



PROGRAMA PARA ANÁLISE DOS EFEITOS CONSTRUTIVOS E FLUÊNCIA EM ESTRUTURAS RETICULADAS

Mariella Falcão de Lima Oliveira Santos

mariella.santos@ufpe.br

Centro de Tecnologia, Universidade Federal de Pernambuco, UFPE

Rua Acadêmico Hélio Ramos s/n, Cidade Universitária, Recife-PE, Brasil

Paulo Marcelo Vieira Ribeiro

paulo.vribeiro@ufpe.br

Centro de Tecnologia, Universidade Federal de Pernambuco, UFPE

Rua Acadêmico Hélio Ramos s/n, Cidade Universitária, Recife-PE, Brasil

Abstract. *A análise de uma estrutura solicita muitas verificações, entre elas, o cálculo das deformações e em alguns casos é necessário acompanhar o desempenho da estrutura durante a construção, como ocorre nas estruturas executadas em etapas construtivas. Para os casos de métodos construtivos em balanço, uma nova geometria e carregamentos são definidos a cada estágio e o comportamento da estrutura executada precisa ser analisado novamente. O concreto adquire resistência ao longo do tempo e as deformações devido à fluência são alteradas pelas diferentes idades do material. Esse tipo de análise é primordial para essas estruturas, pois o deslocamento acumulado total é diferente quando comparado a uma análise da estrutura sem estágios construtivos. Desta forma, a análise incremental com fluência deverá ser realizada. O presente trabalho consiste em um código em elementos finitos para o cálculo de deformações em vigas que passam por modificação no seu sistema estrutural ou carregamento ao longo da construção, considerando os efeitos da fluência. Isto é feito, analisando os deslocamentos ocorridos em cada estágio e o acúmulo dessas deformadas de maneira a representar o comportamento da estrutura a cada fase. Com isso, a análise incremental em estruturas especiais é aplicada e seus efeitos em cada estágio são compreendidos. O caráter sequencial da metodologia permite uma abordagem didática do problema e de fácil compreensão aos usuários do código. Exemplos em programas comerciais e os resultados comparativos são apresentados para validação das rotinas propostas.*

Keywords: *Concreto Armado, Análise Incremental, Fluência, Elementos Finitos*

1 INTRODUÇÃO

Durante a elaboração de um projeto, além dos esforços seccionais para dimensionar os elementos estruturais, as deformações necessitam ser verificadas. Em alguns casos, acompanhar as deformações ainda durante a fase de construção da obra é de suma importância para a vida útil da estrutura, pois a técnica construtiva utilizada pode ser um diferencial na elaboração do projeto, exigindo uma série de verificações adicionais. Isto ocorre no método construtivo do balanço sucessivo, em que os carregamentos que ocorrem durante a fase de construção precisam ser considerados e as deformações acompanhadas.

Na execução desse método, a estrutura é construída por meio de segmentos sucessivos. Cada novo segmento é executado a partir do anterior, de maneira que os carregamentos de construção sejam suportados pelos segmentos anteriormente executados. As deformações aumentam à medida que a obra prossegue e atingem valores significativos, necessitando de medidas corretivas ainda durante a fase construtiva. O diferencial nesta análise é a mudança de geometria a cada estágio construtivo e a diferença de idade da execução das peças.

O cálculo das deformações é realizado em estágios construtivos, pois o acúmulo das deformações devido a mudança da geometria resulta em valores de flechas diferentes em comparação com a estrutura executada em uma única etapa. A idade das peças repercute em uma rigidez diferente para cada segmento, principalmente, à medida que a estrutura avança, pois, os carregamentos também serão aplicados em idades diferentes nas peças e acarretará em coeficientes de fluência diferentes.

Este trabalho consiste em um código em elementos finitos para o cálculo das deformações em vigas que passam por modificação no seu sistema estrutural ou carregamento ao longo da construção, considerando os efeitos da fluência. Para isto, foi considerado a superposição das deformações imediatas e por fluência conforme apresentado por Bazant (1988) e Ghali, Favre e Elbadry (2002). A análise incremental em estruturas especiais é aplicada e seus efeitos de deformação em cada estágio são compreendidos. Esse caráter sequencial da metodologia permite uma abordagem didática do problema e de fácil compreensão aos usuários do código.

Para validação da rotina proposta, a comparação com programas comerciais se faz necessária, neste caso será utilizado o SAP2000 NL. Esses estudos servem de suporte didático para utilização do programa que faz parte de uma pesquisa sobre correção de contra flechas em pontes executadas pelo método do balanço sucessivo.

2 CARACTERÍSTICAS DA ANÁLISE

A técnica de execução pelo método do balanço sucessivo é utilizada para execução de pontes e marquises. Mathivat (1983) apresenta uma definição desse método em pontes: “A construção de pontes em balanços sucessivos consiste em um tabuleiro executado por uma sucessão de segmentos, onde cada trecho é influenciado pelo peso próprio do segmento, e em alguns casos, pelo peso da forma ou da carga de construção”.

Por esta razão, é possível compreender a necessidade da análise construtiva para este processo e as consequências dos erros ocorridos em alguma das etapas construtivas.

No caso das pontes, este tipo de estrutura é caracterizado como uma viga contínua, que durante sua execução possui o sistema de uma estrutura em balanço. A instabilidade na fase

construtiva é uma característica desse tipo de obra, acarretando na existência dos balanços nas duas extremidades para que o mesmo peso seja aplicado para ambos os lados, de maneira a tornar a superestrutura viável (Fig. 1).

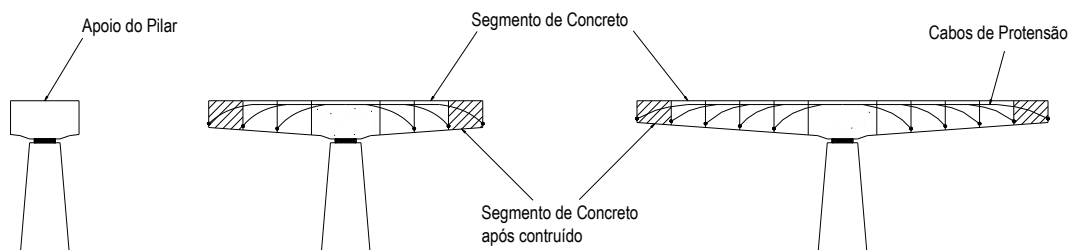


Figura 1. Sequência de construção de ponte em balanço sucessivo.

Porém um dos fatores mais importantes nesse tipo de obra é que as deformações que ocorram durante a execução não configurem a estrutura como um elemento deformado, ou seja, que ao final da execução da obra, um perfil seja apresentado correspondendo ao greide da pista, no caso de uma ponte, ou a inclinação da coberta, para as marquises (Fig. 2).

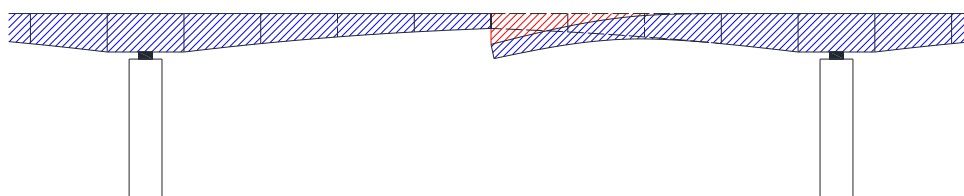


Figura 2. Execução final da estrutura (azul) e diferença de deformação em relação ao greide (vermelho).

Para que isso ocorra, uma compensação das deformações precisa ser imposta durante a construção, permitindo a obtenção da configuração prevista no projeto. Assim, é realizada a execução de contra flechas, que é o deslocamento vertical intencional aplicado à estrutura durante a montagem das formas no sentido contrário a flecha.

O cálculo desses valores da contra flecha é realizado através das deformações previstas para a estrutura. Por esta razão, é necessário analisar e determinar as deformações considerando os carregamentos permanentes e de construção, além dos fenômenos de fluência do concreto.

2.1 Análise Incremental

A análise de uma estrutura é, normalmente, realizada com a aplicação de todos os carregamentos ocorrendo simultaneamente na estrutura. Entretanto, as estruturas são solicitadas à medida que a obra avança. Isto ocorre não somente nas obras executadas pelo método do balanço sucessivo, mas também na construção de edifícios de múltiplos pavimentos, conforme é apresentado por Gorza (2000).

Os elementos anteriormente executados não produzem esforços e deformações imediatas nos novos segmentos. Porém a introdução desse novo segmento na estrutura e seus carregamentos repercute sobre uma estrutura que já sofreu solicitação e assim, os resultados são diferentes das análises com o carregamento aplicado simultaneamente na estrutura completa.

A análise da estrutura executada em uma única etapa resulta em deslocamentos incorretos, enquanto o procedimento incremental permite a real deformada da estrutura, pois as deformações ocorridas são consideradas a cada etapa que os elementos estão sendo executados e assim, caracterizar de maneira correta a deformação final. Kripka (1990) apresenta a relevância deste tipo de análise em edificações, pois as deformações residuais não consideradas na análise convencional, proporcionam uma altura de topo da edificação maior do que na análise incremental já que as peças passam por um encurtamento dos pilares a medida que as deformações ocorrem em cada etapa.

Essa diferença existente entre os deslocamentos verticais dependendo de como a análise é realizada, altera significativamente de acordo com a sequência construtiva e a aplicação dos carregamentos nas estruturas. Um exemplo pode ser visto na Fig. 3, em que uma viga com dois segmentos é executada em uma única etapa e comparada suas deformações com a execução em duas fases.

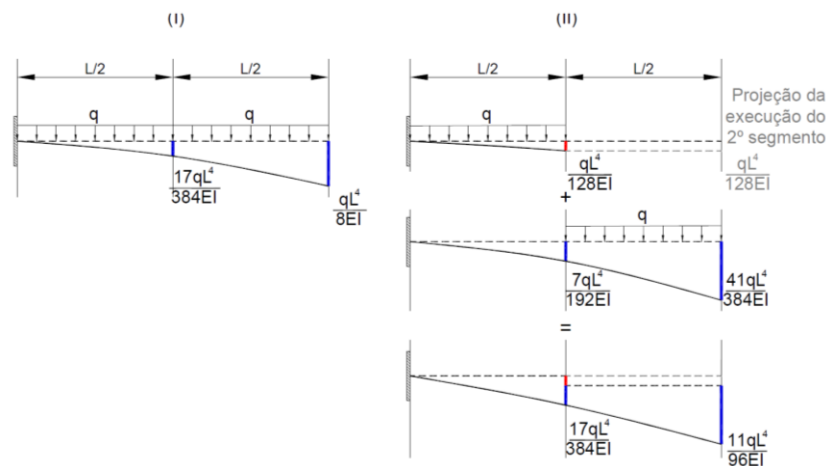


Figura 3. Deformação para o carregamento aplicado na estrutura completa (I) e deformação para geometria e carregamento em etapas de construção (II).

As vigas executadas em etapas construtivas influenciam nas deformações verticais do novo segmento que será executado, pois seu posicionamento em eixo reto depende diretamente da deformação ocorrida no segmento anterior. Demonstrando, assim, a importância da análise incremental.

2.2 Fluência do Concreto

A fluência é o aumento contínuo das deformações que ocorrem em uma peça devido a uma tensão aplicada constantemente (Araújo, 2003). A presença da fluência nas peças de concreto acarreta no aumento das flechas, mesmo que não ocorra acréscimo de carga.

Em algumas estruturas é essencial a consideração da fluência, pois o aumento decorrente dessa tensão constante pode resultar em deformações extremamente elevadas nas estruturas ao longo do tempo. Além disso, os modelos matemáticos que representam este fenômeno precisam caracterizar bem o problema.

Bazant, Hubler e Yu (2011) apresentam estudos que alertam para a necessidade de aplicar a fluência nas análises, assim como, a utilização de modelos mais precisos. O caso mais conhecido é a Ponte de Palau, em que o fenômeno da fluência ocasionou em deformações excessivas que levaram a ruptura da estrutura 18 anos após sua execução (Fig. 4).

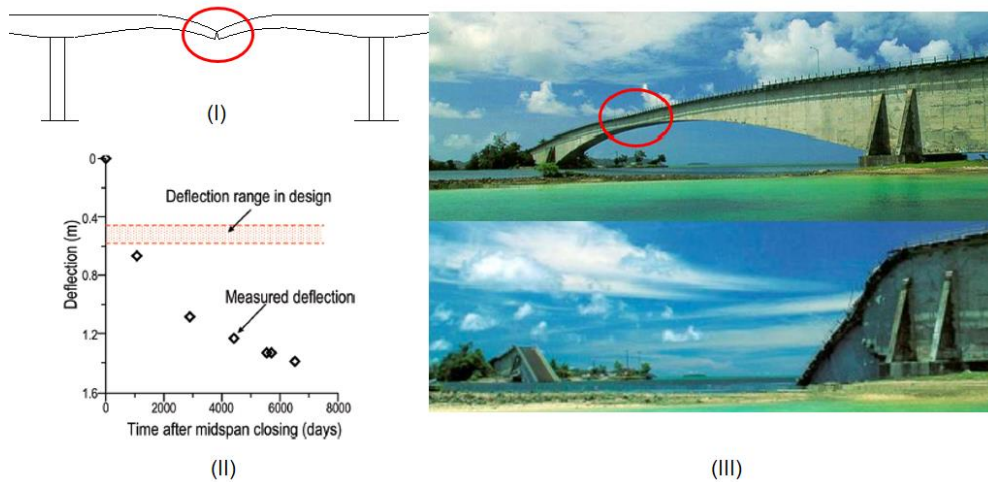


Figura 4. Deformação excessiva a meio vão devido a fluência (I); deformação prevista em projeto e medidas na Ponte de Palau durante a vida útil (II) e Ponte de Palau antes e após a ruptura (III). Fonte: Bazant, Wendner, Yu, 2012

3 MÉTODOS DE ANÁLISE

3.1 Análise Incremental Construtiva

É um processo sequencial direto, em que a cada etapa construtiva são analisadas as novas configurações da geometria e os novos carregamentos aplicados, como ocorre na Fig. 5.

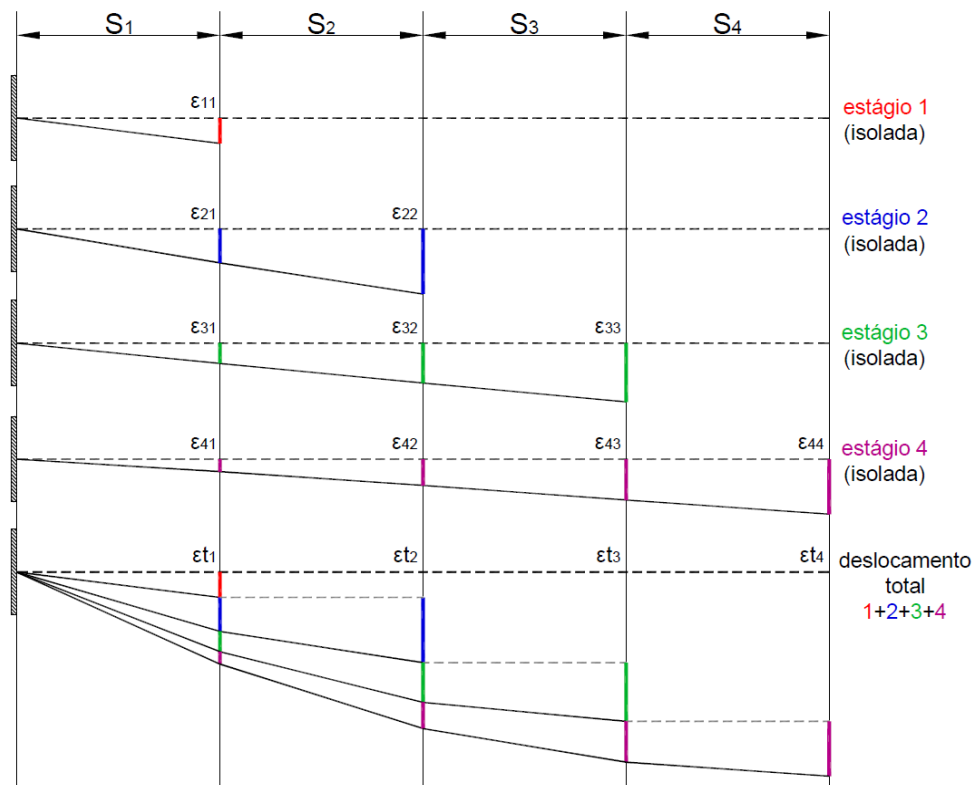


Figura 5. Deslocamentos de viga genérica com 4 segmentos executados em etapas

O número do estágio de construção da obra é determinado por i , enquanto, j é o nó extremo do segmento de viga j . Cada deslocamento isolado do nó j devido à ação isolada das cargas ocorrida no estágio i são definidos por ε_{ij} . Utilizando os deslocamentos isolados é possível calcular os deslocamentos acumulados no nó j , a cada estágio de construção i , com a Eq. (1).

$$\varepsilon a_{ij} = \sum_{k=1}^i \varepsilon_{kj} . \quad (1)$$

Onde: εa_{ij} é o deslocamento acumulado no nó j , até a execução do estágio i .

Através dos deslocamentos acumulados, é possível obter a matriz desses deslocamentos em cada nó j a cada estágio i , conforme apresentado abaixo.

$$\varepsilon a = \begin{bmatrix} \varepsilon a_{11} & - & \cdots & - \\ \varepsilon a_{21} & \varepsilon a_{22} & \cdots & - \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varepsilon a_{n1} & \varepsilon a_{n2} & \cdots & \varepsilon a_{nn} \end{bmatrix} . \quad (2)$$

Onde: εa é a matriz dos deslocamentos acumulados no nó j , em cada estágio de execução i ; e n é o número total de estágios de execução da obra.

O deslocamento total, εt_j , é o somatório de todos os deslocamentos isolados, ou seja, $i=n$ na Eq. (1):

3.2 Fluência do Concreto

A curva de tensão-deformação para o concreto é resultado da proporção entre as tensões aplicadas e a deformação ocorrida. Assim, as deformações imediatas, $\varepsilon_c(t_0)$, são expressas pela Eq. (3):

$$\varepsilon_c(t_0) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} . \quad (3)$$

Onde: $\sigma_c(t_0)$ é a tensão no concreto e $E_c(t_0)$ é o módulo de elasticidade do concreto na idade t_0 , em que ocorreu a aplicação da tensão.

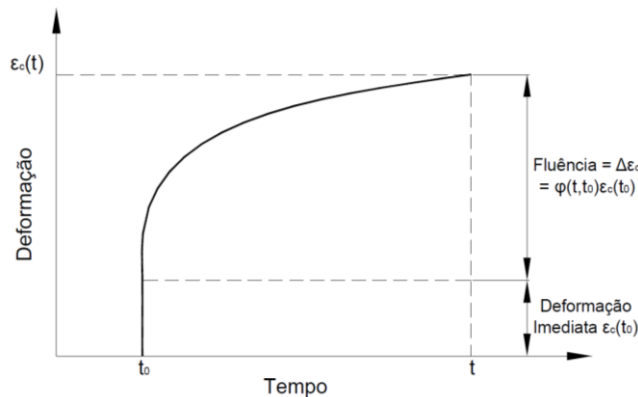


Figura 6. Fluência no concreto sob efeito de uma tensão constante

Após a aplicação da tensão, as deformações aumentam com o tempo devido ao fenômeno de fluência. A deformação total corresponde a soma das deformações imediatas com as deformações por fluência, conforme a Fig. 6.

O coeficiente de fluência representa a razão entre a fluência e a deformação imediata, sendo calculado por modelos matemáticos que caracterizem o fenômeno e aplicado linearmente de acordo com a Fig. 6 e expresso no cálculo da deformação da Eq. (4). As normas apresentam modelos baseados em ensaios experimentais que permitem calcular esses coeficientes, como no caso do CEB-FIP.

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_c(t_0) + \varphi(t, t_0) \varepsilon_c(t_0) = \varepsilon_c(t_0) [1 + \varphi(t, t_0)] = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} [1 + \varphi(t, t_0)]. \quad (4)$$

Onde: $\varphi(t, t_0)$ é o coeficiente de fluência que é função da idade de carregamento t_0 e da idade t a qual deformação será determinada.

Superposição da Fluência

Assim como ocorre na análise incremental, a deformação total envolvendo fluência é uma relação linear dos acréscimos de deformação devido aos incrementos de tensão que ocorram na peça, conforme apresentado por Ghali, Favre e Elbadry (2002) e descrito abaixo:

$$\varepsilon_c(t) = \sigma_c(t_0) \frac{1 + \varphi(t, t_0)}{E_c(t_0)} + \int_0^{\Delta\sigma_c(t)} \frac{1 + \varphi(t, \tau)}{E_c(\tau)} d\sigma_c(\tau). \quad (5)$$

Onde: t_0 e t são as idades do concreto em que a tensão inicial é aplicada e onde a deformação será considerada; τ é uma idade intermediária entre t_0 e t ; $\sigma_c(t_0)$ é a tensão inicial aplicada na idade t_0 ; $d\sigma_c(\tau)$ é o incremento de tensão aplicado na idade τ ; $E_c(\tau)$ é o módulo de elasticidade do concreto na idade τ ; e $\varphi(t, t_0)$ é o coeficiente de fluência na idade t para um carregamento ocorrido na idade t_0 . É importante lembrar que o acréscimo de tensão corresponderia a introdução de um novo carregamento, por isso haverá uma deformação imediata e uma fluência ao longo do tempo. Desta forma, a deformação pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\varepsilon_c(t) = \sigma_c(t_0) \frac{1 + \varphi(t, t_0)}{E_c(t_0)} + \frac{\Delta\sigma_c(t)}{\bar{E}_c(t, t_0)}. \quad (6)$$

Onde $\Delta\sigma_c(t)$ é o incremento de tensão e $\bar{E}_c(t, t_0)$ é o módulo de elasticidade ajustado apresentado por Bazant (1972) e Ghali, Favre e Elbadry (2002). Isso acontece, pois, o incremento de tensão ocorre em uma nova idade, necessitando de ajuste no módulo de elasticidade devido ao ganho de resistência do material ao longo do tempo.

$$\bar{E}_c(t, t_0) = \frac{E_c(t_0)}{1 + \varphi(t, t_0)}. \quad (7)$$

De acordo com a Eq. (6), podemos dizer que um acréscimo de deformação no período $(t - t_0)$ causado por um incremento de tensão de $\Delta\sigma_c(t)$ é dado por:

$$\Delta\varepsilon_c(t) = \frac{\Delta\sigma_c(t)}{\bar{E}_c(t, t_0)}. \quad (8)$$

3.3 Método dos Elementos Finitos

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é um método numérico aproximado muito utilizado para resolver problemas de engenharia, principalmente aqueles onde não é possível obter soluções satisfatórias por métodos analíticos.

Este método consiste em dividir a peça estrutural em diversos elementos de dimensões menores com as mesmas propriedades do original. A estrutura original é o domínio de integração do problema que é discretizado nos elementos menores de dimensões finitas, caracterizando os elementos finitos que é a formação de uma malha de elementos menores. Cada elemento finito mantém a uniformidade do conjunto através dos nós que os ligam aos elementos adjacentes.

Esses elementos podem assumir as mais diversas formas de maneira que permitam uma melhor aproximação do problema. Podem ser unidimensionais de eixo reto ou curvo; bidimensional sendo triangulares, retangulares ou circulares; e ainda, tridimensionais como as placas e cascas.

Cada nó é solucionado através das equações de equilíbrio atendendo aos graus de liberdade do nó com compatibilização dos deslocamentos nodais. A convergência dos resultados depende da formulação dos elementos, assim como, da escolha da malha e do tipo de elemento utilizado na discretização. Uma malha bastante refinada é aquela que possui muitos elementos de pequenas dimensões e os resultados obtidos são mais precisos, devido à proximidade dos nós. Quando se aumenta o número de elementos de uma malha e os resultados não apresentam alterações significa que a discretização está bem refinada.

Além disso, são realizados os testes de convergência que possibilitam verificar se uma malha é satisfatoriamente representativa para um modelo, independente de um maior número de elementos empregados.

Abordagem pelo Método da Rigidez Direta

Esse método consiste na aplicação de condições de equilíbrio (forças e momentos) ao Método dos Elementos Finitos, em que a discretização dos elementos tem como incógnitas principais do problema os deslocamentos e rotações nodais.

Segundo Martha (2010), a ideia básica é determinar, dentro do conjunto de soluções deslocamentos que satisfazem as condições de compatibilidade, qual a solução que faz com que as condições de equilíbrio também sejam satisfeitas. A equação de compatibilidade é obtida com a expressão da deformação linear, visto na Eq. (9):

$$\{F\} = [K] \cdot \{\varepsilon\}. \quad (9)$$

Onde: F é a força aplicada, K é a matriz de rigidez da barra e ε é o deslocamento linear.

Através dos valores de momento de engastamento perfeito é possível compor a matriz de rigidez de uma barra restrita em todos os graus de liberdade contido num plano, conforme apresentado na Eq. (10):

$$K = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} & -\frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} \\ \frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} \\ -\frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} \\ \frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Superposição dos Efeitos e Matriz de Rigidez Global

Ainda segundo Martha (2010), esse princípio prevê a superposição dos efeitos de deslocamentos provocados por vários sistemas de forças que atuando isoladamente corresponde ao mesmo deslocamento provocado pelos sistemas de forças atuando em conjunto. Como cada elemento de barra irá compor a estrutura completa, cada estágio possui uma matriz global composta pelas barras existentes nos estágios e a soma dos nós globais coincidentes das barras, em destaque na Eq. (11) para o caso de duas barras.

$$K = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{l_1^3} & \frac{6EI}{l_1^2} & -\frac{12EI}{l_1^3} & \frac{6EI}{l_1^2} & 0 & 0 \\ \frac{6EI}{l_1^2} & \frac{4EI}{l_1} & -\frac{6EI}{l_1^2} & \frac{2EI}{l_1} & 0 & 0 \\ -\frac{12EI}{l_1^3} & -\frac{6EI}{l_1^2} & \frac{12EI}{l_1^3} & -\frac{6EI}{l_1^2} & -\frac{12EI}{l_2^3} & -\frac{6EI}{l_2^2} \\ \frac{6EI}{l_1^2} & \frac{2EI}{l_1} & -\frac{6EI}{l_1^2} & \frac{4EI}{l_1} & -\frac{6EI}{l_2^2} & \frac{2EI}{l_2} \\ 0 & 0 & -\frac{12EI}{l_2^3} & -\frac{6EI}{l_2^2} & \frac{12EI}{l_2^3} & -\frac{6EI}{l_2^2} \\ 0 & 0 & \frac{6EI}{l_2^2} & \frac{2EI}{l_2} & -\frac{6EI}{l_2^2} & \frac{4EI}{l_2} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Porém, para utilizar esse princípio é necessário que a estrutura tenha um comportamento linear que está baseado em duas condições: o material trabalhe no regime elástico-linear e a hipótese de pequenos deslocamentos seja válida.

4 PROGRAMA COMPUTACIONAL DESENVOLVIDO

Este estudo visa o desenvolvimento de uma ferramenta que permita realizar através do Método dos Elementos Finitos uma Análise Incremental Construtiva que considere os efeitos de Fluência.

Desta forma, com o auxílio do programa MATLAB (2013) um código foi criado de maneira a calcular os deslocamentos ocorridos para vigas engastadas ou biengastadas, pois são aplicáveis em problemas práticos de engenharia executados por balanços sucessivos e que estão sujeitos a efeitos do tempo.

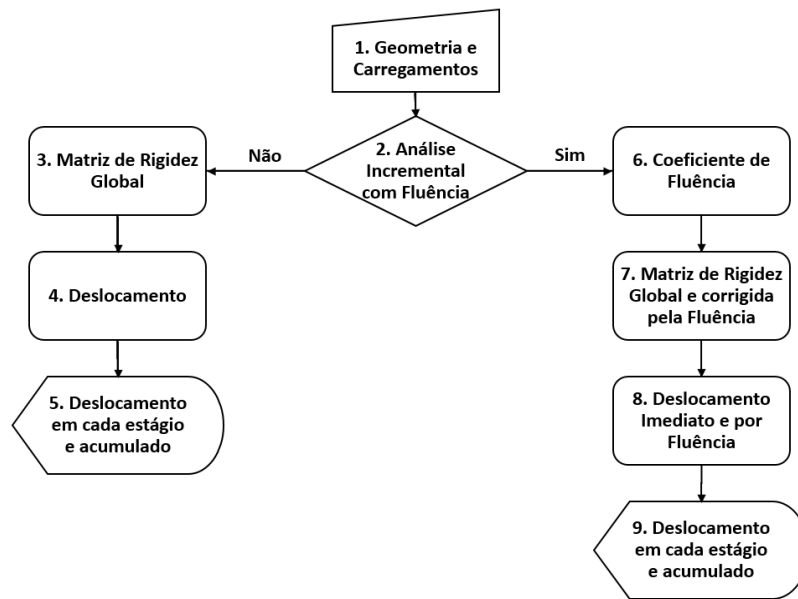


Figura 7. Fluxograma do Programa desenvolvido

De acordo com o fluxograma da Fig. 7, podemos entender como funcionam as etapas de cálculo e o desenvolvimento de validação de cada etapa do Programa. Para todo o processo foram utilizadas ferramentas acessórias, os programas SAP2000 NL (2009) e Mathcad (2007).

1. Geometria e Carregamentos: são solicitadas a entrada dos dados que definem a geometria e os carregamentos da estrutura, assim como as etapas construtivas que serão realizadas.

2. Análise Incremental com Fluência: o Programa possibilita dois tipos de processamento, através somente da Análise Incremental ou desta com o efeito da Fluência.

Para o caso da Análise Incremental:

3. Matriz de Rigidez Global: a cada estágio a estrutura modifica sua geometria, assim em cada estágio de construção é definida uma matriz de rigidez global para o estágio.

4. Deslocamento: com as matrizes de rigidez, é possível calcular os deslocamentos que ocorrem a cada estágio devido as modificações da geometria e carregamentos aplicados em cada estágio.

5. Deslocamento em cada estágio e acumulado: Os resultados encontrados na etapa anterior são apresentados. Além disso, considerando a superposição dos efeitos, é possível obter o deslocamento acumulado em cada estágio com a soma acumulada dos deslocamentos ocorridos anteriormente.

Quando considerado o fenômeno de Fluência na Análise Incremental:

6. Coeficiente de Fluência: com a consideração do fenômeno de fluência, é necessário calcular os coeficientes de cada elemento de barra devido a aplicação de cada carga para cada estágio.

7. Matriz de Rigidez Global e corrigida pela Fluência: assim como ocorre na análise por carregamentos imediatos, a cada estágio a estrutura também modifica sua geometria,

sendo definida uma matriz de rigidez global para o estágio. Entretanto, com a mudança do espaço temporal, a fluência solicita da estrutura uma mudança na sua rigidez que deverá ser corrigida através dos coeficientes de fluência calculados na etapa anterior. Desta forma, em cada estágio são definidas matrizes de rigidez para o carregamento imediato e para cada carga aplicada no estágio devido a ação da fluência.

8. Deslocamento Imediato e por Fluência: da mesma forma que a Análise Incremental simples, após obtida as matrizes de rigidez, é possível calcular os deslocamentos que ocorrem a cada estágio devido as modificações da geometria e carregamentos aplicados. Além dos deslocamentos que ocorrem sob a atuação da fluência.

9. Deslocamento em cada estágio e acumulado: Os resultados encontrados na etapa anterior também são apresentados. No fenômeno da fluência pode considerar a superposição dos efeitos, e é possível obter o deslocamento acumulado em cada estágio com a soma acumulada dos deslocamentos ocorridos anteriormente submetidos a fluência.

4.1 Análise Incremental Construtiva no Programa

Para este tipo de análise, é considerado que a estrutura executada em balanço sucessivo é uma sucessão de diferentes estruturas analisadas em sequência. Assim, no Programa, cada estágio construtivo é uma estrutura e a deformação total corresponderá ao somatório de todas as deformações a cada estágio, conforme já mostrado na Eq. (3). Esta análise independe do efeito de fluência, pois quando este fenômeno é incorporado a estrutura, uma análise linear também é realizada permitindo a superposição dos efeitos. Atualmente o código é aplicado apenas para material elástico-linear. O aprimoramento do código poderá permitir em próxima etapa a inclusão da não-linearidade física.

4.2 Fluência no Programa

O princípio da superposição é válido não só para as deformações imediatas, mas também para fluência. Desta forma, é preciso compreender como ela atua em cada estágio e a sua superposição em cada etapa. Assim, podemos verificar as etapas de aplicação das cargas e deformações no exemplo da Fig. 8.

Em cada estágio será considerado um carregamento aplicado e uma deformação imediata ocorre. Esse carregamento também repercute em uma deformação por fluência ao longo da vida da estrutura. É possível ver que o carregamento q_1 produz uma deformação por fluência nos estágios seguintes, entretanto ela só atua diretamente no nó 1, pois este era o único nó executado no momento de aplicação da carga. Para os nós posteriores essa deformação por fluência devido ao carregamento é a propagação da deformação ocorrida no nó 1. Isto é válido para todos os nós e a deformação total acumulada em um nó, ϵt_j , pode ser expressa conforme a Eq. (12):

$$\epsilon t_j = \sum_{i=j}^n \epsilon i_{ij} + \sum_{i=j}^n \sum_{k=1}^{j-1} z \epsilon f_{kj} t_{ij} + \sum_{i=j}^n \epsilon f_{ij} t_{ij} . \quad (12)$$

Onde j é o nó de interesse e o estágio em que o respectivo nó foi executado; ϵi_{ij} é a deformação imediata no nó j no estágio i ; $z \epsilon f_{kj} t_{ij}$ é a projeção das deformações por fluência no nó j devido a fluência dos carregamentos dos nós anteriores; $\epsilon f_{ij} t_{ij}$ é a deformação por fluência no nó j devido a fluência dos carregamentos do próprio nó e dos nós posteriores.

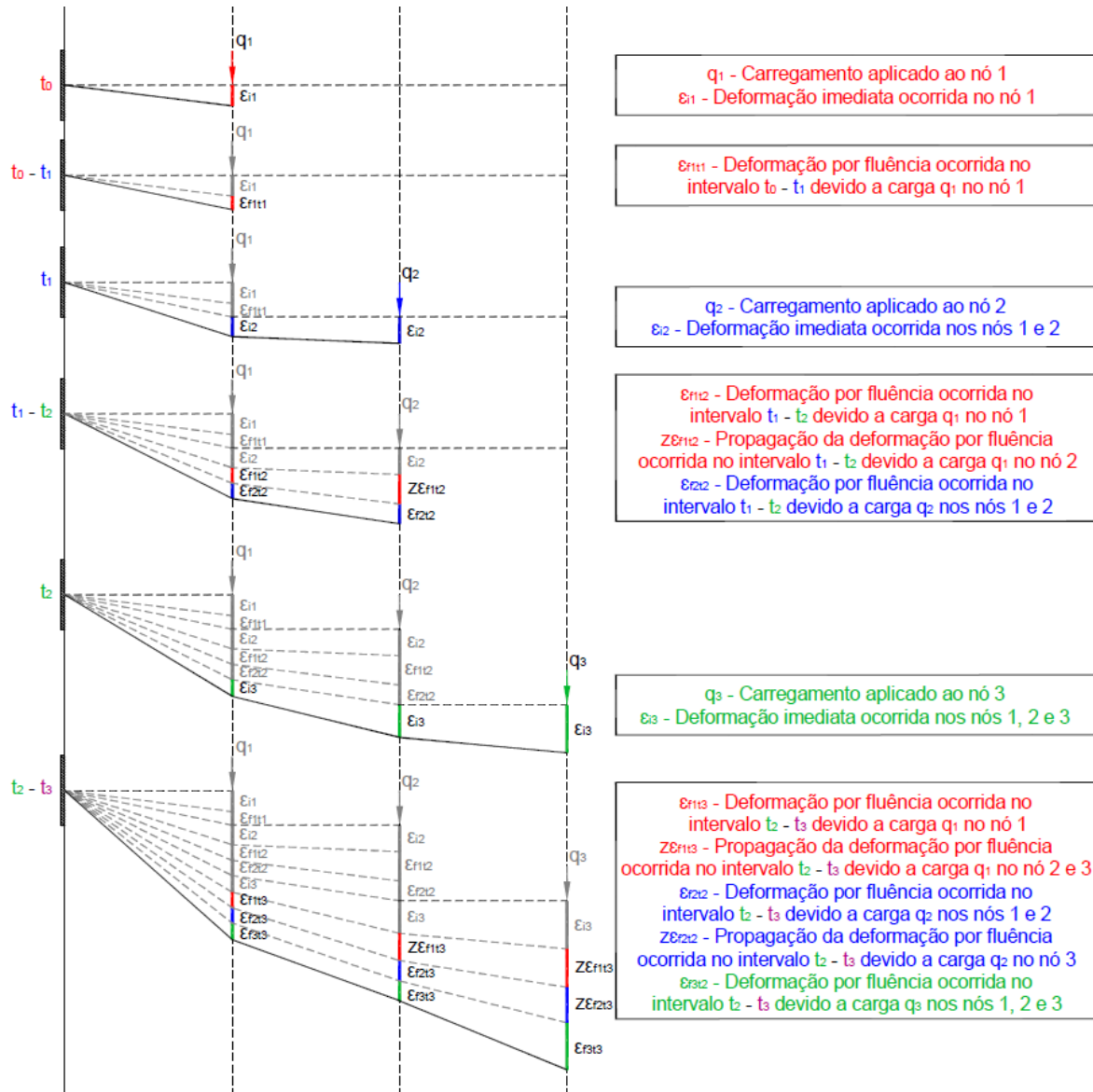


Figura 8. Deformações por estágio com Fluência

Como cada barra é executada em um estágio diferente, serão definidos para cada um coeficiente de fluência diferente para cada carregamento que foi aplicado. E desta maneira, as correções no módulo de elasticidade das barras são realizadas em cada estágio devido a cada carregamento, de acordo com a Eq. (7).

A deformação por fluência ocorrida durante um intervalo de tempo é proporcional a deformação imediata ocorrida sendo aplicado os coeficientes desse espaço temporal, conforme apresentado por Ghali, Favre e Elbadry (2002):

$$\{\Delta \varepsilon\} = \{\varepsilon(t_0)\} \cdot [\varphi(t_2, t_0) - \varphi(t_1, t_0)]. \quad (13)$$

Onde $\Delta \varepsilon$ é o acréscimo de deformação que ocorre no intervalo de tempo t_1 até t_2 que é proporcional a deformação $\varepsilon(t_0)$ devido ao carregamento estático aplicado e $\varphi(t_i, t_j)$ são os coeficientes de fluência para a idade t_i com carregamento aplicado na idade t_j .

Como o módulo de elasticidade é corrigido, isso repercute diretamente na matriz de rigidez para o devido intervalo de tempo como apresentado na Eq. (14).

$$[\bar{K}] = [K] \cdot \frac{1}{1 + \varphi(t_2, t_1)}. \quad (14)$$

A equação de compatibilidade Eq. (9), pode ser aplicada para este acréscimo de força devido a tensão de fluência e apresentado abaixo:

$$\{\Delta F\} = [\bar{K}] \cdot \{\Delta \varepsilon\}. \quad (15)$$

Com isso, aplicando as Eq. (13) e Eq. (14) na Eq. (15) podemos reescrever o acréscimo de força ΔF ocorrido no intervalo de tempo entre t_1 e t_2 , da seguinte maneira:

$$\{\Delta F\} = \frac{[\varphi(t_2, t_0) - \varphi(t_1, t_0)]}{1 + \varphi(t_2, t_1)} \cdot \{F\}. \quad (16)$$

Assim a fluência é representada de forma equivalente por uma modificação do vetor de forças.

4.3 Entrada e Saída de Dados

Validada a fundamentação teórica, o Programa pôde ser desenvolvido através de um código no MATLAB de acordo com a proposta do estudo e conforme mostrado no fluxograma da Fig. 7. De acordo com a Fig. 9, o Programa solicita os seguintes dados de entrada: Tipo de Engastamento, Geometria, Propriedade do Concreto, Efeito de Fluência, Carregamentos, Etapas Construtivas.

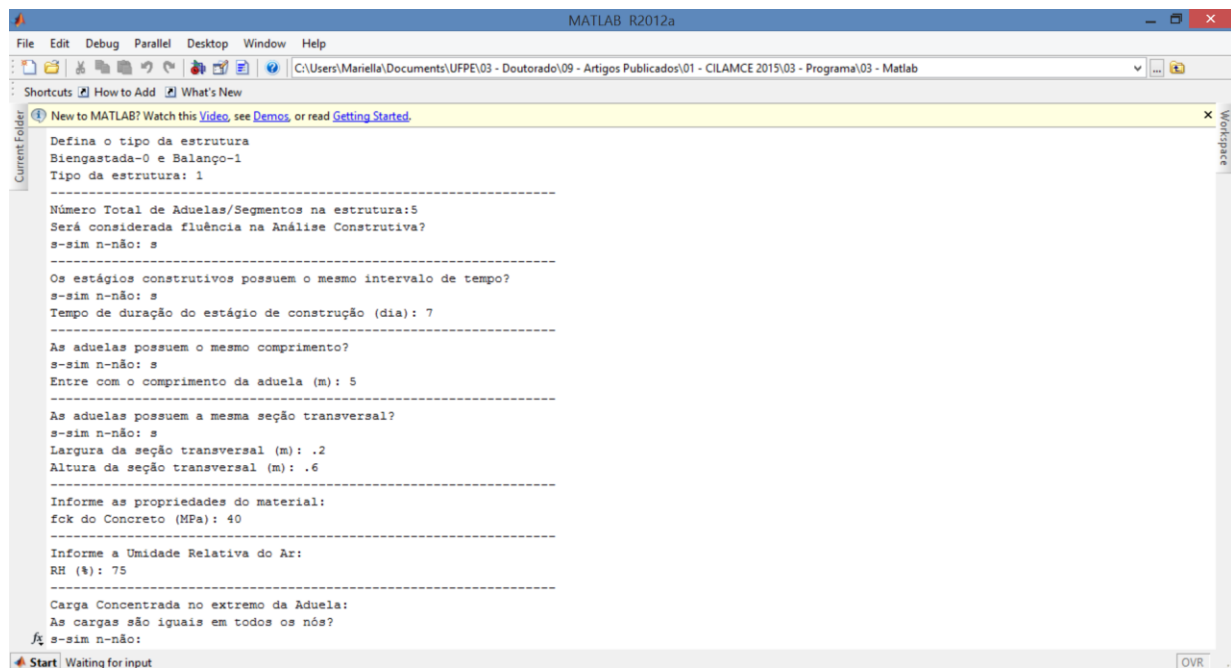


Figura 9. Entrada de dados no Programa

Como resultado é possível obter os deslocamentos em cada estágio e estes deslocamentos acumulados, tanto para a Análise Incremental simples ou com Fluência, mostrado na Fig. 10.

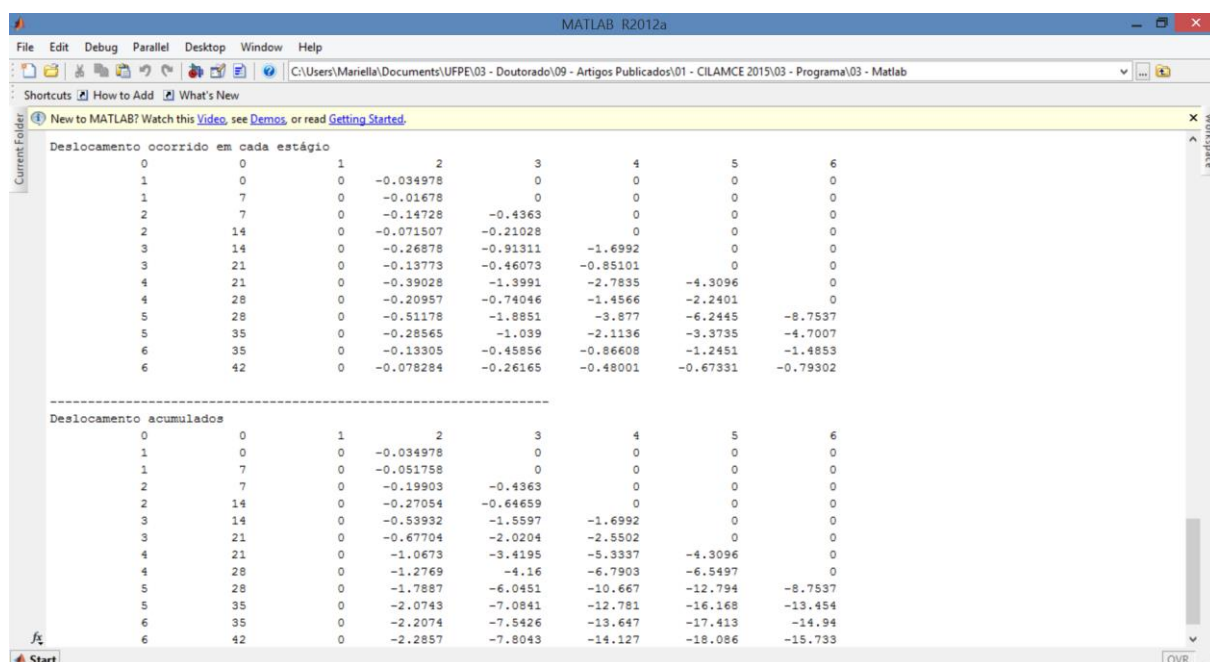


Figura 10. Saída de dados no Programa

4.4 Demonstração Básica do Programa – Exemplo

Para melhor compressão do funcionamento do programa um exemplo denominado de Caso A é apresentado abaixo. O modelo possui as seguintes características:

Uma viga engastada, com geometria, seção transversal e carregamentos apresentados na Fig. 11. As propriedades do material e as informações para execução por estágios podem ser vistos na Tabela 1.

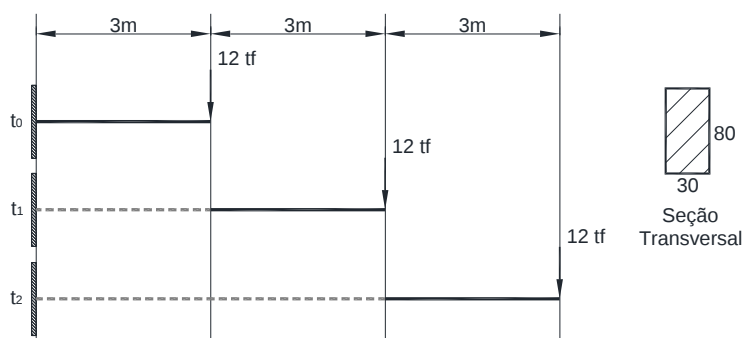


Figura 11. Geometria, seção transversal e carregamentos para Caso A

Tabela 1 Propriedades do material e informações do estágio de construção do Caso A

Propriedades do Material	Resistência Característica – f_{ck}	Umidade Relativa – RH
	$f_{ck}=35\text{MPa}$	$RH=80\%$
Estágio de Construção	Idade dos Segmentos	Duração dos Estágios
	28 dias	10 dias

Os dados de entrada são realizados conforme já apresentado. Internamente, o programa realiza as operações matemáticas apresentadas em 4.2. Caso seja necessário, podem ser solicitados os coeficientes de fluência (Fig. 12).

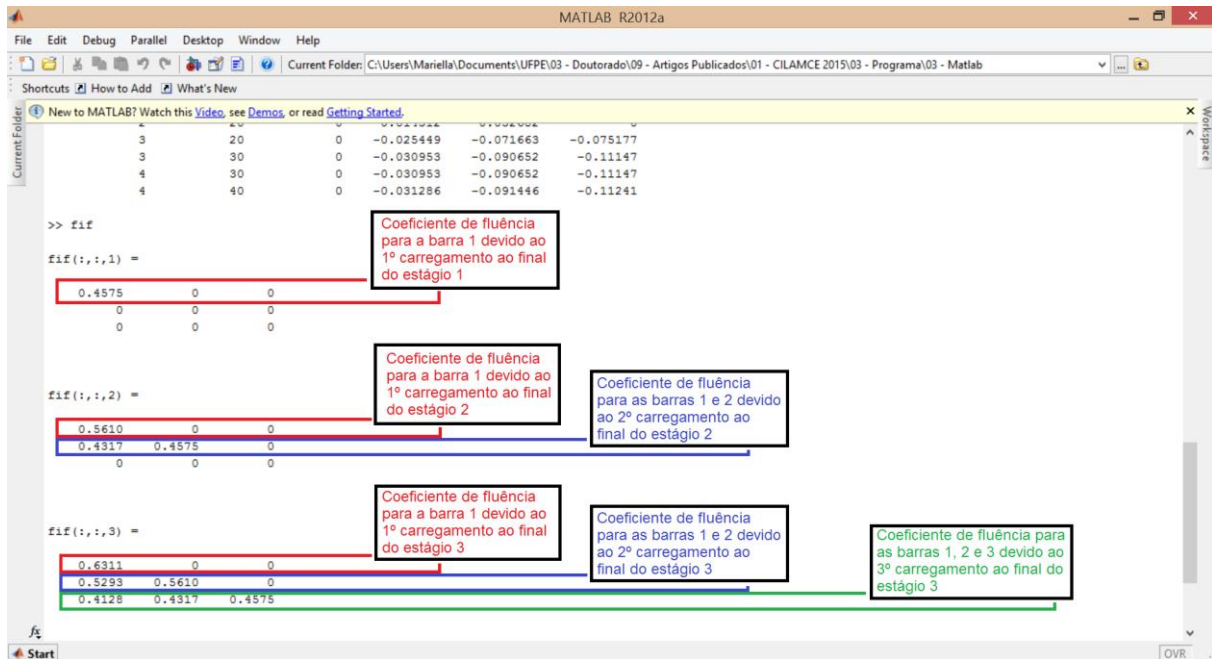


Figura 12. Coeficientes de fluência em cada estágio para cada barra devido a cada carregamento

A correção da matriz de rigidez em cada estágio e para cada carregamento é realizado utilizando os coeficientes e aplicando as Eq. (14) e (16). Assim como, a modificação do vetor de forças (Fig. 13).

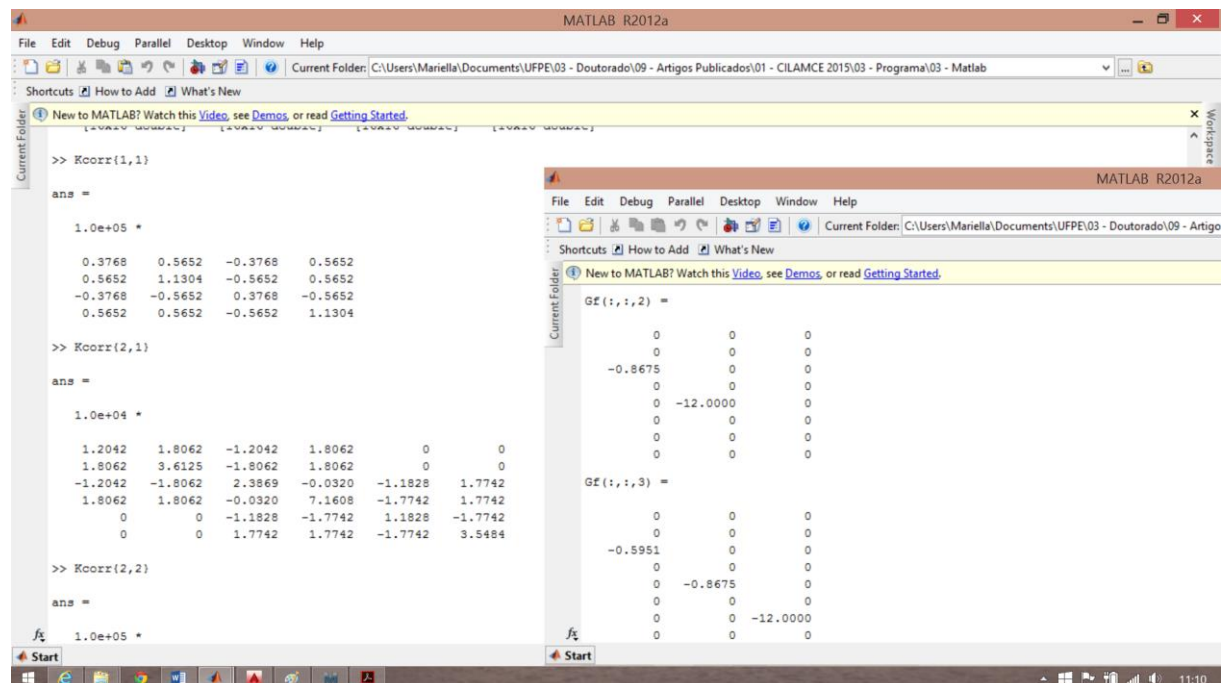


Figura 13. Matriz de rigidez e vetor de forças corrigida pelos coeficientes de fluência

5 ESTUDO DE CASO

Casos da Validação da Fundamentação Teórica

Para validar o Programa desenvolvido, os casos da fundamentação teórica foram aplicados também para o código (Tabela 2 e Fig.14), e apresentam bons resultados, com erros da ordem de 1%.

Tabela 2 Casos aplicados para validação da fundamentação teórica

Caso	Geometria	Carregamentos	Propriedades do Material	Idade dos Segmentos	Duração dos Estágios
1	L=5 m b=20 cm h=50 cm	P=10 tf q=0	fck=30 Mpa u=0,143 m RH=75%	28dias	7dias
2	L=5 m b=450 cm h=300 cm	P=10 tf q=0	fck=30 Mpa u=0,143 m RH=75%	7dias	7dias
3	L=5 m b=450 cm h=300 cm	P=10 tf q=33,75 tf/m	fck=30 Mpa u=0,143 m RH=75%	7dias	7dias

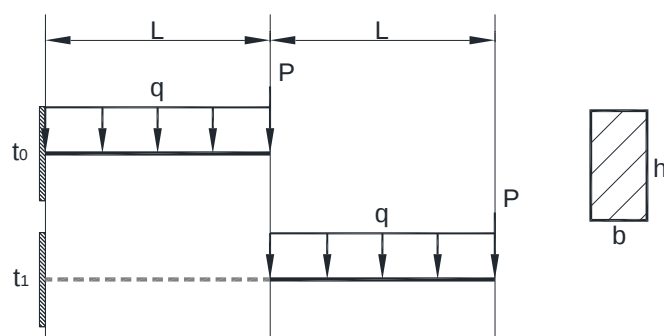


Figura 14. Modelo genérico para validação da fundamentação teórica

As curvas de deslocamentos comparativos de três dos casos podem ser vistas na Fig.15.

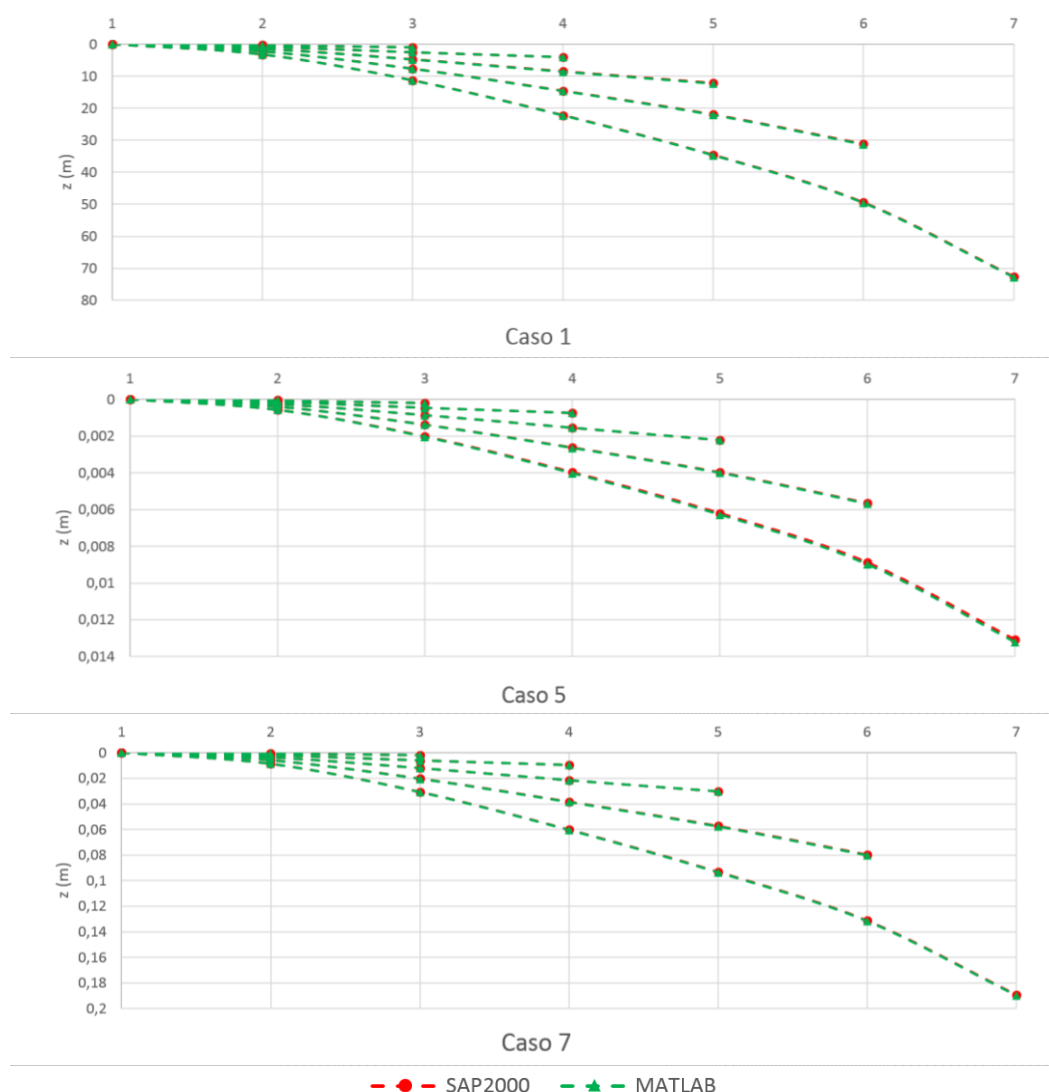


Figura 15. Deformações comparativas com o Programa desenvolvido para Casos 1, 2 e 3

Casos para Análise

Além disso, dois casos foram aplicados diretamente no Programa desenvolvido e comparados com um modelo no SAP2000 NL. Este modelo considerou os critérios de fluência do CEB-FIP existente no próprio programa e os resultados de cada etapa dos deslocamentos imediatos e por fluência. Os dois casos foram analisados para Análise Incremental sem e com Fluência. Um deles é o Caso A já apresentado em 4.4.

Caso A

As curvas de deformação obtidas para este caso são apresentadas na Fig. 16 da seguinte forma: Caso A1 para Análise Incremental simples e no Caso A2 com Fluência.

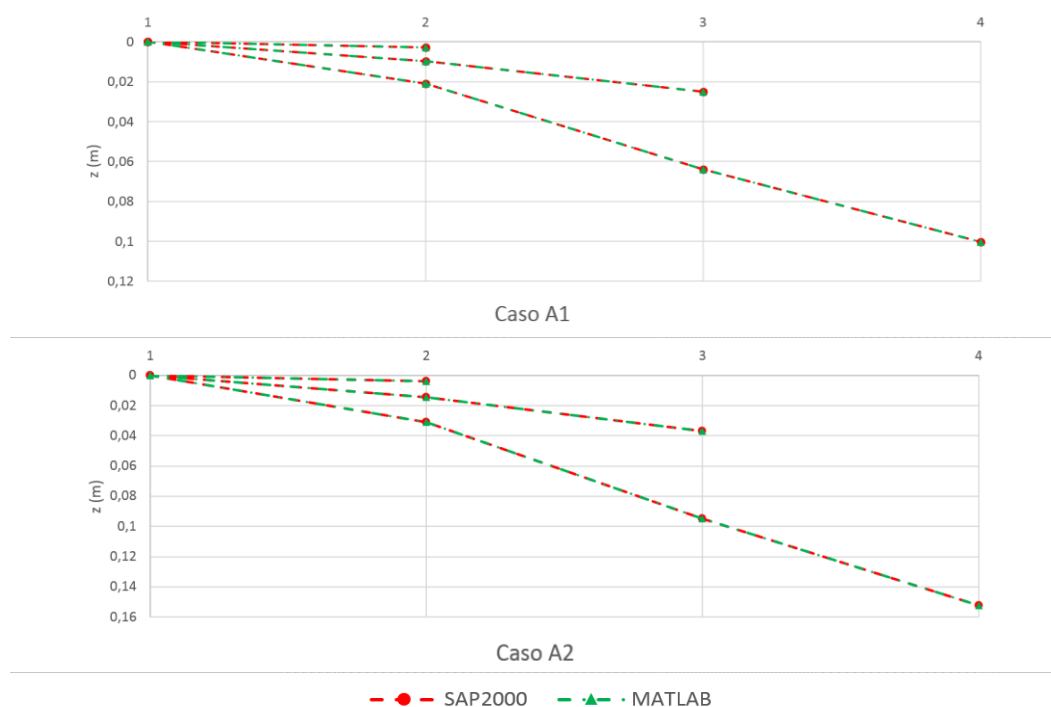


Figura 16. Curvas de deformações para o Caso A, Análise Incremental simples e com Fluência

Os modelos apresentam curvas muito próximas e, assim como nos casos de validação os erros não ultrapassam 1%. Além disso, quando comparado esse tipo de análise com a execução em uma única etapa, a deformação do procedimento convencional é 25% maior que a da Análise Incremental simples e 18% menor que com a ocorrência da Fluência.

Caso B

Neste caso a viga é biengastada, conforme a Fig. 17. As propriedades do material e as informações para execução por estágios podem ser vistos na Tabela 3.

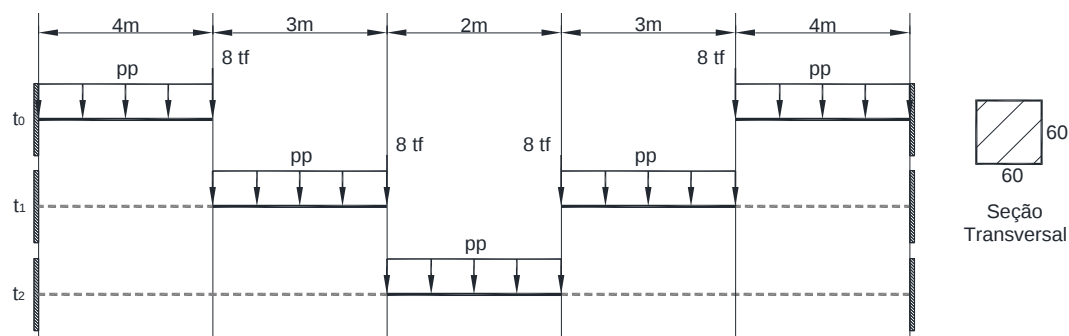


Figura 17. Geometria, seção transversal e carregamentos para Caso B

Tabela 3 Propriedades do material e informações do estágio de Construção do Caso B

Propriedades do Material	Resistência Característica – fck	Umidade Relativa – RH
	fck=45MPa	RH=90%
Estágio de Construção	Idade dos Segmentos	Duração dos Estágios
	10 dias	10 dias

As curvas de deformação obtidas para Análise Incremental simples, no Caso B1, e com Fluência, no Caso B2, podem ser observados na Fig. 18.

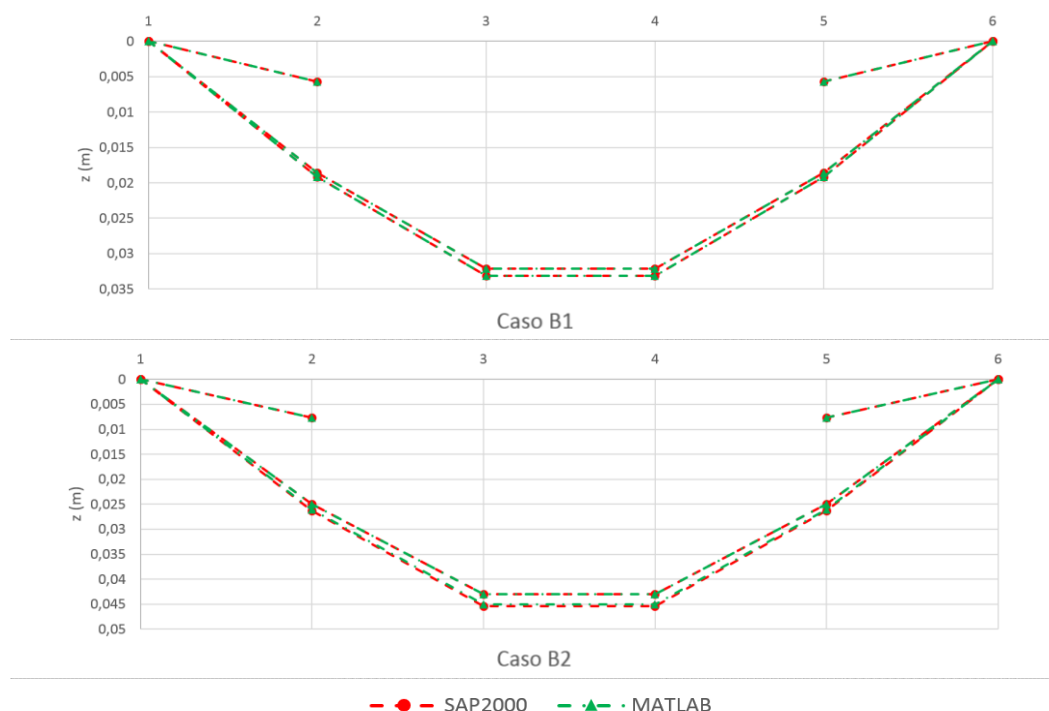


Figura 18. Curvas de deformações para o Caso B, Análise Incremental simples e com Fluência

Como em todos os casos de estudo, os modelos também apresentam curvas muito próximas e os erros não ultrapassam 1%. Para comparação desse tipo de análise com a execução em uma única etapa, a deformação do procedimento convencional é 54% menor que a da Análise Incremental simples e 66% menor que com a ocorrência da Fluência.

6 CONCLUSÕES

O código computacional desenvolvido representa a etapa inicial de um projeto maior dedicado a análise de pontes em balanços sucessivos e permite o cálculo de deformação em vigas que passam por modificação no sistema estrutural e em seus carregamentos, com opção de Análise Incremental Simples ou com Fluência. Na validação foram obtidos bons resultados quando comparados a um programa comercial de elementos finitos (SAP2000 NL). O código é de fácil aplicação, com entrada de dados simples e permite acelerar o processo de modelagem de estruturas para esse tipo de análise.

Os resultados revelam a importância da Análise Incremental e da Fluência, pois ao comparar os modelos com execuções em uma única etapa sem fluência verifica-se a diferença de deformações ocorridas com Análise Incremental. Inclusive, é possível também comparar a execução sem e com fluência. No estudo de caso, a deformação para o Caso A da Análise Incremental simples é 34% menor do que ao se considerar a Fluência. E para o Caso B, essas deformações são 27% menores. Assim, é demonstrada a importância: (i) das etapas construtivas na análise e (ii) das deformações diferidas ao longo do tempo. Verifica-se também que uma análise com uma única etapa, ignorando fluência e efeitos construtivos, é insatisfatória e não representa adequadamente o problema.

AGRADECIMENTOS

Agradecimentos ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e a Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) pelos recursos financeiros disponíveis para o desenvolvimento desta pesquisa.

REFERÊNCIAS

- Araújo, J. M., 2003. *Curso de concreto armado*, v.1, pp.222, Dunas.
- Bazant, Z. P., 1972. Prediction of Concrete Creep Effects Using Age-Adjusted Effective Modulus Method. *Journal of the American Concrete Institute*, April 1972, vol. 69, pp.212–217.
- Bazant, Z. P., 1988. *Mathematical Modeling of Creep and Shrinkage of Concrete*, pp.98–215, John Wiley & Sons Ltda.
- Bazant, Z. P., Hubler, M. H., Yu, Q., 2011. Pervasiveness of Excessive Segmental Bridge Deflections: Wake-Up Call for Creep. *ACI Structural Journal*, November-December 2011, vol. 108, n. 6, pp.766–774.
- Bazant, Z. P., Wendner, R. H., Yu, Q., 2012. Improved Algorithm for Efficient and Realistic Creep Analysis of Large Creep-Sensitive Concrete Structures *ACI Structural Journal*, September-October 2012, vol. 109, n. 5, pp.665-676.
- Computers and Structures, 2009. *Getting Startes with SAP2000 Linear and Nonlinear Static and Dynamic Analysis and Design of Three-Dimensional Structures*. Computers and Structures, Inc.
- Ghali, A., Favre, R., Elbadry, M., 2002. *Concrete Structures Stresses and Deformations*, Spon Press
- Gorza, L. S., 2000. *Análise incremental construtiva de edifícios metálicos de andares múltiplos usando o método dos elementos finitos*. Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Espírito Santo, Centro Tecnológico.
- Kripka, M., 1990. *Análise Incremental Construtiva de Edificações*. Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE
- Lima, E. H. S, Macedo, S. G. B, 2014. *Análise dos efeitos Construtivos em Estruturas de Concreto Armado*. Trabalho de Conclusão de graduação, Universidade Federal de Pernambuco.
- Martha, L. F., 2010. *Métodos Básicos da Análise de Estruturas*, Tecgraf: PUC-Rio.
- Mathworks, 2013. *Optimization Toolbox™ User's Guide*. The MathWorks, Inc.
- Parametric Technology Corporation, 2007. *Manual do Usuário – Mathcad14*. Parametric Technology Corporation.
- Santos, M. F. L. O., 2014. *Procedimento adaptativo para controle de contra flechas durante a fase construtiva de estruturas em balanços sucessivos*. Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Tecnologia e Geociências.