



SOFTWARE LIVRE PARA CALCULAR A ANÁLISE DE UM MECÂNISMO DE QUATRO BARRAS

Yuri Daniel Moratelli

Aníbal Alexandre Campos Bonilla

yuri.moratelli@hotmail.com

alexandre.campos@udesc.br

Centro de Ciências Tecnológicas, Universidade do Estado de Santa Catarina-UDESC

Paulo Malschitzki 200, Zona Industrial Norte, Joinville, Santa Catarina, Brasil

Resumo. *Este trabalho tem como foco a produção de um software livre para calcular a dinâmica e cinemática em um mecanismo de quatro barras focando em um problema educacional. Em aulas de mecanismos e cinemática de mecanismos dentre outras semelhantes, é corriqueiro estudantes não compreenderem o problema e/ou não terem confiança nas suas soluções analíticas, o que requer uma confirmação computacional. Este software pretende solucionar os cálculos dos mecanismos de quatro barras a partir dos dados iniciais, isto visando para uma mais simples compreensão do mecanismo. Esta solução pretende ser implementada em um software livre.*

Palavras Chave: *Software livre, Educacional, Mecanismos, Cinemática, Dinâmica*

1 INTRODUÇÃO

Para Martinez (2012), o uso de simulações ajuda a aprofundar a compreensão das ligações mecânicas, visto que alterando o comprimento das ligações, observa-se configurações diferentes no mecanismo. Preparar simulações pode ser muito útil para ajudar os alunos com dificuldades compreenderem os problemas cinemáticos dos mecanismos.

Segundo Silva e Irmão (2006), face à necessidade de preparar os alunos de engenharia para aplicação dos conhecimentos adquiridos nas disciplinas de mecanismos e dinâmica de máquinas, com relação à simulação e análise de mecanismos, é importante utilização de recursos computacionais para visualização de trajetórias e movimentos resultantes. Devido a estas dificuldades encontradas pelos estudantes durante o processo de aprendizagem da cinemática e dinâmica se faz necessário a utilização de softwares para auxiliarem no processo de compreensão dos estudos.

Para estudar o movimento de um mecanismo de quatro barras segundo Alvi (2012) e Pivetta (2011), as velocidades e as acelerações são importantes no resultado do funcionamento do mecanismo e a determinação pode ser feita por procedimentos gráficos que são os mais usuais, mas não permitem alta precisão nos resultados e destinam-se a poucos pontos de interesse. Como a velocidade e a aceleração mudam no tempo é necessário um método mais eficiente que o gráfico de maneira a economizar tempo. A utilização de um software computacional para resolver este problema é uma boa alternativa para obter os valores da análise em diferentes posições do mecanismo com boa precisão. Como levantado por Shabana (2009), os computadores de alta velocidade tornaram possível analisar sistemas complexos que consistem em um grande número de organismos e articulações.

Em coerência com o segmento educacional o mecanismo clássico de quatro barras está sendo utilizado por ser muito difuso na bibliografia, e por estar presente em muitas aplicações desde Zhao (2014) que utiliza este mecanismo em parte do robô que bate asas, na demonstração de Amador (2012) onde utiliza para descrever uma etapa de um projeto de prótese e no software de cinemática produzido por Petuya (2007). Como nos diz Norton (2010), a simplicidade é a marca de um bom projeto e o mecanismo de quatro barras deve ser uma das nossas primeiras opções para os problemas de controle de movimento.

Para questão de facilidade de acesso dos usuários todos os códigos foram implementados no Scilab, um ambiente de computação numérica muito eficiente, estável, e livre estando a disposição de todos que precisarem.

2 DESENVOLVIMENTO DO SOFTWARE

Normalmente nos estudos básicos de cinemática o método gráfico, como o da figura 1, é utilizado possibilitando que em um instante específico se possa determinar a posição e velocidade de um mecanismo, porém a cada mudança de tempo todos os cálculos devem ser refeitos o que o torna inviável para uma análise cronológica detalhada.

Os métodos numéricos são os mais adequados para estes casos, onde deseja-se saber não só as posições e velocidades, mas também as acelerações. Para análises mais realistas utilizamos a dinâmica, que considera as forças externas atuantes no mecanismo e a influência da massa e da forma.

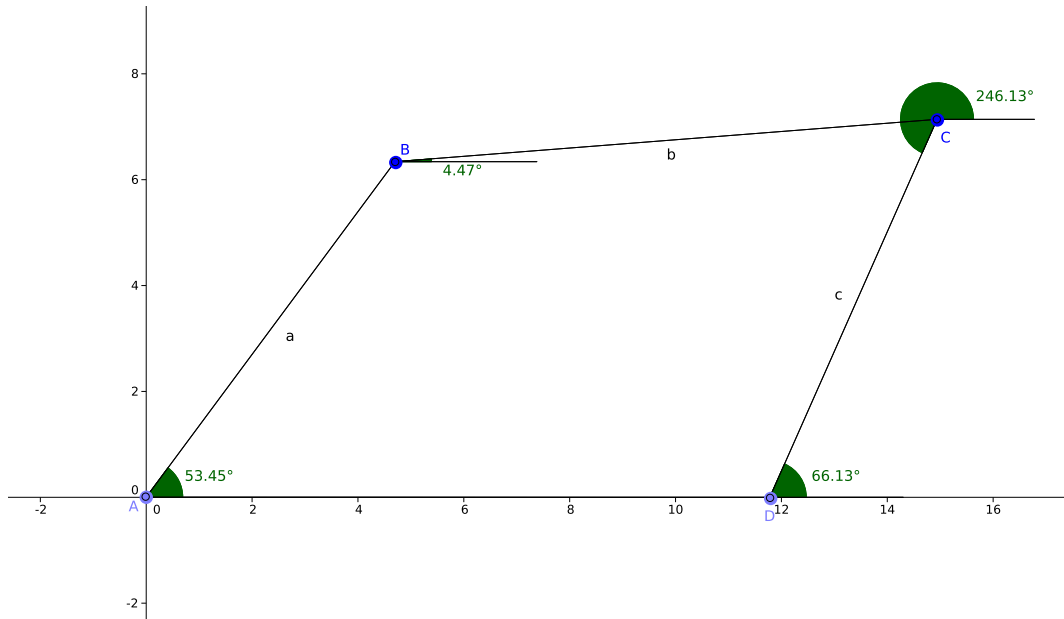


Figura 1: Solução gráfica

O software proposto soluciona os dois enfoques, que são a cinemática e a dinâmica planar, para mecanismos de quatro barras, levando em consideração que o método para descrever o mecanismo são as coordenadas cartesianas.

2.1 Coordenadas Cartesianas

Dentro das coordenadas cartesianas utilizamos o sistema de coordenadas globais e sistemas de coordenadas locais tal como Nikravesh(1988).

$$\mathbf{q}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_i \\ \mathbf{y}_i \\ \phi_i \end{bmatrix} \quad (1)$$

De acordo com Nikravesh(1988) o vetor de coordenadas é utilizado para determinar completamente a posição de um corpo no espaço, para sistemas planares a translação x_i no eixo x , a translação y_i no eixo y e a rotação ϕ_i no eixo z conforme equação 1 descreve completamente a posição de cada corpo i .

$$x_i^p = x_i + \xi_i^p \cos \phi_i - \eta_i^p \sin \phi_i \quad (2)$$

$$y_i^p = y_i + \xi_i^p \cos \phi_i - \eta_i^p \sin \phi_i \quad (3)$$

As coordenadas locais, estão localizadas no centro de massa de cada corpo, tendo uma representação ξ_i no eixo local ξ e η_i no eixo local η em cada corpo i como na Figura-2.

Descreve-se as coordenadas locais no sistema global ou seja x_i^p e y_i^p de acordo com as equações 2 e 3.

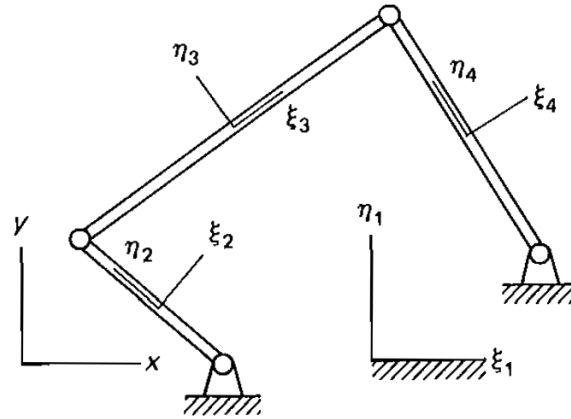


Figura 2: Mecanismo de quatro barras (Nikraves)

Assim, pode-se descrever, a posição das juntas em relação aos corpos que a compõem, e também em relação ao sistema de coordenadas global, como na Figura-2.

2.2 Cinemática

A cinemática é o ramo da mecânica que estuda os deslocamentos temporais, sem considerar as forças ou torques externos. Para este estudo, estão sendo aplicados os conceitos de cinemática de corpos rígidos de Nikraves(1988).

$$\Phi^{(g)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

A terra corpo 1, em relação a terra, tem $x_1 = 0$, $y_1 = 0$ e $\phi_1 = 0$ como se ve na equação 4.

$$\Phi^{(r)} = \begin{bmatrix} x_i^p - x_j^p \\ y_i^p - y_j^p \end{bmatrix} \quad (5)$$

No caso das juntas rotativas, tem-se duas linhas, conforme equação 5, onde x_i^p , y_i^p , x_j^p e y_j^p , que vem da equação 2 e da equação 3, onde obtem-se a posição da junta através das coordenadas relativas do corpo i e do corpo j .

$$\Phi^{(d)} = \phi_i - \phi^0 - \omega t - \frac{1}{2}\alpha t^2 \quad (6)$$

O termo do vetor de restrições, correspondente ao motor será a equação 6, onde ϕ_i é o angulo corrente, ϕ^0 é o angulo inicial, ω é a velocidade angular do motor (constante), α é a aceleração angular e t é o tempo corrente.

$$\begin{bmatrix} \Phi \\ \Phi^{(d)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Utiliza-se o método de anexação do motor, onde sabe-se a posição, velocidade e aceleração do atuador. A posição pode ser calculada solucionando o sistema não linear descrito na equação 7.

Tabela 1: Componentes do jacobiano para junta rotativa

1	0	$-(y_i^p - y_i)$	-1	0	$(y_j^p - y_j)$
0	1	$-(x_i^p - x_i)$	0	-1	$(x_j^p - x_j)$

$$\begin{bmatrix} \Phi_q \\ \Phi_q^{(d)} \end{bmatrix} \dot{q} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\Phi_t^{(d)} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Para a determinação da velocidade, é necessário derivar a posição. A matriz jacobiana Φ_q , é uma representação matricial, com as derivadas parciais de cada termo do vetor de restição em relação aos termos do vetor de coordenadas.

Como as derivadas parciais da junta rotacional da equação 5 são esperadas, elas estão dispostas na tabela 1. Para o motor, seu termo do vetor de restrições é determinado, pela equação 6, existindo o numero 1 na posição do angulo ϕ_i , para corpo i , atuado pelo motor.

$$q_{n+1} = q_n - \frac{f(q_n)}{f'(q_n)} \quad (9)$$

O jacobiano, é utilizado para solucionar o sistema não linear por Newton-Raphson, método que segundo Ferreira (2009), usa a idéia do cálculo diferencial para encontrar as raízes ou “ze-ros” de uma equação arbitrária. Este método, converge a partir de linhas tangenciais, obtidas a cada iteração de modo a se aproximarem das raízes.

Se o vetor de coordenadas extimado for q_n , e pretende-se encontrar as raízes da função q_{n+1} , ou seja, o ajuste do vetor de coordenadas aplica-se q_n na equação 9, visto que, nessa função $f(q_n)$ é Φ e $f'(q_n)$ é Φ_q até que a diferença entre q_n e q_{n+1} seja menor que uma tolerância ϵ .

A velocidade, ou seja $\dot{q}$, é calculada pelo sistema linear da equação 8.

$$\gamma = -(\Phi_q^{(d)} \dot{q})_q \dot{q} \quad (10)$$

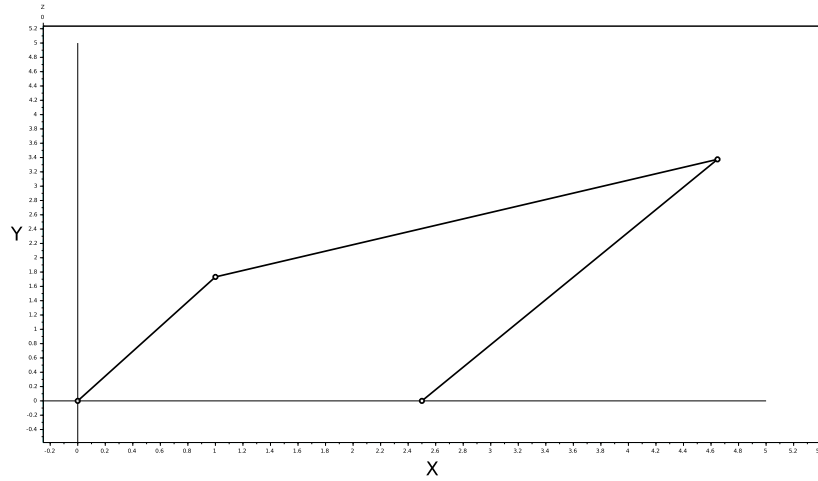
Tabela 2: Componentes de gamma para junta rotativa

$(x_i^p - x_i)\dot{\phi}_i^2(x_j^p - x_j)\dot{\phi}_j^2$
$(y_i^p - y_i)\dot{\phi}_i^2(y_j^p - y_j)\dot{\phi}_j^2$

O γ , é obtido por meio das equações da tabela 2.

$$\begin{bmatrix} \Phi_q \\ \Phi_q^{(d)} \end{bmatrix} \ddot{q} = \begin{bmatrix} -(\Phi_q^{(d)} \dot{q})_q \dot{q} \\ -(\Phi_q^{(d)} \dot{q})_q \dot{q} - 2\Phi_{qt}^{(d)} \dot{q} - \Phi_{tt}^{(d)} \end{bmatrix} \quad (11)$$

Calculando γ , a aceleração $\ddot{q}$ é obtida pelo sistema linear 11.

**Figura 3: Simulação do mecanismo**

Para a execução do programa, inicialmente são utilizados os dados das estimativas do vetor de coordenadas q inicial, esta aproximação pode ser pouco precisa, porém quanto mais precisa, mais rápido a primeira iteração da solução não linear irá convergir.

Por ser de simples compreensão e por sua qualidade citada por Martinez(2012), é utilizado o software Geogebra para a estimativa inicial, gerando algo semelhante a Figura-1. Além disto, é necessário o tamanho dos elos, os dados de ϕ_i e ω do motor, o tempo inicial, o tempo final e a variação de tempo que deseja a cada iteração.

Após inserir os dados iniciais, os dados de saída serão gerados automaticamente, seguindo o fluxo do diagrama da Figura-4, gerando uma matriz com os valores de $q, \dot{q}$ e $\ddot{q}$, como na Figura-5, juntamente com uma representação gráfica de vetores vistos na Figura-3, que se locomovendo de acordo com o tempo geram uma animação.

2.3 Dinâmica

A dinâmica, é o ramo da mecânica que considera a posição, velocidade, aceleração e as forças externas, de modo que, pode-se simular o comportamento de mecanismos. Da mesma

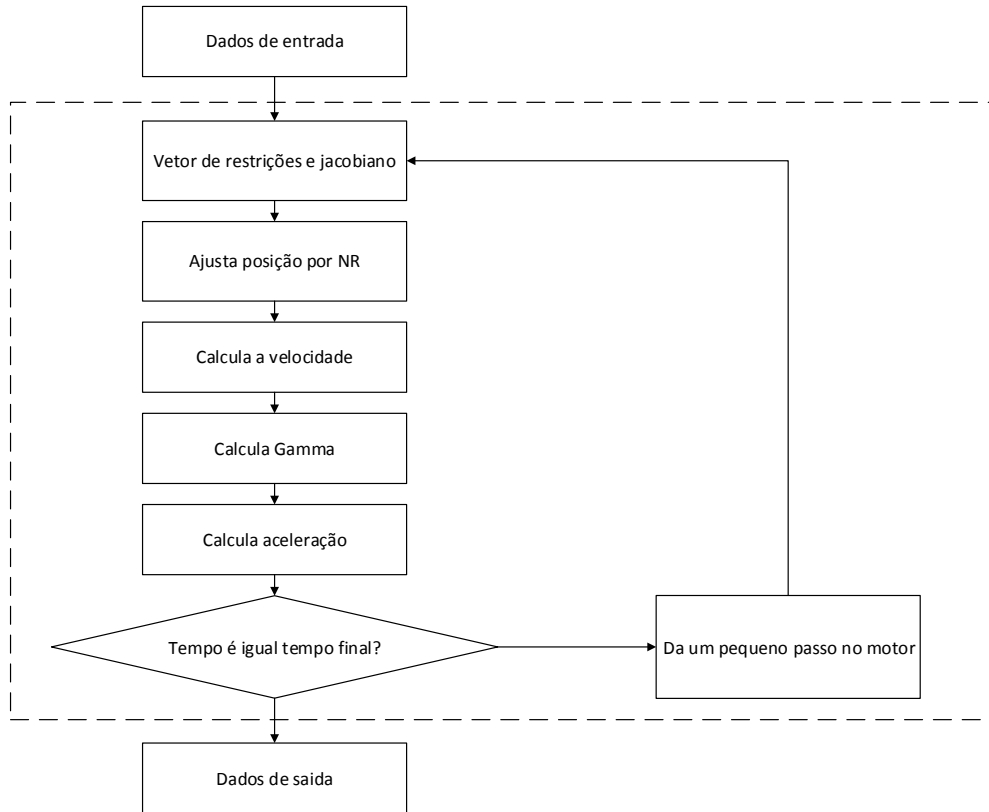


Figura 4: Diagrama de fluxo calculo da cinemática

forma que a cinemática, são utilizadas as relações planares fornecidas por Nikravesh(1988).

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} \quad (12)$$

A matriz de massa M , equação 12, considera a massa m do corpo e o momento de inércia μ , isto para todos os corpos de maneira que formem uma matriz quadrada com os momentos de inércia e massas alinhados na diagonal principal.

$$g = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ n \end{bmatrix} \quad (13)$$

A equação 13 é o vetor de forças g , que considera as forças externas f_x , f_y e o momento n ,

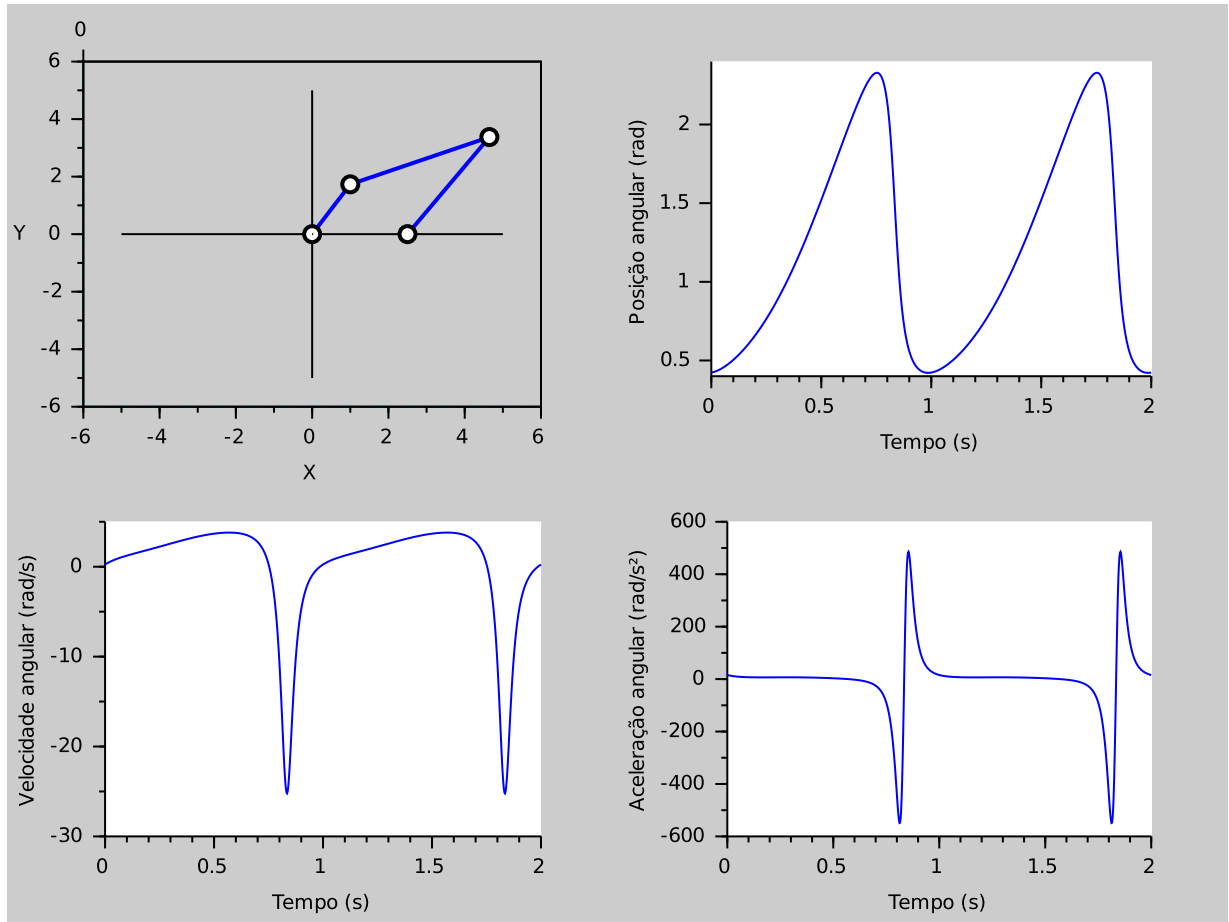


Figura 5: Desmostrativo da saída dos dados

que estão atuando respectivamente nos eixos x , y e z , isto para cada corpo.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \Phi_q^T \\ \Phi_q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ -\lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{g} \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (14)$$

O termo Φ_q^T , é o mesmo jacobiano Φ_q , só que de forma transposta.

A equação 14, é a principal para a dinâmica, onde soluciona-se o sistema linear. Este, fornece os valores de aceleração $\ddot{\mathbf{q}}$ e de forças de reação interna λ .

$$\int \ddot{\mathbf{q}} \, dt = \dot{\mathbf{q}} \quad (15)$$

Integrando a aceleração $\ddot{\mathbf{q}}$ no tempo, descobre-se a velocidade $\dot{\mathbf{q}}$, como visto na equação 15.

$$\int \dot{\mathbf{q}} \, dt = \mathbf{q} \quad (16)$$

Integrando a velocidade $\dot{q}$ no tempo, descobre-se a posição q , como visto na equação 16.

Da mesma forma que na cinemática, precisamos de uma estimativa inicial para o vetor de coordenadas, o tamanho dos elos, o tempo inicial, o tempo final e a variação de tempo que deseja a cada iteração. Quando existir o motor considerar o torque, as massas, os momentos de inércia e as forças externas.

O programa de dinâmica irá fornecer como informações de saída, a posição, a velocidade, a aceleração e as forças de reação nas juntas, e tem seu diagrama de fluxo ilustrado na Figura-6.

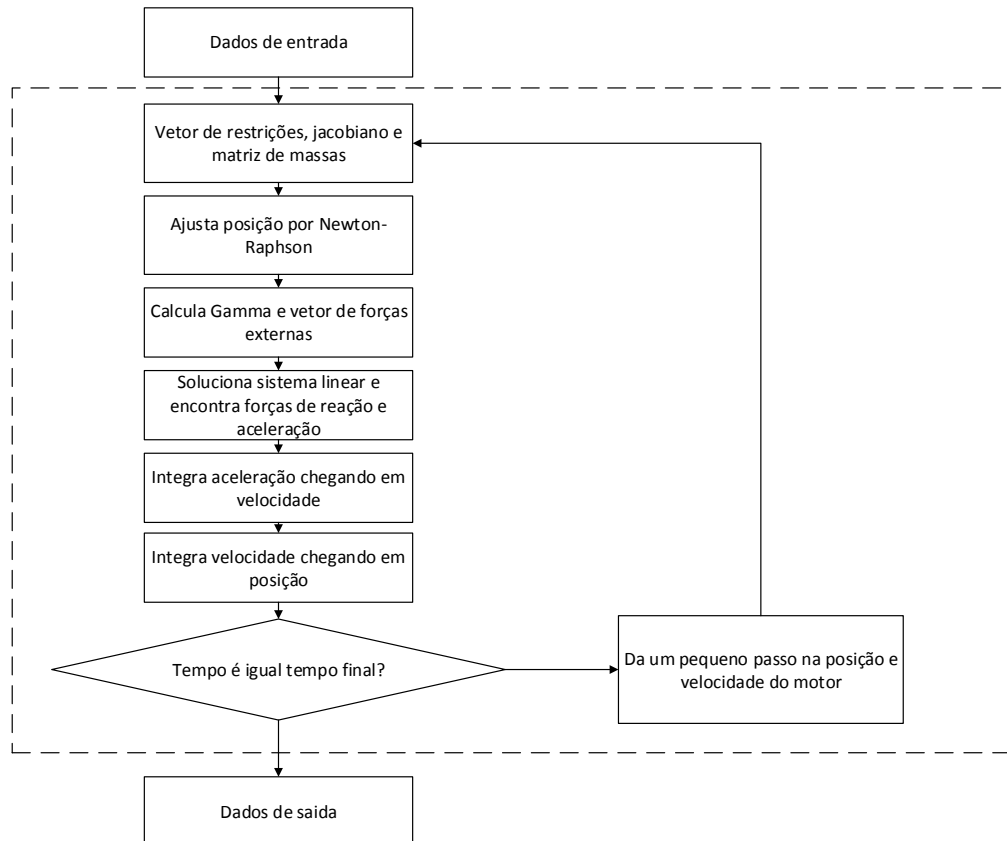


Figura 6: Diagrama de fluxo calculo da dinâmica

3 CONCLUSÕES

Neste artigo desenvolveu-se um software livre que efetua a análise de um mecanismo de quatro barras, possibilitando os calculos da cinemática e da dinâmica, que podem ser feitos de maneira rapida e com acurácia. Estás análises resultam em uma animação por união de vetores, que são decorrentes da evolução das juntas no tempo.

Este software juntamente com a solução proposta por Martinez (2012), que deve ser utilizada para as extimativas iniciais para o ponto inicial, expõem para os alunos como verificar as características cinemáticas e dinâmicas de mecanismos de quatro barras. Perimitindo ainda que

não seja necessário solucionar analiticamente a inúmeras soluções em cada instante de tempo e/ou verificar se as solução analíticas previamente efetuadas estão corretas.

As análises cinemáticas e dinâmicas funcionaram corretamente, como pode ser observado neste trabalho e conferido com os exemplos da bibliografia vistos em Nikravesh(1988), são de grande valia tanto para estudantes como para professores.

Para trabalhos futuros pode-se generalizar este software adicionando outros métodos de análise e criar uma interface mais amigável como ADAMS©, DADS©, Working Model©e MECAN4©conforme mencionado por Petuya (2007).

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o suporte financeiro do programa: 3100 - Programa Apoio de Tecnologia Assistiva da CAPES, no projeto: Plataforma Reconfigurável de Tecnologia Assistiva para Pacientes Acamados, dentro do edital: Tecnologia Assistiva nº 59/2014.

REFERENCIAS

- Alvi, N. G., Deshmukh, S. V., Wayzode, R. R. , 2012. *Computer Aided Analysis of Four bar Chain Mechanism*. International Journal of Engineering Research and Applications (IJERA), 286-290.
- Amador, B. T., Torrealba, R. R., Rojas, M., Cappelletto, J., & Müller-Karger, C. M. , 2012. *Metodología para dimensionamiento de mecanismo policéntrico de rodilla utilizando análisis de marcha y algoritmos genéticos..* Revista Ingeniería Biomédica, 6(11), 30-45.
- Chaudhary, H., Saha, S. K., 2005. *Analyses of four-bar linkages through Multibody Dynamics Approach*. Nacomm 2005.
- Ferreira, W. G., Silveira, R. A., Silva, A. R. D. , 2009. *Adordagem didática do metodo Newton-Raphson na estabilidade estrutural*. COBENGE 2009.
- Martinez, E., Romero, C., Carbonell, V., Flórez, M. , 2012. *On the geometry and design of four bar linkage mechanisms*. In 4th International Conference on Education and New Learning Technologies Barcelona, Spain.
- Nikravesh, P. E., 1988. *Computer-Aided Analysis of Mechanical Systems*. Primtice Hall, pp 49-101.
- Nikravesh, P. E., 1988. *Computer-Aided Analysis of Mechanical Systems*. Primtice Hall, pp 227-268.
- Norto, R. L., 1988. *Cinemática e dinâmica dos mecanismoss*. McGraw-Hill, pp 74.
- Petuya, V., Díez, M., Pinto, C., & Hernández, A. , 2007. *An educational software for the analysis and synthesis of planar four bar linkages*. In Proceedings (Vol. 12).
- Pivetta, C. S., Rezende O. P., Campos, M. L., Grechi, R., Brandão, J. G. T., 2011. *Cinemática de um mecanismo articulado com deslizamento e aceleração de coriolis*. XI Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, Metalúrgica e Industrial 2011.
- Shabana, A. A., 2009 *Computational dynamics*. John Wiley & Sons.

Silva, J. C. S., Irmão, M. A. S, Silva, A. R. D., Silva, A. A., 2006. *Modelagem e simulação computacional de mecanismo para o ensino de engenharia* . COBENGE 2006.

Zhao, J. S., Yan, Z. F., & Ye, L., 2014. *Design of planar four-bar linkage with n specified positions for a flapping wing robot*. Mechanism and Machine Theory, 82, 33-55.