



SIMULAÇÃO NUMÉRICA E MÉTODO CONSTRUCTAL DESIGN APLICADOS AO ESTUDO DE FLAMBAGEM EM PLACAS DE AÇO PERFURADAS

Caio Cesar Cardoso da Silva

Elizaldo Domingues dos Santos

Mauro de Vasconcellos Real

Liércio André Isoldi

Universidade Federal do Rio Grande (FURG) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica (PPGEO)

Itália Ave. km 8, 96203-900, Rio Grande, Rio Grande do Sul, Brazil.

caiocesarcivil@hotmail.com

elisaldosantos@furg.br

mauroreal@furg.br

liercioisoldi@furg.br

Daniel Helbig

Luiz Alberto Oliveira Rocha

Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica

Sarmento Leite St. nº 425, 90050-170, Porto Alegre, Rio Grande do Sul, Brazil.

daniel.helbig@gmail.com

luizrocha@mecanica.ufrgs.br

Resumo. *Placas finas de aço são elementos de extrema importância, quando utilizados como componentes em diversas estruturas nas áreas da engenharia civil, naval e aeronáutica. Sendo a placa um elemento estrutural esbelto, um comportamento mecânico singular denominado flambagem pode ocorrer quando a mesma é submetida a um carregamento de compressão axial. Este fenômeno de instabilidade pode ser dividido em flambagem elástica (linear) e elasto-plástica (não linear), dependendo de aspectos dimensionais, construtivos*

e/ou operacionais. Um exemplo disso é a presença de perfurações que geram uma redistribuição de tensões na placa, causando mudanças na sua resistência e nas características de flambagem. Sendo assim, este trabalho propõe o estudo do fenômeno de flambagem em placas de aço, quadradas e retangulares, simplesmente apoiadas e com perfurações centralizadas. A simulação numérica foi utilizada, com o auxílio do software ANSYS®, para determinar a carga crítica de flambagem e a carga de ruptura da placa. O método Constructal Design foi aplicado, permitindo investigar o efeito de diferentes tipos de perfurações (elípticas, retangulares, losangulares e hexagonais), bem como a influência da variação da relação entre as dimensões características (H_0/L_0) de cada tipo de perfuração, no comportamento mecânico das placas, buscando definir qual a geometria que melhor distribui as imperfeições e conduz a placa a um melhor desempenho. A fração de volume referente à perfuração na placa é fixa, e corresponde a 10% do volume total da placa. Os resultados mostram a direta influência da relação H_0/L_0 na definição do tipo de flambagem. Além disso, o método Constructal Design permitiu determinar para cada tipo de perfuração qual a sua geometria ótima, ou seja, aquela que conduz à melhor performance.

Palavras-Chave: Flambagem de placas, Flambagem elástica, Flambagem elasto-plástica, Constructal Design, Simulação numérica.

1 INTRODUÇÃO

Placas finas de aço são elementos muito utilizados na área da engenharia, como componentes estruturais em edificações, pontes, embarcações, aviões e automóveis. Normalmente estes componentes são submetidos a algum tipo de carregamento, gerando tensões e deformações, podendo inclusive levar a estrutura à ruptura, dependendo do carregamento. O fenômeno de flambagem é um processo de deformação que ocorre em elementos esbeltos como, por exemplo, em placas finas e colunas. Quando uma placa fina sem deformações é submetida a um carregamento axial de compressão, uma deformação (deflexão) lateral ocorrerá somente quando o carregamento atingir um valor crítico, gerando um comportamento de flambagem elástica ou linear na placa. Esta deformação lateral pode aumentar gradualmente, em função do aumento da carga crítica, até um determinado carregamento (carga pós-crítica) que provocará a ruptura do elemento, caracterizando um comportamento de flambagem elasto-plástica ou não linear na placa (Trahair et al., 2008). A existência de perfurações em placas é um fator determinante no comportamento de flambagem elástica e elasto-plástica, redistribuindo as tensões no elemento e, consequentemente, reduzindo a capacidade de carga crítica e pós-crítica. As perfurações podem ocorrer nas mais variadas formas e tamanhos, com o objetivo de permitir o acesso a estrutura, passagem de cabos de energia e tubulações ou, simplesmente, para a redução do peso próprio da estrutura. Sendo assim o desempenho de uma placa perfurada é influenciado pelo tipo, forma, tamanho e localização da perfuração (Chow and Narayanan, 1984).

Diversos trabalhos relacionados ao estudo de flambagem elástica de placas podem ser encontrados na literatura científica, dentre os quais se destacam: El-Sawy e Nazmy (2001) que utilizaram o Método dos Elementos Finitos (MEF) e a modelagem computacional para determinar a carga de flambagem elástica em placas perfuradas retangulares, isotrópicas e sujeitas a um carregamento uniaxial de compressão. Foram consideradas duas geometrias de perfuração diferentes: circular e retangular com cantos arredondados. Também foi adotada a condição de contorno simplesmente apoiada para as placas. El-Sawy e Nazmy (2001) concluíram que a utilização do furo retangular, com sua menor dimensão posicionada ao longo da direção longitudinal da placa, é a melhor opção em comparação com o furo circular.

Singh et al. (2012) que realizaram um estudo sobre o comportamento de flambagem elástica em placas isotrópicas quadradas e retangulares, com perfurações circulares centralizadas e submetidas a diferentes tipos de carregamentos de compressão uniaxial. Utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF), e com o auxílio do software ANSYS®, os resultados mostraram que as placas perfuradas apresentaram uma redução da carga crítica, quando comparadas com placas sem furos. Além disso, a carga crítica das placas quadradas foi fortemente influenciada por carregamentos de compressão parcial, em comparação com as placas retangulares. Rocha et al. (2013) que utilizaram a modelagem computacional e o método *Constructal Design* para a otimização geométrica de perfurações em placas finas retangulares, simplesmente apoiadas e submetidas a flambagem elástica. Foram realizadas perfurações elípticas, retangulares e losangulares, levando em consideração diversos valores para uma relação entre os volumes do furo e da placa (ϕ). Os resultados encontrados por Rocha et al. (2013) mostraram que para valores baixos de ϕ , a geometria ideal de perfuração é a losangular, enquanto que para valores intermediários e altos os furos elípticos e retangulares apresentaram melhor desempenho, ou seja, houve uma maximização da carga crítica de flambagem.

Além do estudo da flambagem linear, também são encontrados na bibliografia atual trabalhos envolvendo o comportamento de flambagem não linear ou elasto-plástica em placas: El-Sawy et al. (2004) utilizaram em seu trabalho o MEF e a simulação numérica para determinar a flambagem não linear de placas quadradas e retangulares, com perfurações circulares e submetidas a um carregamento de compressão uniaxial. O estudo mostra que a carga de flambagem elasto-plástica diminui através do aumento da dimensão da perfuração e da utilização de placas espessas. Sendo assim, para a maximização da carga pós-crítica de flambagem, o estudo recomenda a utilização de dimensões pequenas de perfuração, mantendo um afastamento considerável entre o furo e os bordos da placa. Maiorana et al. (2009) realizaram análises numéricas de placas quadradas e retangulares com perfurações centralizadas. O objetivo do trabalho foi obter resultados sobre o comportamento de flambagem não linear em placas com orifícios circulares, submetidas a cargas de compressão simétricas e localizadas. Os resultados obtidos mostraram mudanças significativas na carga pós-crítica e na deformação da placa quando a carga de compressão é variada. Um aumento na carga pós-crítica e uma redução da carga crítica ocorrem quando a dimensão da perfuração é aumentada, ou quando o comprimento de distribuição da carga é reduzido. Helbig et al. (2014) estudaram o comportamento de flambagem linear e não linear em placas simplesmente apoiadas, submetidas a um carregamento uniaxial de compressão. O método *Constructal Design* foi utilizado, garantindo uma comparação consistente entre furos centralizados elípticos, retangulares e losangulares, realizados nas placas. Resultados gráficos foram obtidos para flambagem linear e não linear, considerando diversas dimensões para cada geometria de perfuração, obtidas através de um valor fixo para a relação entre os volumes do furo e da placa ($\phi = 0.20$). O melhor desempenho estrutural é obtido para cada geometria de perfuração, através da intersecção entre as curvas de flambagem linear e não linear.

No presente trabalho, foram realizadas simulações numéricas em placas perfuradas, submetidas a um carregamento axial de compressão, utilizando o software ANSYS®, que é baseado no MEF. O objetivo do trabalho é estudar a forma e a geometria dos furos em placas finas de aço, visando aumentar o desempenho mecânico destes elementos estruturais em função do fenômeno de flambagem elástica e elasto-plástica. Para isso, o método *Constructal Design* é utilizado, o que garante uma comparação consistente das geometrias e dimensões ótimas das perfurações. Uma relação entre o volume do furo e da placa (ϕ), no valor de 0.10, é considerada para todos os casos simulados numericamente. As perfurações apresentam geometria elíptica, retangular, losangular, hexagonal longitudinal e hexagonal transversal, e

suas dimensões podem variar através do grau de liberdade H_0/L_0 que relaciona as dimensões características de cada tipo de furo. Foram definidas duas relações entre a largura H e comprimento L da placa: $H/L = 0.50$ (placa retangular) e $H/L = 1.00$ (placa quadrada). Além disso, para todos os casos estudados, a placa apresenta vinculação simplesmente apoiada nos quatro bordos, e as perfurações são posicionadas de forma centralizada na placa, respeitando uma distância limite mínima de 100 mm entre a borda do furo e a borda da placa.

2 FLAMBAGEM DE PLACAS

Os avanços nos estudos sobre flambagem de placas ocorreram a partir do final do século XIX e início do século XX, quando a madeira passou a ser substituída pelo aço na fabricação de embarcações na indústria naval. O engenheiro britânico George H. Bryan é considerado um dos pioneiros no estudo do fenômeno de flambagem em componentes estruturais, Bryan foi o primeiro pesquisador a estudar a flambagem linear através da análise de uma placa simplesmente apoiada, submetida a esforços constantes de compressão longitudinais. Após os estudos de Bryan, o engenheiro Friedrich Bleich foi o primeiro cientista a estender o estudo de flambagem elástica, propondo uma solução para problemas de flambagem não linear em placas (Ventsel e Krauthammer, 2001).

Conforme mostra a Fig. 1, quando uma placa fina (largura H , comprimento L e espessura t) é submetida a um carregamento pequeno de compressão P , a deflexão lateral decorrente é imperceptível e a capacidade de carregamento do elemento não se altera (Wang et al., 2005). Quando se realiza um aumento gradativo do carregamento P , um determinado valor de carga que provoca uma mudança no padrão de deformações da placa é atingido, este valor é denominado carga crítica P_{cr} . Nesta condição ocorre um deslocamento lateral ω no elemento, gerando o comportamento de flambagem elástica ou linear (Szilard, 2004).

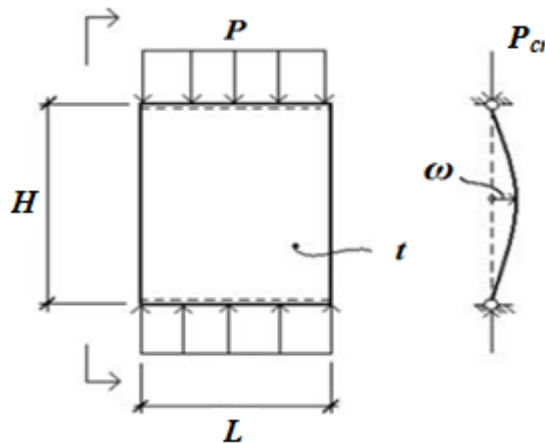


Figura 1. Placa fina submetida a uma carga axial de compressão (Åkesson, 2007)

A aplicação de cargas axiais abaixo do valor crítico não provoca a ocorrência da flambagem, ou seja, a placa volta a sua configuração estável se o carregamento for retirado (Åkesson, 2007). Para valores acima da carga crítica, a placa rapidamente apresentará excessivos aumentos dos deslocamentos laterais, que podem provocar a ruptura da mesma, sendo esta uma condição perigosa a ser evitada (Szilard, 2004). O carregamento que leva uma placa ao colapso é denominado carga pós-crítica ou última P_u , gerando um comportamento de flambagem elasto-plástica ou não linear. Sendo assim, o gráfico da Fig. 2 mostra que a capacidade de carregamento final de uma placa não se restringe à ocorrência da flambagem

linear. Em outras palavras, estes elementos estruturais conseguem suportar carregamentos acima do valor da carga crítica, permitindo uma capacidade de carga adicional mesmo após a ocorrência da flambagem elástica.

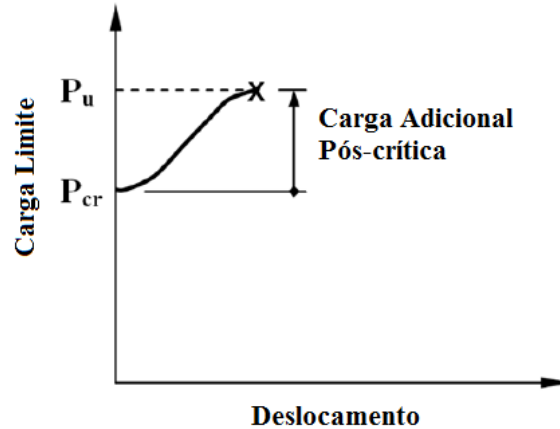


Figura 2. Diagrama Carga/Deslocamento para flambagem pós-elástica (Helbig et al., 2014)

Esta capacidade de carga adicional ocorre devido à formação de uma membrana que estabiliza o deslocamento, através de uma tensão transversal. Após esta situação, a porção central da placa deformada perde grande parte de sua rigidez, forçando o carregamento a atuar no entorno desta região, próximo aos bordos da placa, conforme Fig. 3. Logo, ocorre uma redistribuição de tensões da zona central enfraquecida para as regiões periféricas com maior rigidez, acarretando assim, em uma capacidade de carga pós-crítica maior para a placa (Åkesson, 2007).

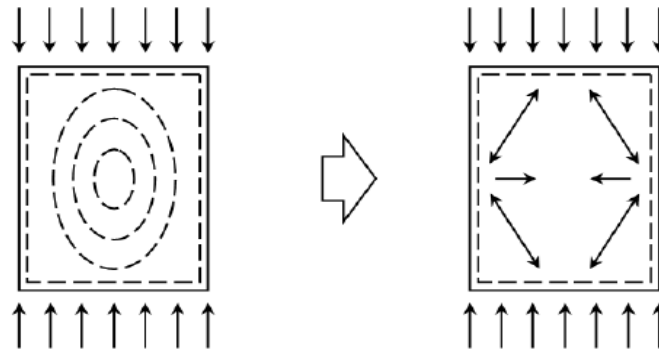


Figura 3. Redistribuição de tensões no estado pós-crítico de flambagem (Åkesson, 2007)

Para a solução analítica do problema de flambagem elástica, é considerada uma placa simplesmente apoiada de comprimento L , largura H , espessura t , e submetida a um carregamento axial de compressão P , paralelo ao comprimento. De acordo com Wang et al. (2005), a carga crítica para flambagem elástica, P_{cr} , pode ser escrita como:

$$P_{cr} = k \frac{\pi^2 D}{H^2} \quad (1)$$

Onde π é uma constante matemática e k é o coeficiente de flambagem da placa, dado por:

$$k = \left(m \frac{H}{L} + \frac{1}{m} \frac{L}{H} \right)^2 \quad (2)$$

Sendo m o número de semi-ondas na direção x do modo de deformação da placa e D a rigidez a flexão da placa, definida por:

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \quad (3)$$

onde E e ν representam o módulo de elasticidade longitudinal e o coeficiente de Poisson do material da placa, respectivamente. A tensão que provoca a flambagem elástica, σ_{cr} , é definida através da relação entre a carga de compressão, P_{cr} , e a espessura da placa, t . Esta tensão é denominada tensão de flambagem elástica e é dada pela seguinte equação:

$$\sigma_{cr} = k \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{H} \right)^2 \quad (4)$$

A magnitude da carga de pós-flambagem depende de vários parâmetros, tais como as propriedades relativas as dimensões, condições de contorno, tipo de carregamento, etc. (Yoo & Lee, 2011). A teoria de flambagem não linear é extremamente complexa e difícil de ser estudada analiticamente, sendo na maioria das vezes necessária a aplicação de métodos computacionais e/ou experimentais para a solução destes problemas. No presente estudo uma abordagem computacional foi adotada.

3 MODELAGEM COMPUTACIONAL

O comportamento mecânico de placas isotrópicas, quando submetidas à flambagem elástica e elasto-plástica, pode se tornar um problema de extrema complexidade. Para tanto, o problema em questão deve ser representado por um sistema de equações diferenciais parciais que, através de um método de discretização, poderá ser resolvido numericamente. Um dos métodos de discretização bastante empregado na análise numérica de estruturas é o MEF (Blaauwendraad, 2010).

No chamado modelo de deslocamentos do MEF, arbitra-se o campo de deslocamentos nodais e, como consequência, a interação de componentes de tensão entre elementos adjacentes é substituída pela interação de forças nodais entre elementos. Dessa maneira, o equilíbrio infinitesimal que se considera no modelo matemático de meio contínuo é substituído pelo equilíbrio de cada elemento finito isoladamente, trocando as equações diferenciais de equilíbrio por equações algébricas de equilíbrio do elemento como um todo. A partir destas equações algébricas escritas para cada elemento, obtém-se o sistema de equações de equilíbrio da malha de elementos (Isoldi, 2008). Esse sistema global, após a introdução das condições de vinculação ao meio exterior, permite a determinação da solução em termos dos deslocamentos nodais, utilizando a simulação numérica, que é baseada na criação de uma malha de elementos que irá cobrir a peça a ser simulada como um todo, possibilitando a realização das devidas análises de tensões. Um programa baseado no MEF amplamente utilizado é o software ANSYS®, que possui uma grande variedade de soluções numéricas para

problemas mecânicos. Sendo assim, o software ANSYS® foi utilizado para a simulação numérica do comportamento mecânico sob flambagem das placas envolvidas neste estudo (ANSYS, 2005).

3.1 Flambagem Elástica

O procedimento numérico utilizado para o cálculo da carga crítica que provoca a flambagem elástica é baseado em uma análise de autovalores e autovetores. Uma vez assumido que a estrutura apresenta um comportamento elástico linear, uma instabilidade estrutural é prevista, sendo o enfoque a determinação da carga que provoca a flambagem elástica do componente estrutural. Para este tipo de análise, que envolve as condições de equilíbrio das equações de elementos finitos, é necessária a solução de equações algébricas homogêneas, cujo menor autovalor e autovetor correspondente representam, respectivamente, a carga crítica e o modo de flambagem elástica da estrutura (Madenci e Guven, 2006).

A formulação utilizada na análise é apresentada na forma matricial, incluindo tanto termos lineares como não lineares (efeito de 2ª ordem). A matriz de rigidez global de uma placa, $[K]$, é obtida através da soma de uma matriz de rigidez responsável pelas pequenas deformações no elemento, $[K_E]$, com outra matriz, $[K_G]$, chamada matriz de rigidez geométrica (Przemieniecki, 1985; Helbig et al., 2014). Esta matriz não depende apenas da geometria do elemento, mas também das tensões existentes no início do carregamento da placa, definido pelo passo de carga $\{P_0\}$. Quando o carregamento atinge um nível $\{P\} = \lambda \{P_0\}$, onde λ é um escalar, a matriz de rigidez global da placa pode ser escrita como:

$$[K] = [K_E] + \lambda [K_G] \quad (5)$$

As equações de equilíbrio que regem o comportamento da placa podem ser definidas por:

$$([K_E] + \lambda [K_G])\{U\} = \lambda \{P_0\} \quad (6)$$

Onde $\{U\}$ é o vetor deslocamento total da placa, determinado por:

$$\{U\} = ([K_E] + \lambda [K_G])^{-1} \lambda \{P_0\} \quad (7)$$

Após a ocorrência da flambagem elástica, a placa apresenta grandes deslocamentos sem qualquer aumento de carga. Logo, o vetor deslocamento $\{U\}$ tende ao infinito quando:

$$\det([K_E] + \lambda [K_G]) = 0 \quad (8)$$

A Equação (8) representa um problema de autovalores, que quando resolvido determina o menor autovalor, λ_1 , correspondente ao valor de carga crítica em que a flambagem elástica ocorre:

$$\{P_{cr}\} = \lambda_1 \{P_0\} \quad (9)$$

Além da carga crítica, a configuração de deslocamentos (modo de flambagem) pode ser definida através do vetor deslocamento $\{U\}$ associado ao menor autovalor λ_1 . No software ANSYS®, o problema de autovalores é resolvido através da utilização do método numérico de Lanczos (ANSYS, 2005).

3.2 Flambagem Elasto-plástica

De acordo com Chages (1974) é comum um elemento estrutural não apresentar deformações plásticas definitivas, antes de a tensão crítica ser alcançada, acarretando assim, uma resistência extra da placa frente às deformações críticas iniciais. Quando isto ocorre, a teoria para flambagem elástica linear deve ser substituída por uma análise do comportamento de flambagem elasto-plástica. A determinação da carga última de flambagem elasto-plástica é consideravelmente difícil, uma vez que a relação tensão-deformação para além do estado de flambagem elástica é mais complexa (Szilard, 2004). Sendo assim, o material da placa é assumido como sendo elasto-plástico perfeito. Além disso, uma geometria inicial imperfeita que segue o modo de flambagem linear da placa é considerada. O valor máximo desta imperfeição é escolhido para ser $H/2000$, onde H representa a menor dimensão da placa, indicado por El-Sawy et al. (2004).

Para a verificação da carga última responsável pela flambagem não linear, uma carga de referência dada por $P_y = \sigma_y t$, onde σ_y é a tensão normal do material, é aplicada em pequenos incrementos nos bordos da placa paralelos ao eixo y . Para cada incremento de carga, o método de Newton-Raphson foi aplicado para determinar os deslocamentos que correspondem à configuração de equilíbrio da placa, através das seguintes equações:

$$\{P\}_{i+1} = \{P\}_i + \{\Delta P\} \quad (10)$$

$$\{\psi\} = \{P\}_{i+1} - \{F_{NL}\} \quad (11)$$

$$[K_t]\{\Delta U\} = \{\psi\} \quad (12)$$

$$\{U\}_{i+1} = \{U\}_i + \{\Delta U\} \quad (13)$$

Sendo $[K_t]$ a matriz de rigidez tangente, $\{\Delta U\}$ é o vetor responsável pelo incremento de deslocamentos necessários para atingir a configuração de equilíbrio, $\{F_{NL}\}$ é o vetor de forças internas nodais não lineares e $\{\psi\}$ é o vetor de cargas em desequilíbrio. Os vetores $\{U\}_i$ e $\{U\}_{i+1}$ correspondem aos deslocamentos enquanto que os vetores $\{P\}_i$ e $\{P\}_{i+1}$ correspondem às cargas externas aplicadas, considerando duas configurações de equilíbrio sucessivas da estrutura.

A carga de ruptura da estrutura é atingida quando o vetor de cargas em desequilíbrio $\{\psi\}$ não pode ser anulado, isto ocorre quando um determinado estágio de carregamento provoca um incremento muito grande no deslocamento da placa (Helbig et al., 2014). Sendo assim, nesta etapa o material atingiu o esgotamento de sua capacidade de resistência, pois as forças e tensões internas do material não podem aumentar, na intenção de manter um equilíbrio com as forças e tensões provocadas pelas cargas externas.

4 MÉTODO CONSTRUCTAL DESIGN

Os estudos sobre os princípios da Teoria Constructal começaram a ser desenvolvidos pelo professor romeno Adrian Bejan. A Teoria Constructal é a visualização de que a geração das configurações geométricas de sistemas de fluxo, animados ou inanimados, é um fenômeno físico que pode ser baseado em um princípio físico (Lei Constructal) (Bejan e Zane, 2012). A Lei Constructal diz que: para um sistema de fluxo de dimensões finitas persistir no tempo, sua

configuração deve evoluir no tempo de forma a facilitar o acesso das correntes que fluem através do sistema (Bejan e Zane, 2012).

A Teoria Constructal é baseada em três princípios fundamentais para descrever como as formas geométricas são determinadas: todos os sistemas de fluxo são sistemas físicos vivos, tanto os animados quanto os inanimados; a geração do design e sua evolução são baseadas em um princípio físico fundamental; os sistemas apresentam uma tendência universal de evoluir em um determinado sentido no tempo. Os fenômenos que ocorrem espontaneamente na natureza refletem diretamente sobre os princípios da física ditados pela Lei Constructal, onde o desenvolvimento da forma e estrutura sistemática de um fenômeno físico surge com o objetivo de facilitar o fluxo (Bejan e Lorente, 2008 e Bejan e Zane, 2012). De acordo com Bejan e Zane (2012), os sistemas de fluxo apresentam duas características ou propriedades básicas: o tipo de corrente de fluxo que se movimenta no sistema (fluido, calor, massa, tensão, informação) e a geometria ou forma (design) que o sistema como um todo apresenta.

O método utilizado na aplicação da Lei Constructal é denominado *Constructal Design*. O *Constructal Design* é um método que relaciona graus de liberdade, restrições e função objetivo, na busca pela geometria ótima que conduz ao melhor desempenho. Esse método vem sendo aplicado em diversos problemas de engenharia, principalmente nas áreas de mecânica dos fluidos e de transferência de calor e, mais recentemente, em estudos de mecânica dos sólidos (Da Silveira et al., 2012). Sendo assim, o método *Constructal Design* foi empregado neste trabalho, permitindo avaliar como a variação da geometria e dimensões da perfuração na placa influenciam em seu comportamento mecânico.

4.1 Aplicação do método *Constructal Design*

No presente trabalho foi utilizado um modelo de placa de aço A-36, simplesmente apoiada, e submetida a um carregamento axial de compressão uniforme, conforme mostra a Fig. 4.

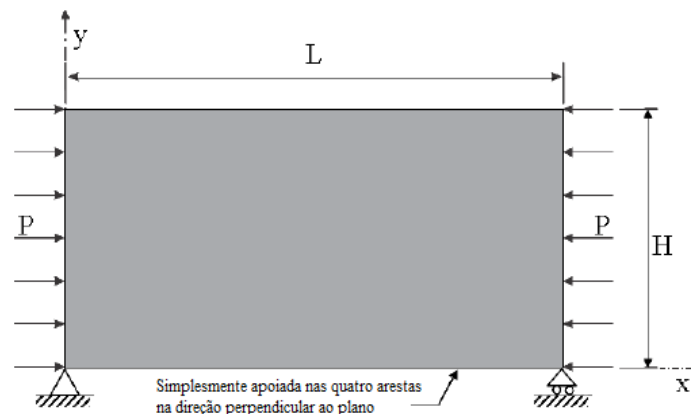


Figura 4. Características geométricas da placa em estudo (Helbig et al., 2014)

Considerando o grau de liberdade H/L , que relaciona a altura e o comprimento da placa, dois valores foram estudados: $H/L = 0.50$ (placa retangular com $H = 1000.00$ mm e $L = 2000.00$ mm; e $H/L = 1.00$ (placa quadrada com $H = 1414.20$ mm e $L = 1414.20$ mm). A esbelteza de ambas as placas é representada pela relação H/t , sendo t a espessura da placa que possui o valor de 10.00 mm. Sendo assim, as placas com $H/L = 0.50$ e $H/L = 1.00$ possuem $H/t = 100.00$ e $H/t = 141.42$, respectivamente.

Para o modelo de placa apresentado na Fig. 4, são definidas cinco geometrias de perfurações diferentes, cujos detalhes estão mostrados na Fig. 5.

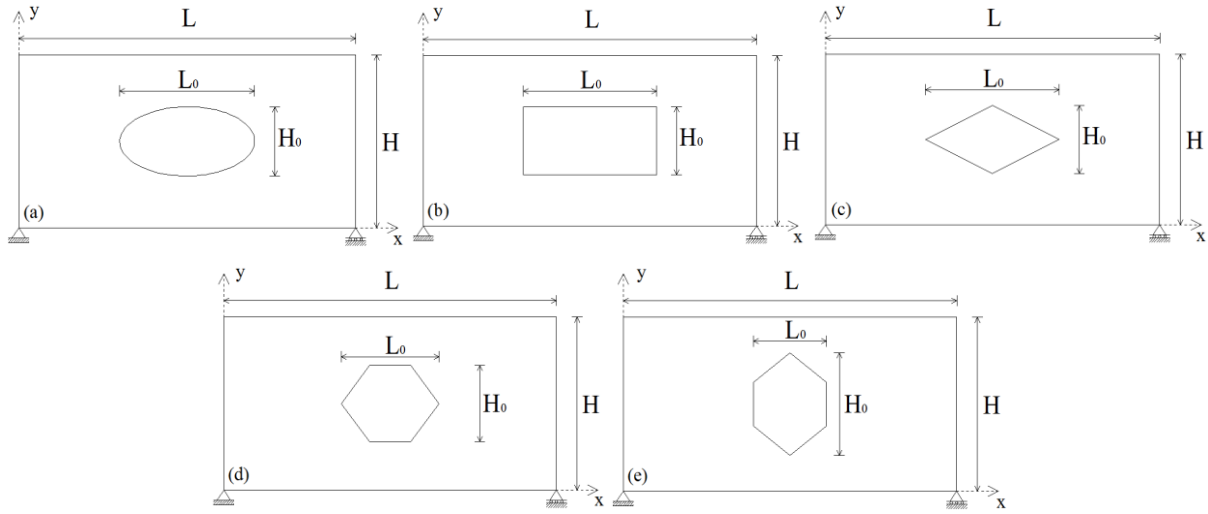


Figura 5. Tipos de furo analisados: (a) elíptico, (b) retangular, (c) losangular, (d) hexagonal longitudinal, e (e) hexagonal transversal

Para a realização de uma comparação consistente entre os diferentes tipos de perfuração, uma restrição denominada fração de volume da perfuração, ϕ , é definida. Esta relação é dada pela razão entre o volume da perfuração, V_0 , e o volume total da placa (sem perfuração), V . A fração de volume da perfuração elíptica, retangular e losangular, são respectivamente:

$$\phi = \frac{V_0}{V} = \frac{(\pi H_0 L_0 t) / 4}{HLt} = \frac{\pi H_0 L_0}{4HL} \quad (14)$$

$$\phi = \frac{V_0}{V} = \frac{H_0 L_0 t}{HLt} = \frac{H_0 L_0}{HL} \quad (15)$$

$$\phi = \frac{V_0}{V} = \frac{(H_0 L_0 t) / 2}{HLt} = \frac{H_0 L_0}{2HL} \quad (16)$$

onde π é uma constante matemática e H_0 e L_0 as dimensões características da perfuração, conforme Fig. 5. Já as frações de volume para as perfurações hexagonal longitudinal e transversal são determinadas através da divisão dos furos em uma área retangular e duas triangulares, conforme mostra a Fig. 6.

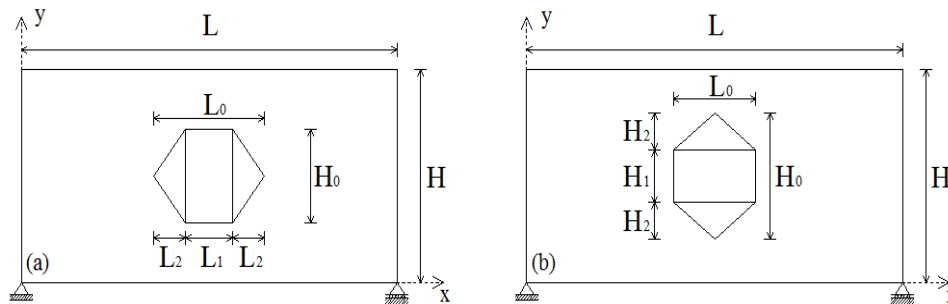


Figura 6. Divisão do furo em áreas conhecidas (a) Furo hexagonal longitudinal, (b) Furo hexagonal transversal

A divisão mostrada na Fig. 6 é realizada com o objetivo de obter o volume da perfuração da placa, V_0 , que será dado pela soma das áreas do retângulo e dos triângulos multiplicado pela espessura da placa, t . Assim, as frações de volume para as perfurações hexagonal longitudinal e transversal são, respectivamente:

$$\phi = \frac{V_0}{V} = \frac{\left(H_0 L_1 + \frac{2L_2 H_0}{2}\right)t}{HLt} = \frac{H_0(L_1 + L_2)t}{HLt} = \frac{H_0(L_1 + L_2)}{HL} = \frac{3}{4} \frac{L_0 H_0}{HL} \quad (17)$$

$$\phi = \frac{V_0}{V} = \frac{\left(L_0 H_1 + \frac{2H_2 L_0}{2}\right)t}{HLt} = \frac{L_0(H_1 + H_2)t}{HLt} = \frac{L_0(H_1 + H_2)}{HL} = \frac{3}{4} \frac{L_0 H_0}{HL} \quad (18)$$

sendo $L_1 = 2L_2$ e $H_1 = 2H_2$, resultando em $(L_1 + L_2) = (3/4)L_0$ e $(H_1 + H_2) = (3/4)H_0$.

No presente estudo, uma fração de volume da perfuração $\phi = 0.10$ foi considerada, permitindo uma comparação entre os diferentes tipos de perfurações e entre as diferentes formas possíveis para cada tipo de furo, obtidas através da variação do grau de liberdade H_0/L_0 . Outra restrição imposta é a distância mínima de 100.00 mm entre as arestas da placa e as arestas do furo. Essa restrição define, então, os limites para a variação da forma do furo, ou seja, define o intervalo de valores possíveis para a variação de H_0/L_0 em cada tipo de furo.

Por fim, a função objetivo consiste em maximizar a carga crítica ou a carga última que, conseqüentemente, conduza à determinação da forma (ou geometria) ótima para cada tipo de perfuração considerada.

5 MODELO NUMÉRICO

O software ANSYS® possui inúmeros tipos de elementos para, baseando-se no MEF, realizar a modelagem computacional dos mais variados tipos de problemas. Neste trabalho, o elemento finito SHELL93 foi utilizado. Este elemento é particularmente adequado para a modelagem computacional de placas e cascas finas. Conforme mostra a Fig. 7, o elemento possui oito nós e apresenta seis graus de liberdade por nó, ou seja, três translações (nas direções dos eixos x , y e z , respectivamente) e três rotações (em torno dos eixos x , y e z , respectivamente) (ANSYS, 2005).

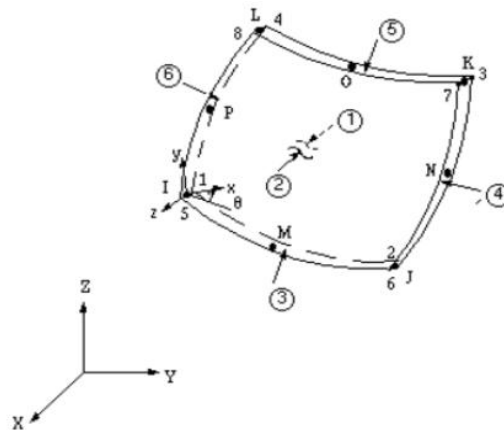


Figura 7. Elemento finito SHELL 93, do software ANSYS® (ANSYS, 2005)

Os modelos numéricos para a flambagem elástica (linear) e elasto-plástica (não linear), previamente apresentados, utilizam o elemento finito SHELL93, possibilitando a obtenção dos resultados para as cargas crítica e última de flambagem, respectivamente.

5.1 Verificação do Modelo Numérico Elástico

Para a verificação do modelo computacional que servirá de referência para a resolução do problema de flambagem elástica, adotou-se uma placa sem perfuração, ver Fig. 4, com as seguintes dimensões: $H = 1000.00$ mm, $L = 2000.00$ mm e $t = 10.00$ mm, respectivamente para a altura, comprimento e espessura. A simulação é realizada para uma malha composta por elementos quadriláteros (SHELL93) de tamanho 20.00 mm, baseado nos trabalhos de Helbig et al. (2014) e Lorenzini et al. (2015). O resultado de carga crítica obtido numericamente, $P_{cr} = 753.74$ kN/m, é comparado com o resultado analítico produzido pela Eq. (1), $P_{cr} = 759.20$ kN/m (Helbig et al., 2014). Os resultados apresentam uma diferença pequena, de apenas 0.72%, o que possibilita a verificação do modelo numérico para a análise linear, utilizando uma dimensão de malha de 20.00 mm.

5.2 Validação do Modelo Numérico Elasto-Plástico

A validação do modelo computacional utilizado para o problema de flambagem elasto-plástica é realizada através da utilização de resultados experimentais obtidos em El-Sawy et al. (2004). Foi considerada para a validação uma placa com $H = 1000.00$ mm, $L = 1000.00$ mm e $t = 20.00$ mm, respectivamente para a altura, comprimento e espessura, considerando uma perfuração circular centralizada de diâmetro igual a 300.00 mm. A simulação também é realizada para uma malha composta por elementos quadriláteros (SHELL93) de tamanho 20.00 mm, baseado nos trabalhos de Helbig et al. (2014) e Lorenzini et al. (2015). O resultado da carga de ruptura obtida numericamente, $P_u = 4340$ kN/m, é comparada com o resultado experimental, $P_u = 4270$ kN/m, produzido por Shanmugam et al. (1999) para uma placa idêntica a adotada para o modelo numérico. Logo, o modelo computacional foi validado, com uma diferença entre os resultados de apenas 1.61%.

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Empregando os modelos computacionais para a flambagem elástica e elasto-plástica e considerando a variação da forma de cada tipo de perfuração nas placas com $H/L = 0.50$ e $H/L = 1.00$, foi possível determinar para todos os casos simulados o valor de P_{cr} e de P_u . Com isso, a tensão crítica e a tensão última são obtidas, respectivamente por:

$$\sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{t} \quad (19)$$

$$\sigma_u = \frac{P_u}{t} \quad (20)$$

Para que as tensões definidas nas Eqs. (19) e (20) sejam adequadamente comparadas, as mesmas foram normalizadas utilizando-se como referência a tensão de escoamento (σ_y) do material da placa (que para o Aço A-36 é de 250 MPa), originando então a Tensão Limite Normalizada (TLN):

$$TLN = \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} \quad (21)$$

$$TLN = \frac{\sigma_u}{\sigma_y} \quad (22)$$

Com isso, a Fig. 8 apresenta a variação da TLN , em função de H_0/L_0 , para a placa com $H/L = 0.50$ e perfuração elíptica centralizada. Esta variação origina duas curvas, referentes aos valores de TLN para a flambagem elástica e elasto-plástica.

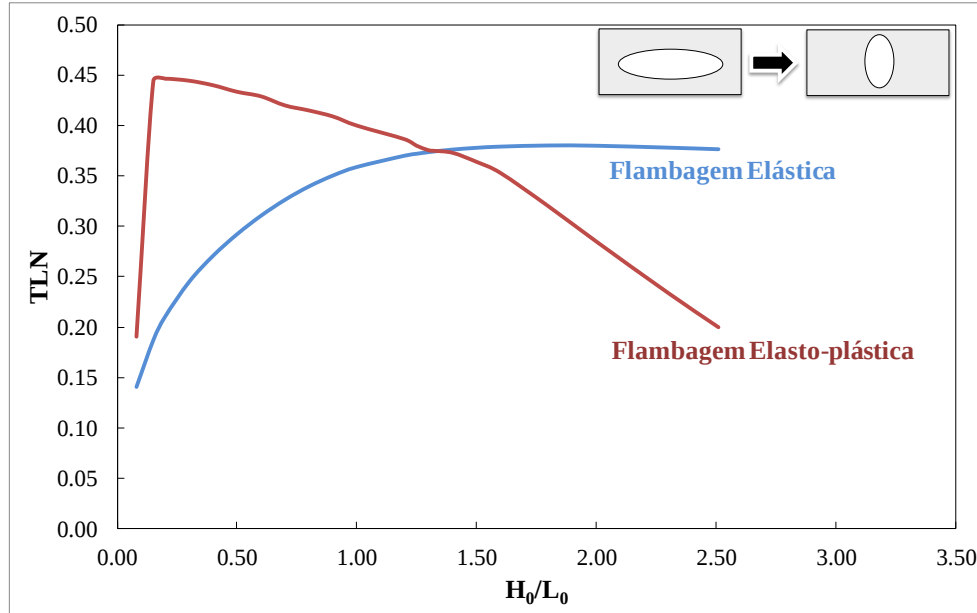


Figura 8. TLN em função de H_0/L_0 para a placa com $H/L = 0.50$ e perfuração elíptica

Analisando o gráfico da Fig. 8, verifica-se que para valores de H_0/L_0 localizados antes da intersecção das curvas, a TLN de ruptura é atingida após a ocorrência da TLN crítica. Esta situação é caracterizada pelo posicionamento da curva de flambagem elástica abaixo da elasto-plástica, garantindo uma segurança quanto à ocorrência da tensão de ruptura da placa, visto que tensões acima da TLN crítica geram um comportamento de pós-flambagem elástica antes do colapso estrutural. Para os valores de H_0/L_0 localizados após a intersecção das curvas ocorre uma ruptura súbita do elemento estrutural, caracterizado pelo posicionamento da curva de flambagem elasto-plástica abaixo da elástica. Nesta situação a análise linear da curva não é válida, devido a TLN última ocorrer para um valor menor que a TLN crítica.

Conforme mostra a Fig. 9, uma curva limite é originada a partir das curvas de flambagem elástica e elasto-plástica da Fig. 8, onde o ponto de intersecção define a máxima TLN , $(TLN)_m$, e, conseqüentemente, a forma ótima para o furo elíptico, $(H_0/L_0)_o$. Para valores de H_0/L_0 menores que $(H_0/L_0)_o$, o comportamento mecânico da placa é determinado pela flambagem elástica, enquanto que para valores de H_0/L_0 maiores que $(H_0/L_0)_o$, o comportamento mecânico da placa é determinado pela flambagem elasto-plástica.

Esse procedimento apresentado nas Figs. 8 e 9, para a construção da curva limite de flambagem para a placa $H/L = 0.50$ com perfuração elíptica foi aplicado para os outros tipos de furos estudados, conforme mostra a Fig. 10. Já na Fig. 11, esse procedimento foi usado

para a placa com $H/L = 1.00$ e para todos os tipos de furos, gerando as curvas limites de flambagem apresentadas.

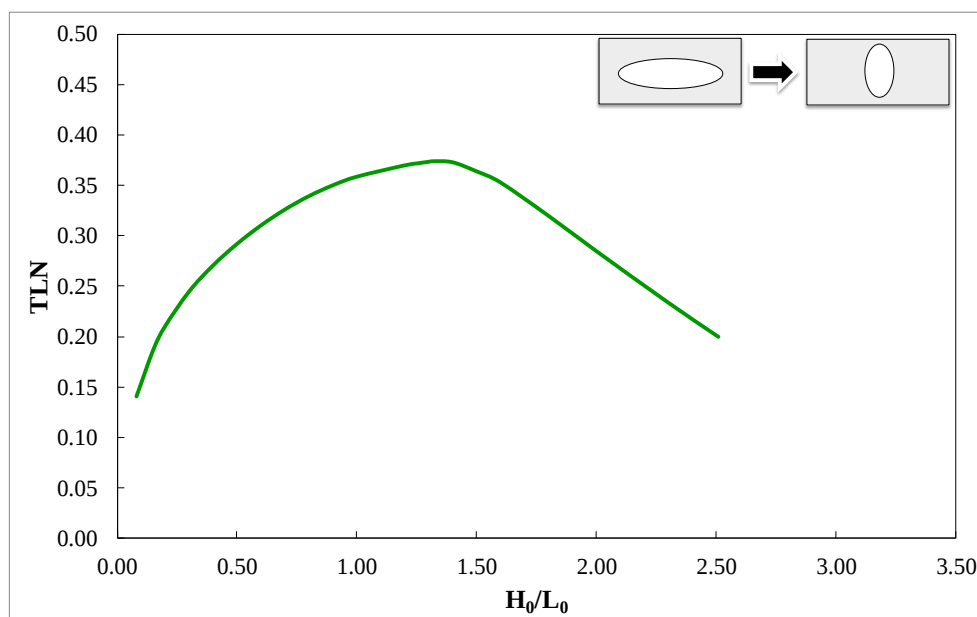


Figura 9. Curva limite de flambagem para uma placa com perfuração elíptica e $H/L = 0.50$

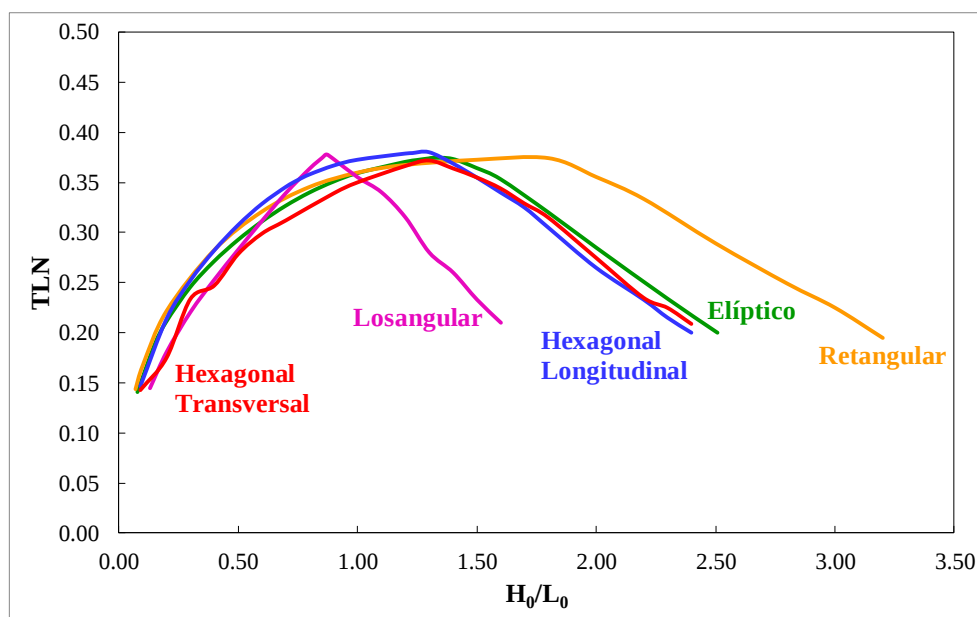


Figura 10. Curvas limite de flambagem para placas perfuradas com $H/L = 0.50$

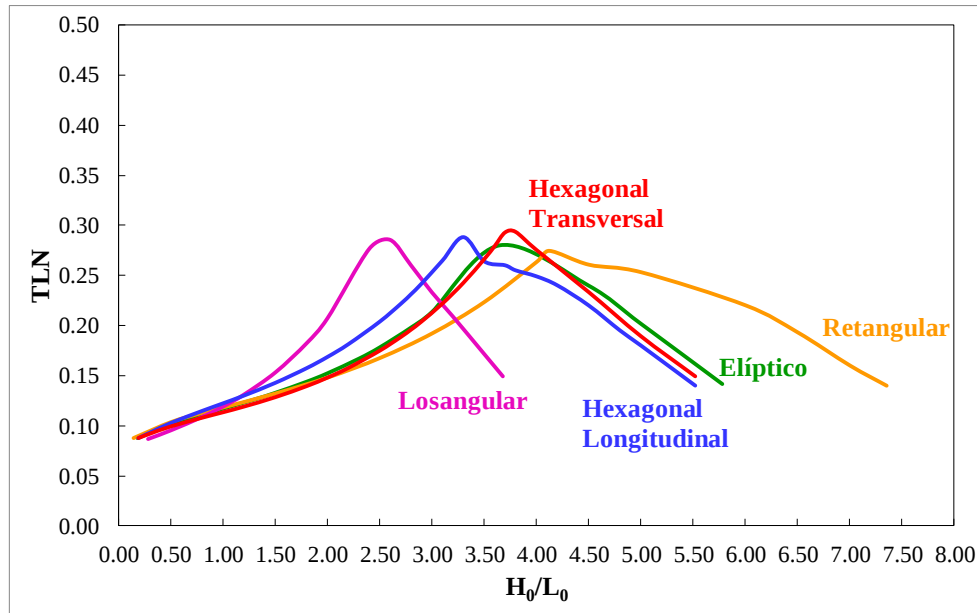


Figura 11. Curvas limite de flambagem para placas perfuradas com $H/L = 1.00$

Analisando os gráficos para a placa $H/L = 0.50$ (Fig. 10), observa-se que o furo hexagonal longitudinal apresenta o melhor comportamento mecânico, atingindo uma $(TLN)_m = 0.380$ para uma relação $(H_0/L_0)_o = 1.30$. Para os gráficos da placa $H/L = 1.00$ (Fig. 11), o furo hexagonal transversal apresentou o melhor comportamento mecânico, atingindo uma $(TLN)_m = 0.292$ para uma relação $(H_0/L_0)_o = 3.70$.

Considerando a placa $H/L = 0.50$ (Fig. 10), o furo retangular apresenta um melhor desempenho nos intervalos $0.07 \leq H_0/L_0 \leq 0.30$ e $1.30 \leq H_0/L_0 \leq 3.20$. Já para os intervalos $0.30 \leq H_0/L_0 \leq 0.75$ e $0.90 \leq H_0/L_0 \leq 1.30$, o furo hexagonal longitudinal apresenta os melhores valores de TLN , enquanto que para o intervalo $0.75 \leq H_0/L_0 \leq 0.90$ o furo losangular apresenta um melhor desempenho. Considerando a placa $H/L = 1.00$ (Fig. 11), o furo hexagonal longitudinal apresenta um melhor desempenho nos intervalos $0.30 \leq H_0/L_0 \leq 1.20$ e $2.90 \leq H_0/L_0 \leq 3.30$, enquanto que o furo losangular apresenta o melhor desempenho no intervalo $1.20 \leq H_0/L_0 \leq 2.90$. No intervalo $3.30 \leq H_0/L_0 \leq 4.00$, o furo hexagonal transversal apresenta os melhores valores de TLN , enquanto que para o intervalo $4.00 \leq H_0/L_0 \leq 7.35$ o furo retangular apresentou o melhor desempenho.

Na Tabela 1, a partir das informações obtidas nas Figs. 10 e 11, são apresentados os valores máximos de TLN , as formas ótimas e os correspondentes tipos de perfuração para as placas analisadas. Além disso, considerando somente valores de H_0/L_0 maiores que $(H_0/L_0)_o$ em cada caso, são também apresentados na Tabela 1 os menores valores de TLN e seu respectivo valor de H_0/L_0 . Optou-se por comparar os casos ótimos com os piores casos que possuem $H_0/L_0 > (H_0/L_0)_o$, pois nessas configurações ocorre a flambagem elasto-plástica que causa o colapso da estrutura. Valores de $H_0/L_0 < (H_0/L_0)_o$ causam a flambagem elástica, que, como já foi comentado, não caracterizam o colapso da estrutura uma vez que as placas possuem um comportamento de pós-flambagem elástica.

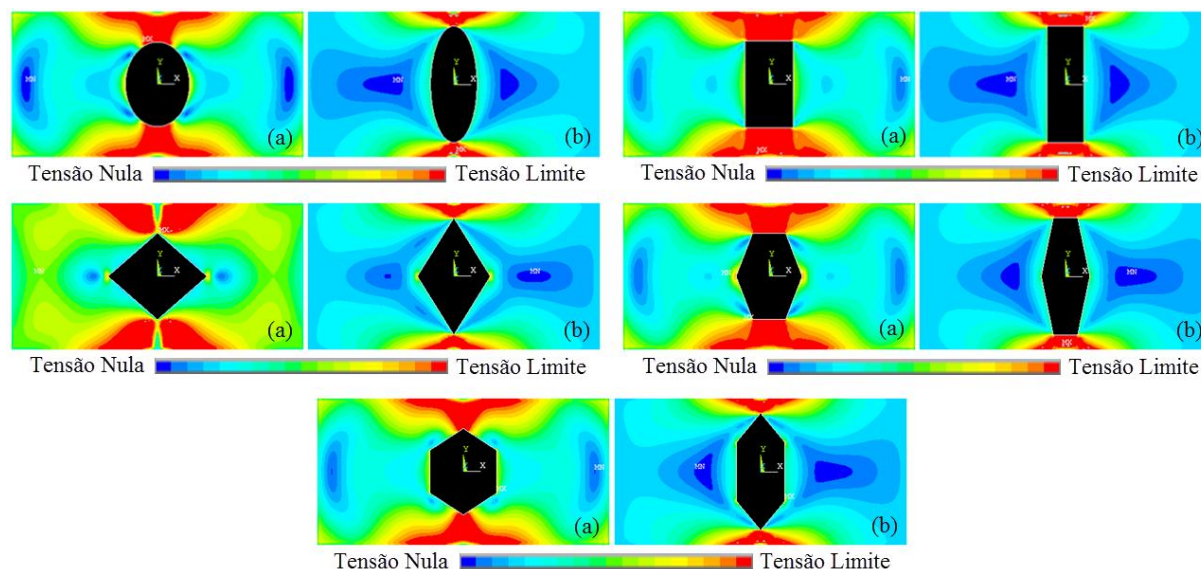
Tabela 1. Comparação entre os melhores e piores comportamentos mecânicos.

Tipo de Furo	Placa $H/L = 0.50$					Placa $H/L = 1.00$				
	$(H_0/L_0)_o$	$(TLN)_m$	H_0/L_0	TLN	Diferença (%)	$(H_0/L_0)_o$	$(TLN)_m$	H_0/L_0	TLN	Diferença (%)
Elíptica	1.32	0.374	2.51	0.200	87.00	3.65	0.285	5.78	0.142	100.70
Retangular	1.80	0.374	3.20	0.195	91.79	4.12	0.278	7.35	0.140	98.57
Losangular	0.87	0.378	1.60	0.210	80.00	2.40	0.280	3.68	0.149	87.92
Hexagonal Long.	1.30	0.380	2.40	0.200	90.00	3.30	0.288	5.52	0.140	105.71
Hexagonal Trans.	1.30	0.372	2.40	0.209	77.99	3.70	0.292	5.52	0.149	95.97

De acordo com a Tabela 1, considerando a melhoria no comportamento mecânico entre o caso ótimo e o pior caso para cada tipo de furo, a otimização geométrica realizada através do método *Constructal Design* indica que, para as placas com $H/L = 0.50$ a perfuração retangular atingiu uma melhoria de 91.79%. Já para as placas com $H/L = 1.00$, a perfuração hexagonal longitudinal obteve uma melhoria de 105.71%, apenas através da variação da forma do furo. Cabe destacar que para os demais casos da Tabela 1, aumentos significativos nos valores de TLN foram sempre obtidos, devido à variação do grau de liberdade H_0/L_0 .

Outra análise que pode ser realizada a partir dos resultados da Tabela 1 é a comparação entre os valores máximos de TLN . É possível observar que, para as placas com $H/L = 0.50$, o furo hexagonal longitudinal apresenta uma $(TLN)_m$ 1.58%, 1.58%, 0.50% e 2.11% superior aos valores obtidos para os furos elíptico, retangular, losangular e hexagonal transversal, respectivamente. Já para a placa $H/L = 1.00$, a geometria hexagonal transversal apresenta uma $(TLN)_m$ 2.40%, 4.80%, 4.11% e 1.37% superior aos valores obtidos para os furos elíptico, retangular, losangular e hexagonal longitudinal, respectivamente.

Por fim, as Figs. 12 e 13 mostram, respectivamente, para as placas com $H/L = 0.50$ e $H/L = 1.00$, a distribuição de tensões de von Mises, para os casos apresentados na Tab. 1.

**Figura 12. Distribuição de tensões para placas $H/L = 0.50$ perfuradas: (a) caso ótimo e (b) pior caso**

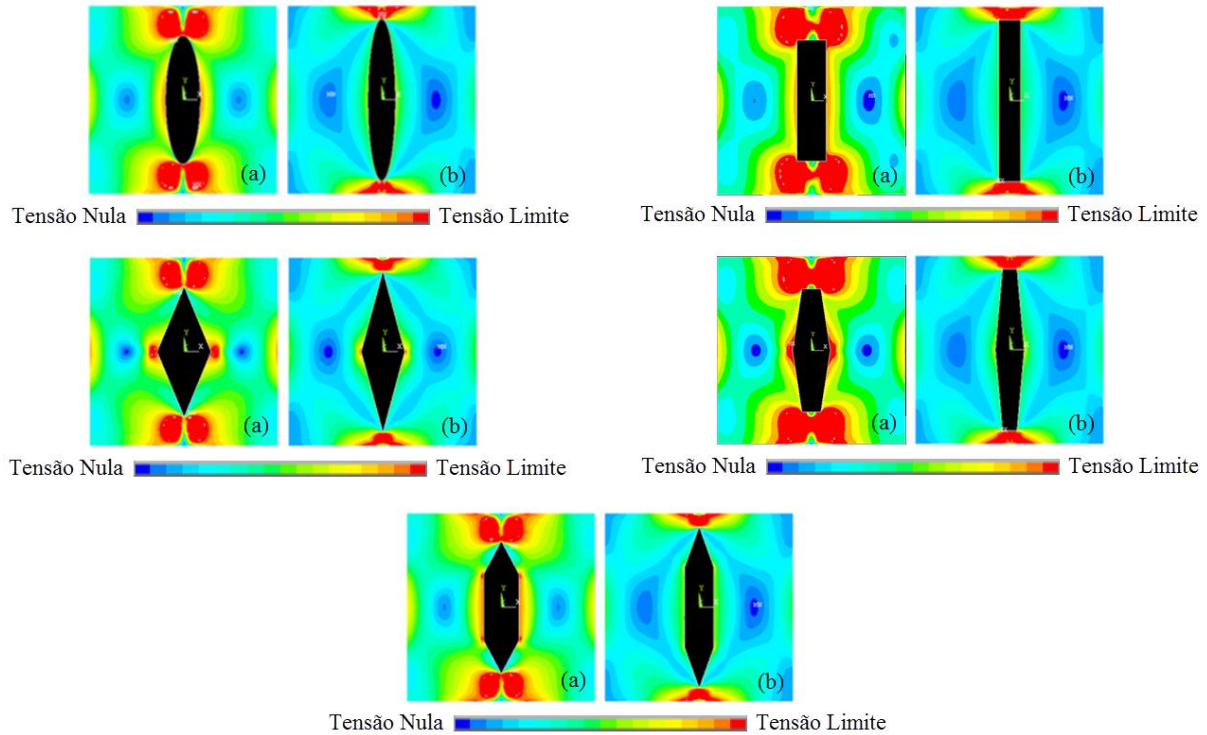


Figura 13. Distribuição de tensões para placas $H/L = 1.00$ perfuradas: (a) caso ótimo e (b) pior caso

Analisando as Figs. 12 e 13 observa-se que as geometrias ótimas apresentam uma melhor distribuição das tensões limites ao longo de toda a superfície das placas, enquanto para os piores casos isso não acontece. Em outras palavras, as geometrias ótimas permitem que a tensão limite seja melhor distribuída em cada caso, o que faz com que uma maior região da placa seja exposta à essa tensão. Enquanto nas piores geometrias, sempre uma região menor da placa está submetida à tensão limite, se comparada ao correspondente caso ótimo. Os princípios da Teoria Constructal justificam este comportamento mecânico superior alcançado pelas geometrias ótimas, através do princípio da ótima distribuição de imperfeições (Bejan e Zane, 2012).

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, foram realizadas simulações numéricas em placas de aço A-36, simplesmente apoiadas e com perfurações centralizadas. Modelos numéricos para flambagem foram desenvolvidos no software ANSYS®, com o objetivo de obter as cargas crítica e de ruptura das placas. O método *Constructal Design* foi aplicado permitindo a comparação dos resultados obtidos para as seguintes geometrias de perfuração: elíptica, retangular, losangular, hexagonal longitudinal e hexagonal transversal. Através da variação do grau de liberdade H_0/L_0 , mantendo como restrição a fração de volume da perfuração, $\phi = 0.10$, foi possível avaliar também a influência da forma da perfuração no comportamento mecânico sob flambagem das placas. Além disso, foram considerados dois valores para a relação H/L , que especificam as dimensões de placa utilizadas: $H/L = 0.50$ (placa retangular) e $H/L = 1.00$ (placa quadrada). Logo, os conceitos do método *Constructal Design* aliados à modelagem computacional, mostram que o tipo e a forma da perfuração são de importância fundamental para a definição do comportamento de flambagem em placas perfuradas.

A variação da forma da perfuração estabelece a ocorrência da flambagem elástica ou elasto-plástica na placa, independente da geometria de perfuração adotada. A mudança do regime elástico para o regime elasto-plástico é definida pela intersecção das curvas de flambagem linear e não linear. Sendo assim, para descrever o fenômeno de flambagem nas placas perfuradas, uma curva limite de tensão para cada tipo de furo é originada, através da união do comportamento de flambagem elástica e elasto-plástica, sendo esta uma contribuição científica relevante deste trabalho.

Cabe destacar que o melhor desempenho estrutural das placas perfuradas é obtido exatamente no ponto de intersecção entre as curvas elástica e elasto-plástica. Este ponto de intersecção é definido pela relação H_0/L_0 ótima e a sua referente TLN maximizada, para cada tipo de perfuração. Comparando os valores de TLN dos casos ótimos com os valores de TLN dos piores casos, melhorias entre 77.99% e 105.71% foram obtidas entre os casos analisados.

Sendo assim, o método *Constructal Design*, aliado à simulação numérica estrutural, é uma ferramenta eficiente na análise da influência de perfurações em placas submetidas ao fenômeno de flambagem, definindo para cada geometria de perfuração estudada uma curva limite de tensão com o objetivo de evitar a flambagem dos componentes estruturais.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à FURG e à UFRGS pelo suporte, e também à CAPES pela concessão de bolsa de mestrado e ao CNPq pela concessão de bolsa de doutorado e de produtividade em pesquisa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Åkesson, B., 2007. *Plate buckling in bridges and other structure*. Taylor & Francis.
- ANSYS, 2005. *User's manual*. Swanson Analysis System Inc.
- Bejan, A., Zane, J.P., 2012. *Design in Nature: How the Constructal Law Governs Evolution in Biology, Physics, Technology, and Social Organization*. Published in the United States by Doubleday.
- Bejan, A. e Lorente, S., 2008. *Design with Constructal Theory*. Wiley, Hoboken.
- Blaauwendraad, J., 2010. *Plates and FEM – Surprises and Pitfalls*. Springer, New York.
- Chages, A., 1974. *Principles of Structural Stability Theory*. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, University of Massachusetts, New Jersey.
- Chow, F.-Y., & Narayanan, R., 1984. Buckling of Plates Containing Openings. In *Seventh International Conference on Cold-Formed Steel Structures*, pp. 39–45.
- Da Silveira, T., Correia, A.L.G., Da Silva, C.C.C., Rocha, L.A.O., Real, M.V., Dos Santos, E.D., Isoldi, L.A.. Otimização Geométrica de Placas com Enrijecedores Submetidas à Flexão. *V Seminário e WorkShop em Engenharia Oceânica (V SEMENGO)*, Rio Grande-RS, Novembro 2012.
- El-Sawy, K. M.; Nazmy, A. S., 2001. Effect of aspect ratio on the elastic buckling of uniaxially loaded plates with eccentric holes. *Thin-Walled Structures*, vol. 39, pp. 983–998.
- El-Sawy, K. M., Nazmy, A. S., & Martini, M. I., 2004. Elasto-plastic buckling of perforated plates under uniaxial compression. *Thin-Walled Structures*, vol. 42, pp. 1083–1101.

- Helbig, D., Rocha, L. A. O., Dos Santos, E. D., Real, M. V., Isoldi, L. A., Silva, C. C. C., 2014. Numerical Simulation and Constructal Design Method Applied to the Study of the Cutout Shape Influence in the Mechanical Behavior of Perforated Plates Subjected to Buckling. In *XXXV Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering (CILAMCE)*. Fortaleza, Brazil.
- Isoldi, L.A., 2008. *Análise Estática e Dinâmica de Estruturas Delgadas de Materiais Compostos Laminados incluindo Materiais Piezelétricos*. Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre-RS, 197p.
- Lorenzini, G.; Helbig, D.; Da Silva, C.C.C.; Real, M. V.; Dos Santos, E. D.; Isoldi, L. A.; Rocha, L. A. O, 2015. Constructal design method applied to the analysis of the cutout type and cutout shape influences in the mechanical behavior of thin steel plates subjected to buckling. *Constructal Law & Second Law Conference*, Parma, Itália pp. 477-499.
- Madenci, E., & Guven, I., 2006. *The Finite Element Method and Applications in Engineering Using ANSYS®*, Springer.
- Maiorana, E., Pellegrino, C.; Modena, C., 2009. Non-linear analysis of perforated steel plates subjected to localized symmetrical load. *Journal of Constructional Steel Research*, vol. 65, pp. 959–964.
- Przemieniecki, J. S., 1985. *Theory of Matrix Structural Analysis*. Dover Publications.
- Rocha, L. A. O., Isoldi L. A., Real, M. V., dos Santos, E. D., Correia, A. L. G., Lorenzini, G., & Biserni, C., 2013. Constructal Design Applied to the Elastic Buckling of Thin Plates with Holes, *Central European Journal of Engineering*, vol. 3, pp. 475–483.
- Shanmugam NE, Thevendran V, Tan YH., 1999. Design formula for axially compressed perforated plates. *Thin-Walled Structures*; 34(1):1–20.
- Singh, S.; Kulkarni, K.; Pandey, R.; Singh, H., 2012. Buckling analysis of thin Rectangular plates with cutouts subjected to partial edge compression using FEM. *Journal of Engineering, Design and Technology*, Vol. 10 Iss: 1, pp.128 – 142.
- Szillard, R., 2004. *Theories and Applications of Plate Analysis - Classical, Numerical and Engineering Methods*. John Wiley & Sons.
- Trahair, N.S., Bradford, M.A., Nethercot, D.A., & Gardner L., 2008. *The Behaviour and Design of Steel Structures to EC3*. Taylor & Francis.
- Ventsel, E., Krauthammer, T. , 2001. *Thin Plates and Shells – Theory, Analysis, and Applications*. Marcel Dekker, Inc..
- Wang, C.M., Wang, C.Y., Reddy, J.N., 2005. *Exact solutions for buckling of structural members*. CRC Press LLC, 2000 N.W. Corporate Blvd., Boca Raton, Florida.
- Yoo, C. H., & Lee, S. C., 2011. *Stability of Structures - Principles and Applications*. Elsevier.