



## OTIMIZAÇÃO DO DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS TUBULARES ESPACIAIS DE AÇO

**Larissa Novelli**

**Elcio Cassimiro Alves**

larissa.novelli@hotmail.com

elcio.calves1@gmail.com

Universidade Federal do Espírito Santo

Av. Fernando Ferrari, 514 Cep 29097-910, Goiabeiras – Vitória – ES - Brazil

**Hélio Gomes Filho**

**Mindszenty Jr. P. Garozi**

**Francesco Mayer Sias**

**Macksuel Soares Azevedo**

heliogomesfilho@gmail.com

mindszentyjr@gmail.com

fmsias@hotmail.com

macksuel.azevedo@gmail.com

Universidade Federal do Espírito Santo

Av. Fernando Ferrari, 514 Cep 29097-910, Goiabeiras – Vitória – ES – Brazil

**Resumo.** A utilização de estruturas tubulares, em sistemas treliçados, é muito eficiente para vencer grandes vãos em projetos de coberturas. Buscou-se a partir dos critérios preconizados pelas ABNT NBR 8800:2008 e ABNT NBR 16239:2013, tais como critérios de resistência a tração e compressão, bem como critério de deformabilidade, desenvolver um programa em Matlab com interface gráfica para o dimensionamento otimizado de estruturas de aço treliçadas tubulares. Na fase de pré-processamento, o modelo inicial pode ser importado de um arquivo do Autocad e a solução do problema de otimização foi obtida utilizando o método de programação quadrática sequencial.

**Palavras Chaves:** Estruturas treliçadas, Estruturas tubulares, Otimização, ABNT NBR 8800.

## 1 INTRODUÇÃO

O Brasil nos últimos anos vem passando pelo processo de industrialização da construção civil e as estruturas de aço surgiram como uma ótima alternativa. Como todas as peças são fabricadas nas indústrias, os canteiros de obras ficam mais limpos e organizados, além das peças possuírem suas propriedades mecânicas e geométricas bem definidas, o que garante mais segurança à obra.

Dentro do contexto das estruturas de aço, as treliçadas tubulares aparecem como uma excelente alternativa para problemas como elevadas cargas nas fundações e obtenção de maiores vãos livres. Assim elas passam a ser muito utilizadas em coberturas, pontes, torres de transmissão, arenas e estádios. Um exemplo do grande uso de perfis tubulares foi para a construção de vários estádios para a Copa do Mundo, realizada em junho de 2014 no Brasil, entre eles encontra-se a Arena Corinthians (Figura 1).



**Figura 1. Arena Corinthians**

**Fonte:** Disponível em: < [www.ironbridge.org.uk](http://www.ironbridge.org.uk) >. Acesso em: 26 maio 2015.

Esse tipo de estrutura ainda é visto como um projeto caro devido ao custo do aço. Assim, ocorre a necessidade de se buscar projetos eficientes com custo reduzido. Procura-se então o dimensionamento das barras das treliças para que elas suportem altas cargas, com área de seção transversal reduzida, mas sem comprometer o seu correto funcionamento.

A busca de uma boa solução para um problema estrutural requer muito tempo e mesmo assim não se tem a garantia de que a solução encontrada é a melhor (DA FONSECA, 2007).

Uma alternativa para essa questão é a implementação de algoritmos que resolvam as equações de forma iterativa utilizando-se de recursos computacionais. Para isso surge o estudo e utilização dos métodos de otimização.

Muitos problemas de otimização podem ser resolvidos através de métodos de programação não-linear baseados em gradientes. Um dos métodos mais importantes é o de Programação Quadrática Sequencial (SQP) que consiste basicamente na aproximação do

problema de programação não-linear como um problema de programação quadrática. Problemas envolvendo otimização de treliças vêm sendo amplamente estudados nos últimos anos enfocando principalmente o estudo de treliças planas e outros métodos de otimização. Dentre os trabalhos mais recentes, Silva et al (2014) apresenta um estudo sobre otimização dimensional de treliças com a utilização do Metodo Simulated Anealing. Silva et al (2014), apresenta ainda um estudo otimização de forma e dimensional de treliças baseado em um algoritmo híbrido de otimização. Da Fonseca(2007) apresenta um estudo sobre otimização de treliças submetidas a carregamento estático e dinâmicos usando algoritmos genéticos e redes neurais

## 2 DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS METÁLICAS

### 2.1 Barras submetidas à força axial de tração

Segundo a ABNT NBR 8800:2008 o dimensionamento a tração tem que atender:

$$N_{t,Sd} \leq N_{t,Rd} \quad (1)$$

Onde:

$N_{t,Sd}$ = força axial de tração solicitante de cálculo;

$N_{t,Rd}$ = força axial de tração resistente de cálculo.

A força axial resistente de cálculo usada no dimensionamento deve ser a menor encontrada segundo os dois casos abaixo:

a) para escoamento da seção bruta

$$N_{t,Rd} = \frac{A_g f_y}{\gamma_{a1}} \quad (2)$$

b) para ruptura da seção líquida

$$N_{t,Rd} = \frac{A_e f_u}{\gamma_{a2}} \quad (3)$$

Onde:

$A_g$  = área bruta da seção transversal da barra;

$A_e$  = área líquida efetiva da seção transversal da barra;

$f_y$  = resistência ao escoamento do aço;

$f_u$  = resistência à ruptura do aço;

$\gamma_{a1}$  = coeficiente de ponderação de resistência para escoamento de aço estrutural igual a 1,1 para combinações normais;

$\gamma_{a2}$  = coeficiente de ponderação de resistência para ruptura de aço estrutural igual a 1,35 para combinações normais.

#### ***Cálculo da área líquida efetiva***

$$A_e = C_t A_n \quad (4)$$

Onde:

$A_n$  = área líquida da barra;

$C_t$  = coeficiente de redução da área líquida.

Admitindo-se que não existam furos, a área líquida,  $A_n$ , deve ser tomada igual à área transversal,  $A_g$ .

E adotando-se que a força de tração é transmitida para toda a seção transversal por solda,  $C_t$  deve ser tomado igual a 1.

### **Limitação do índice de esbeltez**

$$\lambda = \frac{L}{r} \leq 300 \quad (5)$$

Onde:

$L$  = comprimento destravado, tomado igual ao comprimento da própria barra;

$r$  = raio de giração.

## **2.2 Barras submetidas à força axial de compressão**

Segundo a ABNT NBR 8800:2008 o dimensionamento a compressão tem que atender:

$$N_{c,Sd} \leq N_{c,Rd} \quad (6)$$

Onde:

$N_{c,Sd}$  = força axial de compressão solicitante de cálculo;

$N_{c,Rd}$  = força axial de compressão resistente de cálculo.

### **Força axial resistente de cálculo**

$$N_{c,Rd} = \frac{\chi Q A_g f_y}{\gamma_{a1}} \quad (7)$$

Onde:

$\chi$  = fator de redução associado à resistência à compressão;

$Q$  = fator de redução total associado à flambagem local;

$A_g$  = área bruta da seção transversal da barra.

### **Fator de redução $\chi$**

O fator de redução associado à força axial de compressão resistente, para perfis tubulares é dado pela ABNT NBR 16239: 2013.

$$\chi = \frac{1}{(1 + \lambda_0^{4,48})^{1/2,24}} \quad (8)$$

Onde:

$\lambda_0$  = índice de esbeltez reduzido dado por:

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{Q A_g f_y}{N_e}} \quad (9)$$

Onde:

$A_g$  = área bruta da seção transversal;

$N_e$  = força axial de flambagem elástica;

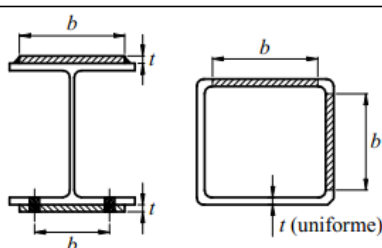
$Q$  = fator de redução total associado à flambagem local;

### Flambagem local das barras axialmente comprimidas

Os elementos pertencentes aos perfis tubulares retangulares e quadrados são classificados como elementos AA, pois possuem duas bordas vinculadas, assim:

$$Q = Q_a \quad (10)$$

Tabela 1. Fator de redução total associado à flambagem local

| Grupo | Descrição dos elementos                                                                                                                                                       | Alguns exemplos com indicação de $b$ e $t$                                          | $(b/t)_{lim}$               |
|-------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------|
| 1     | <ul style="list-style-type: none"> <li>Mesas ou almas de seções tubulares retangulares</li> <li>Lamelas e chapas de diafragmas entre linhas de parafusos ou soldas</li> </ul> |  | $1,40 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$ |

Para valores da relação  $(b/t)$  menor que o limite estabelecido na tabela,  $Q_a = 1$ .

Quando a relação é maior que a limite, tem-se:

$$Q_a = \frac{A_{ef}}{A_g} \quad (11)$$

Onde:

$$A_{ef} = A_g - \Sigma (b - b_{ef})t \quad (12)$$

$$b_{ef} = 1,92t \sqrt{\frac{E}{\sigma}} \left[ 1 - \frac{c_a}{b/t} \sqrt{\frac{E}{\sigma}} \right] \leq b \quad (13)$$

Onde:

$A_{ef}$  = área efetiva da seção transversal;

$b$  = largura do elemento;

$t$  = espessura do elemento;

$b_{ef}$  = largura efetiva do elemento AA;

$c_a = 0,38$ ;

$\sigma$  = tensão que pode ser tomada igual a  $f_y$ .

Os perfis de seções tubulares circulares possuem uma classificação à parte, dada abaixo:

$$a) Q = 1,00 \text{ para } \frac{D}{t} \leq 0,11 \frac{E}{f_y} \quad (14)$$

$$b) Q = \frac{0,038}{D/t} \frac{E}{f_y} + \frac{2}{3} \text{ para } 0,11 \frac{E}{f_y} < \frac{D}{t} \leq 0,45 \frac{E}{f_y} \quad (15)$$

### **Força axial de flambagem elástica**

Para as seções tubulares que são duplamente simétricas a força axial de flambagem elástica,  $N_e$ , é dada por:

- Para flambagem por flexão em relação ao eixo central de inércia x da seção transversal:

$$N_{ex} = \frac{\pi^2 EI_x}{(K_x L_x)^2} \quad (16)$$

- Para flambagem por flexão em relação ao eixo central de inércia y da seção transversal:

$$N_{ey} = \frac{\pi^2 EI_y}{(K_y L_y)^2} \quad (17)$$

- Para flambagem por torção em relação ao eixo longitudinal z:

$$N_{ez} = \frac{1}{r_0^2} \left[ \frac{\pi^2 EC_w}{(K_z L_z)^2} + GJ \right] \quad (18)$$

Onde:

$K_x = K_y = K_z$  = depende das condições de extremidade para o cálculo do comprimento de flambagem que no caso da treliça é igual a 1 pois as barras são birotuladas;

$I_x$  e  $I_y$  = momentos de inércia;

$C_w$  = constante de empenamento que para seções tubulares retangulares, quadradas e circulares é zero;

$J$  = constante de torção da seção transversal;

$r_0$  = raio de giração polar, dado por:

$$r_0 = \sqrt{(r_x^2 + r_y^2 + x_0^2 + y_0^2)} \quad (19)$$

$N_e$  é o menor dos valores entre  $N_{ex}$ ,  $N_{ey}$  e  $N_{ez}$ .

### **Limitação do índice de esbeltez**

$$\lambda = \frac{KL}{r} \leq 200 \quad (20)$$

Onde:

$K$  = coeficiente de flambagem igual a 1;

$L$  = comprimento destravado, tomado igual ao comprimento da própria barra;

$r$  = raio de giração.

## **3 OTIMIZAÇÃO**

Técnicas de otimização estrutural são importantes ferramentas que podem ser utilizadas no processo para se determinar a melhor solução estrutural para um determinado problema. Esse problema é chamado de objetivo e pode representar alguma quantidade, qualidade ou qualquer outro fator que pode ser apresentado como um número. Nos problemas de otimização são utilizados alguns conceitos importantes de serem destacados, tais como:

*Minimizar*

$$f(x) \quad (21)$$

*Sujeito a*

$$c(x) \leq 0 \quad (22)$$

$$Ceq(x) = 0 \quad (23)$$

$$lb \leq x \leq ub \quad (24)$$

$$x_0 \quad (25)$$

Onde:

$f(x)$  - Função objetivo. Função principal que deverá ser minimizada ou maximizada;

$c(x) \leq 0$  - Restrições. São inequações que devem ser atendidas;

$ceq(x)=0$  - Restrições. São equações que devem ser atendidas;

$lb$  - Vetor de limites inferiores;

$ub$  - Vetor de limites superiores;

$x_0$  - Ponto inicial das iterações.

## 4 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

Diante dos vários métodos de otimização utilizou-se o método de programação sequencial quadrática. Esse método possui algoritmos já implementados e testados, onde apenas a entrada da função objetivo e as restrições são necessárias. O ambiente utilizado para o desenvolvimento do problema foi o Matlab.

Para formulação do modelo de otimização utilizou-se a dimensional que irá modificar apenas o perfil e não influenciará na forma da estrutura.

### Função Objetivo

A função objetivo que se deseja minimizar é a função custo da estrutura que está diretamente ligada ao peso da estrutura, porém como a massa específica do aço é constante, busca-se então minimizar a área da seção transversal em função dos seus parâmetros geométricos.

Os perfis tubulares podem ser tanto circulares, retangulares ou quadrados. Buscou-se então analisar a otimização de cada tipo de perfil separadamente, variando suas dimensões, assim a variável área a ser minimizada é calculada através das dimensões do perfil.

A função objetivo é apresentada na Equação 26, e o custo total da estrutura é obtido pelo somatório de  $f(x)$  para todas as barras.

$$f(x) = A(x) * \rho * L * custo \quad (26)$$

Onde:

A(x) - área da seção transversal em função das dimensões e do perfil escolhido para a análise do problema;

$\rho$  - peso específico do aço em kg/m<sup>3</sup>;

L - comprimento da barra em m;

Custo - preço do aço por kg.

### Restrições

As restrições às quais o problema está submetido devem ser analisadas para cada barra da treliça, e são divididas em:

- Análise dos esforços máximos;

Na análise dos esforços deve ser atendida a principal relação: “Os esforços solicitantes devem ser menores que os esforços resistentes de cálculo”. O esforço que cada barra está sendo submetida é verificado e direcionado para cada caso específico.

As barras submetidas a esforço axial nulo: Adotam-se as dimensões mínimas para o perfil.

As barras submetidas a esforço axial de tração: As dimensões são verificadas conforme apresentado no item 2.1.

$$N_{t,Sd} - N_{t,Rd} \leq 0 \quad (27)$$

As barras submetidas a esforço axial de compressão: As dimensões são determinadas de acordo com o item 2.2.

$$N_{c,Sd} - N_{c,Rd} \leq 0 \quad (28)$$

- Análise dos limites de esbeltez;

As barras submetidas a esforço axial de tração: Dimensionadas conforme o item 2.1.

$$-300 + \lambda \leq 0 \quad (29)$$

As barras submetidas a esforço axial de compressão: Apresentado no item 2.2.

$$-200 + \lambda \leq 0 \quad (30)$$

- Relação entre as dimensões.

Para obterem-se os limites das dimensões máximas e mínimas e as relações entre essas dimensões, tomou-se como referência o catálogo da empresa Vallourec, que é fabricante de tubos estruturais.

As restrições apresentadas nas equações 27, 28, 29 e 30 foram apresentadas no item 2 de acordo com as normas vigentes para verificação de estruturas metálicas.

Para o problema em questão foram utilizadas as seguintes propriedades do aço:

- a) módulo de elasticidade,  $E = 200000$  MPa;
- b) coeficiente de Poisson,  $\nu_a = 0,3$ ;
- c) módulo de elasticidade transversal,  $G = 77000$  MPa;

d) massa específica,  $\rho_a = 7850 \text{ kg/m}^3$ .

## 5 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

Para a implementação computacional dos algoritmos da otimização utilizou-se o programa de computador Matlab. Esse software possui o método de programação quadrática sequencial (SQP) como função da sua biblioteca e também a opção de gerar “guias”, o que torna o programa mais interativo para o usuário.

Os algoritmos elaborados foram transferidos para um programa de computador intitulado “Structure3D”. Este programa foi formulado como projeto de graduação e tem como objetivo o cálculo dos esforços internos da estrutura, seus deslocamentos e reações de apoio.

O desenho da estrutura a ser analisada pode ser importado do AutoCad ou ter sua entrada manual no próprio programa. Os esforços externos e as condições de apoio podem ser inseridos diretamente na estrutura. Em relação às propriedades mecânicas estas podem ser escolhidas a partir de uma tabela com os valores comerciais fornecidos pela empresa Vallourec, ou podem ser digitados manualmente. A figura 2 apresenta a tela inicial do programa.

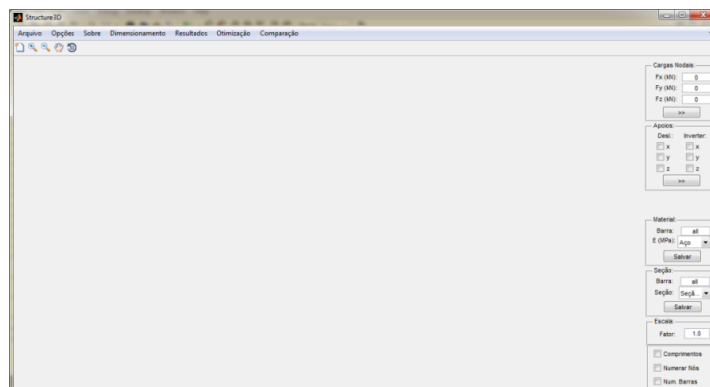


Figura 2. Tela inicial

Inicialmente para a otimização é necessário escolher o perfil que se deseja utilizar na estrutura. Para isso criou-se uma “guia” na qual o usuário seleciona o perfil e digita-se o custo do aço, por kg, para o cálculo do custo total.

Dependendo do perfil que foi selecionado, o programa passa para o algoritmo daquele tipo de perfil específico. Cada um possui suas variáveis principais e suas particularidades em relação às restrições.

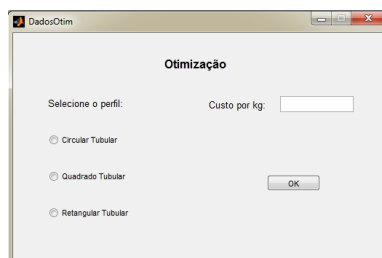


Figura 3. Tela de seleção do perfil

Em cada iteração de otimização é recalculado os esforços internos da estrutura utilizando-se como parâmetros as dimensões encontradas. No cálculo desses esforços utiliza-se o método dos elementos finitos, mais especificamente o método dos deslocamentos. Encontrada a solução ótima o programa retorna o resultado em forma de tabelas.

The screenshot shows a window titled 'Resultado da Otimização'. It contains a table with 5 columns: 'Barra', 'D (mm)', 'h (mm)', 'b (mm)', and 't (mm)'. The table has 17 rows, numbered 1 to 17. Below the table, there are two input fields: 'Peso Total da Estrutura:' and 'Custo Total da Estrutura:'.

Figura 4. Tela de resultado da otimização

## 6 EXEMPLOS NUMÉRICOS

Serão apresentados três exemplos numéricos, um de uma treliça plana e outros dois de treliças espaciais. Para todos serão apresentados a estrutura e o resultado da otimização.

### 6.1 Treliça Plana

Para a treliça plana escolheu-se como exemplo uma treliça de 21 barras. Selecionou-se o aço VMB250 com módulo de elasticidade  $E = 200000$  MPa, resistência ao escoamento do aço  $f_y = 250$  MPa e resistência à ruptura do aço  $f_u = 400$  MPa. A figura 5 mostra a estrutura com os apoios, o carregamento e as numerações das barras. A treliça possui 1,5m de altura e 1,5m entre nós inferiores e superiores

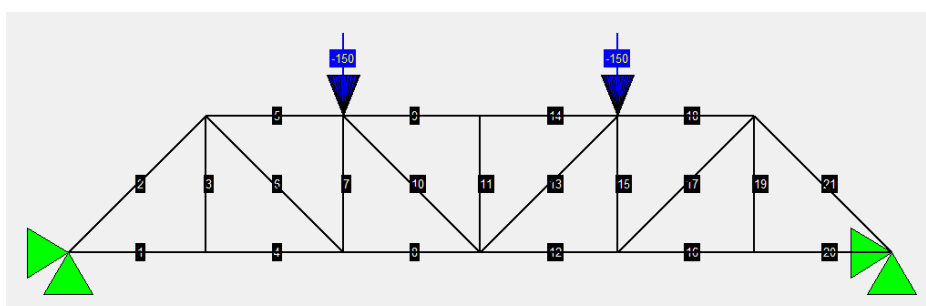
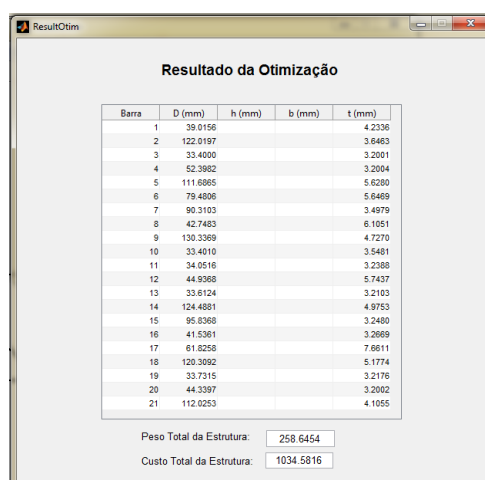


Figura 5. Treliça plana

Para a otimização dessa treliça escolheu-se o perfil tubular, comparando os diferentes tipos de perfil para o mesmo problema. e um custo de R\$4,00/kg de aço. A figura 6 apresenta o resultado da otimização, com os valores das dimensões, o peso total e o custo total da estrutura.



**Resultado da Otimização**

| Barra | D (mm)   | h (mm) | b (mm) | t (mm) |
|-------|----------|--------|--------|--------|
| 1     | 39.0156  |        |        | 4.2336 |
| 2     | 122.0197 |        |        | 3.6463 |
| 3     | 33.4000  |        |        | 3.2001 |
| 4     | 52.3982  |        |        | 3.2004 |
| 5     | 111.6865 |        |        | 5.6280 |
| 6     | 79.4806  |        |        | 5.6469 |
| 7     | 90.3103  |        |        | 3.4979 |
| 8     | 42.7483  |        |        | 6.1051 |
| 9     | 130.3369 |        |        | 4.7270 |
| 10    | 33.4010  |        |        | 3.5481 |
| 11    | 34.0516  |        |        | 3.2388 |
| 12    | 44.9368  |        |        | 5.7437 |
| 13    | 33.6124  |        |        | 3.2103 |
| 14    | 124.4681 |        |        | 4.9753 |
| 15    | 95.9368  |        |        | 3.2400 |
| 16    | 41.5361  |        |        | 3.2669 |
| 17    | 61.8258  |        |        | 7.6611 |
| 18    | 120.3092 |        |        | 5.1774 |
| 19    | 33.7315  |        |        | 3.2176 |
| 20    | 44.3397  |        |        | 3.2002 |
| 21    | 112.0253 |        |        | 4.1055 |

Peso Total da Estrutura: 258.6454  
Custo Total da Estrutura: 1034.5816

Figura 6. Resultado da otimização

As tabelas 2 e 3 apresentam a comparação entre o dimensionamento convencional e o dimensionamento ótimo para os três tipos de perfis. Para o cálculo dos esforços internos, no dimensionamento convencional, utilizou-se: circular (33,4x3,6mm), quadrado (50x50x4mm) e retangular (60x40x4mm).

Tabela 2. Tabela comparativa para perfis circulares e quadrados

| Dimensionamento Perfil Circular |          |       |          |       | Dimensionamento Perfil Quadrado |          |       |          |       |
|---------------------------------|----------|-------|----------|-------|---------------------------------|----------|-------|----------|-------|
| Convencional                    |          |       | Ótimo    |       | Convencional                    |          |       | Ótimo    |       |
| Barras                          | d(mm)    | t(mm) | d(mm)    | t(mm) | Barras                          | b(mm)    | t(mm) | b(mm)    | t(mm) |
| 1                               | 48,3     | 3,6   | 39,02    | 4,23  | 1                               | 50,0     | 3,6   | 50,00    | 3,60  |
| 2                               | 114,3    | 4,0   | 122,02   | 3,65  | 2                               | 90,0     | 4,5   | 96,42    | 3,73  |
| 3                               | 33,4     | 3,2   | 33,40    | 3,20  | 3                               | 50,0     | 3,6   | 50,00    | 3,60  |
| 4                               | 48,3     | 3,6   | 52,40    | 3,20  | 4                               | 50,0     | 3,6   | 50,00    | 3,60  |
| 5                               | 114,3    | 5,6   | 111,69   | 5,63  | 5                               | 80,0     | 7,1   | 82,60    | 6,23  |
| 6                               | 88,9     | 5,0   | 79,48    | 5,65  | 6                               | 70,0     | 5,0   | 60,98    | 5,95  |
| 7                               | 88,9     | 3,6   | 90,31    | 3,50  | 7                               | 80,0     | 3,6   | 70,74    | 3,62  |
| 8                               | 48,3     | 4,5   | 42,75    | 6,11  | 8                               | 50,0     | 3,6   | 50,01    | 3,60  |
| 9                               | 114,3    | 5,6   | 130,34   | 4,73  | 9                               | 80,0     | 7,1   | 80,70    | 6,44  |
| 10                              | 33,4     | 3,2   | 33,40    | 3,55  | 10                              | 50,0     | 3,6   | 50,00    | 3,60  |
| 11                              | 33,4     | 3,2   | 34,05    | 3,24  | 11                              | 50,0     | 3,6   | 50,01    | 3,60  |
| 12                              | 48,3     | 4,5   | 44,94    | 5,74  | 12                              | 50,0     | 3,6   | 50,00    | 3,60  |
| 13                              | 33,4     | 3,2   | 33,61    | 3,21  | 13                              | 50,0     | 3,6   | 50,00    | 3,60  |
| 14                              | 114,3    | 5,6   | 124,49   | 4,98  | 14                              | 80,0     | 7,1   | 85,02    | 6,01  |
| 15                              | 88,9     | 3,6   | 95,84    | 3,25  | 15                              | 80,0     | 3,6   | 70,78    | 3,60  |
| 16                              | 48,3     | 3,6   | 41,54    | 3,27  | 16                              | 50,0     | 3,6   | 50,00    | 3,60  |
| 17                              | 88,9     | 5,0   | 61,83    | 7,66  | 17                              | 70,0     | 5,0   | 51,81    | 7,33  |
| 18                              | 114,3    | 5,6   | 120,31   | 5,18  | 18                              | 80,0     | 7,1   | 88,20    | 5,74  |
| 19                              | 33,4     | 3,2   | 33,73    | 3,22  | 19                              | 50,0     | 3,6   | 50,21    | 3,60  |
| 20                              | 48,3     | 3,6   | 44,34    | 3,20  | 20                              | 50,0     | 3,6   | 50,00    | 3,60  |
| 21                              | 114,3    | 4,0   | 112,03   | 4,11  | 21                              | 90,0     | 4,5   | 99,35    | 3,62  |
| Peso(kg)                        | 262,0756 |       | 258,6454 |       | Peso(kg)                        | 311,0360 |       | 295,1348 |       |

Tabela 3. Tabela comparativa para perfis retangulares

| Barras   | Dimensionamento |       |       |          |        |       |
|----------|-----------------|-------|-------|----------|--------|-------|
|          | Convencional    |       |       | Ótimo    |        |       |
|          | h(mm)           | b(mm) | t(mm) | h(mm)    | b(mm)  | t(mm) |
| 1        | 60              | 40    | 3,6   | 60,00    | 40,00  | 3,60  |
| 2        | 110             | 80    | 4,5   | 60,00    | 98,68  | 3,61  |
| 3        | 60              | 40    | 3,6   | 60,00    | 40,09  | 3,60  |
| 4        | 60              | 40    | 3,6   | 60,00    | 40,00  | 3,60  |
| 5        | 110             | 80    | 5,6   | 60,00    | 87,11  | 5,78  |
| 6        | 90              | 50    | 5,0   | 60,00    | 48,54  | 6,39  |
| 7        | 80              | 50    | 5,0   | 60,00    | 70,67  | 3,60  |
| 8        | 60              | 40    | 3,6   | 60,00    | 40,07  | 3,60  |
| 9        | 110             | 80    | 5,6   | 60,00    | 83,97  | 6,10  |
| 10       | 60              | 40    | 3,6   | 60,00    | 40,22  | 3,60  |
| 11       | 60              | 40    | 3,6   | 60,00    | 40,22  | 3,60  |
| 12       | 60              | 40    | 3,6   | 60,00    | 40,17  | 3,60  |
| 13       | 60              | 40    | 3,6   | 60,00    | 40,00  | 3,60  |
| 14       | 110             | 80    | 5,6   | 60,00    | 85,04  | 6,01  |
| 15       | 80              | 50    | 5,0   | 60,00    | 71,30  | 3,60  |
| 16       | 60              | 40    | 3,6   | 60,00    | 40,21  | 3,60  |
| 17       | 90              | 50    | 5,0   | 60,00    | 49,18  | 6,42  |
| 18       | 110             | 80    | 5,6   | 60,00    | 83,58  | 6,15  |
| 19       | 60              | 40    | 3,6   | 60,00    | 40,12  | 3,60  |
| 20       | 60              | 40    | 3,6   | 60,00    | 40,00  | 3,60  |
| 21       | 110             | 80    | 4,5   | 60,00    | 100,83 | 3,60  |
| Peso(kg) | 313,1917        |       |       | 295,3390 |        |       |

## 6.2 Treliça Espacial 1

Para a treliça espacial escolheu-se como exemplo uma treliça de 27 barras. Selecionou-se o aço VMB 300 com módulo de elasticidade  $E = 200000$  MPa, resistência ao escoamento do aço  $f_y = 300$  MPa e resistência à ruptura do aço  $f_u = 415$  MPa. A figura 7 mostra a estrutura com os apoios, o carregamento e numeração das barras e a figura 8 as cotas da estrutura.

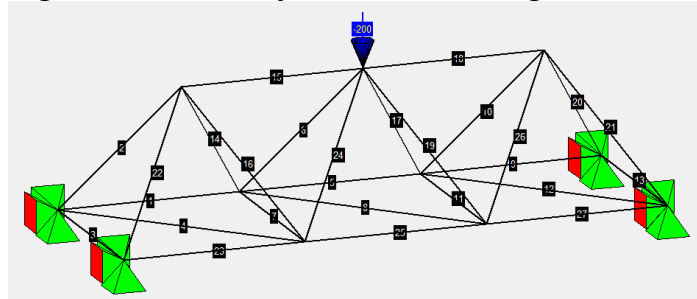
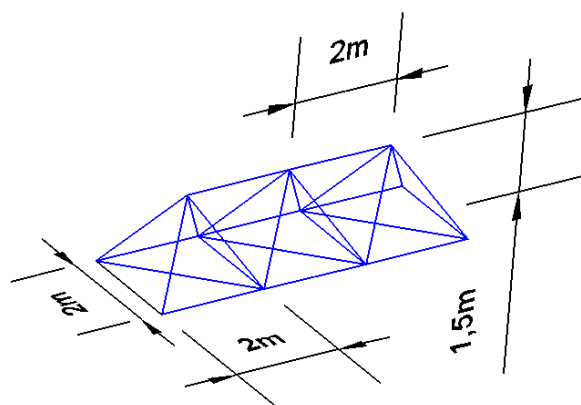


Figura 7. Treliça Espacial



**Figura 8. Dimensões da Treliça Espacial**

As tabelas 4 e 5 apresentam a comparação entre o dimensionamento convencional e o dimensionamento ótimo para os três tipos de perfis. Para o cálculo dos esforços internos, no dimensionamento convencional, utilizou-se: circular (60,3x4,5mm), quadrado (50x50x4,5mm) e retangular (60x40x4,5mm).

**Tabela 4. Tabela comparativa para perfis circulares e quadrados**

| Dimensionamento Perfil Circular |       |       |       |       | Dimensionamento Perfil Quadrado |       |       |       |       |
|---------------------------------|-------|-------|-------|-------|---------------------------------|-------|-------|-------|-------|
| Convencional                    |       | Ótimo |       |       | Convencional                    |       | Ótimo |       |       |
| Barras                          | d(mm) | t(mm) | d(mm) | t(mm) | Barras                          | b(mm) | t(mm) | b(mm) | t(mm) |
| 1                               | 42,2  | 3,6   | 44,34 | 3,20  | 1                               | 50    | 3,6   | 50,00 | 3,60  |
| 2                               | 60,3  | 4,0   | 62,89 | 3,20  | 2                               | 60    | 3,6   | 50,92 | 3,60  |
| 3                               | 33,4  | 3,2   | 33,40 | 3,20  | 3                               | 50    | 3,6   | 50,00 | 3,60  |
| 4                               | 48,3  | 3,6   | 43,07 | 3,20  | 4                               | 50    | 3,6   | 50,00 | 3,60  |
| 5                               | 33,4  | 3,2   | 33,40 | 3,20  | 5                               | 50    | 3,6   | 50,00 | 3,60  |
| 6                               | 60,3  | 4,0   | 62,89 | 3,20  | 6                               | 60    | 3,6   | 50,92 | 3,60  |
| 7                               | 33,4  | 3,2   | 33,40 | 3,20  | 7                               | 50    | 3,6   | 50,00 | 3,60  |
| 8                               | 48,3  | 3,6   | 43,07 | 3,20  | 8                               | 50    | 3,6   | 50,00 | 3,60  |
| 9                               | 42,2  | 3,6   | 44,38 | 3,20  | 9                               | 50    | 3,6   | 50,00 | 3,60  |
| 10                              | 38,1  | 3,6   | 33,48 | 3,78  | 10                              | 50    | 3,6   | 50,00 | 3,60  |
| 11                              | 33,4  | 3,2   | 33,40 | 3,20  | 11                              | 50    | 3,6   | 50,00 | 3,60  |
| 12                              | 33,4  | 3,2   | 33,40 | 3,20  | 12                              | 50    | 3,6   | 50,00 | 3,60  |
| 13                              | 33,4  | 3,2   | 33,40 | 3,20  | 13                              | 50    | 3,6   | 50,00 | 3,60  |
| 14                              | 38,1  | 3,6   | 33,48 | 3,78  | 14                              | 50    | 3,6   | 50,00 | 3,60  |
| 15                              | 88,9  | 3,6   | 84,82 | 3,20  | 15                              | 70    | 3,6   | 66,27 | 3,60  |
| 16                              | 38,1  | 3,6   | 33,49 | 3,80  | 16                              | 50    | 3,6   | 50,00 | 3,60  |
| 17                              | 60,3  | 4,0   | 62,88 | 3,20  | 17                              | 60    | 3,6   | 50,93 | 3,60  |
| 18                              | 88,9  | 3,6   | 84,95 | 3,20  | 18                              | 70    | 3,6   | 66,41 | 3,60  |
| 19                              | 60,3  | 4,0   | 62,76 | 3,20  | 19                              | 60    | 3,6   | 50,76 | 3,60  |
| 20                              | 60,3  | 4,0   | 62,88 | 3,20  | 20                              | 60    | 3,6   | 50,93 | 3,60  |
| 21                              | 60,3  | 4,0   | 63,14 | 3,20  | 21                              | 60    | 3,6   | 51,23 | 3,60  |
| 22                              | 60,3  | 4,0   | 63,01 | 3,20  | 22                              | 60    | 3,6   | 51,09 | 3,60  |
| 23                              | 42,2  | 3,6   | 44,29 | 3,20  | 23                              | 50    | 3,6   | 50,00 | 3,60  |
| 24                              | 60,3  | 4,0   | 63,01 | 3,20  | 24                              | 60    | 3,6   | 51,09 | 3,60  |
| 25                              | 33,4  | 3,2   | 33,40 | 3,20  | 25                              | 50    | 3,6   | 50,00 | 3,60  |

|          |          |     |          |      |          |          |     |          |      |
|----------|----------|-----|----------|------|----------|----------|-----|----------|------|
| 26       | 38,1     | 3,6 | 33,49    | 3,82 | 26       | 50       | 3,6 | 50,00    | 3,60 |
| 27       | 42,2     | 3,6 | 44,43    | 3,20 | 27       | 50       | 3,6 | 50,00    | 3,60 |
| Peso(kg) | 232,3506 |     | 205,5741 |      | Peso(kg) | 327,8289 |     | 309,3653 |      |

**Tabela 5. Tabela comparativa para perfis retangulares**

| Dimensionamento |       |          |       |       |          |       |
|-----------------|-------|----------|-------|-------|----------|-------|
| Convencional    |       |          |       | Ótimo |          |       |
| Barras          | h(mm) | b(mm)    | t(mm) | h(mm) | b(mm)    | t(mm) |
| 1               | 60    | 40       | 3,6   | 60,00 | 40,00    | 3,60  |
| 2               | 70    | 50       | 3,6   | 60,00 | 47,80    | 3,60  |
| 3               | 60    | 40       | 3,6   | 60,00 | 40,00    | 3,60  |
| 4               | 60    | 40       | 3,6   | 60,00 | 40,00    | 3,60  |
| 5               | 60    | 40       | 3,6   | 60,00 | 40,00    | 3,60  |
| 6               | 70    | 50       | 3,6   | 60,00 | 47,80    | 3,60  |
| 7               | 60    | 40       | 3,6   | 60,00 | 40,00    | 3,60  |
| 8               | 60    | 40       | 3,6   | 60,00 | 40,00    | 3,60  |
| 9               | 60    | 40       | 3,6   | 60,00 | 40,00    | 3,60  |
| 10              | 60    | 40       | 3,6   | 60,00 | 40,00    | 3,60  |
| 11              | 60    | 40       | 3,6   | 60,00 | 40,00    | 3,60  |
| 12              | 60    | 40       | 3,6   | 60,00 | 40,00    | 3,60  |
| 13              | 60    | 40       | 3,6   | 60,00 | 40,00    | 3,60  |
| 14              | 60    | 40       | 3,6   | 60,00 | 40,00    | 3,60  |
| 15              | 102   | 52       | 4,0   | 60,00 | 66,27    | 3,60  |
| 16              | 60    | 40       | 3,6   | 60,00 | 40,00    | 3,60  |
| 17              | 70    | 50       | 3,6   | 60,00 | 47,81    | 3,60  |
| 18              | 102   | 52       | 4,0   | 60,00 | 66,41    | 3,60  |
| 19              | 70    | 50       | 3,6   | 60,00 | 47,60    | 3,60  |
| 20              | 70    | 50       | 3,6   | 60,00 | 47,81    | 3,60  |
| 21              | 70    | 50       | 3,6   | 60,00 | 48,19    | 3,60  |
| 22              | 70    | 50       | 3,6   | 60,00 | 48,01    | 3,60  |
| 23              | 60    | 40       | 3,6   | 60,00 | 40,00    | 3,60  |
| 24              | 70    | 50       | 3,6   | 60,00 | 48,01    | 3,60  |
| 25              | 60    | 40       | 3,6   | 60,00 | 40,00    | 3,60  |
| 26              | 60    | 40       | 3,6   | 60,00 | 40,00    | 3,60  |
| 27              | 60    | 40       | 3,6   | 60,00 | 40,00    | 3,60  |
| Peso(kg)        |       | 334,4806 |       |       | 314,8745 |       |

## 6.3 Treliza Espacial 2

O segundo exemplo de treliça espacial refere-se a um domo treliçado de 52 barras. Selecionou-se o aço VMB 250 com módulo de elasticidade  $E = 200000$  MPa, resistência ao escoamento do aço  $f_y = 250$  MPa e resistência à ruptura do aço  $f_u = 400$  MPa. A otimização será feita para perfis circulares e quadrados e na comparação com o dimensionamento convencional utilizará o perfil circular (48,3x4,5mm) e o quadrado (60x60x4mm). As Figuras

9 e 10 apresentam as características geométricas da treliça e a Tabela 6 apresentam os resultados da otimização.

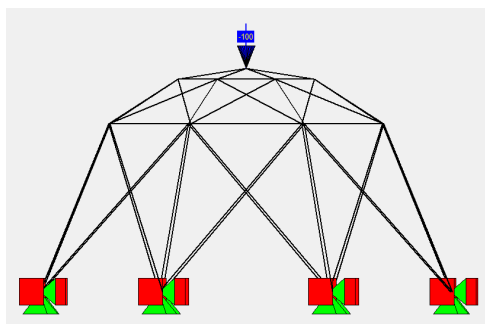


Figura 9. Domo treliçado

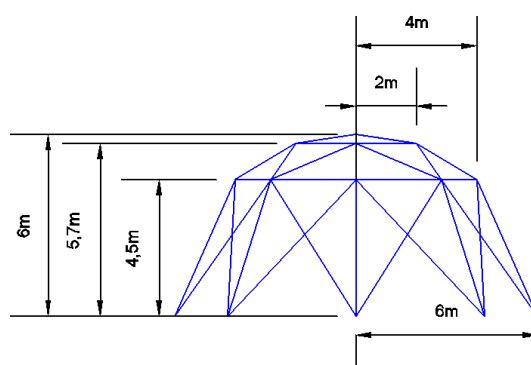


Figura 10. Dimensões da treliça em m

Tabela 6. Tabela comparativa para perfis circulares e quadrados

| Dimensionamento Perfil Circular |       |       |        |       | Dimensionamento Perfil Quadrado |       |       |       |       |
|---------------------------------|-------|-------|--------|-------|---------------------------------|-------|-------|-------|-------|
| Convencional                    |       | Ótimo |        |       | Convencional                    |       | Ótimo |       |       |
| Barras                          | d(mm) | t(mm) | d(mm)  | t(mm) | Barras                          | b(mm) | t(mm) | b(mm) | t(mm) |
| 1                               | 88,9  | 3,6   | 72,77  | 3,20  | 1                               | 70    | 3,6   | 63,80 | 3,60  |
| 2                               | 101,6 | 4,0   | 90,67  | 3,20  | 2                               | 80    | 3,6   | 79,32 | 3,60  |
| 3                               | 101,6 | 4,0   | 61,47  | 3,20  | 3                               | 80    | 3,6   | 79,32 | 3,60  |
| 4                               | 88,9  | 3,6   | 72,77  | 3,20  | 4                               | 70    | 3,6   | 63,80 | 3,60  |
| 5                               | 101,6 | 4,0   | 61,47  | 3,20  | 5                               | 80    | 3,6   | 79,32 | 3,60  |
| 6                               | 101,6 | 4,0   | 61,47  | 3,20  | 6                               | 80    | 3,6   | 79,32 | 3,60  |
| 7                               | 33,4  | 3,2   | 33,40  | 3,20  | 7                               | 50    | 3,6   | 50,00 | 3,60  |
| 8                               | 48,3  | 4,0   | 50,15  | 3,20  | 8                               | 50    | 3,6   | 50,00 | 3,60  |
| 9                               | 101,6 | 4,0   | 90,67  | 3,20  | 9                               | 80    | 3,6   | 79,32 | 3,60  |
| 10                              | 33,4  | 3,2   | 33,40  | 3,20  | 10                              | 50    | 3,6   | 50,00 | 3,60  |
| 11                              | 60,3  | 3,6   | 48,09  | 3,20  | 11                              | 50    | 3,6   | 50,00 | 3,60  |
| 12                              | 60,3  | 3,6   | 48,09  | 3,20  | 12                              | 50    | 3,6   | 50,00 | 3,60  |
| 13                              | 88,9  | 3,6   | 72,77  | 3,20  | 13                              | 70    | 3,6   | 63,80 | 3,60  |
| 14                              | 33,4  | 3,2   | 33,40  | 3,20  | 14                              | 50    | 3,6   | 50,00 | 3,60  |
| 15                              | 101,6 | 4,0   | 90,67  | 3,20  | 15                              | 80    | 3,6   | 79,32 | 3,60  |
| 16                              | 60,3  | 3,6   | 48,09  | 3,20  | 16                              | 50    | 3,6   | 50,00 | 3,60  |
| 17                              | 88,9  | 4,5   | 110,93 | 3,20  | 17                              | 80    | 4,0   | 82,20 | 3,60  |

|          |       |         |           |      |          |    |         |           |      |
|----------|-------|---------|-----------|------|----------|----|---------|-----------|------|
| 18       | 48,3  | 4,5     | 40,04     | 5,39 | 18       | 50 | 3,6     | 50,00     | 3,60 |
| 19       | 101,6 | 4,0     | 90,67     | 3,20 | 19       | 80 | 3,6     | 79,32     | 3,60 |
| 20       | 88,9  | 3,6     | 72,77     | 3,20 | 20       | 70 | 3,6     | 63,80     | 3,60 |
| 21       | 101,6 | 4,0     | 90,67     | 3,20 | 21       | 80 | 3,6     | 79,32     | 3,60 |
| 22       | 33,4  | 3,2     | 33,40     | 3,20 | 22       | 50 | 3,6     | 50,00     | 3,60 |
| 23       | 48,3  | 4,0     | 50,15     | 3,20 | 23       | 50 | 3,6     | 50,00     | 3,60 |
| 24       | 33,4  | 3,2     | 33,40     | 3,20 | 24       | 50 | 3,6     | 50,00     | 3,60 |
| 25       | 48,3  | 4,5     | 40,04     | 5,39 | 25       | 50 | 3,6     | 50,00     | 3,60 |
| 26       | 88,9  | 4,5     | 110,93    | 3,20 | 26       | 80 | 4,0     | 82,20     | 3,60 |
| 27       | 48,3  | 4,5     | 40,04     | 5,39 | 27       | 50 | 3,6     | 50,00     | 3,60 |
| 28       | 88,9  | 4,5     | 110,93    | 3,20 | 28       | 80 | 4,0     | 82,20     | 3,60 |
| 29       | 60,3  | 3,6     | 48,09     | 3,20 | 29       | 50 | 3,6     | 50,00     | 3,60 |
| 30       | 48,3  | 4,0     | 50,15     | 3,20 | 30       | 50 | 3,6     | 50,00     | 3,60 |
| 31       | 60,3  | 3,6     | 48,09     | 3,20 | 31       | 50 | 3,6     | 50,00     | 3,60 |
| 32       | 101,6 | 4,0     | 61,47     | 3,20 | 32       | 80 | 3,6     | 79,32     | 3,60 |
| 33       | 88,9  | 3,6     | 72,77     | 3,20 | 33       | 70 | 3,6     | 63,80     | 3,60 |
| 34       | 101,6 | 4,0     | 61,47     | 3,20 | 34       | 80 | 3,6     | 79,32     | 3,60 |
| 35       | 88,9  | 4,5     | 110,93    | 3,20 | 35       | 80 | 4,0     | 82,20     | 3,60 |
| 36       | 48,3  | 4,5     | 40,04     | 5,39 | 36       | 50 | 3,6     | 50,00     | 3,60 |
| 37       | 60,3  | 3,6     | 48,09     | 3,20 | 37       | 50 | 3,6     | 50,00     | 3,60 |
| 38       | 60,3  | 3,6     | 48,09     | 3,20 | 38       | 50 | 3,6     | 50,00     | 3,60 |
| 39       | 60,3  | 3,6     | 48,09     | 3,20 | 39       | 50 | 3,6     | 50,00     | 3,60 |
| 40       | 33,4  | 3,2     | 33,40     | 3,20 | 40       | 50 | 3,6     | 50,00     | 3,60 |
| 41       | 101,6 | 4,0     | 90,67     | 3,20 | 41       | 80 | 3,6     | 79,32     | 3,60 |
| 42       | 33,4  | 3,2     | 33,40     | 3,20 | 42       | 50 | 3,6     | 50,00     | 3,60 |
| 43       | 101,6 | 4,0     | 90,67     | 3,20 | 43       | 80 | 3,6     | 79,32     | 3,60 |
| 44       | 88,9  | 3,6     | 72,77     | 3,20 | 44       | 70 | 3,6     | 63,80     | 3,60 |
| 45       | 48,3  | 4,0     | 50,15     | 3,20 | 45       | 50 | 3,6     | 50,00     | 3,60 |
| 46       | 33,4  | 3,2     | 33,40     | 3,20 | 46       | 50 | 3,6     | 50,00     | 3,60 |
| 47       | 101,6 | 4,0     | 61,47     | 3,20 | 47       | 80 | 3,6     | 79,32     | 3,60 |
| 48       | 101,6 | 4,0     | 61,47     | 3,20 | 48       | 80 | 3,6     | 79,32     | 3,60 |
| 49       | 88,9  | 3,6     | 72,77     | 3,20 | 49       | 70 | 3,6     | 63,80     | 3,60 |
| 50       | 101,6 | 4,0     | 61,47     | 3,20 | 50       | 80 | 3,6     | 79,32     | 3,60 |
| 51       | 101,6 | 4,0     | 90,67     | 3,20 | 51       | 80 | 3,6     | 79,32     | 3,60 |
| 52       | 88,9  | 3,6     | 72,77     | 3,20 | 52       | 70 | 3,6     | 63,80     | 3,60 |
| Peso(kg) |       | 1.609,9 | 1089,8058 |      | Peso(kg) |    | 1.598,4 | 1557,8753 |      |

Como pode-se observar houve uma redução de peso considerável quando utilizou-se o perfil circular de aproximadamente 32,3% em relação ao dimensionamento convencional. Por sua vez para o perfil quadrado a redução foi apenas de 2,53%.

## 7 CONCLUSÕES

Com a elaboração do programa de dimensionamento otimizado foi possível determinar uma solução “ótima” com um dispêndio de tempo muito menor, que não seria alcançado sem recursos computacionais, além de todas as restrições de norma serem devidamente verificadas.

A partir da análise dos resultados gerados percebeu-se que houve uma redução do peso total tanto para estruturas planas quanto para as estruturas espaciais, consequentemente gerando um menor custo final. Isso cria a possibilidade de aumento da produção e maior facilidade no transporte das peças.

É importante ressaltar que o dimensionamento “ótimo” é realizado para todas as barras, não levando assim em consideração aspectos construtivos, algo que pode ser imposto em melhorias futuras.

## REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Projeto de estruturas de aço e de estrutura mista de aço e concreto de edifícios. NBR 8800. Rio de Janeiro, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edificações com perfis tubulares, NBR 16239, Rio de Janeiro, 2013

DA FONSECA, Marcelo, 2007. *Otimização de estruturas treliçadas planas e espaciais sob carregamento estáticos e dinâmicos, usando algoritmos genéticos e redes neurais*. Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.

FILHO, H. G.; GAROZI, M. J. P, 2014. *Desenvolvimento de rotina em MatLab para análise de treliças espaciais*. Projeto de Graduação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória.

Imagem. Areana Corinthians. Disponível em: <  
<http://www.estruturastubulares.com/Obras/SitePages/Arena%20Corinthians%20-%20S%C3%A3o%20Paulo,%20SP.aspx>>. Acesso em: 26 maio 2015.

JUNIOR, C. A. V, 2014. *Interface Gráfica Guide*. Disponível em: <  
<http://www.eq.ufrj.br/links/h2cin/carlosandre>>. Acesso em: 04 dezembro 2014.

MARTNS, T. F. A, 2011. *Otimização de estruturas de treliças utilizando técnicas de programação linear*. Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru.

NETO, J.A. F.; VIEIRA, I. A, 1974. *Análise matricial de estruturas*. 2. ed. Curitiba.

PRUDENTE, Mauro, 1998. *Otimização de estruturas de aço treliçadas planas com variáveis discretas*. Tese de doutorado, Universidade de São Paulo, São Carlos.

SILVA, F. E. C.; SANTOS, F. P.; PEREIRA, J. T., *Otimização De Forma E Dimensional De Estruturas Treliçadas Utilizando Algoritmo Híbrido*, Congresso Ibero Latino Americano de Métodos Computacionais Aplicados a Engenharia, Fortaleza-CE-2014.

SILVA, F. E. C.; SANTOS, F. P.; PEREIRA, J. T., *Otimização Dimensional De Treliças Por Simulated Annealing* Congresso Ibero Latino Americano de Métodos Computacionais Aplicados a Engenharia, Fortaleza-CE-2014.

