a grandeza denominada deformação equivalente, ε_q , for superior ao valor de referência, ε_{d0} .

No caso de carregamento proporcional, é feita a seguinte relação secante:

$$\sigma = (1 - D)C_o\varepsilon, \quad (3)$$

sendo C_o a matriz das propriedades elásticas do material íntegro. A rigidez elástica do material é, portanto, diretamente penalizada pelo dano D , que por sua vez, é obtido a partir da parte positiva das componentes de deformação principal, fazendo-se uma associação com os estados uni-axiais de tração e compressão.

Na Mecânica do Dano, assume-se que o fenômeno de deterioração do meio é difuso, limitando sua aplicação até o instante em que o fenômeno de ruptura deixa de ser associado apenas à danificação evolutiva, transformando-se em propagação de uma fratura. A abordagem não-local busca garantir esta distribuição difusa e evitar a perda de objetividade numérica do modelo. Segundo Comi (2000), esta perda de objetividade pode ser provocada pela presença de amolecimento (*softening*), levando a uma dependência da resposta numérica à malha de elementos. Esta abordagem é, portanto, uma técnica de regularização, que determina uma largura mínima para a concentração do dano, limitando a zona de localização de deformações. Nesse trabalho, para introduzir o caráter não-local, empregou-se a média ponderada das deformações conforme estratégia de Davene et al. (1998) para o cálculo do estado de deformação em um ponto do domínio. Esta média é calculada para uma região limitada por um raio pré-definido.

4 EXPERIMENTAÇÕES NUMÉRICAS

O modelo de viga analisado neste trabalho apresenta a geometria mostrada na Fig. 1, com $L = 0.40$ m e $c = 0.10$ m. A força aplicada em sua extremidade é uma carga distribuída, q_y , do tipo parabólica. Na face $x = 0$, foram aplicadas as reações de cisalhamento $-q_y$ e de flexão q_x . Os parâmetros utilizados nas análises foram: Módulo de Elasticidade (E) igual a 2.92 GPa, coeficiente de Poisson (ν) 0.3, $\varepsilon_{d0} = 7.0E-5$, $A_T = 0.7$, $B_T = 2000$, $A_C = 0.655$ e $B_C = 1250$, sendo A_T , B_T , A_C e B_C parâmetros característicos do material, para o Modelo de Mazars, e que podem ser identificados em ensaios uni-axiais, (Álvares, 1993).

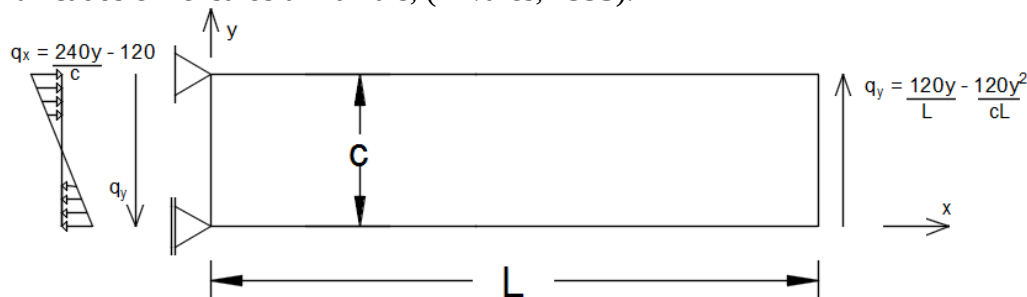


Figura 1. Geometria da estrutura proposta

As Figuras 2(a) e 2(b) mostram os gráficos de força versus deslocamento calculado na posição (0.40, 0.05) para as análises com refinamento h e enriquecimento polinomial, respectivamente. O refinamento h foi feito com seis diferentes malhas, uma aninhada na outra, da malha mais grosseira, com oito elementos (2×4), até a malha mais refinada, com 8192 elementos (64×128). Neste caso não houve enriquecimento polinomial e a solução aproximada é linear, ou seja, $L_{ji} = \{1\}$ na Eq. (2). Para a análise não-local o raio foi considerado igual a 1.0 cm. A integração numérica foi realizada através da quadratura de Gauss-Legendre com 4×4 pontos por elemento.

Já o enriquecimento polinomial foi realizado utilizando-se a malha com 32 elementos (4×8) e o conjunto de funções $\{L_{ji}\}$ da equação (2) foi expandido acrescentando-se monômios para que a solução aproximada seja capaz de representar funções polinomiais de ordem p . Variou-se p de um a seis. O raio se manteve igual a 1.0 cm, porém, nesse caso, a integração numérica foi feita com 7×7 pontos por elemento. A Fig. 3 mostra os mapas da distribuição do dano para

essa análise, sendo que está sendo mostrada apenas a metade esquerda de cada viga, sendo essa a região influenciada pelo dano.

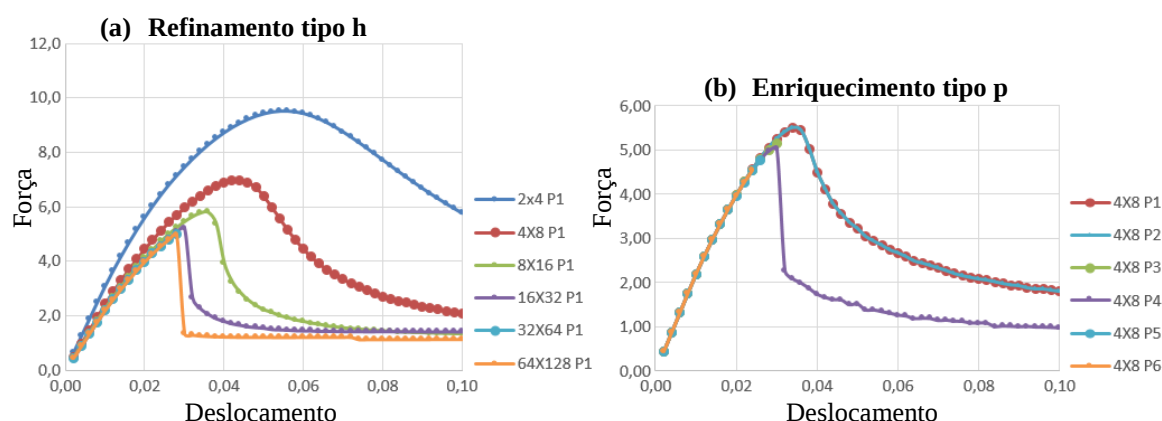


Figura 2. Gráficos de força versus deslocamento para o refinamento tipo h (a) e para o enriquecimento polinomial (b)

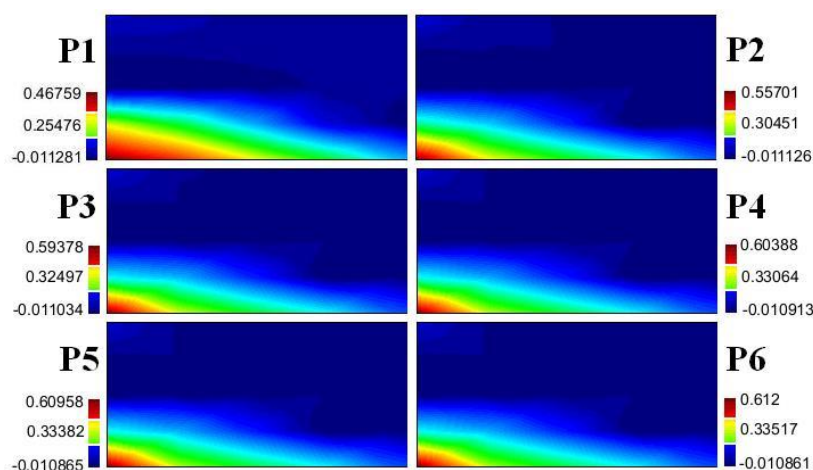


Figura 3. Mapas da distribuição do dano para o enriquecimento polinomial (Malha 4x8)

Por fim, analisou-se a influência do tamanho do raio adotado. Para isso, utilizou-se a malha mais refinada (64x128) e o tamanho do raio foi alterado também para 0.0 e 0.5 cm, mantendo-se os demais parâmetros iguais aos usados no refinamento h. Os mapas da distribuição do dano para esses casos estão mostrados na Fig. 4.

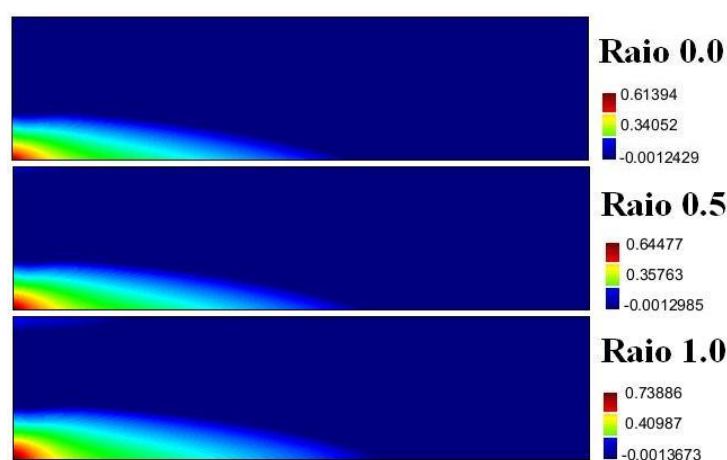


Figura 4. Mapas da distribuição do dano para análise da influência do raio (Malha 64x128) – unidade dos raios em cm

5 CONCLUSÕES

Através das análises realizadas, percebe-se que à medida que se aumenta a ordem do enriquecimento polinomial, a solução tende para a solução obtida com a malha mais refinada. No entanto, observa-se que o fenômeno de localização que ocorre quando é feito o refinamento h não é resolvido pelo enriquecimento polinomial, situação na qual a localização também é verificada. Por outro lado, percebe-se que a malha com 32 elementos e enriquecimento polinomial de ordem 6, com 1527 graus de liberdade, consegue descrever a mesma distribuição de dano obtida com a malha mais refinada com 8192 elementos, com 16767 graus de liberdade. Este resultado é um bom indicativo para o emprego do MEFG em problemas mais complexos em que, geralmente, a região de propagação do dano se altera ao longo do carregamento. Nestes casos, o refinamento h , que seria normalmente utilizado poderia ser substituído pelo enriquecimento p , simplificando a análise numérica. Outra vantagem do MEFG é a de que a ampliação do espaço de aproximação da solução se dá sem a inclusão de novos nós nos elementos, evitando-se problemas de conformidade entre os mesmos. Pode-se, assim, de forma bastante flexível, introduzir diferentes graus polinomiais de enriquecimento ao longo da malha.

No que diz respeito à análise da influência do tamanho do raio, percebe-se que quanto menor é o raio, maior é a localização do dano, conforme já era esperado. Cabe ressaltar que os tamanhos adotados neste trabalho não tiveram qualquer relação com as propriedades do material, sendo utilizados simplesmente com o intuito de observar sua influência no surgimento da localização.

Agradecimentos

Os autores reconhecem e agradecem o importante apoio das agências de pesquisa brasileiras FAPEMIG – Fundação de Amparo à Pesquisa de Minas Gerais e CNPq - Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, pelo financiamento da bolsa de iniciação científica e projetos 486959/2013-9, e 309005/2013-2.

REFERÊNCIAS

- Álvares, M. S, 1993. Estudo de um modelo de dano para o concreto: Formulação, identificação paramétrica e aplicação com o emprego do método dos elementos finitos. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- Duarte C.A., Babuška I., e Oden J, 2000. Generalized finite element methods for three-dimensional structural mechanics problems. *Computers & Structures*, vol. 77, no. 2, pp. 215–232.
- Comi, C, 2000. A nonlocal damage model with permanent strains for quasi-brittle materials. In: BENALLAL, A. (Ed.). *Continuous Damage and Fracture*. Paris: Elsevier, pp. 221–231.
- Davenne, L.; Saouridis, C.; Piau, J. M, 1989. Un code de calcul pour la prévision du comportement de structures endommageables en béton, en béton armé ou en béton de fibres; *Annales de l’Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics*, n.478.
- J. Mazars, 1984. Application de la mécanique de l’endommagement au comportement non lineaire et à rupture du béton de structure. Tese de Doutorado, Université Paris 6.
- Strouboulis T., Babuška I., e Copps K, 2000. The design and analysis of the generalized finite element method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 181, pp. 43–69.