



ANÁLISE NÃO LINEAR DE ESTRUTURAS ENTRELAÇADAS DE BAMBU SOB AÇÃO DINÂMICA DE CARREGAMENTOS DE VENTO

Reyolando M. L. R. F. Brasil

reyolando.brasil@gmail.com

Centro de Engenharia, Modelagem e Ciências Aplicadas, Universidade Federal do ABC

Av. dos Estados, 5001 – Santo André, Brasil.

Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.

Av. Professor Almeida Prado, nº. 83 – Travessa 2 – São Paulo, Brasil.

Márcia H. Y. Sato

marciahsato@yahoo.com.br

Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.

Av. Professor Almeida Prado, nº. 83 – Travessa 2 – São Paulo, Brasil.

Resumo. *Este trabalho estuda o comportamento de uma cobertura com estrutura entrelaçada de bambu sobre ação de vento. Para isso, foi realizada uma análise não linear no domínio do tempo utilizando uma abordagem vetorial. As forças de interação fluido-estruturas foram decompostas em duas partes, uma considerando a velocidade média do vento e a outra uma flutuação de natureza aleatória em torno da velocidade média.*

Para analisar tal problema foi desenvolvido um software para resolver as equações do movimento via método da diferença central. Foram computados em cada intervalo de tempo (grandes) deslocamentos e forças restauradoras, usando uma relação de tensão –deformação apropriada para o bambu. A simulação do carregamento dinâmico devido ao vento, de natureza aleatória, foi aplicada pela sobreposição de várias cargas harmônicas sobre a estrutura de bambu com um conjunto aleatório de ângulos de fases e amplitudes correspondentes às bandas da função espectral de densidade. O processamento resulta em uma série de deslocamentos e forças nos membros, para determinar valores característicos de projeto, usando uma função de densidade de probabilidade adequada.

Palavras-chave: *Vento sintético, dinâmica não-linear, bambu, cobertura.*

1 INTRODUÇÃO

Realizamos uma análise não linear no domínio do tempo, utilizando uma formulação vetorial, para um modelo 3D de um parabolóide hiperbólico de uma cobertura de varas de bambus tensionados, sobre ação do vento. Dividimos as forças de interação fluido-estrutura em duas partes, uma relativa à velocidade média do vento, considerada permanente, e outra relacionada com a flutuação da velocidade em torno da média, de natureza aleatória. O programa de computador desenvolvido para este trabalho resolve as equações de movimento através do Método da Diferença Central. Calculamos (grandes) deslocamentos e forças de restauração em cada passo de tempo, utilizando uma apropriada relação tensão-deformação para o bambu. Simulamos os carregamentos dinâmicos de ventos, de natureza aleatória, pela aplicação de uma superposição de várias cargas harmônicas sobre a estrutura em conjunto com ângulos de fase aleatoriamente escolhidos e amplitudes correspondentes às respectivas bandas da função de densidade espectral. O processamento do computador resultará uma série de deslocamentos e trações nos membros para determinar os valores de projeto característicos, utilizando uma função de densidade de probabilidades adequadas.

2 ANÁLISE DINÂMICA NÃO LINEAR

2.1 Integração das EDO dos movimentos pela diferença central

Os três deslocamentos dos NN nós do nosso modelo estrutural são as $n = 3NN$ coordenadas generalizadas x_i ($i = 1, \dots, n$). Nosso sistema de equações diferenciais não lineares de segunda ordem é:

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + r = p \quad (1)$$

onde M e C são as matrizes de massa e de amortecimento (diagonal em nosso modelo), x é o vetor deslocamento, pontos sobrepostos indicando diferenciações sucessivas, r é vetor das forças elásticas restauradoras e p é o vetor de carregamento.

O domínio do tempo é dividido em (pequenos) intervalos de tempo h . Uma técnica de Diferença Central é usada para determinar aproximações de segunda ordem para a velocidade e aceleração em cada intervalo de tempo, dependendo dos deslocamentos conhecidos anteriores e atuais, e dos futuros deslocamentos, desconhecidos.

$$\dot{x}(t_i) = \frac{x(t_{i+1}) - x(t_{i-1}))}{2h} \quad (2)$$

$$\ddot{x}(t_i) = \frac{x(t_{i+1}) - 2x(t_i) + x(t_{i-1}))}{h^2} \quad (3)$$

As aproximações (2) e (3) introduzidas na equação de equilíbrio dinâmico (1) no presente intervalo de tempo fornece uma fórmula de recorrência explícita para calcular os deslocamentos desconhecidos, à seguir:

$$\hat{\mathbf{K}} \mathbf{x}(t_{i+1}) = \hat{\mathbf{p}}(t_i) \quad (4)$$

onde

$$\hat{\mathbf{K}} = \frac{1}{h^2} \mathbf{M} + \frac{1}{2h} \mathbf{C} \quad (5)$$

e

$$\hat{\mathbf{p}}(t_i) = \mathbf{p}(t_i) - \mathbf{r}(\mathbf{x}(t_i)) + \frac{2}{h^2} \mathbf{M} \mathbf{x}(t_i) - \left(\frac{1}{h^2} \mathbf{M} - \frac{1}{2h} \mathbf{C} \right) \mathbf{x}(t_{i-1}) \quad (6)$$

Como o processo é dependente do conhecimento de deslocamentos anteriores e atuais, não é auto-iniciado. Assim, calculamos a aceleração inicial no momento inicial, a partir da velocidade e deslocamento iniciais dados, introduzidos na equação de equilíbrio dinâmico (1):

$$\ddot{\mathbf{x}}_0 = \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{p}_0 - \mathbf{r}(\mathbf{x}_0) - \mathbf{C} \dot{\mathbf{x}}_0) \quad (7)$$

Em seguida, assume-se que esta aceleração inicial se mantém constante ao longo do primeiro intervalo de tempo, um movimento uniformemente acelerado, permitindo, assim, o início do processo de recorrência:

$$\ddot{\mathbf{x}}(t_1) = \ddot{\mathbf{x}}_0 \quad \dot{\mathbf{x}}(t_1) = \ddot{\mathbf{x}}_0 h + \dot{\mathbf{x}}_0 \quad \mathbf{x}(t_1) = \frac{1}{2} \ddot{\mathbf{x}}_0 h^2 + \dot{\mathbf{x}}_0 h + \mathbf{x}_0 \quad (8)$$

Como em nosso algoritmo consideramos massas e amortecimentos nodais concentrados, e calculamos os componentes das forças restauradoras em cada intervalo de tempo, não são necessárias as matrizes de massa, amortecimento e rigidez em forma explícita e o procedimento torna-se unicamente vetorial, não sendo necessárias soluções de sistemas ou inversão de matrizes. Isto permite um processo computacional muito eficiente.

2.2 Cálculo das componentes das forças restauradoras não lineares

A cada intervalo de tempo de integração, as 3 componentes das forças restauradoras nodais $\mathbf{r}$ são calculados da seguinte forma. Primeiro, determinamos as novas coordenadas de cada nó da estrutura adicionando os deslocamentos do intervalo anterior. Isso permite o conhecimento do presente comprimento dos latices que ligam os nós e, portanto, o nível de deformação de engenharia daquele membro. A partir deste nível de deformação, calculamos a tensão agindo considerando uma relação tensão-deformação apropriada para o material (bambu) selecionado. A partir deste valor de tensão, obtém-se as forças axiais em cada membro da estrutura e, em seguida, os componentes das forças restauradoras estruturais nos nós, em cada uma das três direções espaciais.

Com os incrementos de deslocamentos obtidos em cada intervalo de tempo, as novas coordenadas $Y_{ik,t+h}$ para os nós foram calculados em um dado tempo e portanto, os novos comprimentos dos elementos.

$$\Delta L_{j,t+h} = L_{j,t+h} - L_{j,t} \quad (9)$$

Além disso, novos cossenos diretores para o eixo dos elementos $\cos \alpha_{jk,t+h}$ são calculados.

O algoritmo que se segue deu uma estimativa da força normal no momento $t + h$:

Se para o j -ésimo elemento $\Delta L_{j,t+\Delta t}$ é menor ou igual ao do elemento sem tensão de comprimento L_{jN0} , a força normal das seções do elementos, $N_{j,t+h}$, é considerada zero (sem compressão), caso contrário, a força de tensão normal é calculado assumindo que esta força está dentro do comportamento elástico linear.

As propriedades adotadas para o bambu usado no nosso exemplo são dadas na Fig. 1, conforme Amaral et al. (2003). O módulo de elasticidade medido experimentalmente é definido como 10 GPa.

Neste trabalho, consideramos propriedades elástico lineares para o nosso material. Em nossa pesquisa em andamento, um modelo de material não linear está sendo desenvolvido e será relatado em publicações futuras.

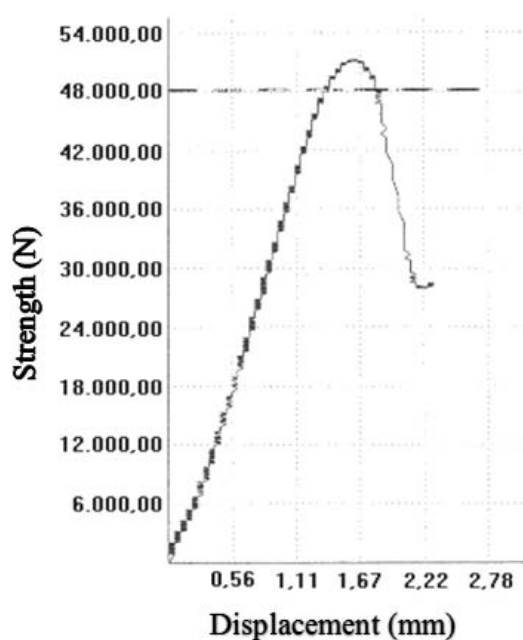


Figure 1: Carga experimental x deslocamentos para uma espécime de bambu

Projetando a força normal $N_{j,t+h}$ aplicada ao nó n_i na direção k através dos cossenos diretores $\cos \alpha_{jk,t+h}$, obtemos $r_{ik,t+h}$ e passamos para uma nova iteração, escrevendo a equação de equilíbrio para o tempo $t + h$.

2.3 Análises estáticas não-lineares por relaxação de dinâmica

Como forças de peso próprio, bem como as forças de vento no estado estacionário, devido à velocidade média do vento, são cargas estáticas, necessitamos realizar as análises estáticas

não-lineares. Para este fim, usamos o mesmo algoritmo de análises dinâmica não linear já descrito para levar adiante um processo assim chamado de relaxação dinâmica. A maneira mais fácil é definir o amortecimento estrutural do modelo numérico perto do valor de amortecimento crítico, de modo a quase eliminamos vibrações indesejáveis.

3 CARREGAMENTO DE VENTO SINTÉTICO

3.1 Método de vento sintético de Franco e função PSDF de Davenport

Apresentamos o chamado "vento sintético" devido a Franco (1993). Nessa aproximação, relacionada com o método de Monte Carlo, um grande conjunto de séries temporais de vento gerados artificialmente são aplicados a uma estrutura. O resultado, um grande conjunto de séries temporais de resposta, é estatisticamente tratado para definir características médias do processo permitindo para uma avaliação probabilística de Engenharia da confiabilidade estrutural.

As séries temporais de carga são geradas do seguinte modo. Adotou-se uma adequada Função de Densidade Espectral de velocidades, nesse caso uma adaptado de Davenport, apud Franco (1993), mostrado na Fig. 4. O PSDF é dividido em grande número de faixas estreitas de frequências. O valor médio do PSD em cada faixa é transformado em uma amplitude de pressão de vento para aquela frequência e usado como a amplitude de uma série temporal de carga harmônica. Definimos um ângulo de fase de forma pseudo-aleatória para cada uma destas funções carga harmônica e aplicamos a superposição destas funções para a estrutura para obter um histórico temporal de resposta. O procedimento é repetido um grande número de vezes, definindo de cada vez novos ângulos de fase pseudo-aleatórios para cada função harmônica para simular o processo aleatório real.

Finalmente, calculamos médias de processo e adotamos uma Função de Densidade de Probabilidade, Gaussiana ou de Gumble, e somos capazes de prever a probabilidade de operação segura da estrutura e sua expectativa ao vivo, ver Newland (1993), por exemplo.

3.2 Adaptação para a Norma Brasileira NBR 6123:1988

Operacionalmente, seguimos parcialmente as orientações da Norma Brasileira NBR 6123:1988, ABNT (1988). Assim, usamos as isopletas e coeficientes de arrasto para calcular o valor básico da pressão dinâmica. Mas, consideramos que a velocidade do vento possa ser dividida em duas partes. A primeira, relacionada com a velocidade média do vento é aplicada como carregamento estático para ser considerada juntamente com o peso morto. A outra é a parcela flutuante da velocidade do vento em torno de valores médios responsável pelos efeitos dinâmicos na estrutura. Esta é a parcela para a qual se aplica o método do vento sintético de Franco, Franco (1993).

A Norma somente fornece velocidade média do vento para certos intervalos do tempo. Assim, decidiu-se adotar como um pico a velocidade média para o menor intervalo de tempo da NBR6123: 1988, ABNT (1988), que é de 3 segundos, V_3 . Esta velocidade de pico V_3 inclui a média mencionada e as parcelas flutuantes (rajadas).

Será assumido que a velocidade de pico média é a média padrão para um intervalo de tempo muito mais longo, igual a 10 minutos ou 600s, que será designada V_{600} .

Tendo a relação entre a média e as velocidades de pico, tem-se também a relação entre as parcelas de pressão flutuante e de pico. A norma NBR6123 fornece, para terreno plano, construção do grupo II, terreno categoria IV, como seria o caso da área urbana de São Paulo, Brasil, uma relação entre as velocidades V_{600} e V_3 igual a:

$$V_{600}/V_3 = 0.57 \quad (10)$$

de onde:

$$P_{600}/P_3 = (V_{600}/V_3)^2 = 0.325 \quad (11)$$

Na mesma condição, V_3 , a velocidade de pico, em um ponto em z metros de altura acima do solo é, de acordo com a NBR6123:1988 (1988):

$$V_3 = 33.25 (z/10)^{0.12} m/s \quad (12)$$

Então, a pressão de pico é:

$$p = 0.613 \cdot C_p \cdot V_3^2 = 637.56 C_p \cdot (z/10)^{0.24} N/m^2 \quad (13)$$

e, portanto, a parcela média da pressão de pico é:

$$\bar{p} = 0.325 p = 207.21 C_p (z/10)^{0.24} N/m^2 \quad (14)$$

e a parcela flutuante é:

$$p' = 0.675 p = 434.4 C_p (z/10)^{0.24} N/m^2 \quad (15)$$

3.3 Correlação espacial

Outra interessante característica do método de vento sintético de Franco, Franco (1993) é que para considerar a natureza aleatória espacial de rajadas de vento, usamos funções de correlação para estimar a variação dos valores de pressão nos outros nós da estrutura quando o pico de pressão é aplicado em somente um deles. Claro, não se sabe onde este valor de pico será efetivamente aplicado. Assim, podemos usar algum bom senso de, a Engenharia e sempre supor que este centro de rajada é o que vai gerar as maiores forças internas possíveis na estrutura. No nosso exemplo, o nó central da cobertura.

4 EXEMPLO DE COBERTURA ENTRELAÇADA

4.1 Geometria

Aqui, aplicamos o método proposto para análise de cobertura entrelaçada de bambu em forma de paraboloide hiperbólico tensionado que constitui a estrutura de uma hipotética cobertura, submetido a forças de vento, segundo Buchholdt (1999), por exemplo. Adaptamos o modelo da Fig. 2, onde a coordenada Z é representada graficamente em escala diferente de X e Y , para uma melhor compreensão, a partir de uma estrutura de rede de cabos proposta por Paik (1975). A equação da superfície é

$$z = [(x^2 - y^2)/780] + 6.096 \text{ m} \quad (16)$$

Os dois pontos fixos superiores diagonalmente opostos em direção X tem 9,144 m na coordenadas Z . Os dois pontos fixos inferiores diagonalmente opostos em direção Y têm 3,048 m na coordenada Z . O nó central tem 6,096 m na coordenada Z .

A área da secção transversal de todas os membros é definida como 0,0012 m².

A malha adotada tem uma distância regular de 3,048 m entre as linhas de membros. Assim, temos 545 nós e 1024 membros. A estrutura completa é um quadrado com 97,54 m na diagonal, uma área coberta total de cerca de 4,757 m².

4.2 Massa; carregamento estático; pretensão; amortecimento.

Adotamos a densidade do bambu como 1.000 kg/m³. Uma massa concentrada de 242 kg é considerado em cada nó, que compreende a massa da estrutura e do material de cobertura.

Adotamos um carregamento estático constante de 2136 N por nó. Esta carga compreende tanto o peso morto como a parte constante da pressão do vento. Adotou-se a pretensão de 66,7 KN para cada membro da estrutura de bambu. O deslocamento estático vertical do nó central da cobertura devido à carga constante obtido foi 2,16 m, incluindo a parte constante do vento, que resulta 1,74m.

Consideramos que o amortecimento também seja concentrado em cada nó, de 38,5 Ns/m, correspondendo 3 % de taxa de amortecimento. O amortecimento crítico foi estimado através da realização de um processo de relaxamento dinâmico com a carga estática constante já mencionada. Começando com zero de amortecimento e, lentamente, aumentando o amortecimento proporcional à massa, vários desses procedimentos foram realizados até que não foram detectadas vibrações, indicando condições de amortecimento críticos. Encontramos que os valores numéricos de amortecedores concentrados para a condição crítica correspondem aproximadamente a 5,3 vezes o valor numérico das massas concentradas.

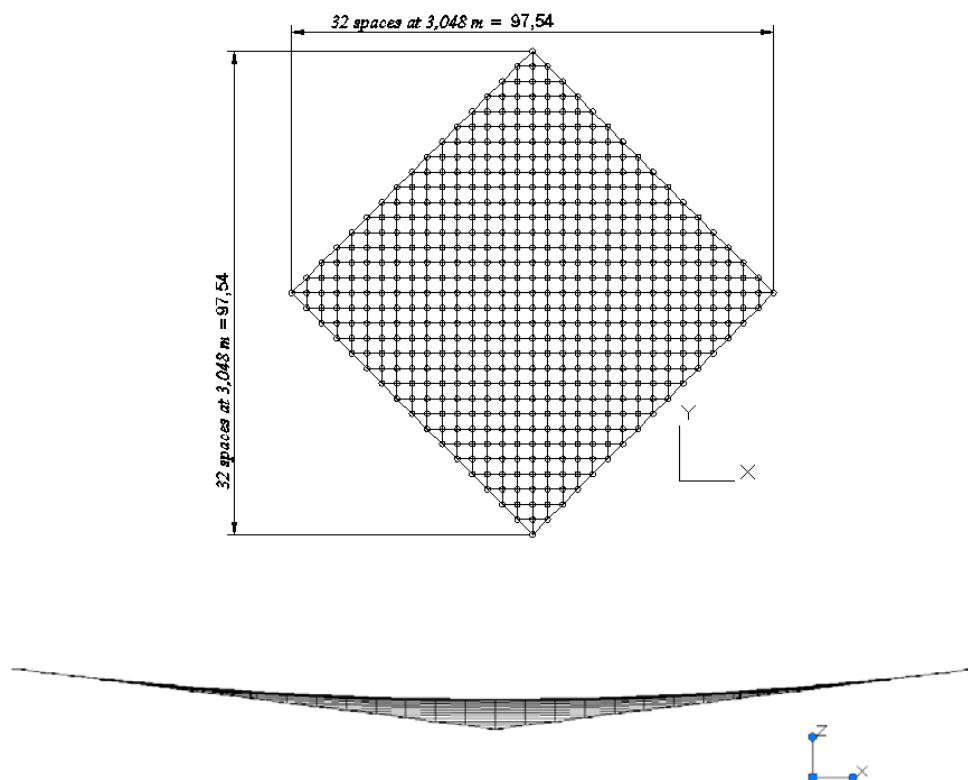




Figure 2: Modelo da estrutura de cobertura de bambu

4.3 Vento

As características do vento foram baseadas na Norma Brasileira para forças de vento sobre estruturas NBR 6123:1988, ABNT (1988). Introduzimos a velocidade do vento de 37,5 m/s, como se a estrutura fosse construída em ambiente urbano na cidade de São Paulo, Brasil.

Os coeficientes de arrasto C_p para essa estrutura, apresentada na Tabela 1, foram obtidas para diferentes direções do vento a partir de testes em túnel de vento, foram dadas por Esquilland e Saillard, 1963, tal como utilizado por Paik (1975). No projeto estrutural real, seria necessário considerar todos esses coeficientes na análise estrutural. São considerados neste artigo, por simplicidade, os coeficientes em apenas uma dessas direções. A localização dos 25 nós em que esses coeficientes estão disponíveis é exibida na Fig. 3.

Tabela 1 – Coeficientes de arrasto de acordo com Esquilland and Saillard, 1963, apud Paik (1975)

Nó	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	11	12
C_p	-.50	-.33	-.45	-.60	.20	-.10	-.36	-.68	-.83	.10	.43	.44

Nó	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
C_p	.10	-.33	-.63	-.80	-.83	-.68	-.36	-.10	.20	-.60	-.45	-.33	-.50	

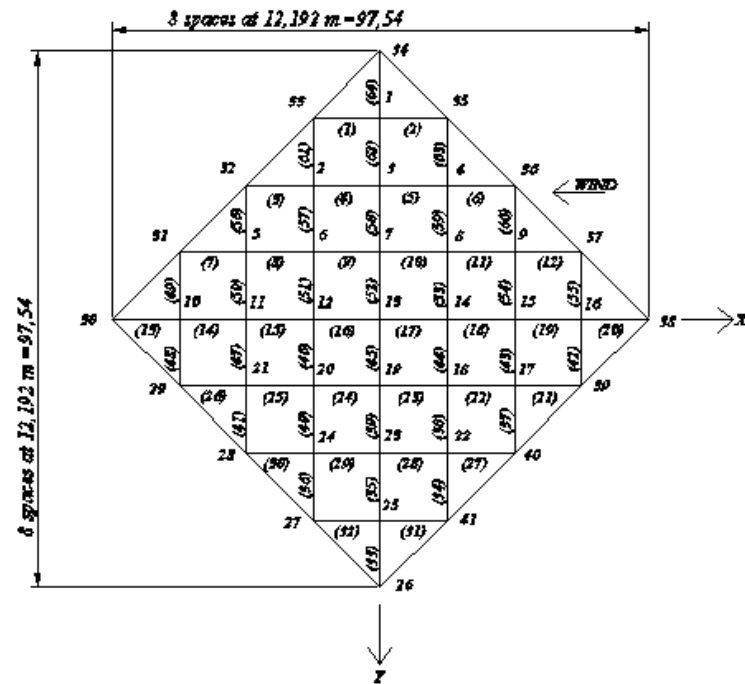


Figura 3: Localização dos nós onde os coeficientes de arrasto são disponíveis

Adotamos PSDF de Davenport, Fig. 4, conforme modificado por Franco (1993), para gerar 11 funções de carregamento harmônicas, cujas amplitudes são proporcionais a 11 faixas de frequências definidas no espectro da velocidade do vento. As proporções utilizadas para calcular a amplitude de cada função harmônica e as frequências correspondentes são dadas na Tabela 2.

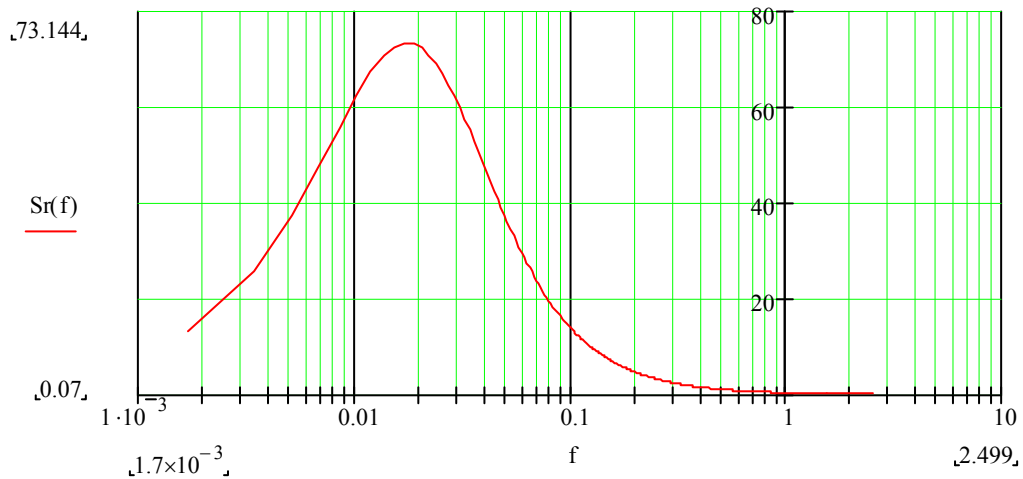


Figure 4: PSD velocidade do vento reduzida de Davenport

Tabela 2 – Amplitude proporcional e frequência de cada função harmônica

r	c_k	$f_R(\text{Hz})$
1	4,0667E-02	3,3755E+00
2	5,1233E-02	1,6878E+00
3	6,4531E-02	8,4388E-01
4	8,1208E-02	4,2194E-01
5	1,0184E-01	2,1097E-01
6	1,2598E-01	1,0549E-01
7	1,4841E-01	5,2743E-02
8	1,5201E-01	2,6371E-02
9	1,2054E-01	1,3186E-02
10	7,4031E-02	6,5930E-03
11	3,9567E-02	3,2960E-03

Em seguida, 20 históricos de carregamento foram calculados pela sobreposição dessas funções, cada uma afetada por um ângulo de fase definido pseudo aleatoriamente, diferente para cada um dos 20 históricos. Esses históricos de carregamento pseudo-aleatórios foram aplicados à estrutura da cobertura, um de cada vez. Assim, obtivemos 20 históricos de respostas.

Cada análise é um procedimento dinâmico não-linear, permitindo as não linearidades geométricas devidas a grandes deslocamentos e a não linearidade do material para o bambu, se disponível (não é o caso do presente trabalho).

Os resultados são apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 – Deslocamentos máximos no nó central e forças de tração para cada histórico de carga

Comb.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Desloc. (m)	-2,012	-2,819	-2,039	-2,139	-2,278	-2,278	-2,198	-2,148	-2,077	-1,868
Tração (N)	114366	136886	115891	118134	122794	122355	119748	118929	117255	114837

Comb.	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Desloc. (m)	-2,105	-2,057	-2,124	-1,995	-2,079	-2,415	-2,187	-2,173	-1,994	-2,169
Tração (N)	119038	116476	117679	114262	116863	125213	119604	120719	115661	120072

Calculamos as médias μ e desvios padrões σ de deslocamentos máximos de nó central e força de tração na estrutura. Usamos estas propriedades estatísticas do processo para obtenção de parâmetros α e β de uma função de distribuição de probabilidade máxima, a distribuição de Gumbel. Os resultados estatísticos e valores característicos são apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 – Cálculo de valores característicos de deslocamentos máximos e força de tração

Parâmetros estatísticos	μ	σ	β	α
Deslocamentos (m)	-2,158	0,196715	0,153378	-2,24618
Tração (N)	119,339	5054,695	3941,13	117064,5

Valores característicos	Desloc.(m) = -2,414
	Tração (N) = 128770

Finalmente, podemos usar essa função de probabilidade adotada para avaliar valores característicos de forças de tração nos membros de bambu, a fim de verificar a sua resistência em Estado Limite Último.

Claro que a capacidade de memória e velocidade de processamento de hoje em dia permitem a utilização de maior número de funções básicas harmônicas e históricos de carregamentos. Assim, uma verdadeira análise do tipo Monte Carlo pode ser realizada, e avaliação de engenharia mais fiável da segurança estrutural pode ser obtida.

5 CONCLUSÕES E COMENTÁRIOS

A análise de uma estrutura de cobertura entrelaçada de bambu em forma de parabolóide hiperbólico, pré-tensionada, de comportamento geometricamente não-linear sujeito a cargas de vento de natureza aleatória foi apresentada. Para realizar essa análise, um programa usando o Método da Diferença Central para resolver as equações de movimento foi desenvolvido. Um método para considerar a natureza aleatória de vento é proposto, com base no Método de Vento Sintético de Franco, Franco (1993). Históricos de deslocamentos e históricos de forças foram gerados para uma estrutura-exemplo. Os valores característicos para serem usados no projeto da estrutura foram obtidos.

Neste trabalho, consideramos propriedades elástico-lineares para o nosso material, bambu. Em nossa pesquisa em andamento um modelo de material não-linear está sendo desenvolvido e será relatado em publicações futuras.

Também estamos pesquisando sobre detalhes viáveis de nós de elementos de treliça de bambu e como aplicar forças de tração de pretensão nelas.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio da CAPES, FAPESP e CNPq, todas as agências de fomento à pesquisa no Brasil. Também estamos em grande dívida para com o trabalho do Professor Mario Franco.

REFERÊNCIAS

- ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnica), NBR 6123:1988, 1988, "*Forças devidas ao vento em edificações*". ABNT, Rio de Janeiro.
- Amaral, J.C., Tamizaki, V.M., Antunes, A.E.B., 2003, "*Comportamento do bambu em ensaios de compressão simples*". In: Jornada 2003 de Iniciação Científica e Pós-Graduação da UNESP, Guaratinguetá.
- Buchholdt, H.A., 1999, "*Introduction to Cable Roof Structures*", Cambridge University Press, Second Edition.
- Franco, M., 1993, "*Direct Along-Wind Analysis of Tall Structures*", Boletim Técnico da Escola Politécnica da USP, BT/PEF/9303, São Paulo.
- Newland, D.E., 1993, "*An Introduction to Random Vibrations, Spectral & Wavelet Analysis: Third Edition*", Courier Dover Publications.
- Paik, J.K., 1975, "*Statistical Analysis of Cable Nets Under Wind Loads*", Ph.D. Thesis, New York University