



MAXIMIZAÇÃO DA CARGA CRÍTICA DE FLAMBAGEM DE PAINÉIS COMPÓSITOS DE RIGIDEZ VARIÁVEL USANDO O METAMODELO DE KRIGING

Adriano Gonçalves dos Passos

Marco Antônio Luersen

adrianogpassos@utfpr.edu.br

luersen@utfpr.edu.br

Laboratório de Mecânica Estrutural - LaMEs

Universidade Tecnológica Federal do Paraná — UTFPR

Av. Sete de Setembro, 3165, Rebouças, CEP 80230-901, Curitiba, PR, Brasil

Resumo. Durante as últimas décadas, a indústria aeroespacial tem testemunhado a crescente evolução de processos de automação da produção de compósitos. Um desses processos é o posicionamento automatizado de fibras, que oferece a capacidade de guiar feixes de fibras individuais pelo molde da peça. Esse processo permite que os feixes de fibras sigam um caminho curvilíneo e assim os laminados podem obter uma distribuição de tensões e deformações mais favorável à aplicação estrutural requerida. Isso resulta em um “laminado de rigidez variável”, em contraste com aqueles de fibras retas, que apresentam propriedades de rigidez constante ao longo do laminado. Contudo, a flexibilidade obtida com tal método de produção acarreta em maior complexidade de projeto, em consequência do maior número de variáveis de laminação. Dessa maneira, técnicas eficientes de otimização precisam ser empregadas para que um projeto ótimo seja encontrado em um período de tempo aceitável. Com esse objetivo, o uso de metamodelos (também chamados de modelos substitutos) vem crescendo significativamente no projeto de componentes mecânicos e, entre eles, o metamodelo de Kriging se destaca devido à sua robustez e flexibilidade. Para o processo de otimização usado neste trabalho, utiliza-se o hiper-cubo latino na elaboração do projeto de experimentos, o metamodelo de Kriging na criação do modelo substituto e algoritmo genético na maximização do critério de enchimento (melhoria esperada). Os modelos de alta fidelidade são computados com o uso de elementos finitos no ambiente ANSYS. Os resultados obtidos mostram que o uso da técnica de otimização proposta é de fato eficiente, encontrando bons projetos em poucos acessos ao modelo de alta fidelidade. Além disso, as cargas críticas de flambagem obtidas com o uso de fibras curvas nos problemas aqui estudados são significativamente superiores quando comparadas àqueles laminados de mesma geometria, porém com fibras retas, justificando assim sua empregabilidade em um projeto de um componente real.

Palavras-chave: Metamodelo de Kriging, Otimização, Compósitos de Rigidez variável, Fibras curvas.

CILAMCE 2015

Proceedings of the XXXVI Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering
Ney Augusto Dumont (Editor), ABMEC, Rio de Janeiro, RJ, Brazil, November 22-25, 2015

1 INTRODUÇÃO

A construção de um laminado com objetivo de obter desempenho estrutural ótimo vem sendo buscado por diversos autores. Uma das mais modernas formas de projetar este tipo de laminado é com a variação da rigidez conforme a posição no componente. Essa rigidez variável pode ser obtida, de uma maneira mais simples, variando a espessura do componente ao longo de suas dimensões. Contudo, essa técnica pode gerar descontinuidades, pois as espessuras possíveis de um laminado estão associadas ao número de camadas, que são discretas. Uma técnica de fabricação que resolve esse problema é o *Automated Fibre Placement* (AFP), que oferece a capacidade de guiar feixes de fibras individuais pelo molde da peça (Lopes et al., 2010). Isso permite que os feixes de fibras sigam um caminho curvilíneo e assim os laminados podem obter uma distribuição de tensões e deformações mais favorável a aplicação estrutural requerida.

Do ponto de vista do desenvolvimento e projeto desses componentes, a simulação numérica se tornou a ferramenta padrão. Usada principalmente como uma alternativa rápida e barata quando comparada com a construção de protótipos e execução de experimentos, e em alguns casos sendo a única alternativa viável devido ao custo ou risco de se realizar um experimento (ex., simulação dos efeitos da emissão de CO₂ no aquecimento global ou resposta estrutural da vedação de um reator nuclear) (Roustant et al., 2012). O aumento da complexidade dos problemas a serem resolvidos requer aumento significativo do tempo de execução da simulação e usualmente usa-se o termo função custosa ou cara (do ponto de vista de tempo computacional) para identificar tais problemas. O estudo de diferentes concepções de um projeto baseado na exploração exaustiva das possibilidades factíveis é, em geral, impossível sob restrições realísticas de tempo. Para isso, deve-se empregar alguma estratégia sistemática de otimização, um algoritmo capaz de realizar a busca do mínimo global ou local de maneira eficiente, reduzindo drasticamente o número de acessos a função custosa.

Para problemas com grande número de variáveis ou com tempo de execução extremamente longos, estratégias eficientes devem ser empregadas afim de reduzir o custo computacional. Aproximações matemáticas da relação entrada/saída (modelos substitutos ou metamodelos) vem sendo cada vez mais usados como ferramenta guia de algoritmos eficientes de otimização. Em geral, metamodelos são construídos com base em um conjunto inicial de dados e possivelmente aprimorados e evoluídos com a assimilação de novos dados. Classes típicas de metamodelos são: regressões polinomiais, *splines*, redes neurais e Kriging (Roustant et al., 2012).

Derivado originalmente para resolver problemas no ramo das geociências, Krieg (1951) desenvolveu um método de interpolação espacial com objetivo de prever concentrações de ouro em um complexo de minas na África do Sul. Posteriormente o método foi refinado e se tornou ponto de partida para o nascimento da geoestatística (Matheron, 1963). Assumindo uma função desconhecida (*black box*) $y : D \subset \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$, Kriging consiste em fazer predições de valores desconhecidos de $y(\mathbf{x}^{(0)})$ para um dado $\mathbf{x}^0 \in D$ usando observações conhecidas $\mathbf{y}$ de um conjunto de experimentos $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}^{(1)}, \dots, \mathbf{x}^{(n)}\} (n \in \mathbb{N})$. Deve-se notar que o preditor de Kriging interpola os resultados baseados em medições sem ruído e todos os termos probabilísticos do modelo se referem a um fenômeno determinístico parcialmente observado e não a uma incerteza de medição ou a um fenômeno aleatório, o que facilitou a importação do modelo de problemas espaciais ($d = 2$ ou 3) para uma estrutura com grande número de variáveis, comum a grande parte dos problemas de otimização, onde ($d \in \mathbb{N}$).

Neste trabalho, a parametrização de fibras curvas é usada para melhorar a resistência a

flambagem de um painel reforçado. Os parâmetros ótimos são encontrados maximizando um critério de enchimento do metamodelo de Kriging (melhoria esperada). O modelo de Kriging é construído com base em dados de simulação por elementos finitos conduzido na plataforma ANSYS.

2 PARAMETRIZAÇÃO COM FIBRAS CURVAS

Um laminado de rigidez variável pode ser projetado pela escolha de um caminho de referência central e a produção do painel completo é dado pelo *offset* do caminho de referência em uma dada direção. Usualmente faz-se o *offset* ao longo de uma das direções principais do painel (x ou y) ou até mesmo na direção normal ao caminho de referência.

Existem inúmeras maneiras de se parametrizar um caminho de referência contínuo. Contudo, um pequeno número de variáveis é desejado de modo a simplificar o processo de otimização. Diferentemente de laminados de fibras retas, com fibras curvas cada camada necessita da definição de pelo menos dois parâmetros angulares. A notação empregada neste trabalho é a de que todos os parâmetros angulares de uma mesma camada são dados entre colchetes angulares $\langle \dots \rangle$. [Gürdal and Olmedo \(1993\)](#) propõe um caminho de referência (Fig. 1a) cujo ângulo varia linearmente ao longo de um eixo escolhido (no caso, o eixo x) e que usa apenas duas variáveis por camada:

$$T(x, y)_x = \frac{2(T_1 - T_0)}{a}|x| + T_0 \quad (1)$$

os parâmetros usados são o ângulo T_0 que as fibras fazem com o eixo x no centro da placa ($x = 0$) e o ângulo T_1 que as fibras fazem com o eixo x nas bordas da placa ($x = -a/2$ e $x = a/2$). É importante notar que, com essa parametrização, o ângulo T que a fibra faz com o eixo x independe da coordenada y , o que é comumente chamado de *offset* da fibra mestre na direção y . A parametrização descrita na Equação 1 é utilizada neste trabalho.

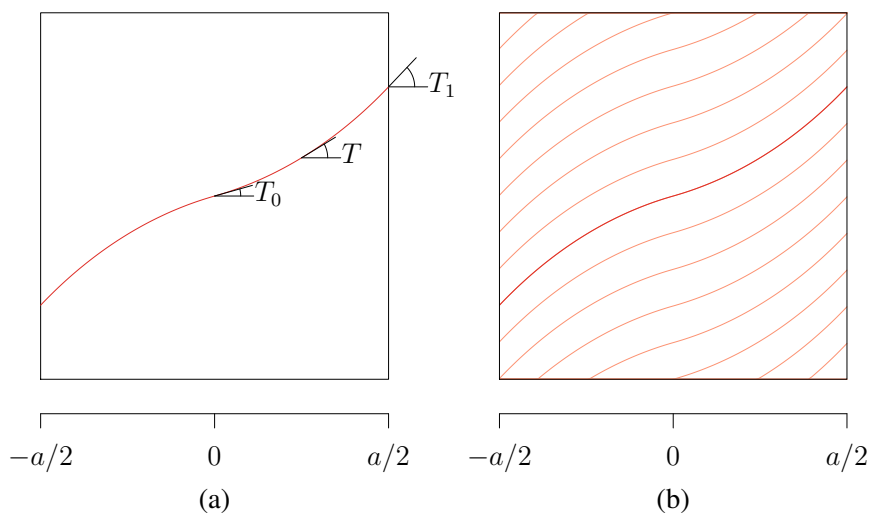


Figura 1: Lâmina com fibras curvas: (a) indicação dos ângulos de referência e (b) *offset* do caminho de referência na direção y .

3 OTIMIZAÇÃO COM USO DE METAMODELOS E O ALGORÍTMO EFICIENTE DE OTIMIZAÇÃO

O algoritmo de otimização empregado neste trabalho, proposto por Jones et al. (1998), é comumente chamado de algoritmo eficiente de otimização global (EGO, do inglês, *Efficient Global Optimization*). Partindo de uma amostra inicial (usualmente um hipercubo latino e/ou da experiência do projetista), o EGO sequencialmente maximiza a melhoria esperada (EI) do metamodelo e atualiza o modelo de Kriging a cada iteração.

3.1 Hipercubo Latino

A ideia central da amostragem por hipercubo latino é estratificar cada variável em um número igual ao de pontos que deseja-se amostrar e garantir que cada compartimento contenha uma única projeção ortogonal de um ponto experimental. Um hipercubo latino gerado aleatoriamente (mesmo que totalmente ortogonal) não necessariamente ocupa de maneira uniforme o espaço de projeto. A Figura 2 mostra dois hipercubos latinos, contudo, o segundo possui uma distribuição muito mais homogênea no espaço solução. Dessa maneira, há a necessidade da otimização dos experimentos segundo algum critério de qualidade da amostra. Diversos trabalhos como Stocki (2005), Liefvendahl and Stocki (2006) e Viana (2013) abordam a otimização do hipercubo latino. De maneira geral, uma métrica de distância entre as amostras (que pode ser definida de diversas maneiras) é maximizada com uso de alguma técnica de otimização (em geral CP-sweep ou algoritmo genético). Neste trabalho, os hipercubos latinos ótimos são gerados pela maximização do critério S com uso do algoritmo CP-sweep implementado em R por Carnell (2012).

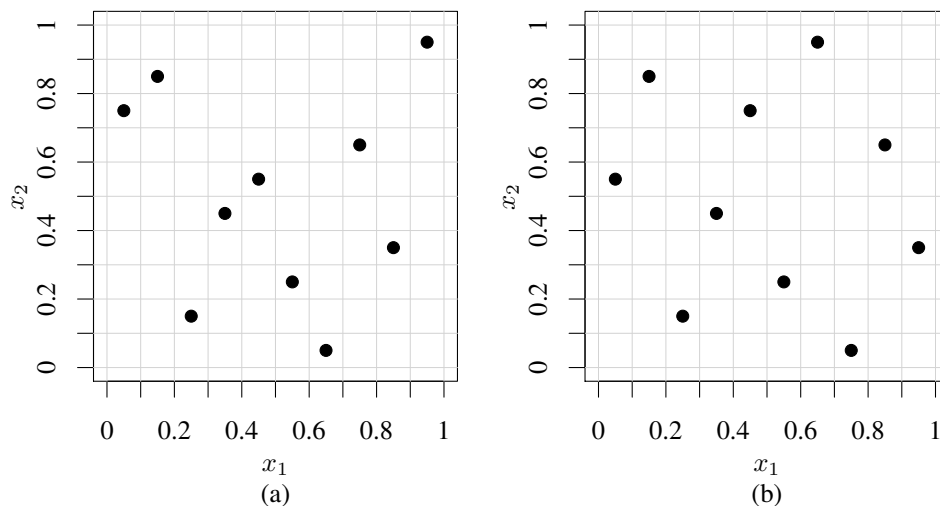


Figura 2: Exemplo de quadrados latinos (hipercubos de duas dimensões). (a) amostra gerada aleatoriamente; (b) amostra distribuição otimizada.

3.2 Modelo de Kriging

Imagine que é necessário prever um valor de uma função $y(\mathbf{x}) : D \subset \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$ para algum determinado ponto $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_d)$. Deve-se notar que a função $y(\mathbf{x})$ é desconhecida porém determinística. Modela-se a incerteza do valor obtido como o resultado de um processo aleatório

$Y(\mathbf{x})$ que é normalmente distribuído com média μ e variância σ^2 . Intuitivamente, espera-se que o valor da função para esse ponto tenha tipicamente o valor μ e que ele varie em uma faixa de $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$ com 99.73% de confiança. Para encontrar o valor *mais provável* para y é analisado um conjunto de dados $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}^{(1)}, \dots, \mathbf{x}^{(n)}\}^T$ e suas respectivas respostas observadas $\mathbf{y} = y^{(1)}, \dots, y^{(n)}$. De maneira análoga ao que é considerado para o valor de y considera-se que os valores conhecidos de $\mathbf{y}$ sejam modelados através de um conjunto de processos aleatórios

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} Y(\mathbf{x}^{(1)}) \\ \vdots \\ Y(\mathbf{x}^{(n)}) \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Assim como anteriormente, esse campo aleatório tem média $\mathbf{1}\mu$ (no qual $\mathbf{1}$ é um vetor coluna $n \times 1$ composto por 1 em todos os elementos). Espera-se que equações que modelam problemas físicos sejam suaves devido a natureza contínua dos fenômenos observados, portanto é razoável que para distâncias pequenas de dois pontos de projeto $\mathbf{x}^{(i)}$ e $\mathbf{x}^{(j)}$ a variação das respostas $y^{(i)}$ e $y^{(j)}$ também seja pequena. Em outras palavras, para $\|\mathbf{x}^{(i)} - \mathbf{x}^{(j)}\|$ pequenos a correlação entre os processos aleatórios $Y(\mathbf{x}^{(i)})$ e $Y(\mathbf{x}^{(j)})$ é grande. Para o caso de Kriging, adotou-se o modelo de correlação dado por

$$\text{Cor}[Y(\mathbf{x}^{(i)}), Y(\mathbf{x}^{(j)})] = \exp\left(-\sum_{k=1}^d \theta_k |x_k^{(i)} - x_k^{(j)}|^{p_k}\right). \quad (3)$$

O parâmetro θ_k é essencialmente um parâmetro de ajuste de largura e afeta o campo de influência que um determinado ponto experimental exerce. Pode também ser visto como o quão *ativa* é a função a ser aproximada em relação uma determinada variável, em outras palavras, se uma variável é dominante espera-se que ela tenha um valor de θ mais elevado do que as demais. O parâmetro p_k determina o grau de *suavidade* da correlação, é evidente que para $p_k < 2$ a correlação não é diferenciável em $|x^{(i)} - x^{(j)}| = 0$. A Figura 3 mostra a influência de cada parâmetro para o valor da correlação.

Nota-se que para pontos próximos ($\mathbf{x}^{(i)}$ e $\mathbf{x}^{(j)}$), a distância euclidiana $\|\mathbf{x}^{(i)} - \mathbf{x}^{(j)}\|$ tende a zero e a função de correlação tende a um, ou seja, há uma forte correlação entre esses pontos (i.e. $Y(\mathbf{x}^{(i)}) \approx Y(\mathbf{x}^{(j)})$). Para distâncias grandes, a função de correlação tende a zero e os pontos não se correlacionam.

A partir disso, pode-se construir uma matriz $n \times n$ que correlaciona cada par de dados observados:

$$\Psi = \begin{pmatrix} \text{Cor}[Y(\mathbf{x}^{(1)}), Y(\mathbf{x}^{(1)})] & \dots & \text{Cor}[Y(\mathbf{x}^{(1)}), Y(\mathbf{x}^{(n)})] \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{Cor}[Y(\mathbf{x}^{(n)}), Y(\mathbf{x}^{(1)})] & \dots & \text{Cor}[Y(\mathbf{x}^{(n)}), Y(\mathbf{x}^{(n)})] \end{pmatrix}, \quad (4)$$

e uma matriz de covariância (mais detalhes em Forrester et al. (2008))

$$\text{Cov}(\mathbf{Y}, \mathbf{Y}) = \sigma^2 \Psi. \quad (5)$$

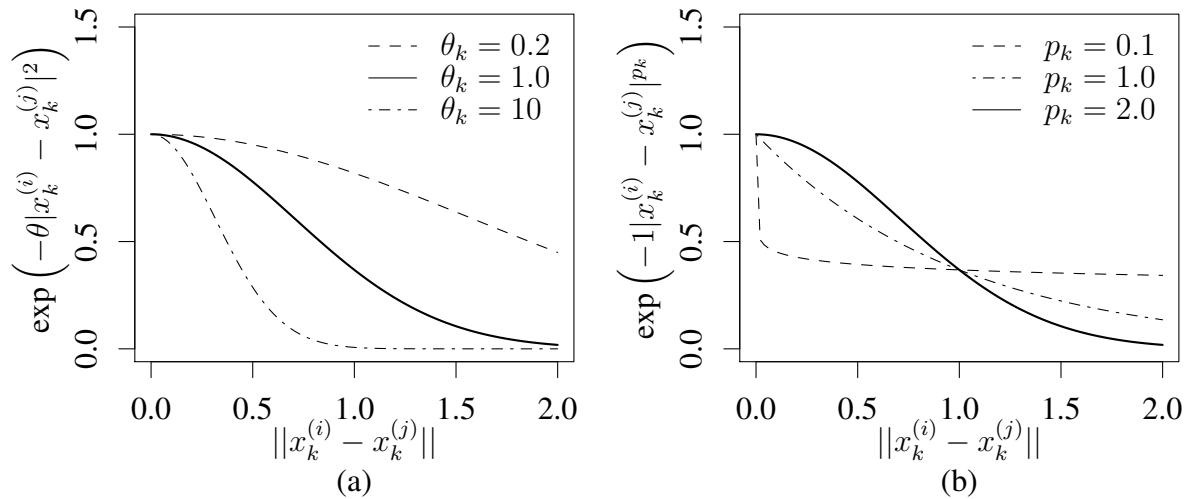


Figura 3: Influência dos parâmetros p e θ na correlação entre as variáveis $x^{(i)}$ e $x^{(j)}$. Na esquerda, varia-se θ_k e fixa-se $p_k = 2$; na direita, varia-se p_k e fixa-se $\theta_k = 1$

Obtêm-se assim um conjunto de processos aleatórios $\mathbf{Y}$ que se correlacionam através da matriz Ψ que por sua vez depende da distância euclidiana entre os pontos $\|x_k^{(i)} - x_k^{(j)}\|$ e dos parâmetros p_k e θ_k .

Resta apenas determinar os vetores de coeficientes θ e $\mathbf{p}$ utilizando-se dos dados experimentais $\mathbf{y}$ para *treinar* o modelo. Para isso, maximiza-se a estimativa de verossimilhança (*maximum-likelihood estimation* – MLE, que pode ser vista em maior profundidade em [Forrester et al. \(2008\)](#).)

$$L(\mathbf{Y}^{(1)}, \dots, \mathbf{Y}^{(n)} | \mu, \sigma) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{n/2}} \exp \left[-\frac{\sum_{i=1}^n (\mathbf{Y}^{(i)} - \mu)^2}{2\sigma^2} \right], \quad (6)$$

que em termos dos dados experimentais pode ser reescrita como

$$L = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{1/2}} \exp \left[-\frac{(\mathbf{y} - \mathbf{1})^T \Psi^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{1})}{2\sigma^2} \right]. \quad (7)$$

De maneira simplificada, geralmente fixa-se o parâmetro em $\mathbf{p} = 2$ e utilizam-se algoritmos de otimização para busca do vetor θ ótimo.

3.3 Predição e erro

Os fundamentos matemáticos da construção do preditor de Kriging não são explicados neste texto, porém uma intuitiva e direta abordagem é dada em [Jones \(2001\)](#).

Deseja-se realizar uma predição para o valor y^* dado um novo ponto não observado $\mathbf{x}^*$. O valor para y^* é desconhecido, mas é razoável acreditar que ele deve ser consistente com os dados observados $\mathbf{y}$ e portanto com os parâmetros estimados para o modelo de Kriging. Dessa maneira, o valor *mais provável* para y é aquele que quando combinando dados já observados com o ponto $(\mathbf{x}^*, y^*)$ maximiza a função de verossimilhança. Como o ponto analisado $\mathbf{x}^*$ e os parâmetros θ e $\mathbf{p}$ são conhecidos a função de verossimilhança é função apenas de y^* . Ao

se maximizar a função de verossimilhança temos o valor *médio mais provável* para y^* e dessa forma pode-se descrever o preditor de Kriging como $y^* = m_{\text{KM}}(\mathbf{x}^*)$. É importante notar que a média do preditor de Kriging não é uma simples função definida por apenas os parâmetros θ e $\mathbf{p}$ otimizados anteriormente, ela é de fato um interpolador que considera os dados já assimilados ao modelo ($m_{\text{KM}} = m_{\text{KM}}(\mathbf{x}, \mathbf{X}, \mathbf{y})$).

O valor estimado para a média y^* por $m_{\text{KM}}(\mathbf{x})$ ou apenas $m(\mathbf{x})$ não é exato, de fato valores próximos a ele podem levar a função de verossimilhança para valores *quase tão bons* quanto o valor da média. A Figura 4 mostra previsões para dois modelos de Kriging diferentes, em ambos os casos o valor que maximiza a função de verossimilhança é o mesmo e portanto também o valor predito para y^* .

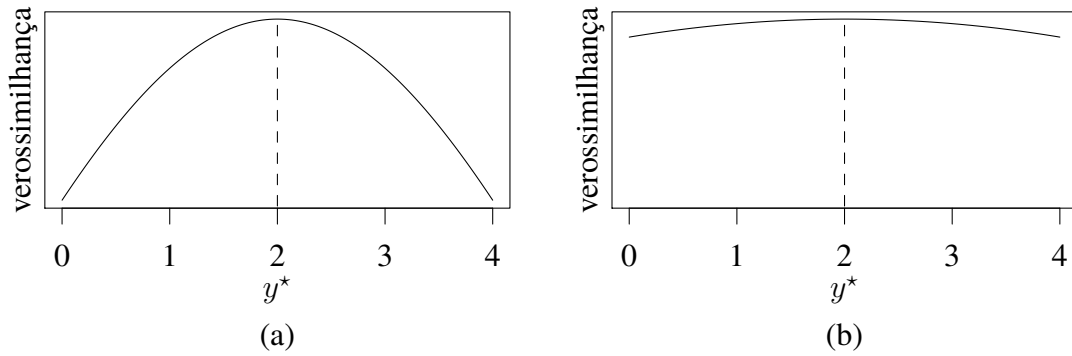


Figura 4: Dois possíveis casos de como a função de verossimilhança pode depender de y^* para um determinado $\mathbf{x}^*$ conhecido.

Fica evidente que o modelo representado por (a) é mais confiável do que em (b) em relação ao valor predito y^* pois há mais certeza de que valores diferentes do ótimo encontrado farão a função de verossimilhança piorar drasticamente. É intuitivo considerar que a variância ($s_{\text{KM}}^2(\mathbf{x})$ ou apenas $s^2(\mathbf{x})$) associada a predição de Kriging esteja relacionada com o comportamento da função de verossimilhança e pode-se dizer que seja aproximadamente o inverso da curvatura desta.

A formulação da predição do metamodelo de Kriging ainda pode ser reescrita de uma maneira mais compacta pela soma de uma função base conhecida $f : \mathbf{x} \in D \rightarrow f(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}$ e um processo estocástico Z :

$$Y(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + Z(\mathbf{x}), \quad (8)$$

onde Z possui um *kernel* C conhecido. Usualmente, considera-se a função de base constante e igual à média dos resultados dos pontos observados. Contudo, a função $f(\mathbf{x})$ pode ser qualquer função determinística que o usuário escolha. Neste caso, o algoritmo deve otimizar a verossimilhança dos dados e encontrar os coeficientes das funções de base simultaneamente. Mais detalhes sobre a formulação do preditor de Kriging e sobre o processo de otimização dos coeficientes das funções tal como um detalhado estudo sobre os efeitos da escolha das funções de base e do *kernel* podem ser encontrados em [Roustant et al. \(2012\)](#).

3.4 Melhoria esperada

Segundo [Roustant et al. \(2012\)](#), a ideia básica do critério da melhoria esperada é a de que amostrando um novo ponto $\mathbf{x}^*$ o modelo será melhorado de $\mathbf{y}_{\min} - y(\mathbf{x}^*)$ se $y(\mathbf{x}^*) < \mathbf{y}_{\min}$ ou

O caso contrário. Obviamente o valor dessa melhoria não é conhecido de antemão, pois $y(\mathbf{x}^*)$ é desconhecido. A melhoria esperada pode ser obtida (conforme descrito em Forrester et al. (2008)) usando informações dos preditores de Kriging (média e variância) e é definida como

$$E[I(\mathbf{x})] = \begin{cases} (y_{\min} - m(\mathbf{x}))\Phi\left(\frac{y_{\min} - m(\mathbf{x})}{s(\mathbf{x})}\right) + s(\mathbf{x})\phi\left(\frac{y_{\min} - m(\mathbf{x})}{s(\mathbf{x})}\right) & \text{se } s > 0 \\ 0 & \text{se } s = 0. \end{cases} \quad (9)$$

na qual Φ e ϕ são, respectivamente, a função distribuição acumulada (*Cumulative Distribution Function* – CDF) e a função densidade de probabilidade (*Probability Density Function* – PDF) da distribuição normal de Gauss. O critério EI tem importantes propriedades para exploração sequencial (enchimento): é nulo em pontos já visitados (evita busca em regiões conhecidas o que garante uma eventual convergência); é positivo para qualquer outra região e sua magnitude aumenta com $s(\mathbf{x})$ (valoriza a busca em regiões pouco exploradas) e diminui com $m(\mathbf{x})$ (valoriza a busca em regiões baixo valor predito).

Neste trabalho, a construção dos metamodelos de Kriging é realizada com auxílio dos pacotes computacionais DiceKriging e DiceOptim (Roustant et al., 2012). O *kernel* de covariância usado é o *matérn* $\nu = 5/2$ pois fornece uma matriz de covariância muito mais bem condicionado. Para a função base, foi escolhida uma função constante igual a média pois não se conhece, a priori, o comportamento da função custo real. Todos os parâmetros de construção do modelo são sintonizados com uso do algoritmo genético fornecido por Mebane and Sekhon (2011).

3.5 Algoritmo Eficiente de Otimização – EGO

O algoritmo eficiente de otimização pode ser descrito de maneira simplificada como o indicado no fluxograma da Figura 5.

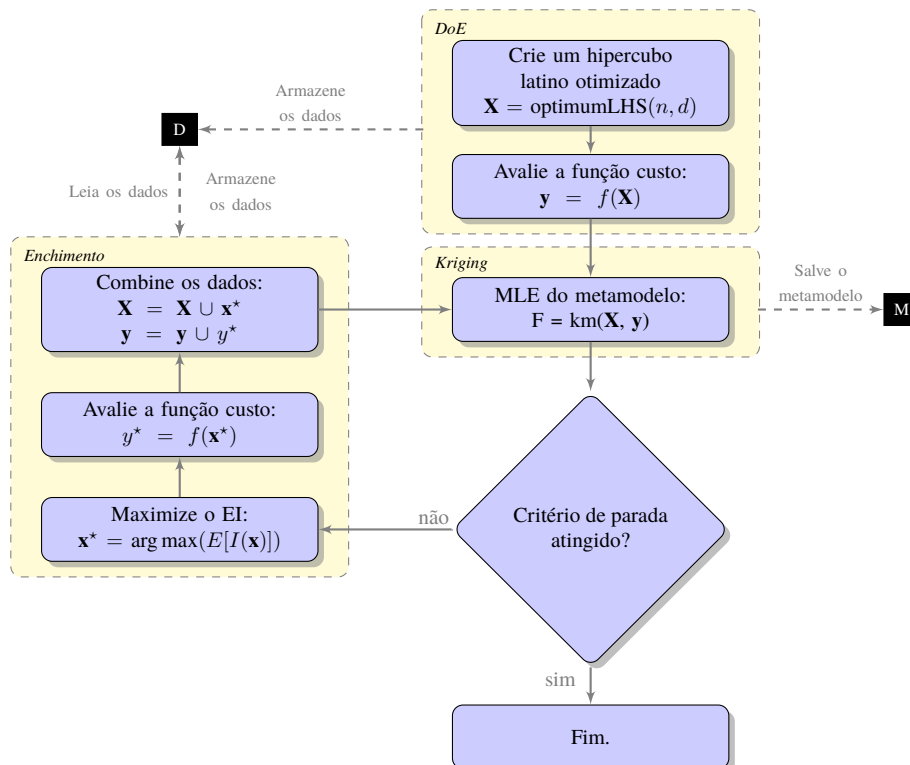


Figura 5: Fluxograma do algoritmo eficiente de otimização.

4 RESULTADOS NUMÉRICOS

Nesta seção são abordados dois casos de otimização estrutural em painéis com fibras curvas e reforçados. No primeiro caso (caso A), para validação da metodologia, o problema é idêntico ao usado em [Liu et al. \(2005\)](#). O segundo caso (caso B) traz uma geometria mais complexa, com reforços em duas direções e um furo central que se assemelha à janela de uma fuselagem de uma aeronave comercial.

Em ambos os casos, o algoritmo eficiente de otimização global é empregado. Um critério de parada do algoritmo de 60 avaliações do modelo de alta fidelidade é arbitrariamente imposto baseado na experiência dos autores. Dos 60 acessos, 20 são usados como projeto de experimentos (DOE) para a construção do metamodelo inicial e os demais destinados ao refino iterativo do metamodelo, resultando em uma razão de 1/3, conforme sugerida por [Forrester et al. \(2008\)](#). A maximização da melhoria esperada é executada com uso de um algoritmo genético fornecido por [Mebane and Sekhon \(2011\)](#). Os autores não se preocuparam em sintonizar o algoritmo genético de modo a acelerar a otimização da melhoria esperada pois trata-se de uma otimização relativamente de baixo custo quando comparada ao tempo de execução do modelo de alta fidelidade.

A parametrização de fibras curvas definida pela Equação 1 com *offset* direção y é usada em ambos os casos. O problema de otimização proposto consiste em encontrar os parâmetros T_0 e T_1 , para cada uma das n camadas independentes, que maximizam a carga crítica de flambagem (N_{cr}^{av}):

$$\begin{aligned} &\text{encontrar} && \{T_0^{(k)}, T_1^{(k)}\}, && (k = 1, \dots, n) \\ &\text{que maximiza} && N_{cr}^{av}(T_0^{(k)}, T_1^{(k)}) \\ &\text{sujeito à} && \{T_0^{(k)}, T_1^{(k)}\} \in [0, 90]. \end{aligned} \quad (10)$$

Com objetivo de avaliar a melhoria de desempenho pelo uso de fibras curvas, em comparação a fibras retas, uma solução “praticamente” ótima é encontrada para cada problema proposto usando apenas orientações comerciais de fibras retas (0, 45 e 90 graus). Esse “ótimo” é encontrado usando o mesmo algoritmo e número de avaliações à função objetivo, porém, considerando que o tamanho do espaço de projeto é substancialmente menor ($[0_2, \pm 45, 90_2]^6$ resultando em 729 possíveis projetos) os autores estão convencidos de que a solução encontrada esteja muito próxima ao ótimo global (para fibras retas).

4.1 Caso A – Maximização da carga de flambagem de um painel retangular reforçado sob diferentes condições de contorno de compressão uniaxial

A estrutura, cujo perfil pode ser visto na Figura 6(a), é composta de uma casca e dois reforços em formato de “T” invertido. Os reforços por sua vez são fabricados unindo-se dois perfis em “L” e pela aplicação de uma camada extra na interface entre o reforço e a casca. As partes que compõe a estrutura são detalhadas abaixo.

Casca: laminado balanceado e simétrico com um total de 20 camadas ($270 \text{ mm} \times 550 \text{ mm}$) com fibras curvas nas orientações $[\pm \langle T_0 | T_1 \rangle^{(1, \dots, 6)}]_S$;

Reforço: duplo perfil “L” (54 mm × 40 mm) feitos de 16 camadas $[45/0/-45/0_3/90/0]_S$;

União dos reforços: tira plana (80 mm × 550 mm) feita de 2 camadas balanceadas a $45^\circ [\pm 45]$.

Apenas as orientações das fibras da casca são otimizadas, ou seja, a orientação de 6 camadas devem ser encontradas ($n = 6$), totalizando 12 variáveis de projeto.

A espessura de cada camada do laminado (para todas as partes) é de 0,25 mm e o material usado possui as seguintes propriedades elásticas: $E_1 = 117$ GPa, $E_2 = 17$ GPa, $G_{12} = 4,6$ GPa e $\nu_{12} = 0,3$.

A Figura 6 (b) mostra o modelo e a malha usada para obtenção da resposta da carga de flambagem. O modelo é criado usando os softwares ANSYS *mechanical* ANS (2015b) e ANSYS *Composite PrepPost* ANS (2015a). Para evitar a necessidade do uso de elementos de contato na interface casca-reforços, a ferramenta “ShareTopo” do *DesignModeler* é usada para unir as várias arestas comuns de maneira que todas as superfícies são combinadas em uma única peça. Assim, a união entre a casca e os reforços pode ser considerada completamente unida e a delaminação não é considerada. Todos os elementos usados são do tipo casca com 4 nós e 6 graus de liberdade por nó (ANSYS SHELL181) e o número total de nós é 520.

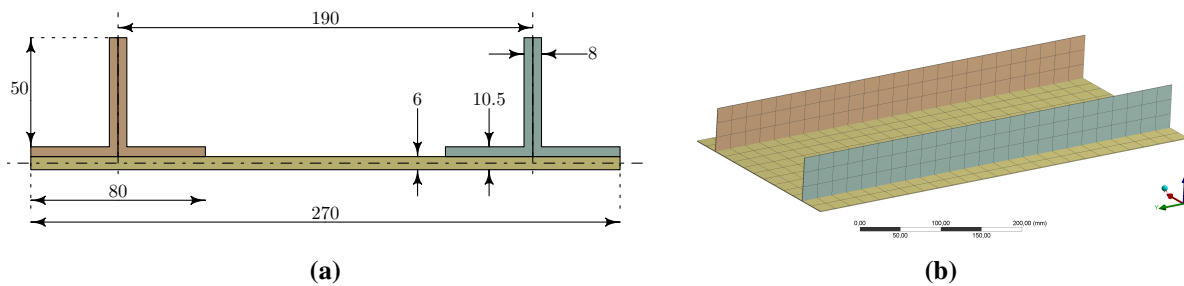


Figura 6: Geometria modelada para simulação no modelo de alta fidelidade. (a) perfil do componente; (b) Vista isométrica do componente e malha.

A Figura 7 mostra as condições de contorno impostas ao modelo. Três condições do contorno de compressão uni-axial são consideradas: (a) força prescrita simétrica, (b) força prescrita assimétrica e (c) deslocamento prescrito simétrico.

Mesmo para a condição de contorno em (c) (deslocamento prescrito constante) o esforço de flambagem N_{cr}^{av} deve ser expresso em termos de força para poder ser comparado com os demais. Dessa maneira, a força crítica média de flambagem para a condição B é computada como a média das reações normais:

$$N_{cr}^{av} = \frac{1}{a} \int_{-a/2}^{a/2} N_{y,cr}(x, b/2) dx, \quad (11)$$

onde a e b são, respectivamente, a largura e a altura da placa, $N_{y,cr}$ é a reação na direção y resultante do deslocamento unitário prescrito (N_y) multiplicada pelo menor dos autovalores λ encontrado, i.e.: $N_{y,cr}(x, y) = \lambda N_y(x, y)$.

As melhores orientações obtidas podem ser vistas na Tabela 1 tal como a resposta em flambagem. Na tabela, à linha base (laminado adaptado de Liu et al. (2005)) é designado “BL” e (a), (b) e (c) representam cada uma das condições de contorno analisadas. As melhores orientações

obtidas para a otimização com fibras retas são designadas “SF” e foram as mesmas para todas as condições de contorno (obtendo apenas diferentes respostas da carga de crítica de flambagem). O resultado com uso da parametrização curva pode ser visto em “CF”. É notável a melhoria da carga de flambagem obtida com o uso de fibras curvas quando comparada com as fibras retas otimizadas: 17%, 18,5% e 17,6% de melhoria foi observado para cada uma das condições de contorno, (a), (b) e (c), respectivamente. A solução ótima mostrou-se pouco sensível em relação a variação das condições de contorno apresentando coeficientes de variação¹ de 1,47%, 1,72% e 1,71% para cada condição de contorno, respectivamente.

Tabela 1: Melhores resultados obtidos para as 3 condições de contorno. BL = linha base (Liu et al., 2005)², SF = fibras retas otimizadas, CF = fibras curvas (objetivo do presente trabalho)

	Sequência de empilhamento	N_{cr}
BL(a)	$[\pm 45/90_2/0/90/\pm 45/90_2/0/90]_S$	1171,1 kN
BL(b)	$[\pm 45/90_2/0/90/\pm 45/90_2/0/90]_S$	1179,5 kN
BL(c)	$[\pm 45/90_2/0/90/\pm 45/90_2/0/90]_S$	1204,7 kN
SF(a)	$[\pm 45_4/0_2/90_2]_S$	1477,3 kN
SF(b)	$[\pm 45_4/0_2/90_2]_S$	1443,4 kN
SF(c)	$[\pm 45_4/0_2/90_2]_S$	1428,6 kN
CF(a)	$[\pm \langle 00 90 \rangle / \pm \langle 20 90 \rangle / \pm \langle 13 10 \rangle / \pm \langle 34 90 \rangle / \pm \langle 34 90 \rangle / \pm \langle 40 90 \rangle]_S$	1738,2 kN
CF(b)	$[\pm \langle 19 90 \rangle / \pm \langle 23 84 \rangle / \pm \langle 39 90 \rangle / \pm \langle 42 87 \rangle / \pm \langle 28 90 \rangle / \pm \langle 37 86 \rangle]_S$	1710,4 kN
CF(c)	$[\pm \langle 27 90 \rangle / \pm \langle 25 90 \rangle / \pm \langle 28 90 \rangle / \pm \langle 42 90 \rangle / \pm \langle 31 90 \rangle / \pm \langle 22 82 \rangle]_S$	1679,6 kN

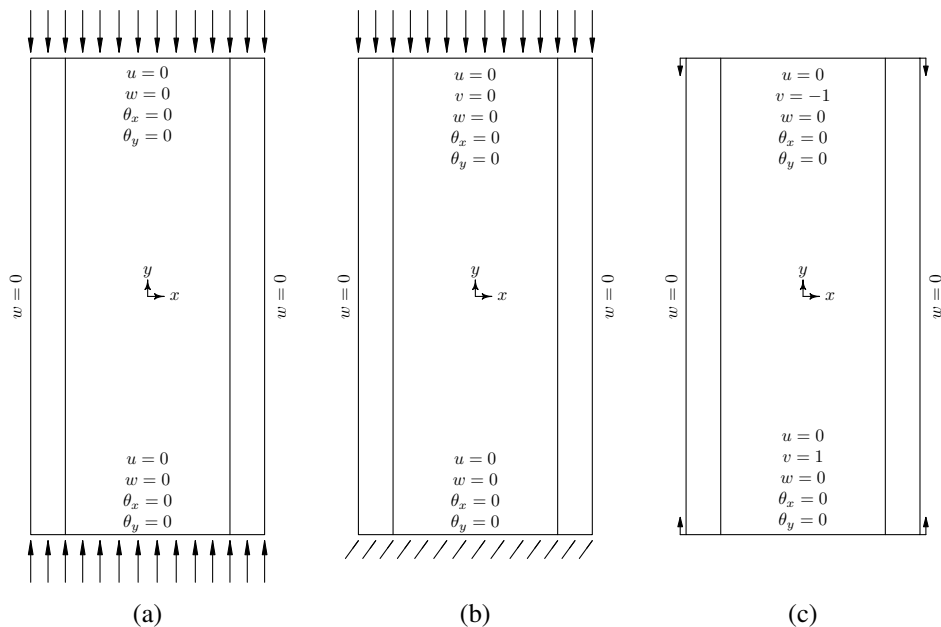


Figura 7: Condições de contorno aplicadas no modelo de alta fidelidade: (a) força prescrita simétrica, (b) força prescrita assimétrica unitária e (c) deslocamento prescrita simétrica.

¹O coeficiente de variação é calculado pela razão entre o desvio padrão e a média

As orientações das fibras curvas mostradas na Tabela 1 podem ser vistas em maior detalhe para cada elemento finito no Apêndice no final do trabalho.

A Figura 8 mostra a carga crítica de flambagem normalizada pela carga crítica de flambagem do laminado base em função do número de acessos ao modelo de alta fidelidade. O gráfico representa a evolução do algoritmo usando diagramas de caixa. Nestes diagramas, a linha em negrito representa a mediana dos dados, os limites da caixa representam os primeiros e terceiros quartis e as linhas externas representam os limites dos dados observados. Cada diagrama é construído usando a população da melhor amostra acumulada para cada uma das 25 rodadas independentes. Como diferenciar os pontos do DOE pela ordem em que foram amostradas não faz sentido (as amostras até mesmo poderiam ter sido executadas em paralelo), o primeiro diagrama (mais largo) contém apenas o melhor resultado do projeto inicial de cada uma das 25 execuções independentes. Em resumo, cada diagrama de caixa representa uma população de 25 observações independentemente geradas em cada uma das rodadas de otimização.

4.2 Caso B – Maximização da carga de flambagem de um painel reforçado com um furo central oblongo sob carga de compressão uniaxial

Nesta subseção, os parâmetros das fibras curvas são otimizados para um painel com uma descontinuidade: um furo oblongo central de dimensões similares ao de uma janela na fuselagem de uma aeronave Boeing 787 (467,36 mm × 271,78 mm). A leve curvatura da seção da fuselagem não é levada em consideração e o painel é modelado como plano. O material escolhido para a estrutura é o compósito carbono-epoxy HexTowAS4/CYCOM977-3, que possui as seguintes propriedades elásticas: $E_1 = 129,8$ GPa, $E_2 = 9,2$ GPa, $G_{12} = 5,1$ GPa e $\nu_{12} = 0,36$. Todas as camadas do componente possuem 0,2 mm de espessura e, para melhor entendimento, este pode ser dividido nos seguintes subcomponentes:

Casca: laminado balanceado e simétrico com 24 camadas (600 mm × 1200 mm) com fibras curvas nas orientações a serem determinadas $[\pm(T_0|T_1)^{(1,\dots,6)}]_S$;

Reforço horizontal: reforço com perfil “chapéu omega” (75 mm × 25 mm @ 60°) feito de 8 camadas balanceadas e simétricas com fibras retas nas orientações $[\pm 45/0_2]_S$;

Reforço vertical: perfil “C” (15 mm × 60 mm) feito de 8 camadas balanceadas e simétricas com fibras retas nas orientações $[\pm 45/0_2]_S$;

Cobertura de união: laminado com duas camadas que cobre ambos os lados do componente para evitar delaminação dos reforços $[\pm 45]$.

Assim como no caso anterior, apenas as orientações das fibras da casca são otimizadas, ou seja, a orientação de 6 camadas devem ser encontradas ($n = 6$), totalizando 12 variáveis de projeto.

A Figura 9(a) mostra o modelo e a malha usada na obtenção da resposta do carregamento de flambagem. O modelo é criado de maneira idêntica ao do caso A, contudo, devido a maior complexidade, o número total de nós é significativamente maior (4570). A condição de contorno aplicada (Fig. 9(b)) é uma força prescrita simétrica e todas as arestas são simplesmente suportadas.

²Liu et al. (2005), em um procedimento experimental, obtiveram um valor da carga crítica de flambagem de 1160 kN.

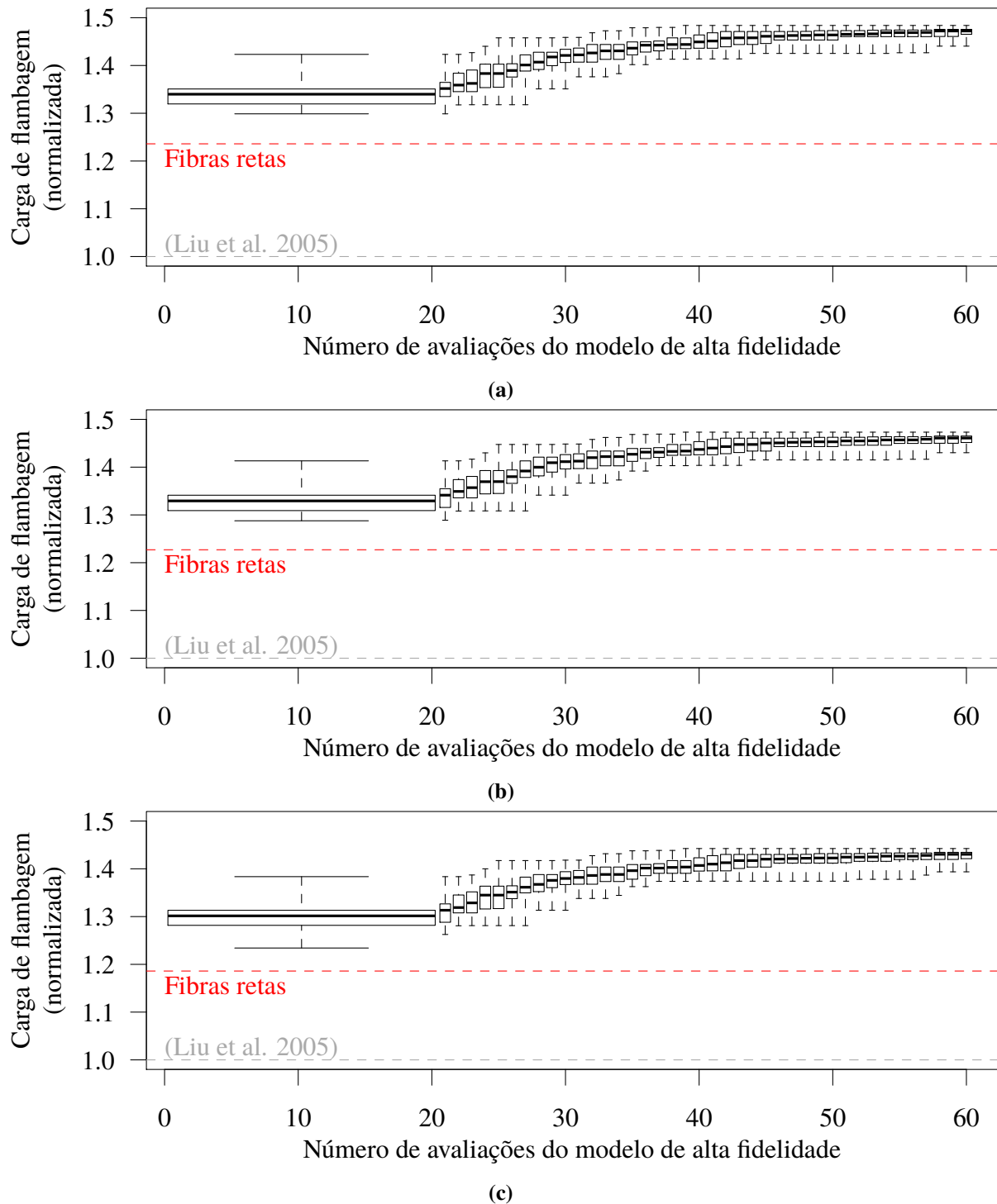


Figura 8: Evolução do algoritmo de otimização para 25 rodadas independentes. (a) Força prescrita simétrica; (b) Força prescrita assimétrica, (c) Deslocamento prescrita simétrico .

A Figura 10 mostra a carga de flambagem normalizada em função do número de acessos à função custo (de maneira idêntica a feita para o caso anterior). O gráfico representa a evolução do algoritmo rumo a solução ótima. Neste caso não se tem um artigo na literatura como solução de referência, assim o laminado de base para comparação é encontrado otimizando-se as orientações com fibras retas $[0_2, \pm 45, 90_2]$.

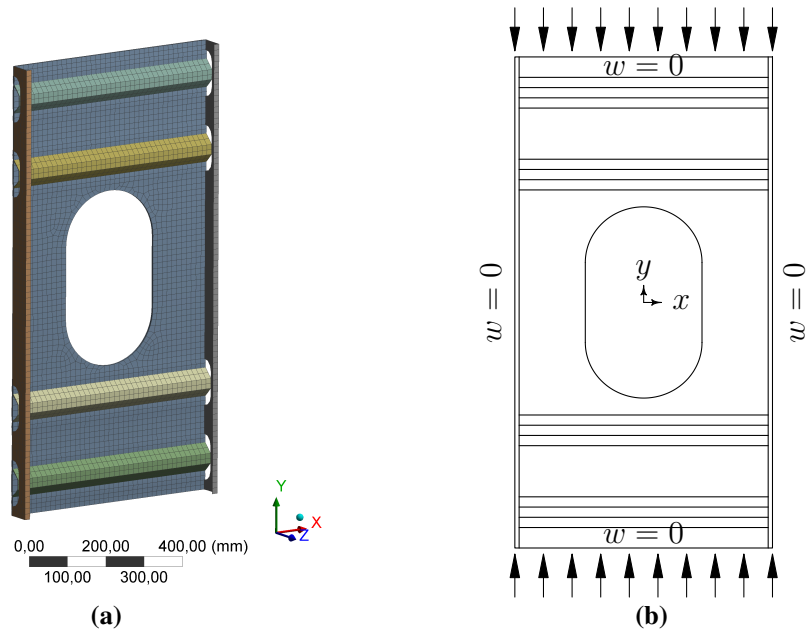


Figura 9: Modelo de alta fidelidade. (a) Vista isométrica com detalhe da malha; (b) Condições de contorno.

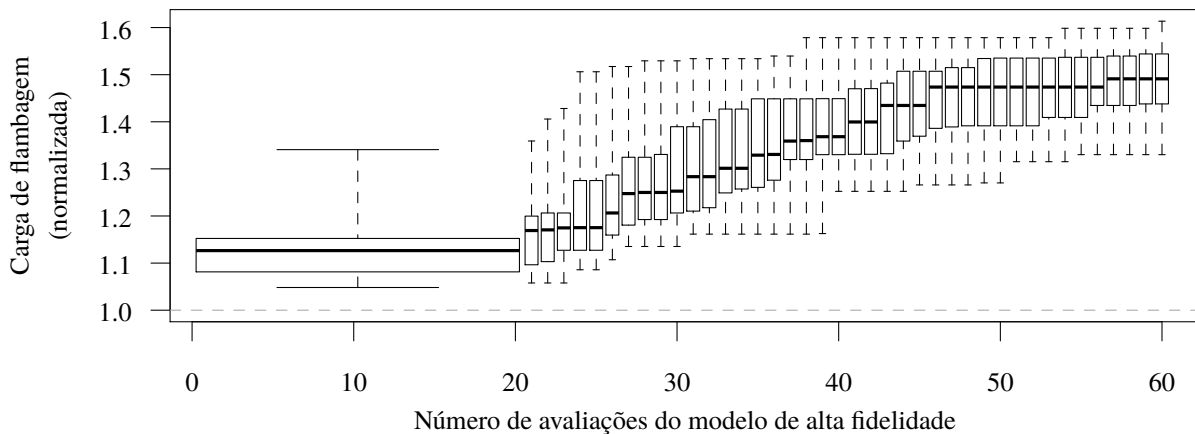


Figura 10: Evolução do algoritmo de otimização para 25 execuções independentes.

Nota-se que apenas gerando amostras quase-aleatórias com uso de um hipercubo latino a carga de flambagem é melhorada de pelo menos 5% e, na média, 13% em relação a melhor solução encontrada com fibras retas. Quando o algoritmo para (após 60 acessos a função custo) a melhoria média é de 50% com um máximo observado de 61%. A melhor solução encontrada para o problema proposto tal como a linha de base (melhor solução de fibras retas – “SF”) pode ser vista na Tabela 2.

As orientações das fibras curvas mostradas na Tabela 2 podem ser vistas em maior detalhe para cada elemento finito no Apêndice no final do trabalho.

Tabela 2: Melhores orientações encontradas em 25 execuções independentes. SF = fibras retas otimizadas, CF = fibras curvas (objetivo do presente trabalho).

	Sequência de empilhamento	N_{cr}
SF	$[90_2 / \pm 45 / \pm 45 / \pm 45 / \pm 45 / 0_2]_S$	102,1 kN
CF	$[\pm \langle 30 70 \rangle / \pm \langle 00 70 \rangle / \pm \langle 00 89 \rangle / \pm \langle 00 90 \rangle / \pm \langle 00 89 \rangle / \pm \langle 00 90 \rangle]_S$	164,7 kN

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste estudo, o algoritmo EGO foi empregado na otimização de painéis compósitos reforçados para encontrar 12 parâmetros que representam as orientações curvilíneas das fibras de 6 camadas. Considerou-se que os painéis são submetidos à compressão uniaxial e maximizou-se a carga crítica de flambagem. Duas estruturas foram analisadas. Na primeira (caso A), para um painel reforçado sem furos conforme descrito no trabalho de Liu et al. (2005), diferentes condições de contorno para simular a compressão uniaxial foram avaliadas. Já a segunda estrutura (caso B), um painel com um furo oblongo que simula parte de uma seção de fuselagem foi estudado.

No caso A, a sequência de laminação do painel ensaiado por Liu et al. (2005) foi utilizada para validação do modelo de alta fidelidade. Após a validação, otimizou-se o laminado usando lâminas de fibras retas comerciais ($[0_2, \pm 45, 90_2]$). Com isso, obteve-se uma melhoria média de desempenho em flambagem de aproximadamente 22% em relação ao resultado de Liu et al. (2005) com fibras retas. Finalmente, laminados com fibras curvas otimizadas foram encontrados e forneceram uma melhoria média em relação ao ensaiado em Liu et al. (2005) de aproximadamente 44%. No caso B não havia um trabalho na literatura para confrontar os resultados encontrados, assim, compararam-se os desempenhos obtidos com a otimização de fibras curvas e com a otimização de fibras retas. A melhoria média de desempenho observada foi de aproximadamente 50%, tendo um máximo de 61%.

Em ambos os casos o algoritmo de otimização mostrou-se robusto na obtenção de uma solução ótima, apresentando boa convergência. Para o número moderado de variáveis de projeto utilizadas (12), o baixo orçamento computacional de 60 avaliações do modelo alta fidelidade mostrou-se adequado. O emprego do EGO em projetos de engenharia se justifica pela redução substancial do tempo de otimização e robustez do processo.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem às agências CAPES e CNPq pelo suporte.

REFERÊNCIAS

ANSYS Composite PrepPost User's Guide. ANSYS, Canonsburg, United States of America, 2015a.

ANSYS Mechanical User's Guide. ANSYS, Canonsburg, United States of America, 2015b.

- Carnell, R. *lhs: Latin Hypercube Samples*, 2012. URL <http://CRAN.R-project.org/package=lhs>. R package version 0.10.
- Forrester, A., Sobester, A., and Keane, A. *Engineering design via surrogate modelling: a practical guide*. John Wiley & Sons, Pondicherry, India, 2008.
- Gürdal, Z. and Olmedo, R. In-plane response of laminates with spatially varying fiber orientations-variable stiffness concept. *AIAA journal*, 31(4):751–758, 1993.
- Jones, D. R. A taxonomy of global optimization methods based on response surfaces. *Journal of global optimization*, 21(4):345–383, 2001.
- Jones, D. R., Schonlau, M., and Welch, W. J. Efficient global optimization of expensive black-box functions. *Journal of Global optimization*, 13(4):455–492, 1998.
- Krieg, D. A statistical approach to some basic mine valuation problems on the Witwatersrand. *Journal of Chemical, Metallurgical, and Mining Society of South Africa*, 52(6):119–139, 1951.
- Liefvendahl, M. and Stocki, R. A study on algorithms for optimization of latin hypercubes. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 136(9):3231–3247, 2006.
- Liu, W., Butler, R., Mileham, A., and Green, A. Optimum design, experimental testing and post-buckling analysis of thick composite stiffened panels. *AIAA Journal*, 2005.
- Lopes, C., Gürdal, Z., and Camanho, P. Tailoring for strength of composite steered-fibre panels with cutouts. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 41(12):1760–1767, 2010.
- Matheron, G. Principles of geostatistics. *Economic geology*, 58(8):1246–1266, 1963.
- Mebane, W. R. and Sekhon, J. S. Genetic optimization using derivatives: the rgenoud package for R. *Journal of Statistical Software*, 42(11):1–26, 2011.
- Roustant, O., Ginsbourger, D., and Deville, Y. DiceKriging, DiceOptim: Two R packages for the analysis of computer experiments by kriging-based metamodeling and optimization. *Journal of Statistical Software*, 51(1):1–55, 2012.
- Stocki, R. A method to improve design reliability using optimal latin hypercube sampling. *Computer Assisted Mechanics and Engineering Sciences*, 12(4):393, 2005.
- Viana, F. A. Things you wanted to know about the latin hypercube design and were afraid to ask. In *10th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization, Orlando, Florida, USA*, pages 69–85, 2013.

APÊNDICE – ORIENTAÇÕES CURVAS

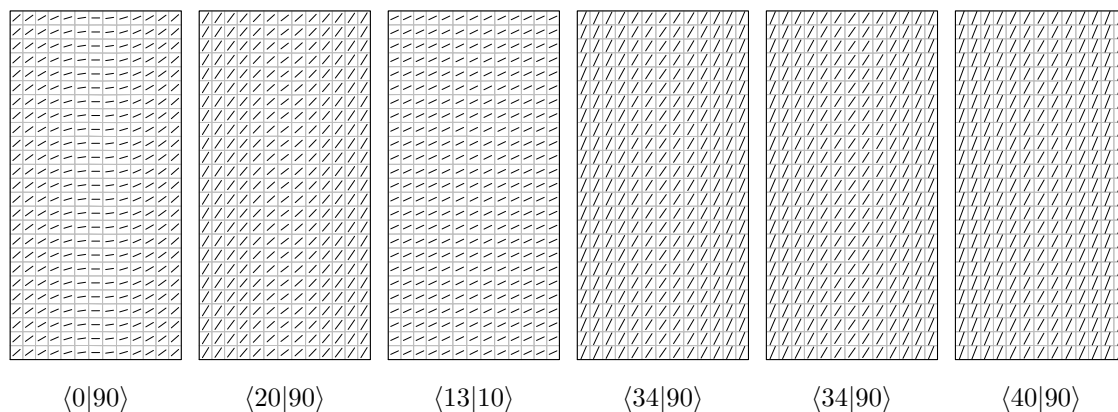


Figura 11: Orientações ótimas das fibras encontradas para o caso A, condição de contorno (a), para as 6 camadas independentes.

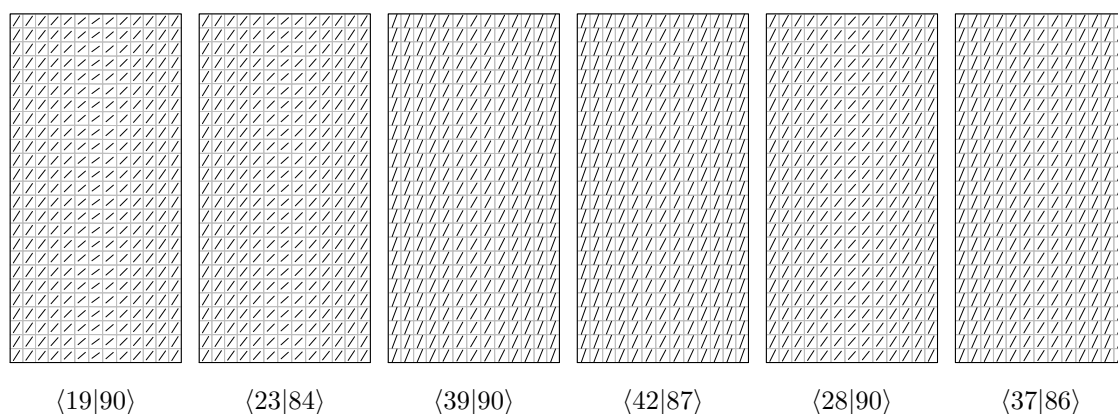


Figura 12: Orientações ótimas das fibras encontradas para o caso A, condição de contorno (b), para as 6 camadas independentes.

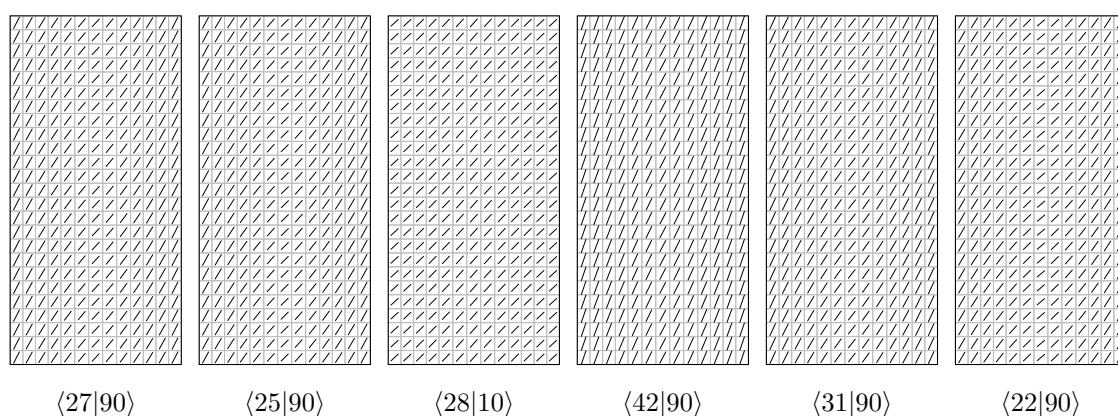


Figura 13: Orientações ótimas das fibras encontradas para o caso A, condição de contorno (c), para as 6 camadas independentes.

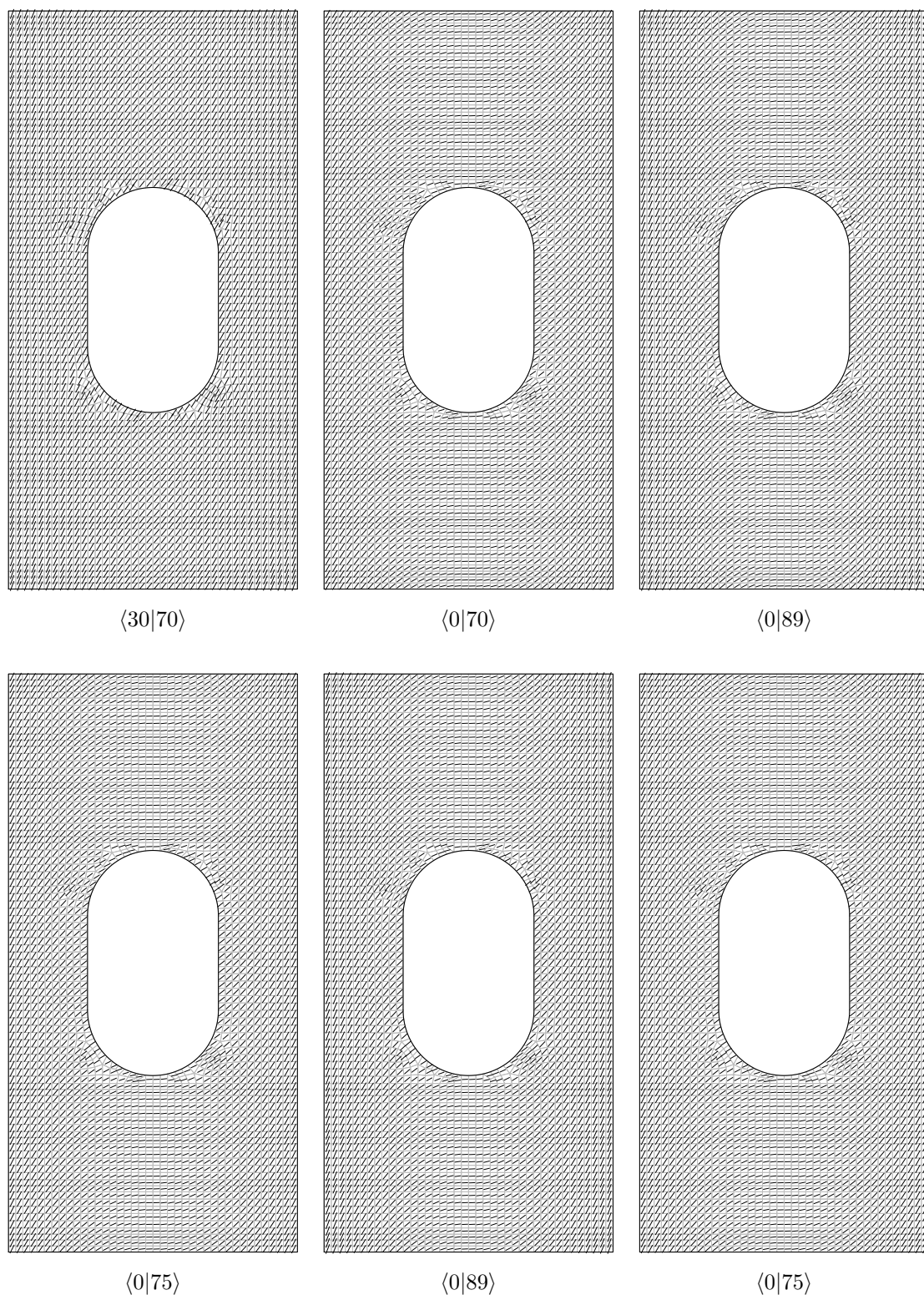


Figura 14: Orientações ótimas das fibras encontradas para o caso B para as 6 camadas independentes.