



## OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA APLICADA A MANIPULADORES ROBÓTICOS COM BRAÇOS FLEXÍVEIS

**DANIELA D. CHIESA**

**VALDECIR BOTTEGA**

ddchiesa@hotmail.com

vldcirbo@gmail.com

Universidade Federal de Pelotas

s/nº, 96010-900, Pelotas, RS, Brasil

**REJANE PERGHER**

rejane.pergher@gmail.com

Universidade Federal de Pelotas

s/nº, 96010-900, Pelotas, RS, Brasil

**Resumo.** Este trabalho tem por objetivo aplicar a otimização topológica para estudar a melhor distribuição de material, que permita minimizar a flexibilidade, de um braço robótico, restringindo o volume final da estrutura a um valor preestabelecido. Idealiza-se o braço robótico como uma viga, situada em um domínio bidimensional, e discretiza-se este domínio em um número finito de subdomínios denominados elementos finitos. Cada elemento finito possui um valor de densidade, o qual corresponde às variáveis de projeto do problema, que é atualizado através do método heurístico conhecido por Critério Ótimo. Ainda utiliza-se o modelo de material SIMP para a formulação do problema e aplica-se o filtro de sensibilidade para evitar as complicações numéricas que frequentemente aparecem no problema de otimização topológica. Finaliza-se o estudo apresentando uma simulação numérica, efetuada com o auxílio do software Matlab, validando, assim, o cumprimento do objetivo proposto.

**Palavras-chave:** Braço robótico, Elementos finitos, Matlab, Otimização topológica.

## 1 INTRODUÇÃO

Em geral, os manipuladores robóticos são projetados com alta rigidez nos seus elementos a fim de obter maior precisão. Isto resulta em máquinas pesadas, com baixo desempenho cinemático e eficiência dinâmica. Portanto, uma maneira de obter maior agilidade e eficiência, é a redução da massa. Manipuladores leves oferecem muitos desafios a pesquisadores em robótica, em comparação com robôs rígidos e volumosos. O consumo de energia é diminuído ganhando agilidade e rapidez. Devido a estas características, esta classe de manipuladores é especialmente conveniente para uma variedade de aplicações robóticas, principalmente em se tratando de robôs embarcados.

Dentre as várias metodologias para se projetar estruturas, a otimização topológica permite gerar projetos de estruturas sob diversos tipos de restrições, visando melhorar o seu desempenho para diversas aplicações.

A otimização topológica não é um método novo, muito pelo contrário, Michell (1904) calculou campo de tensão mecânica de uma força aplicada em um ponto do domínio, sujeito a restrições de deslocamento em outros pontos e sugeriu uma estrutura de barras nesse domínio, onde cada barra deveria estar alinhada com as direções principais de tensão calculadas (Michell, 1904). Sabe-se atualmente que o critério utilizado por Michell fornece a mesma solução que o critério de máxima rigidez com mínimo volume de material. Mais tarde, somente quando as otimizações paramétricas e de forma começaram a serem questionadas, quando o objetivo era distribuir material, é que surge o trabalho de Bendsoe e Kikuchi (1988) que, utilizando o método da homogeneização, permitiu distribuir material em um domínio de projeto. Após o trabalho de Bendsoe e Kikuchi a otimização topológica ganhou destaque no meio acadêmico e muitos outros surgiram difundindo e desenvolvendo o método.

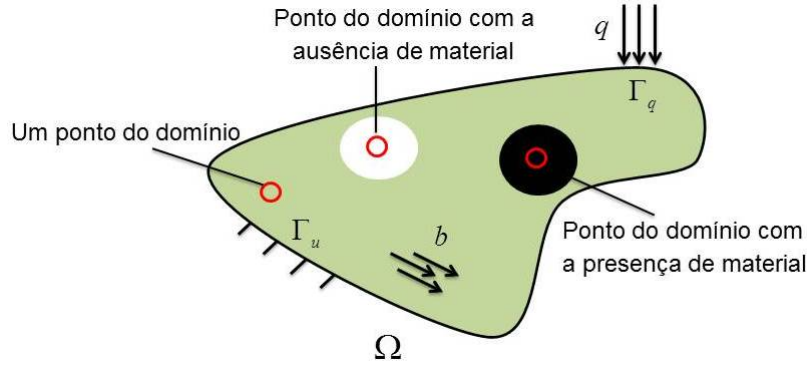
Neste trabalho, utilizam-se técnicas de otimização topológica para projetar a topologia ótima de um braço robótico, distribuindo o material, de que é constituído, no interior de um domínio de referência fixo, minimizando uma função objetivo, neste caso a flexibilidade, para uma determinada redução do peso do braços, melhorando o desempenho do manipulador como um todo. A otimização da topologia baseia-se no conceito de otimização da distribuição de material, através de uma distribuição de densidade. A análise estrutural é feita através da discretização com uma malha regular de elementos finitos, supondo, por simplificação, que a densidade é constante em cada elemento. O método utilizado para atualizar a distribuição de densidade foi baseado no esquema heurístico dado pelo Critério Ótimo. Simulação do modelo com a utilização do *software Matlab* permite a visualização da estrutura otimizada com o objetivo de validação do modelo proposto.

## 2 Problema de otimização topológica

Considere um elemento mecânico ocupando um domínio bidimensional fixo  $\Omega$  conforme mostrado na Fig. 1.

O domínio  $\Omega$  possui um contorno  $\Gamma$ , formado pelas parcelas  $\Gamma_u$  e  $\Gamma_q$  que representam, respectivamente, o contorno aonde são especificados os deslocamentos e o contorno aonde são aplicadas as forças de superfície  $q$ . Ainda no elemento atuam as forças de corpo  $b$ .

A otimização topológica (OT) consiste em encontrar a melhor distribuição de dois ou mais materiais, no domínio fixo  $\Omega$ , que extremize uma função objetivo e que cumpra todas



**Figura 1: Distribuição de material em um domínio de referência fixo.**

as restrições impostas ao problema. Na maioria dos problemas de otimização topológica dois materiais são considerados: o material sólido e o vazio. A topologia da estrutura ótima deve levar em conta, a nível macroscópico, a variação desses dois materiais. Define-se a densidade da estrutura por uma configuração binária 1-0, onde 1 caracteriza um ponto com material sólido e 0 caracteriza um ponto sem material ou vazio.

O problema de otimização de parâmetros inteiros (1-0) é mal posto e para alcançar a solução pode-se proceder com a substituição das variáveis inteiras por variáveis contínuas e em seguida inserir alguma forma de penalização para que os valores das variáveis de projeto, na solução, retornem, novamente, para os valores inteiros (Bendsoe; Sigmund, 1999).

A introdução de variáveis contínuas é feita através da escolha de um modelo de material. O modelo de material é uma equação matemática que define a mistura em microescala de dois ou mais materiais, permitindo que hajam estágios intermediários ao se passar da condição de presença a ausência de material. Na literatura dois modelos de material são bastante utilizados: o método da homogeneização<sup>1</sup> e o método das densidades ou SIMP (*Solid Isotropic Material with Penalization*).

## 2.1 Formulação do problema de otimização topológica utilizando o método SIMP

O SIMP define o valor da propriedade do material em cada ponto do domínio  $\Omega$  em função de uma pseudodensidade  $\rho(x, y)$ , que pode assumir valores intermediários ( $0 \leq \rho(x, y) \leq 1$ ), e da propriedade do material base escolhido no problema. No SIMP o módulo de elasticidade efetivo  $E(x, y)$  do material é dado por:

$$E(x, y) = \rho(x, y)^p E^0, \quad p > 1, \quad (1)$$

onde  $p$  representa o coeficiente de penalização e  $E^0$  é o módulo de elasticidade do material base.

Utilizando a abordagem do método de elementos finitos, o problema de mínima flexibilidade com restrição de volume pode ser escrito, empregando o modelo SIMP, por (Bendsoe;

<sup>1</sup>Para mais detalhes consultar Bendsoe e Kikuchi (1988)

Sigmund, 2003):

$$\begin{aligned}
 \min_{\rho_e} \quad & c(\rho_e) = f^T u \\
 \text{s. a.} \quad & \sum_{e=1}^{ne} v_e \rho_e = \eta V_0, \\
 & 0 < \rho_{min} \leq \rho_e \leq 1, \quad e = 1, \dots, ne
 \end{aligned} \tag{2}$$

em que  $u$  resolve:

$$\sum_{e=1}^{ne} \rho_e^p k_e u = f, \tag{3}$$

onde  $c$  é a função objetivo que representa a flexibilidade do braço,  $\rho_e$  é a variável de projeto,  $u$  e  $f$  são os vetores globais de deslocamento e carregamento, respectivamente,  $v_e$  é o volume do elemento finito,  $V_0$  é o volume inicial do domínio de referência  $\Omega$ ,  $\eta$  é uma fração de volume,  $ne$  corresponde ao número total de elementos finitos da malha a qual foi discretizado o domínio de referência  $\Omega$ ,  $\rho_{min}$  é um limite inferior atribuído as variáveis de projeto, inserido a fim de evitar qualquer singularidade na resolução via método dos elementos finitos<sup>2</sup> e  $k_e$  corresponde a matriz de rigidez do elemento finito.

## 2.2 Filtro de sensibilidade

Complicações numéricas podem influenciar no resultado de um problema de otimização topológica, entre elas pode-se citar a dependência da malha e a configuração de tabuleiro de xadrez. A dependência da malha ocorre quando há diferentes discretizações, via método de elementos finitos, obtém-se uma topologia ótima qualitativamente diferente (Sigmund; Petersson, 1998; Bendsoe; Sigmund, 2003). A configuração de tabuleiro de xadrez diz respeito ao surgimento de regiões com alternância entre material sólido e vazio cuja a configuração se assemelha a um tabuleiro de xadrez. Entre os vários métodos que podem ser empregados com o intuito de evitar essas duas complicações está o filtro de sensibilidade, que corresponde a uma técnica heurística que calcula a sensibilidade da função objetivo ou das restrições de um elemento finito pré-definido mediante a média ponderada das sensibilidades de elementos finitos situados numa zona fixa (Bendsoe; Sigmund, 2003). O filtro de sensibilidade é utilizado em diversos estudos e tornou-se muito popular sendo aplicado tanto no meio acadêmico, quanto em programas comerciais (Sigmund, 2007). Apesar do filtro de sensibilidade ser um método puramente heurístico, é relevante ressaltar que ele produz resultados muito parecidos a, aqueles obtidos, por exemplo, devido a uma restrição de gradiente local e, também, tem a vantagem de exigir pouco tempo de processamento extra e ser muito simples de se implementar (Bendsoe; Sigmund, 2003).

O filtro altera a sensibilidade da função  $c$  através da seguinte equação:

$$\frac{\widehat{\partial c}}{\partial \rho_e} = \frac{1}{\rho_e \sum_{j=1}^{ne} \widehat{H}_j} \sum_{j=1}^{ne} \widehat{H}_j \rho_j \frac{\partial c}{\partial \rho_j}, \tag{4}$$

onde  $\frac{\widehat{\partial c}}{\partial \rho_e}$  representa a nova sensibilidade da função  $c$ ,  $j$  ( $j = 1, \dots, ne$ ) representa o índice do elemento dentro do círculo do filtro e  $\widehat{H}$  é o operador de convolução, cujo o valor, decai

<sup>2</sup>Geralmente adota-se  $\rho_{min} = 0,001$ .

linearmente com a distância do elemento  $j$  (Sigmund, 2001).  $\widehat{H}_j$  é expresso por:

$$\widehat{H}_j = r_{min} - dist(e, j), \quad \{j \in \mathbb{N} | dist(e, j) \leq r_{min}\}, \quad (5)$$

onde  $dist(e, j)$  é a distância entre o centro do elemento  $e$  e o centro do elemento  $j$  e  $r_{min}$  corresponde ao raio do filtro.

## 2.3 Critério Ótimo

Uma abordagem clássica para a solução numérica de problemas de otimização estrutural é o método heurístico denominado Critério Ótimo (Christensen; Klarbring, 2009). No Critério Ótimo cada variável de projeto é atualizada independentemente da atualização de outras. O método parte do princípio que as restrições laterais estão inativas e então a convergência é alcançada quando a condição de estacionaridade do Lagrangeano, é satisfeita (Liu; Tovar, 2014):

$$\frac{\partial c}{\partial \rho_e} + \lambda \frac{\partial (\sum_{e=1}^{ne} v_e \rho_e - \eta V_0)}{\partial \rho_e} = 0, \quad (6)$$

onde  $\lambda$  é o multiplicador de Lagrange associado a restrição de volume.

Considerando um limite móvel  $m$  para as variáveis de projeto, pode-se atualizá-las a partir do seguinte esquema (Bendsoe, 1995):

$$\rho_e^{k+1} = \begin{cases} \max(\rho_{min}, \rho_e^k - m), & \text{se } \rho_e^k (B_e^k)^\xi \leq \max(\rho_{min}, \rho_e^k - m), \\ \rho_e^k (B_e^k)^\xi, & \text{se } \max(\rho_{min}, \rho_e^k - m) < \rho_e^k (B_e^k)^\xi < \min(1, \rho_e^k + m), \\ \min(1, \rho_e^k + m), & \text{se } \min(1, \rho_e^k + m) \leq \rho_e^k (B_e^k)^\xi, \end{cases} \quad (7)$$

em que

$$B_e = \frac{-\frac{\partial c}{\partial \rho_e}}{\lambda \frac{(\sum_{e=1}^{ne} v_e \rho_e - \eta V_0)}{\partial \rho_e}} \quad (8)$$

onde  $k$  é o contador para o número de iterações,  $\xi$  representa o coeficiente de amortecimento e  $B_e$  representa a densidade da energia de deformação. Em geral os valores de  $m$  e  $\xi$  são escolhidos experimentalmente a fim de se obter a convergência, entretanto os valores que têm se mostrados úteis para  $m$  e  $\xi$  são, respectivamente, 0.5 e 0.2 (Bendsoe; Sigmund, 2003).

## 2.4 Resultados

No presente estudo desenvolveu-se as simulações numéricas através do *software Matlab*, considerando um braço robótico com comprimento igual a  $0.7m$  e uma altura correspondente a  $0.1m$ . Na parte esquerda do braço robótico foi inserido um furo, representando o eixo de rotação do braço e supôs-se que uma força igual a  $-10^8 N$  foi aplicada a direita do braço (no meio). Adotou-se uma malha com 6000 elementos finitos retangulares regulares de 4 pontos nodais, com dois graus de liberdade em cada ponto nodal. O material utilizado foi o alumínio e restringiu-se que o volume final otimizado deveria corresponder a 60% do volume do domínio de referência. O algoritmo utilizado foi baseado em Sigmund (2001). Assume-se, ainda, como

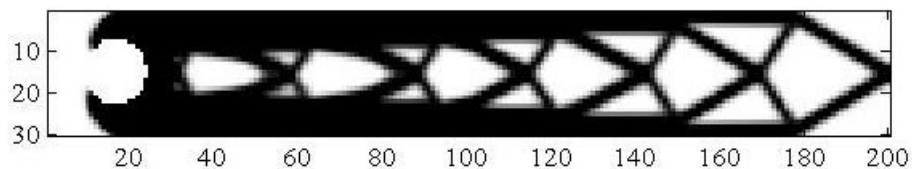


Figura 2: Topologia ótima.

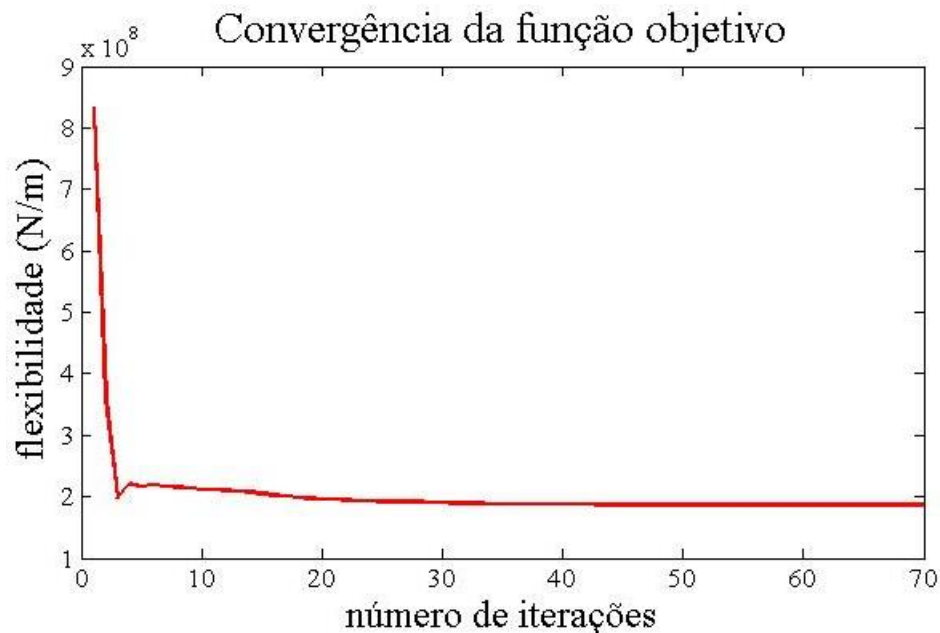


Figura 3: Gráfico de convergência da função objetivo.

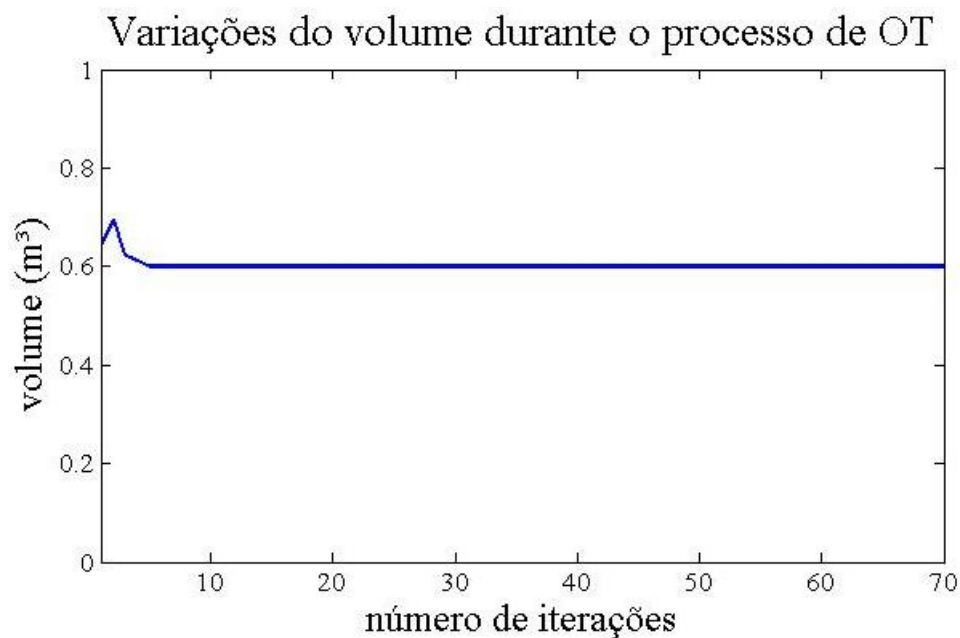


Figura 4: Gráfico mostrando a variação de volume durante o processo de OT.

critérios de convergência que o número máximo de iterações do algoritmo corresponderia a 100

ou que a máxima mudança, em módulo, das variáveis de projeto fosse menor ou igual a 0.01. A Fig. 2 apresenta o resultado topológico ótimo obtido.

Conforme verificado na Fig. 3 obteve-se a convergência da função objetivo e a partir da Fig. 4 é possível verificar que restrição de volume foi cumprida logo após as primeiras iterações. O resultado topológico ótimo obtido, se comparado a problemas similares encontrados na literatura, foram satisfatórios validando, assim, o cumprimento do objetivo proposto do trabalho.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a CAPES pelo apoio financeiro.

## REFERÊNCIAS

- Bendsoe, M. P., Kikuchi, N., 1988. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 71, n. 2, pp. 197–224.
- Bendsoe, M. P., 1995. *Optimization of structural topology, shape and material*. Springer.
- Bendsoe, M. P., Sigmund, O., 1999. Material interpolation schemes in topology optimization. *Archive of Applied Mechanics*, vol. 69, n. 9-10, pp. 635–654.
- Bendsoe, M. P., Sigmund, O., 2003. *Topology optimization: theory, methods and applications*. Springer.
- Christensen, P. W., Klarbring, A., 2009. *An Introduction to Structural Optimization*. Springer Science+Business Media B. V.
- Liu, K., Tovar, A. 2014. An efficient 3D topology optimization code written in Matlab. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 50, n. 6, pp. 1175–1196.
- Michell, A. G. M., 1904. The limits of economy of material in framed structures. *Philosophical Magazine, Series 6*, vol. 8, n. 47, pp. 589–597.
- Sigmund, O., Petersson, J., 1998. Numerical instabilities in topology optimization: a survey on procedures dealing with checkerboards, mesh-dependencies and local minima. *Structural Optimization*, vol. 16, n. 1, pp. 68–75.
- Sigmund, O., 2001. A 99 line topology optimization code written in Matlab. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 21, n. 2, pp. 120–127.
- Sigmund, O., 2007. Morphology-based Black and white filters for topology optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 33, n. 4-5, pp. 401–424.