



OTIMIZAÇÃO DA FASE CONSTRUTIVA DE ESTRUTURAS DE CONCRETO MASSA EM AMBIENTE PARALELO

Mariane Rodrigues Rita

Eduardo de Moraes Rego Fairbairn

Fernando Luiz Bastos Ribeiro

mariane_rita@coc.ufrj.br

eduardo@coc.ufrj.br

fernando@ct.ufrj.br

Programa de Engenharia Civil - Universidade Federal do Rio de Janeiro

Centro de Tecnologia, Ilha do Fundão, CEP: 21941-909, Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil

Resumo.

Este trabalho apresenta uma estratégia de solução via um modelo de algoritmo genético paralelo para a otimização da fase construtiva de estruturas de concreto massivo. A otimização via algoritmo genético paralelo tem por objetivo minimizar o custo da construção, considerando como variáveis de projeto: os tipos de material, a temperatura, a altura das camadas de concretagem e a frequência de lançamento das mesmas. A tendência à fissuração é considerada através de um esquema de penalização imposto à função objetivo. O modelo termoquímico mecânico utilizado calcula os campos de hidratação transiente, temperatura e tensões, e possui uma estratégia de solução em paralelo para o método dos elementos finitos, baseado no esquema de subdomínio por subdomínio. Com intuito de demonstrar a eficiência da metodologia proposta é apresentado um caso de estudo, executado em um cluster de computadores de tecnologia multi-core

Palavras Chave: Otimização, Algoritmos Genéticos, Computação Paralela, Modelo Termoquímico Mecânico, Modelagem Numérica

1 INTRODUÇÃO

Estruturas de concreto massa possuem um comportamento diferenciado, pois em decorrência do elevado consumo de cimento podem estar sujeitas à fissuração em suas primeiras idades, em função de deformações de origem térmica e da retração autógena do material. Ou seja, a quantidade de calor gerado pela reação de hidratação e sua dissipação tornam tais estruturas sujeitas à variações de volume, que quando restritas, provocam tensões que podem levar a fissuração do material.

Sendo assim, é preciso estabelecer estratégias que possibilitem minimizar e prevenir a fissuração desse material. Silvoso (2003) menciona que diversas medidas vem sendo utilizadas com este propósito, tais como: intervenções na composição do material (através de substituições); diminuição da temperatura de lançamento do concreto, de modo a diminuir a temperatura máxima desenvolvida no sólido e desacelerar a hidratação do cimento; interferência no ritmo de construção da estrutura, alterando o número de camadas construtivas e a frequência de lançamento do concreto, possibilitando uma maior dissipação do calor gerado.

No entanto, estas medidas envolvem custos e é preciso decidir qual o conjunto de táticas será mais eficiente. Ou seja, é necessário determinar qual a forma de execução da estrutura implicará no menor custo possível sem comprometimento da segurança e durabilidade da mesma.

Com a intenção de conciliar todos estes fatores e obter a solução para estas questões, este trabalho propõe a otimização do processo construtivo deste tipo de estruturas através de um modelo de algoritmo genético.

Algoritmos genéticos (AGs) são métodos computacionais inspirados na teoria da evolução por seleção natural de Charles Darwin, que fornecem um mecanismo de busca paralela e adaptativa, utilizado na seleção de variáveis. Os AGs descritos e analisados por Holland (1975) e Goldberg (1989) são métodos de busca estocásticos, que simulam a evolução biológica natural não exigindo conhecimento a priori sobre como encontrar uma solução ótima para um problema, mas sim, reconhecê-la como ótima.

De acordo com Borges (1999), os algoritmos genéticos são por si só um método naturalmente paralelo, uma vez que a etapa de avaliação da aptidão de cada indivíduo da população é independente das demais. Por esta razão, segundo eles, empregar computação paralela com algoritmos genéticos é uma estratégia que deve sempre ser considerada, pois pode-se obter grandes ganhos no tempo de execução de um problema.

Dessa forma, é apresentado um modelo de algoritmo genético paralelo, reconhecendo-se que a implementação de técnicas que permitam reduzir o tempo total de execução de um programa é primordial para ampliar sua viabilidade de aplicação, pois é sabido que quanto maior e mais complexa for a estrutura analisada, maior será o tempo gasto na simulação do problema.

Sendo assim, a otimização da fase construtiva de estruturas de concreto massa em ambiente paralelo, consiste, na aplicação de um algoritmo genético paralelo baseado no modelo de paralelização mestre-escravo e na utilização de código de elementos finitos paralelizado por Ferreira (2008) para a solução do problema termoquímico-mecânico para concreto jovem.

Deste modo, a modelagem numérica do concreto é abordada sob a ótica dos acoplamentos termoquímico-mecânicos, tendo como base o modelo desenvolvido por Ulm e Coussy (1995).

Modelo este, em que as equações que governam o problema são deduzidas dentro do quadro teórico termodinâmico para meios porosos e consideram-se os efeitos cruzados entre a reação de hidratação, a evolução da temperatura, deformações e mudanças nas propriedades do concreto.

2 METODOLOGIA

A metodologia utilizada neste processo de otimização consiste no desenvolvimento do AG paralelo que busca encontrar plano construtivo ótimo, sendo este aquele que possui o menor custo de execução não provocando fissuração na estrutura. A avaliação deste custo é realizada por meio de uma função de custo que integra a função de aptidão do algoritmo genético, a tendência à fissuração da estrutura é calculada através da Eq. 1, onde $\sigma_1(t)$ é a tensão principal máxima de tração em um certo tempo t e $f_t(\xi(t))$ indica a resistência à tração em função do grau de hidratação ξ no tempo t .

$$I_f = \frac{\sigma_1(t)}{f_t(\xi(t))} \quad (1)$$

Então, por meio desta relação é possível estabelecer os campos do índice de fissuração (I_f) correlacionando as tensões geradas com as respectivas resistências desenvolvidas em cada ponto do sólido de concreto. Estes valores bem como, os campos de temperatura, tensão, hidratação e deformação são calculados através de uma implementação computacional do modelo termoquímico mecânico em arquitetura paralela que foi desenvolvido dentro do quadro de pesquisa de tese de doutorado por Ferreira, (2008).

Com isso, procurou-se obter além da otimização da fase construtiva de estruturas de concreto massa uma otimização computacional. Onde o tempo de execução total do algoritmo foi reduzido eficazmente com uso dos dois códigos paralelos utilizados neste procedimento.

2.1 Modelagem Numérica do Concreto

O modelo de Ulm e Coussy (1995) considera o concreto como um meio poroso quimicamente reativo. Em sua fase inicial ele é um fluido formado por água livre e ar, tornando-se um sólido poroso após atingir seu patamar de percolação (Ulm e Coussy, 1996).

Em sua fase sólida ele é constituído de cimento anidro e hidratos, e conforme a água livre e seus íons se difundem através das camadas de hidratos já formadas, na direção dos grãos de cimento anidro a fração volumétrica e a conexão entre grãos da matéria sólida aumentam, ao mesmo tempo que a fração volumétrica e a conexão entre os volumes da fase fluida diminuem (Ferreira, 2008). Diz-se então, que a reação de hidratação acontece quando este grão de cimento anidro é atingido tornando a camada de hidratos cada vez mais espessa e densa.

Considerando então a cinética dessa reação de hidratação de uma forma integrada, por meio do modelo básico para materiais cimentícios que é a lei de *Arrhenius*, escreve-se a Eq. eq:afinidade que foi proposta por Ulm e Coussy (1995), Ulm e Coussy (1996), Ulm e Coussy (1998), como sendo a equação para evolução da massa do esqueleto do cimento.

$$\frac{\dot{m}}{dt} = \frac{d\xi}{dt} m_\infty = \frac{1}{\eta(\xi)} A(\xi) \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right) \quad (2)$$

onde, $\frac{\dot{m}}{dt}$ representa a variação da massa do esqueleto do cimento; $\xi \in [0, 1]$ é o grau de hidratação do concreto, que pode ser calculado como uma relação entre a massa do esqueleto em

um tempo t , normalizado pela massa de esqueleto quando a reação está completa ($\xi = \frac{m(t)}{m_\infty}$); o termo $\eta(\xi)$ indica uma medida de viscosidade que segundo De Faria, (2004) com o passar do tempo é cada vez mais comandada pela difusão da água na rede porosa dos nanohidratos que se formam em torno dos grãos de cimento anidro; $A(\xi)$ é a afinidade química que é o parâmetro que indica qual potencial os reagentes possuem de se combinarem quimicamente; T é a temperatura absoluta em Kelvin; Ea é a energia de ativação (J.mol^{-1}) e R é a constante universal dos gases perfeitos ($8,3144 \text{ J.mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$).

A Eq. 3 é a equação padrão que calcula a evolução dos campos térmicos, onde C_ϵ representa o calor específico a deformação constante para concreto, Q o fluxo de calor originário de uma fonte de calor, k a condutividade térmica e T a temperatura.

$$C_\epsilon \dot{T} = Q + k \nabla^2 T \quad (3)$$

Reorganizando-a, com o intuito de considerar o acoplamento termoquímico, ou seja, geração de calor de hidratação com termoativação, seguindo o quadro teórico dos acoplamentos termoquímico mecânicos de Ulm e Coussy, ela pode ser expressa pela Eq. 4. Onde o termo $L\dot{\xi}$ representa o calor gerado pela reação exotérmica e L o calor latente de hidratação.

$$C_\epsilon \dot{T} = Q + L\dot{\xi} + k \nabla^2 T \quad (4)$$

Para encontrar a solução numérica da Eq. 4 é necessário calcular o campo de hidratações, ou seja, é preciso conhecer ξ para todos os passos de tempo em que se desejar obter o campo de temperaturas T . No entanto, para isso é preciso determinar o valor de $\dot{A}(\xi) = \frac{A(\xi)}{m_\infty \eta(\xi)}$, valor este que pode ser obtido relacionando a evolução da reação de hidratação com a quantidade de calor gerado por ela através de um ensaio de elevação adiabática da temperatura.

O acoplamento químico-mecânico é representado por meio da Eq. 5, onde σ indica o tensor de tensões; $C(\xi)$ é o tensor de constantes elásticas dependente do grau de hidratação; ϵ é o tensor de deformações; $\alpha = \alpha \mathbf{1}$ é o tensor de coeficientes de deformações térmicas (consideradas isotrópicas), onde α é o coeficiente de dilatação térmica e, finalmente, $\beta = \beta \mathbf{1}$ é o tensor dos coeficientes de deformações químicas (também consideradas isotrópicas), onde β é o coeficiente que relaciona a hidratação à retração autógena.

$$d\sigma = C(\xi) : (d\epsilon - d\epsilon^p - \alpha dT - \beta d\xi) \quad (5)$$

Implementação Computacional

O modelo foi implementado num código de elementos finitos, em 3D, utilizando elementos tetraédricos lineares e possui dois módulos: térmico e mecânico. A paralelização foi realizada no esquema subdomínio por subdomínio (SBS); foram utilizadas estruturas de dados comprimidas para o armazenamento das matrizes de coeficientes, onde utilizou-se o modelo CSRC (*Compressed Storage Row/Columns*) com um algoritmo especial para se efetuar o produto matriz-vetor. A utilização dessa estrutura de dados aliada ao algoritmo desenvolvido para efetuar o produto matriz-vetor proporcionam uma redução significativa tanto em termos de memória, como em termos de tempo de execução; e os sistemas de equações são resolvidos iterativamente através do método dos gradientes conjugados.

A simulação do processo construtivo em camadas pode ser descrita da seguinte maneira: um plano de concretagem é estabelecido a priori, onde são estipulados o número de camadas construtivas e o instante e a temperatura de lançamento entre as camadas. Depois é efetuada a

leitura de toda a malha de elementos finitos de forma que cada elemento seja associado a uma das etapas construtivas.

Sendo assim, ao longo do avanço da análise se o tempo de lançamento de uma nova camada for atingido, então os elementos associados a ela são ativados e as condições de contorno atualizadas. Os valores iniciais de deslocamento e tensão nos elementos recém lançados são considerados nulos. Ou seja, a cada camada lançada as matrizes provenientes dos problemas de elementos finitos são remontadas, incluindo os novos elementos e todos os campos de deslocamentos, tensões, temperaturas e grau de hidratação, por exemplo, são mantidos na nova estrutura de dados para a montagem dos sistemas lineares de equações.

2.2 Algoritmo Genético

O algoritmo genético utilizado neste trabalho para a otimização da fase construtiva de estruturas compostas de concreto massa foi implementado em linguagem de programação FORTRAN e desenvolvido com base nas estratégias adotadas no algoritmo implementado por Silvano (2003). No entanto, foram realizadas modificações objetivando um melhor desempenho do mesmo, dentre as quais, destaca-se a paralelização do algoritmo usando o modelo mestre-escravo.

Neste esquema de paralelização a avaliação de cada indivíduo é executada em um nó do *cluster*. Sendo o número de indivíduos da população dividido pelo número de nós da máquina, isto é, o total de indivíduos da população é executado em b blocos de n indivíduos, onde n representa o número de nós.

O AG segue o modelo geracional, caracterizado por gerar toda uma nova população de indivíduos a cada geração, que foi adaptado incluindo-se um critério de inserção dos novos indivíduos. Onde os filhos somente são inseridos na população caso sejam melhores que seus pais.

As variáveis de projeto são representadas por sequências de números binários, cujas principais vantagens dessa representação se resumem: na facilidade de ser transformada em números inteiros ou números reais e de ser tratada pelos operadores genéticos; na capacidade de manipular esquemas de forma eficiente, oferecendo o número máximo de esquemas e maximizando o paralelismo implícito; e ainda por facilitar a prova de alguns teoremas sobre o funcionamento dos AGs (Holland (1975), Bäck e Schwefel (1993), Michalewicz (1996) e Linden (2008)).

Dessa forma, cada indivíduo da população é representado por um cromossomo e cada bit representa um gene; foi adotado o esquema de seleção por torneio que consiste na escolha aleatória de N_t de indivíduos da população e aquele que possuir a melhor aptidão vence o torneio e será selecionado.

Os operadores genéticos utilizados com intuito de promover a diversificação da população durante o processo evolutivo são: recombinação em dois pontos com probabilidade P_c e mutação bit a bit com probabilidade P_m .

A avaliação dos indivíduos é feita através da função de aptidão $F(\mathbf{X}, t_g)$, onde $\mathbf{X}$ é o conjunto de variáveis de projeto e t_g representa a geração em curso. A função $F(\mathbf{X}, t_g)$ é composta pela função de avaliação do custo da construção e pela função de penalização $F(\mathbf{X}, t_g) = f(\mathbf{X}) + P(\mathbf{X}, t_g)$.

Adotou-se como critério de parada do algoritmo o número máximo de gerações N_g , os parâmetros que devem ser controlados e ajustados são para o seu bom funcionamento são: o tamanho da população (N), o número de gerações (N_g), a probabilidade de cruzamento (P_c), a probabilidade de mutação (P_m) e o número de indivíduos utilizados no método de seleção por torneio (N_t).

Um pseudocódigo da metodologia utilizada na construção do algoritmo genético paralelo descrito acima pode ser visto na Fig. 1.

```

Inicialize a população  $P$  de cromossomos
Envie os indivíduos de  $P$  para os processos escravos
Realize os cálculos necessários para avaliação
Receba as informações calculadas pelos escravos
Efetue o cálculo da função de aptidão
Enquanto  $N_g$  não for alcançado, faça
    Selecione os indivíduos genitores com probabilidade  $P_c$ 
    Aplique recombinação (crossover)
    Aplique mutação nos filhos com probabilidade  $P_m$ 
    Envie os novos indivíduos para os processos escravos
    Realize os cálculos necessários para avaliação
    Receba as informações calculadas pelos escravos
    Efetue o cálculo da função de aptidão
    Se os filhos forem melhores que os genitores então
        Insira o novo indivíduo na população
    Fim Se
Fim Enquanto
    
```

Figura 1: Pseudocódigo do AG Utilizado

Os indivíduos da população inicial são gerados aleatoriamente através de um procedimento computacional de geração de números pseudoaleatórios que é iniciado a partir de um número denominado semente. Devido à sua natureza estocástica, os resultados de uma análise de um algoritmo genético só serão reproduzidos com a utilização da mesma semente.

Variáveis de projeto

Para abranger os aspectos desejados foram consideradas quatro variáveis de projeto: a altura ou espessura das camadas de concretagem (H_c), a frequência de lançamento entre as camadas (F_l), a temperatura de lançamento de cada camada de concreto (T_l) e o tipo de concreto utilizado (T_c). Dessa forma, o vetor das variáveis de projeto é definido como:

$$\mathbf{X} = (x_1, x_2, x_3, x_4) = (H_c, F_l, T_l, T_c) \quad (6)$$

A altura das camadas de concretagem está relacionada à temperatura máxima que o concreto irá atingir, bem como, com o tempo de execução da construção. Para valores maiores de H_c o custo de execução será menor pois quanto menor o número de camadas, menor tempo total de execução, no entanto, o risco de fissuração aumenta devido à maior quantidade de calor gerado e uma menor facilidade de dissipação do mesmo. Por outro lado, valores menores de H_c indicam um menor risco de fissuração, pois trata-se de menores volumes de concreto, todavia aumentam o tempo de execução da obra e consequentemente seu custo.

Os valores de H_c são limitados por um valor máximo $H_{c_{max}}$ e um valor mínimo $H_{c_{min}}$ de possíveis alturas assumidas para as camadas de concretagem. Logo, conclui-se que o domínio de H_c é estabelecido por:

$$H_c \in [H_{c_{min}}, H_{c_2}, \dots, H_{c_{max}}] \quad (7)$$

As camadas de concretagem são consideradas sempre com a mesma altura, exceto pela última camada que possuirá apenas a altura necessária para atingir-se a altura total (H_t). Sendo assim, o número total de camadas a serem executadas (N_c) é dado por:

$$N_c = \begin{cases} \frac{H_t}{H_c}, & \text{se } \frac{H_t}{H_c} \text{ é uma divisão exata} \\ \text{int}\left(\frac{H_t}{H_c}\right) + 1, & \text{se } \frac{H_t}{H_c} \text{ não é uma divisão exata} \end{cases} \quad (8)$$

A frequência de lançamento entre as camadas representa o tempo de espera entre o lançamento de uma camada e sua subsequente. Esta variável está diretamente relacionada ao tempo de execução da obra e, conseqüentemente, ao seu custo. Pode-se dizer que quanto maior o tempo de espera entre o lançamento de uma camada e outra menor será o risco de fissuração, pois a dissipação do calor para o meio e a resistência mecânica antes do lançamento da camada seguinte serão maiores. No entanto, quanto maior for o tempo de espera maior será o custo de execução.

Os valores de F_l também são limitados por um valor máximo $F_{l_{max}}$ e um valor mínimo $F_{l_{min}}$ indicando os possíveis intervalos entre o lançamento das camadas de concretagem estabelecidos pelo construtor. O valor de $F_{l_{min}}$ depende das atividades necessárias para a execução do lançamento das camadas e é um valor definido pela equipe de construção, o tempo que se deseja otimizar é o tempo ocioso entre os lançamentos e não este. Sendo assim, o domínio de F_l é compreendido por:

$$F_l \in [F_{l_{min}}, F_{l_2}, \dots, F_{l_{max}}] \quad (9)$$

O tempo de construção a ser otimizado é representado por Ct e depende do número de camadas (N_c) e da frequência de lançamento (F_l). Considerando então um tempo $F_{l_{min}}$ para finalização da estrutura, após o lançamento da última camada, é possível calcular Ct como:

$$Ct = (N_c - 1)F_l + F_{l_{min}} \quad (10)$$

Portanto, o tempo mínimo de construção Ct_{min} é dado em função da altura máxima da camada construtiva $H_{c_{max}}$ e do menor intervalo entre o lançamento das camadas $F_{l_{min}}$. Analogamente, o tempo máximo de construção Ct_{max} é dado em função da altura mínima das camadas de construção e da maior frequência de lançamento das camadas $F_{l_{max}}$. Assim, escreve-se:

$$Ct_{min} = Ct(H_{c_{max}}, F_{l_{min}}) \quad (11)$$

$$Ct_{max} = Ct(H_{c_{min}}, F_{l_{max}}) \quad (12)$$

Então, tendo-se definido os tempos mínimo e máximo de execução da estrutura, é possível estabelecer que o domínio de Ct para o problema pode ser dado por:

$$Ct \in [Ct_{min}, Ct_{max}] \quad (13)$$

A temperatura de lançamento das camadas de concreto é um fator de grande relevância pois, devido ao fenômeno da termoativação, quanto menor for a temperatura de lançamento do concreto (T_l), menor será a velocidade de aquecimento da estrutura, e em decorrência disso,

menor será o risco de fissuração.

Por conta disso, é comum utilizar uma pré-refrigeração do concreto para controlar a temperatura da estrutura. Contudo, esta medida de prevenção representa um custo adicional que aumenta a medida que diminui-se a temperatura de lançamento a ser utilizada. De acordo com Silvosso (2003), um método que pode ser utilizado para realizar o resfriamento e alcançar a temperatura desejada é a utilização de água gelada ou gelo em escamas.

Dessa forma, adotou-se como temperatura máxima de lançamento $T_{l_{max}}$ a temperatura ambiente e a temperatura mínima $T_{l_{min}}$ deve ser estabelecida pelo construtor, como sendo a menor temperatura possível de ser obtida de acordo com o método de refrigeração adotado. Então, analogamente aos outros casos, o domínio de (T_l) está fixado em:

$$T_l \in [T_{l_{min}}, T_{l_{max}}] \quad (14)$$

O tipo de material escolhido influencia diretamente à evolução da reação de hidratação e o desenvolvimento de suas propriedades mecânicas, como, por exemplo, resistência, módulo de elasticidade e os parâmetros de plasticidade. Concretos compostos com cimentos de baixo calor de hidratação, com adição de materiais pozolânicos e com baixo consumo de cimento reduzem o calor gerado pela reação de hidratação (Silvosso, 2003).

De acordo com essa variável são definidos alguns parâmetros de entrada do modelo que definem o comportamento termoquímico mecânico do concreto, tais como: patamar de percolação (ξ_0), módulo de elasticidade (E), condutividade térmica (k), calor específico (C_ϵ), energia de ativação da reação de hidratação (E_a), deformação decorrente de reação autógena (ϵ^{RA}), dentre outros.

O número de tipos de concreto N_{T_c} dependerá da disponibilidade de concretos com composição definida e nos quais tem-se conhecimento das suas respectivas propriedades térmicas e mecânicas. Pode-se escrever que seu domínio é definido por:

$$T_c \in [1, 2, \dots, N_{T_c}] \quad (15)$$

O custo de cada tipo de material irá depender da sua composição ($Comp(T_c)$) e, geralmente, quanto melhor o desempenho do material, maior será o seu custo. A composição de cada concreto é definida pelo conteúdo em massa de cada um dos seus constituintes, são estes: aglomerantes (B), como, por exemplo, cimento, sílica ativa, cinzas volantes ou outras e escórias; água (W); agregados (G); e adições químicas (A). Definindo então nA como o número de adições químicas, nB como o número de aglomerantes e nG como o número de agregados, pode-se escrever que:

$$\begin{aligned} A_{T_c} &= A_{T_c}(A_{1,tc}, A_{2,tc}, \dots, A_{nA,tc}) \\ B_{T_c} &= B_{T_c}(B_{1,tc}, B_{2,tc}, \dots, B_{nB,tc}) \\ G_{T_c} &= G_{T_c}(G_{1,tc}, G_{2,tc}, \dots, G_{nG,tc}) \end{aligned} \quad (16)$$

Dessa forma, a composição química de cada concreto pode ser representada pela função $Comp(T_c)$ da seguinte maneira:

$$Comp(T_c) = Comp(A_{T_c}, B_{T_c}, G_{T_c}, W_{T_c}) \quad (17)$$

Função de Aptidão

A construção de uma função de aptidão adequada é de grande importância para avaliar de forma concisa o problema que se deseja otimizar, esta função precisa ser capaz englobar todos os aspectos relevantes para otimização. Como foi dito, deste trabalho a função de aptidão $F(\mathbf{X}, t_g)$ é composta pela função de avaliação do custo da construção e pela função de penalização $F(\mathbf{X}, t_g) = f(\mathbf{X}) + P(\mathbf{X}, t_g)$.

Como o intuito não é estimar o valor real da construção, optou-se por realizar uma normalização da função que avalia o custo, atribuindo as variáveis um valor entre 0 e 1, indicando apenas qual o plano executivo mais caro ou mais barato.

Dessa forma, o domínio de $f(\mathbf{X})$, onde $f_{min}(\mathbf{X})$ indica o custo mínimo estimado para construção e o valor 1 representa o custo máximo, pode ser compreendido como:

$$f(\mathbf{X}) \in [f_{min}, f_{max}] = [f_{min}, 1] \quad (18)$$

Tendo em vista que a geometria da estrutura é um dado fixo do problema e que seu volume de concreto não varia, apenas seu plano de execução, considera-se um volume de concreto fixo e unitário. Isto é, estima-se um valor para o custo referente à uma unidade volume de concreto, cujo processo de estimativa é apresentado abaixo.

A função de penalização pretende pontuar a influência do conjunto de variáveis de projeto e, conseqüentemente, do custo de execução na integridade da estrutura. Ou seja, caso o conjunto de variáveis de projeto, que no algoritmo genético representa um indivíduo, descreva um processo executivo que cause fissuração, este indivíduo receberá uma penalização, caracterizando que sua avaliação não deve ser baseada apenas no custo de execução, visto que produz um resultado indesejado que é a fissuração.

Avaliação do Custo

O chamado custo total (C_{usto_t}) dividido pelo volume total de concreto utilizado na estrutura (V_{tc}), representa o custo total por unidade de volume de concreto ($\overline{Ct}$). Esse custo, denominado custo unitário, é calculado da seguinte maneira:

$$\overline{Ct} = \frac{C_{usto_t}}{V_{tc}} = C_{fixo} + C_{comp}(T_c) + C_{rc}(T_l) + C_{op}(H_c, F_l) \quad (19)$$

onde:

$C_{fixo} \rightarrow$ representa todos os custos que são fixos e independem das variáveis de projeto, como, por exemplo, instalação de canteiro de obras e as atividades descritas para determinação de $F_{l_{min}}$;

$C_{comp}(T_c) \rightarrow$ é o custo unitário do material em função da composição do concreto do utilizado;

$C_{rc}(T_l) \rightarrow$ é o custo de refrigeração de uma unidade de volume de concreto em função da temperatura de lançamento;

$C_{op}(H_c, F_l) \rightarrow$ é o custo de operação que varia com o tempo total de construção, dependente da altura das camadas construtivas e da frequência de lançamento entre elas.

Como o custo fixo é independente das variáveis de projeto, é possível não equacioná-lo sem alterar a representatividade da função de custo. A influência de cada um dos custos unitários,

como componentes do custo total, pode ser introduzida na Eq. 19 multiplicando-os por seus respectivos pesos denominados por: ω_{comp} , ω_{rc} e ω_{op} . Sendo assim,

$$\overline{Ct} = \omega_{comp}C_{comp}(T_c) + \omega_{rc}C_{rc}(T_l) + \omega_{op}C_{op}(H_c, F_l) \quad (20)$$

onde:

$$\omega_{comp} + \omega_{rc} + \omega_{op} = 1 \quad (21)$$

De acordo com Silvosio (2003) os valores desses pesos dependem de fatores tais como: tipo de construção, condições da região, variação do custo dos constituintes do concreto, dentre outros. Esses pesos representam o grau do impacto que uma determinada medida de prevenção de fissuração provoca no custo total de execução. Silvosio afirma que apesar dessa determinação de pesos ser difusa, é possível de ser estimada durante o planejamento de um projeto real.

O valor que representará o custo dos tipos de concreto utilizados é calculado por meio da Eq. 22, onde os custos, por unidade de massa, dos constituintes da composição do concreto são representados por:

$C_{B_{i,T_c}} \rightarrow$ custo dos aglomerantes; $C_{W_{T_c}} \rightarrow$ custo da água; $C_{G_{i,T_c}} \rightarrow$ custo dos agregados; $C_{A_{i,T_c}} \rightarrow$ custo das adições.

$$C_{comp}(T_c) = \sum_{i=1}^{nB} C_{B_{i,T_c}} B_{i,T_c} + C_{W_{T_c}} W_{T_c} + \sum_{i=1}^{nG} C_{G_{i,T_c}} G_{i,T_c} + \sum_{j=1}^{nA} C_{A_{i,T_c}} A_{i,T_c} \quad (22)$$

Por intermédio da Eq. 22 é possível determinar também os custos máximo e mínimo da composição do concreto, permitindo que o domínio desta variável seja definido como:

$$C_{comp} \in [C_{comp_{min}}, C_{comp_{max}}] \quad (23)$$

A função que correlaciona a temperatura de lançamento com o custo de refrigeração do concreto C_{rc} pode ser de qualquer tipo. No entanto, tal função será crescente ou constante com a diminuição da temperatura de lançamento (Silvosio, 2003). Por conta disso, optou-se por fazer uma estimativa desse valor através de um estudo acerca do comportamento dos dados utilizados por Silvosio, onde adotou-se uma normalização destes dados. O domínio da função ficou estabelecido por:

$$C_{rc} \in [C_{rc_{min}}, C_{rc_{max}}] = [0, 1] \quad (24)$$

Nesse contexto, o valor 0 corresponde ao custo para se alcançar a temperatura ambiente ($C_{rc_{min}}$), onde não há necessidade de resfriamento, e o valor 1 indica que o custo para se chegar a menor temperatura de lançamento é o mais alto de todos ($C_{rc_{max}}$).

O custo operacional C_{op} é determinado pelo tempo gasto para a execução da estrutura em estudo (Ct) e, portanto, depende da altura das camadas e da frequência de lançamento entre elas. Essa função é crescente com o aumento do tempo e seu domínio é dado por:

$$C_{op}(H_c, F_l) \in [C_{op_{min}}, C_{op_{max}}] \quad (25)$$

onde $C_{op_{min}}$ indica o custo operacional mínimo e $C_{op_{max}}$ o custo operacional máximo. Esta função pode ser definida através da Eq. 26, onde $N_{c_{max}}$ indica o número máximo de camadas

utilizadas durante o processo construtivo.

$$C_{op}(H_c, F_l) = \frac{(N_c - 1)F_l + F_{l_{min}}}{(N_{c_{max}} - 1)F_{l_{max}} + F_{l_{min}}} \quad (26)$$

Após a definição de todos os componentes da função de custo, expressa na Eq. 20, que calcula o custo unitário para uma unidade de volume de concreto, constata-se que seu domínio está compreendido no intervalo $[f_{min}, 1]$. Visto que todas as funções que a compõem são unitárias e multiplicadas por pesos cuja soma é igual a 1. Sendo assim, escreve-se que:

$$f(\mathbf{X}) = \overline{Ct}; \quad f(\mathbf{X}) \in [f_{min}, 1] \quad (27)$$

Função de Penalização

Funções de penalização geralmente são empregadas como forma de tratamento de inviabilidades das soluções de um determinado problema. A escolha da penalização adequada é crucial para se obter bons resultados, pois uma penalização muito agressiva pode levar a perda de bom material genético enquanto uma penalização muito branda pode perpetuar esquemas ruins que não acrescentem boas informações para o processo evolutivo.

Uma das maneiras de se estabelecer a penalização é adicioná-la ao grau de aptidão do indivíduo, caso o problema seja de minimização e subtraí-la em problemas de maximização. Assim, a função cria uma classificação onde as avaliações das soluções viáveis sejam sempre mapeadas para valores melhores do que as soluções não viáveis. Ou seja, nesse sentido, a pior solução viável será sempre considerada melhor do que a melhor solução inviável.

Neste trabalho considera-se que uma solução será inviável quando o indivíduo possuir um volume de elementos com índice de fissuração maior ou igual a 1 além do permitido. Dessa forma, com o intuito de avaliar quais indivíduos possuem esta restrição, define-se o parâmetro denominado extensão de fissuração $EF(\mathbf{X})$ que faz uma estimativa do volume de elementos fissurados em relação ao volume total de cada indivíduo.

$$EF(\mathbf{X}) = \frac{\sum_{i=1}^{n_f} V_{iel}}{\sum_{i=1}^{numel} V_{iel}}; \quad EF(\mathbf{X}) \in [0, 1] \quad (28)$$

onde, n_f é o número de elementos com índice de fissuração maior ou igual a 1, $numel$ é o número total de elementos e V_{iel} é o volume de cada elemento.

Através desse parâmetro, a função de penalização é definida de forma que indivíduos com pequena extensão de fissuração sobrevejam nas primeiras gerações, compartilhando seu material genético e recebendo uma penalização proporcional ao limite de fissuração permitido.

Por conta dessas características, a penalização aplicada nas primeiras gerações é chamada de penalização dinâmica, enquanto que a aplicada nas gerações finais é denominada de estática, pois não admite nenhuma porcentagem de fissuração, penalizando todos os indivíduos fissurados da mesma forma.

A função de penalização $P(\mathbf{X}, t_g)$ é estabelecida considerando-se o número de gerações (N_g), que regerão o algoritmo, e a extensão de fissuração inicial (EF_{lim0}), que determina o limite de fissuração aceitável na população inicial. Nas gerações subsequentes este limite será

calculado de acordo com a Eq. 29.

$$EF_{lim}(t_g) = \begin{cases} EF_{lim0} - t_g \left(\frac{EF_{lim0}}{\frac{N_g}{2}} \right), & \text{se } 0 \leq t_g \leq \frac{N_g}{2} \\ 0, & \text{se } \frac{N_g}{2} < t_g \leq N_g \end{cases} \quad (29)$$

O critério de penalização é governado pela Eq. 30, onde o intuito é atuar da seguinte maneira: dado um indivíduo cuja aptidão seja equivalente ao custo mínimo f_{min} e que possua extensão de fissuração maior ou igual ao limite permitido, então, após a penalização este indivíduo passará a ter o mesmo valor de aptidão que um indivíduo que não possua nenhuma fissuração ($EF(\mathbf{X}) = 0$) e cuja aptidão seja o custo máximo ($f_{max} = 1$).

$$P(\mathbf{X}, t_g) = \begin{cases} 1 - f_{min}, & \text{se } EF(\mathbf{X}) \geq EF_{lim}(t_g) \\ EF(\mathbf{X}) \left(\frac{1-f_{min}}{EF_{lim}(t_g)} \right), & \text{se } EF(\mathbf{X}) < EF_{lim}(t_g) \end{cases} \quad (30)$$

Definidas as funções de custo e penalização é possível analisar o comportamento geral da função de aptidão $F(\mathbf{X}, t_g)$ e definir seu domínio. Sendo assim, conclui-se que:

$$F(\mathbf{X}, t_g) = \begin{cases} f_{min}, & \text{se } f(\mathbf{X}) = f_{min} \text{ e } EF(\mathbf{X}) = 0 \\ 1, & \text{se } f(\mathbf{X}) = f_{min} \text{ e } EF(\mathbf{X}) > EF_{lim}(t_g) \\ 1, & \text{se } f(\mathbf{X}) = f_{max} \text{ e } EF(\mathbf{X}) = 0 \\ 2 - f_{min}, & \text{se } f(\mathbf{X}) = f_{max} \text{ e } EF(\mathbf{X}) > EF_{lim}(t_g) \end{cases} \quad (31)$$

Solução em Paralelo do Algoritmo Genético

O algoritmo genético desenvolvido foi implementado seguindo o conceito de paralelização chamada mestre-escravo, onde cada indivíduo é avaliado independente dos demais. No entanto, no caso específico deste trabalho esta avaliação que consiste no cálculo da aptidão do indivíduo não é feita diretamente nos nós escravos e sim no mestre.

Adotou-se esta estratégia pois a operação com maior de tempo de execução, neste caso, não é o cálculo da função de aptidão em si, mas a execução do programa de elementos finitos, no qual está implementado o modelo termoquímico mecânico que utiliza as variáveis de projeto como parte do plano de execução da estrutura. Execução esta que é necessária para calcular a aptidão de cada indivíduo.

O algoritmo genético paralelo é executado num *cluster* computacional, composto por 10 computadores, denominados nós, onde cada um deles possui oito núcleos independentes, sendo cada núcleo composto por 2 processadores XEON QuadCore. Cada nó possui uma memória de 16 Gb de RAM, sendo interligados através da rede de alto desempenho InfiniBand DDR e o sistema operacional em funcionamento é o CentOS 5.4.

Para a implementação do algoritmo genético em paralelo foi utilizada a interface de programação aplicativa OpenMP que possibilita o desenvolvimento de aplicações *multithread* em C/C++ e FORTRAN. Através da qual foi possível estabelecer que a avaliação dos n_{ind} indivíduos da população fossem executados em b blocos de n indivíduos, onde n representa o número de nós do *cluster* e/ou o número de *threads* atuantes.

O modelo de execução do OpenMP é conhecido como *fork-join* e está esquematizado na Fig 2. Neste modelo, o programa começa como um processo simples que é chamado de *thread*

mestre que executa sequencialmente o programa até a primeira definição de uma região paralela ser encontrada. Neste ponto, o *thread* mestre cria um conjunto *team* de *threads* paralelos, este processo é chamado de *fork*. Dessa forma, os comandos que estão inseridos na região paralela serão executados em paralelo pelos diversos *threads* criados e quando a execução destes comandos estiver completa, os *threads* serão sincronizados e finalizados, permanecendo apenas o *thread* mestre, este processo é conhecido como *join*.

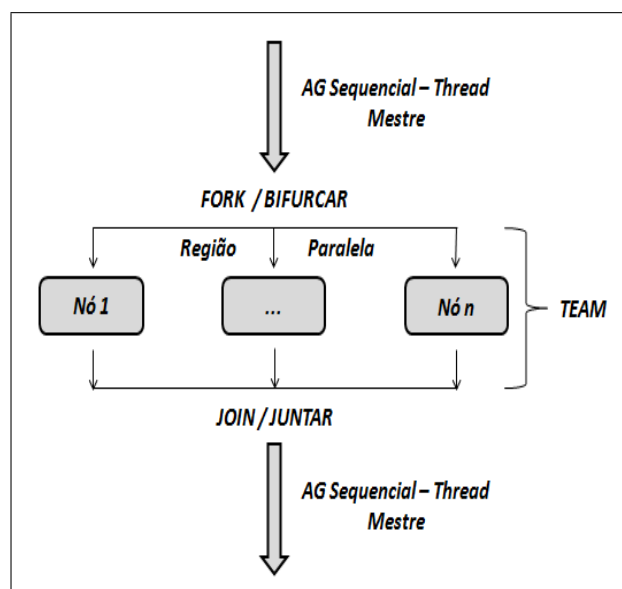


Figura 2: Esquema de Paralelização com o OpenMP.

Sendo assim, após a execução paralela dos indivíduos e o cálculo de EF , para cada um deles nos nós, o algoritmo genético volta a ser executado sequencialmente e o cálculo efetivo da aptidão é realizado pelo nó mestre. No entanto, toda a parte onerosa do qual essa avaliação depende foi executada paralelamente.

3 EXEMPLO

A fim demonstrar a eficácia da metodologia proposta é apresentado aqui, como exemplo, a otimização da fase construtiva de um cubo de concreto com $10m$ de aresta e um volume de $1000m^3$. A malha de elementos finitos utilizada na simulação é composta por tetraedros lineares e pode ser vista na Fig. 3.

Os parâmetros que controlam o algoritmo genético são de grande importância para se obter bons resultados, após executar alguns testes, os parâmetros que melhor se adequaram para este exemplo foram os seguintes: tamanho da população $N = 20$; número de gerações $N_g = 50$; probabilidade de cruzamento $P_c = 90\%$; probabilidade de mutação $P_m = 5\%$; número de indivíduos no torneio $N_t = 5$.

Além destes parâmetros específicos do AG, define-se também a extensão de fissuração inicial $EF_{lim0} = 0,02$, indicando que na população inicial admite-se que indivíduos com menos de 2% do volume de elementos sofram penalização dinâmica. Com relação às variáveis de projetos utilizadas na simulação deste caso em estudo, as configurações adotadas foram:

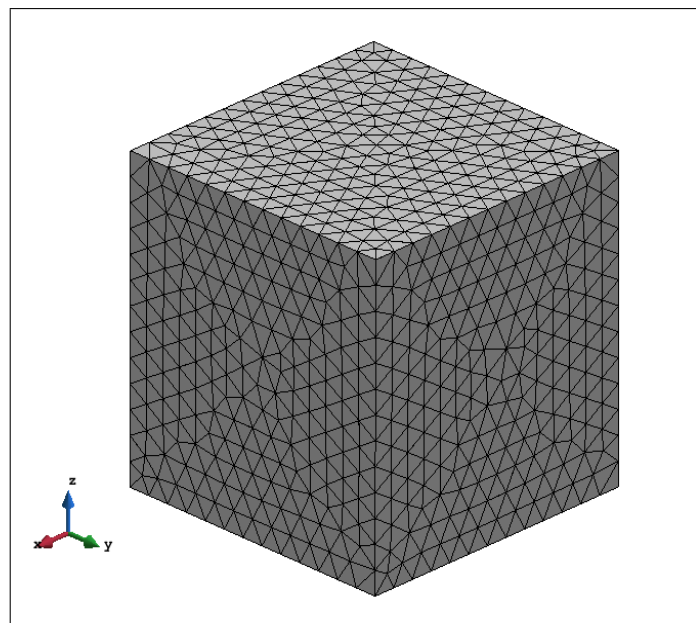


Figura 3: Características da malha de elementos finitos

Altura das camadas: Os valores adotados para as camadas construtivas, em metros, são:

$$H_c \in \{1,5; 1,75; 2,00; 2,50\} \quad (32)$$

Cada altura implica num respectivo número de camadas construtivas que é calculado de acordo com a Eq. 8. Dessa forma, o número total de camadas a serem executadas de acordo com as alturas referidas acima é dado por:

$$N_c \in \{7; 6; 5; 4\} \quad (33)$$

Frequência de lançamento: Cada camada é lançada em um instante predeterminado, assim, os valores considerados, em dias, para a frequência de lançamento entre as camadas são:

$$F_l \in \{6, 7, 8; \dots; 13\} \quad (34)$$

Tipos de Concreto: Foram considerados quatro tipos de concreto, cujos dados são oriundos de ensaios experimentais realizados no Laboratório de Concreto de FURNAS Centrais Elétricas S.A., a fim de definir suas propriedades térmicas e mecânicas que são apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1: Propriedades Térmicas e Mecânicas dos Tipos de Concreto

T_c	$C_\varepsilon (J.kg/K)$	$k(W/m.K)$	$\alpha(10^{-6})$	$f_{t,\infty}(MPa)$	$f_{c,\infty}(MPa)$	$E_\infty(MPa)$
1	1109	2,64	10,34	3,24	38,50	29,50
2	1109	2,64	10,78	2,28	28,90	30,00
3	987	2,64	10,37	2,05	24,80	23,30
4	1067	2,64	10,62	2,78	30,20	26,00

A composição de cada concreto está descrita na Tabela 2, onde I indica a quantidade de incorporador e R/P a quantidade de retardador ou plastificante, todos os compostos descritos

são medidos em kg/m^3 . A energia de ativação e o patamar de percolação foram considerados os mesmos para todos os materiais. Ou seja,

$$\frac{E_a}{R} = 4000K \forall T_c \text{ e } \xi_0 = 0, 1 \forall T_c$$

Tabela 2: Composição dos Tipos de Concreto

T_c	B_1	B_2	Água	G_1	G_2	I	R/P
	Cimento	Cinza		Fino	Graúdo		
1	400,0		180	610,0	1193,0	0,080	0,800
2	337,6	56,8	190	596,9	1124,0	0,105	0,844
3	229,2	50,3	187	629,7	1138,9	0,940	0,748
4	366,4		185	632,0	1204,0		0,841

As curvas de elevação adiabática utilizadas para o cálculo da afinidade normalizada, dos quatro tipos de concreto, foram ajustadas através da função de Hill conforme a Eq. 35. Esta função é caracterizada pelos parâmetros T_{max} , c e n que representam respectivamente, a temperatura máxima atingida durante o ensaio, em $^{\circ}C$, o atraso devido ao calor latente e o coeficiente de aceleração para o período assintótico, sendo as suas últimas grandezas adimensionais. Estes parâmetros foram obtidos através do modelo desenvolvido por De Faria (2004).

$$T^{ad}(t) = T_{max} \frac{t^n}{c^n + t^n} \quad (35)$$

Temperatura de Lançamento: O conjunto que define as possíveis temperaturas de lançamento é composto por 16 temperaturas, onde considerou-se que a menor temperatura de resfriamento possível de ser alcançada é $T_{l_{min}} = 8^{\circ}C$ e a temperatura ambiente média que representa a maior temperatura de lançamento é $T_{l_{max}} = 26^{\circ}C$. Sendo assim, define-se:

$$T_l \in \{8; 9; 10; \dots; 20; 22; 24; 26\} \quad (36)$$

Conforme foi representado pela Eq. 20, a influência dos custos unitários na função de custo normalizada é expressa por meio de seus respectivos pesos de ponderação. Nesta análise, os valores adotados para eles foram:

$$\omega_{comp} = 20\%, \omega_{RC} = 40\% \text{ e } \omega_{Op} = 40\%$$

A estimativa do custo de composição depende do custo dos elementos constituintes do concreto em questão, então com base nos valores, por quilo (kg), de cada componente foi calculado o custo unitário de cada concreto e, após isto, realizou-se a normalização deste custo dividindo-se os valores obtidos pelo maior custo encontrado. O resultado desta operação indica que $T_{C1} = 0,984038$, $T_{C2} = 1,0$, $T_{C3} = 0,864171$ e $T_{C4} = 0,941849$.

Para determinar o custo de refrigeração do concreto foi feito um estudo do comportamento dos dados utilizados por Silvoso e uma normalização destes dados dividindo-os pelo maior custo de refrigeração. Após essa normalização, foi definida uma linha de tendência que melhor se ajustasse a distribuição dos dados do custo normalizado em função da temperatura, e então, seguindo o padrão da função obtida foram estimados os valores descritos na Tabela 3, utilizados nesta análise.

Tabela 3: Custo Unitário de Resfriamento do Concreto

T_l ($^{\circ}C$)	$C_{RC}(T_l)$	T_l ($^{\circ}C$)	$C_{RC}(T_l)$	T_l ($^{\circ}C$)	$C_{RC}(T_l)$	T_l ($^{\circ}C$)	$C_{RC}(T_l)$
8	1,0000	12	0,6139	16	0,3544	20	0,1655
9	0,9090	13	0,5433	17	0,3071	22	0,0710
10	0,8266	14	0,4839	18	0,2599	24	0,0234
11	0,7083	15	0,4250	19	0,2127	26	0,0000

3.1 Resultados

A Fig. 4 mostra a evolução do melhor indivíduo encontrado em cada população ao longo das gerações, onde o custo mínimo calculado para este exemplo é equivalente a 0,2872. No entanto, o AG indica que o melhor indivíduo tem o valor da função de aptidão igual a 0,4259, pois este indivíduo representa a solução com menor custo que não provoca fissuração na estrutura.

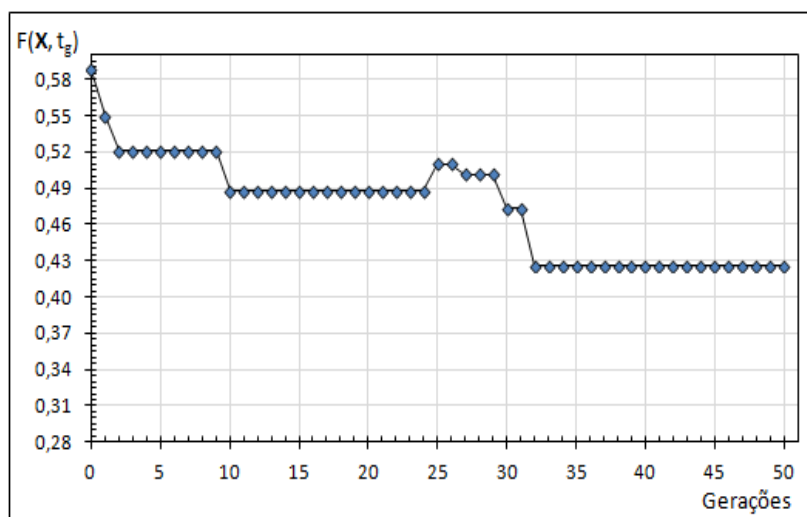


Figura 4: Evolução do melhor indivíduo ao longo das gerações.

As variáveis de projeto que constituem esta solução do algoritmo genético indicam que o plano executivo que governante na construção desta estrutura deve utilizar o tipo de concreto número 4, com uma temperatura de lançamento igual a $20^{\circ}C$, cujas camadas construtivas possuem 2,5m de altura e sua frequência de lançamento seja correspondente a 10 dias, cujo tempo de construção equivale a 43 dias.

A Fig. 7 e Fig. 8 mostram, respectivamente, os campos de temperatura e tensão principal máxima de tração correspondentes aos passos da simulação equivalentes aos seguintes dias de construção: 2, 12, 22, 32 e 42. Com relação às tensões pode-se observar que nenhuma tensão principal máxima atingiu a tensão de ruptura referente ao concreto tipo 4 que equivale a $2,78MPa$. Logo, constata-se que nenhum elemento atingiu o índice de fissuração igual a 1, o que indica que a estrutura de fato não tende a fissurar.

A melhora obtida pela paralelização do algoritmo genético pode ser vista na Fig. 5, onde mostra-se o gráfico do *speedup* que é uma medida de desempenho da paralelização definida

como a razão entre o tempo de execução do algoritmo em um único nó do *cluster* e o tempo de execução em n nós. A paralelização do programa de elementos finitos foi utilizada, através da execução do programa em 8 processos em cada nó. No entanto, esta paralelização não foi avaliada na escalabilidade vista neste gráfico.

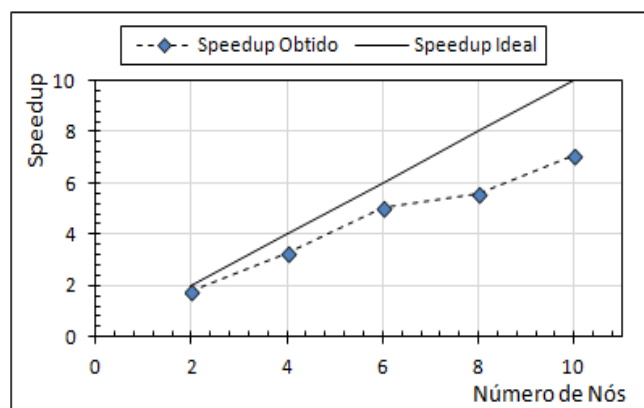


Figura 5: *Speedup* da paralelização do AG.

A melhora obtida considerando as duas paralelizações, isto é, calculando-se a razão entre o tempo gasto para executar o algoritmo genético sequencialmente em um nó do *cluster*, onde o programa de elementos finitos também seja executado sequencialmente e o tempo gasto para executar os dois programas em paralelo pode ser vista na Fig. 6. Onde tem-se a relação do *speedup* em função do número de processos utilizados, ou seja, considerando o número de processos em função do número de nós do *cluster* utilizados.

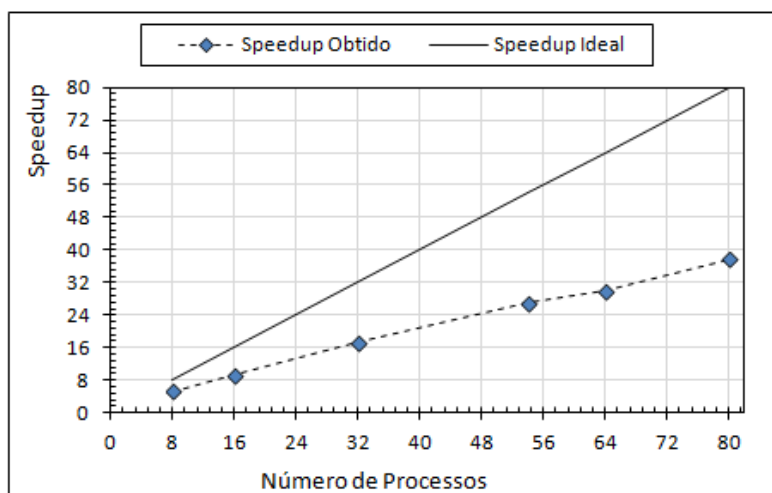


Figura 6: *Speedup* considerando as duas paralelizações.

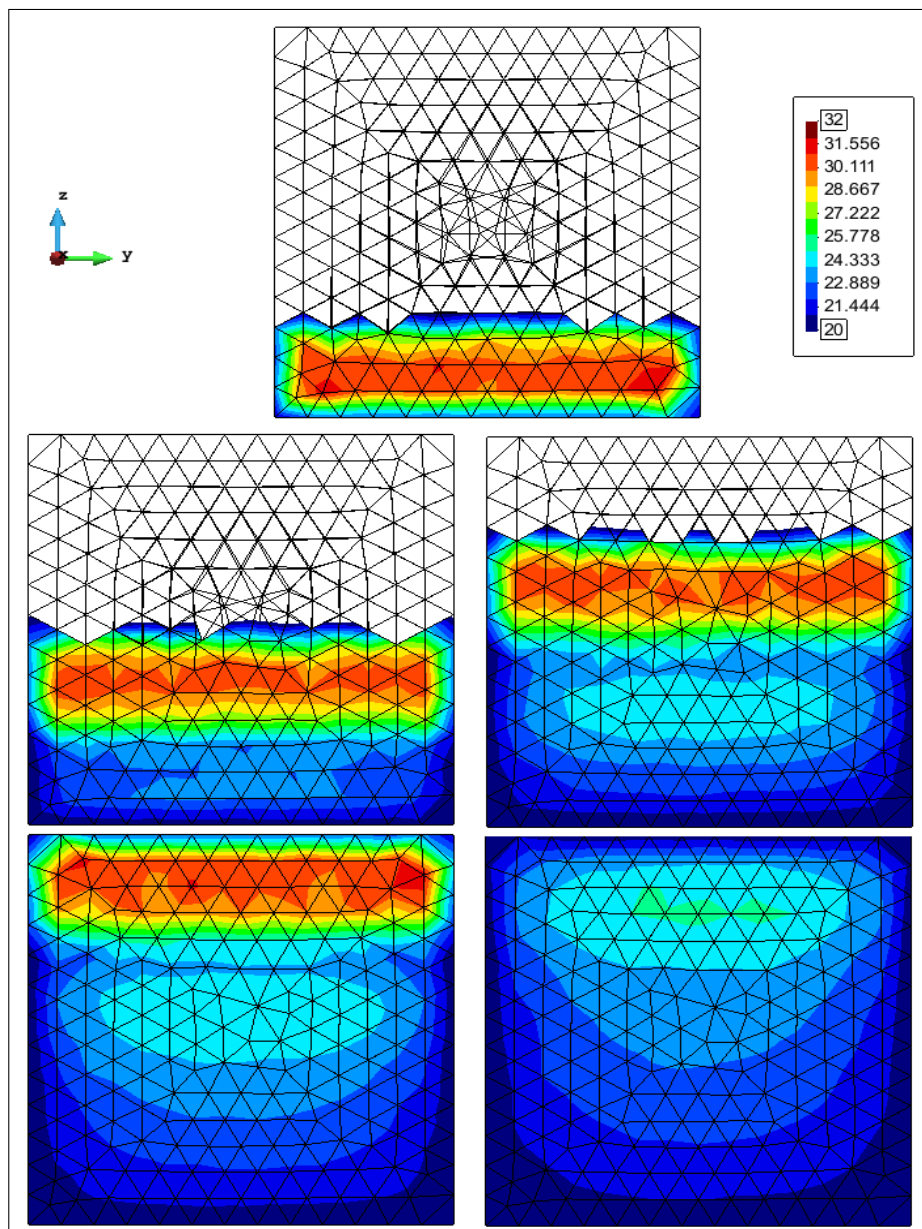


Figura 7: Campos de temperatura correspondentes à simulação de 2, 12, 22, 32 e 42 dias.

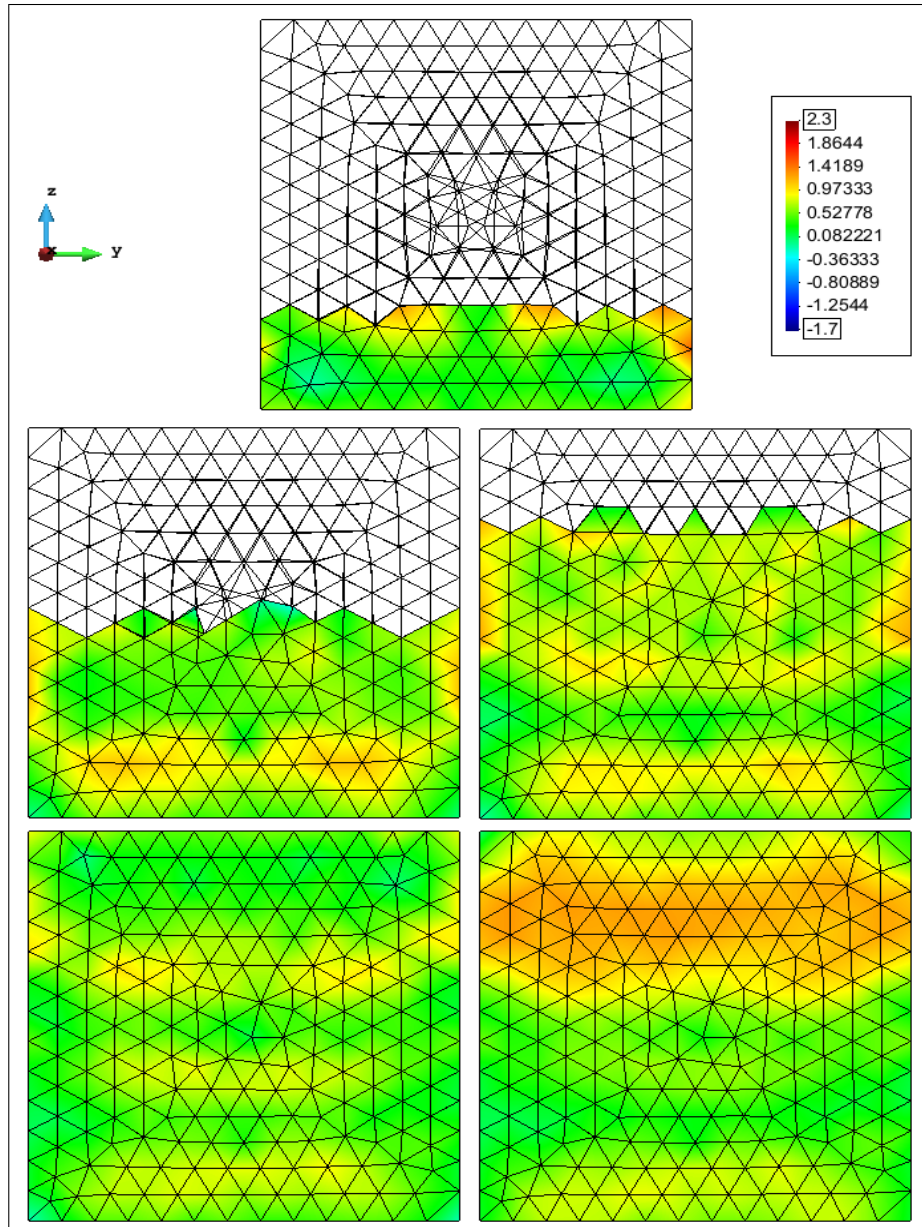


Figura 8: Campos de tensão principal máxima de tração correspondentes à simulação de 2, 12, 22, 32 e 42 dias.

4 CONCLUSÃO

Apresentou-se um procedimento capaz de auxiliar na tomada de decisão de qual a melhor maneira de se executar a fase construtiva de uma estrutura de concreto massa. Foram mostrados resultados concernentes à otimização de uma estrutura hipotética ao considerar o cubo de concreto como exemplo, no entanto, os resultados são promissores e indicam que este programa pode ser aplicado em casos reais.

As vantagens desta metodologia apresentada não se restringem apenas à economia feita com o custo da construção e a sua durabilidade, por causa, da predição contra fissuração que pôde ser realizada por meio do modelo termoquímico-mecânico. Mas, ampliam-se ao considerar a grande redução do tempo de execução do programa, possibilitando assim que seja viável aplicá-lo na análise de estruturas maiores e com geometria mais complexa.

REFERENCES

- Bäck, T., & Schwefel, H. P., 1993. An Overview of evolutionary algorithms for parameter optimization. In, *volutionary Computation*, pp. 1–23.
- Borges, C. C. H., & Barbosa, H. J. C., 1999. *Otimização de Estruturas via Algoritmos Genéticos*. Tese de doutorado, Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- De Faria, E. F., 2004. *Predição da exotermia da reação de hidratação do concreto através de modelo termo-químico e modelo de dados*. Tese de doutorado, Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- Ferreira, I. A., 2008. *Solução em Paralelo de um Modelo Termo-Químico-Mecânico Para Concreto Jovens*. Tese de doutorado, Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- Goldberg, D., 1989. *Genetics Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning Reading*. Addison-Wesley.
- Holland, J., 1975. *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. University of Michigan Press.
- Linden, R., 2008. *Algoritmos Genéticos: Uma Importante Ferramenta da Inteligência Computacional*. Brasport.
- Michalewicz, Z., 1996. *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*. Springer.
- Silvoso, M. M., 2003. *Otimização da Fase Construtiva de Estruturas de Concreto em Face dos Efeitos da Hidratação Via Algoritmos Genéticos*. Tese de doutorado, Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- Ulm, F. J., & Coussy, O., 1995. Modeling of thermochemomechanical couplings of concrete at early ages. *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)*, pp. 785–794.
- Ulm, F. J., & Coussy, O., 1996. Strength Growth as Chemo-Plastic Hardening in Early Age Concrete *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)*, vol. 122, pp. 1123-1132.
- Ulm, F. J., & Coussy, O., 1998. Couplings in early-age concrete: from material modeling to structural design. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 35, pp. 4295-4311.