



ESTUDO NUMÉRICO-EXPERIMENTAL DO COMPORTAMENTO DE VIGAS CASTELADAS DE AÇO PADRÃO LITZKA

Washington Batista Vieira

vieira@unifei.edu.br

Universidade Federal de Itajubá

Rua Irmã Ivone Drummond, 200, Distrito Industrial II, 35.903-087, Itabira, MG, Brasil.

Gustavo de Souza Veríssimo

José Luiz Rangel Paes

gustavo@ufv.br; jlrange@ufv.br

Universidade Federal de Viçosa

Av. P. H. Rolfs, s/n, Centro, 36.570-000, Viçosa, MG, Brasil.

Rodrigo Barreto Caldas

Francisco Carlos Rodrigues

Ricardo Hallal Fakury

caldas@dees.ufmg.br; francisco@dees.ufmg.br; fakury@dees.ufmg.br

Universidade Federal de Minas Gerais

Av. Antônio Carlos, 6627, 31270-901, Pampulha, Belo Horizonte, MG, Brasil.

Resumo. Neste trabalho são apresentados resultados experimentais e numéricos de vigas casteladas em padrão Litzka, produzidas a partir de perfis laminados brasileiros. Os ensaios fazem parte de um programa experimental, dentre os pioneiros com vigas casteladas no Brasil. As análises numéricas foram realizadas com o software ABAQUS, por meio do Método dos Elementos Finitos, e se mostraram concordantes com os resultados experimentais, tanto em termos de carga última e deslocamentos quanto do modo de colapso observado. Os resultados obtidos permitiram a avaliação da influência de imperfeições geométricas e do material no comportamento das vigas.

Keywords: Vigas casteladas, Programa experimental, Análise numérica, Flambagem do montante de alma, Mecanismo Vierendeel

1 INTRODUÇÃO

As vigas casteladas de aço surgiram na Europa na década de 1930, como uma das soluções à necessidade de elementos estruturais com inércia à flexão superior à dos perfis laminados fabricados na época. Usualmente, são obtidas a partir de perfis laminados de seção I ou H, cuja alma é inicialmente cortada longitudinalmente em um traçado periódico e as metades obtidas são soldadas depois de deslocadas de um comprimento. O produto final é uma peça com uma sequência regular de aberturas hexagonais ao longo da alma, com altura da seção transversal – e, conseqüentemente, o momento de inércia – superior à do perfil original (Fig. 1).



Figura 1. Fabricação de vigas casteladas (Gemperle, 2007).

Ao longo do século XX, o desenvolvimento dos países do primeiro mundo levou a um encarecimento da mão-de-obra e a fabricação de vigas casteladas deixou de ser competitiva, caindo em desuso. Nos anos recentes, porém, os avanços tecnológicos nas áreas de automação e comando numérico computadorizado têm possibilitado, novamente, fabricar essas vigas a custos competitivos. A partir disso ressurge o interesse pelas vigas casteladas no cenário da construção metálica, em função de suas vantagens estruturais e arquitetônicas.

Nos anos recentes, os avanços nas técnicas de siderurgia e laminação de aço têm possibilitado a produção de perfis constituídos de chapas mais esbeltas e com tensão de escoamento cada vez maior. Nesses casos, os modos de colapso relacionados à instabilidade das chapas tornam-se mais importantes que para os aços e perfis usuais em meados do século passado, quando se desenvolveu a maior parte das pesquisas referentes ao comportamento estrutural de vigas casteladas de aço.

Neste trabalho são apresentados resultados experimentais e numéricos de dois ensaios de vigas casteladas de aço em padrão Litzka constituintes de um programa experimental desenvolvido por Vieira (2015).

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Tipologias usuais em vigas casteladas de aço

Em função do traçado do corte, diversas tipologias de vigas casteladas podem ser obtidas, variando-se a distância entre aberturas adjacentes e o ângulo das aberturas. Ao longo do tempo, três tipologias de vigas casteladas se destacaram, tornando-se mais usuais, a saber, os padrões Anglo-Saxão, Peiner e Litzka, ilustrados na Fig. 2. No padrão Anglo-Saxão, definido pela BS 5950 Parte 1 (2000), as aberturas possuem um ângulo de 60°, a altura total da viga

castelada é 1,5 vezes a altura da viga original e o passo p (distância entre duas aberturas sucessivas) é igual a 1,08 vezes a altura da abertura. O padrão Peiner é caracterizado pela regularidade dimensional ao longo do corte: o passo é o triplo da largura mínima do montante ($p = 3b_w$), a projeção horizontal do lado inclinado da abertura é a metade da largura mínima do montante e a largura e a altura da abertura são iguais. O padrão Litzka, à semelhança do padrão Peiner, também é caracterizado pela regularidade dimensional ao longo do corte, com relação $p = 3b_w$ e a projeção horizontal do lado inclinado da abertura é a metade da largura mínima do montante. Neste padrão, o alvéolo é um hexágono regular.

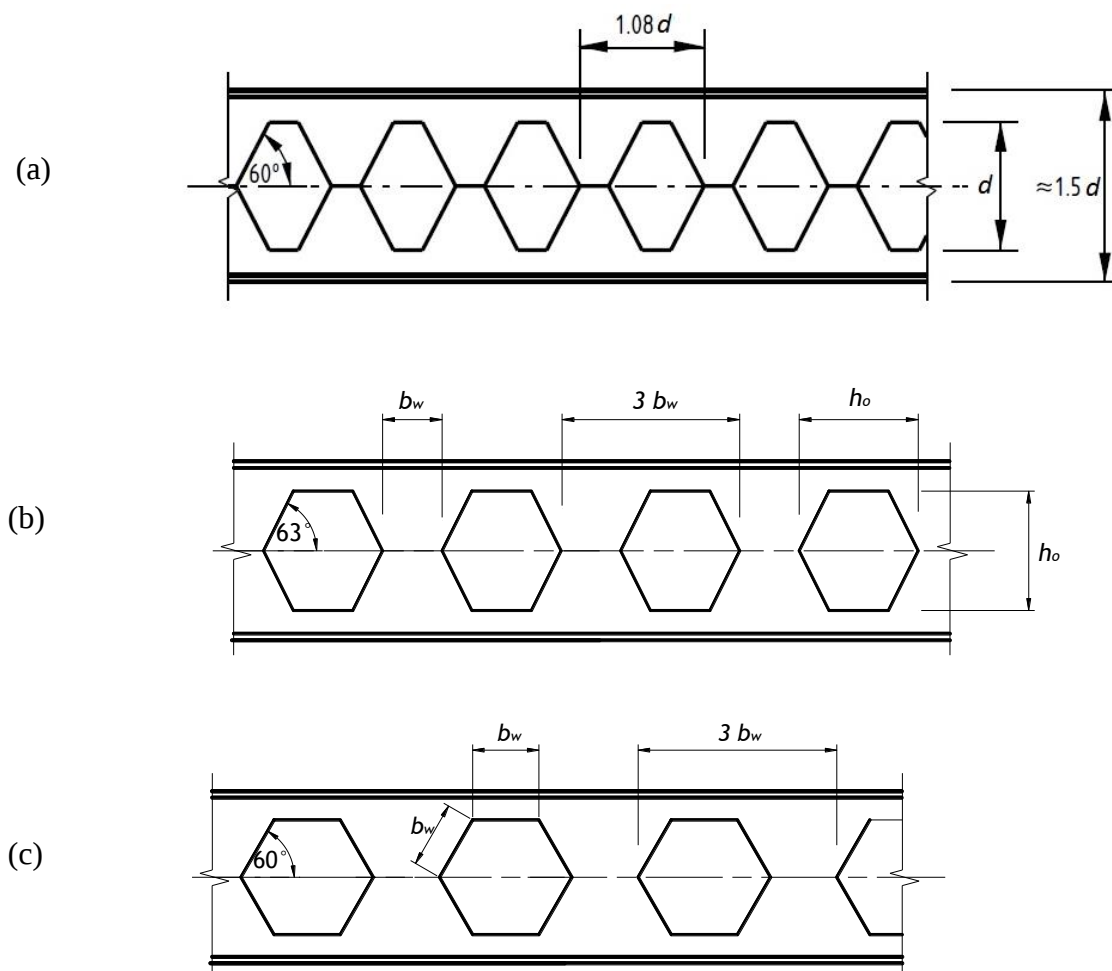


Figura 2. Vigas casteladas nos padrões (a) anglo-saxão, (b) Peiner e (c) Litzka.

2.2 Modos de colapso relacionados às vigas casteladas de aço

A presença das aberturas nas vigas casteladas faz com que seu comportamento estrutural seja diferente daquele observado nas vigas de aço de alma cheia. A viga castelada obtida de um perfil laminado fica com a alma mais alta, porém, com a mesma espessura, o que implica num aumento de esbeltez da alma, além dos furos cujas bordas não se apoiam em nenhum outro elemento, ficando, assim, muito mais susceptíveis a fenômenos de instabilidade localizada.

Os modos de colapso observados em vigas casteladas submetidas a ensaios de flexão são:

- (a) a formação de um mecanismo plástico decorrente do momento fletor no centro do vão, observado por Toprac e Cooke (1959) e Halleux (1967 *apud* Demirdjian, 1999);
- (b) flambagem lateral com torção, à semelhança do fenômeno em vigas de alma cheia (estudos experimentais e numéricos foram realizados recentemente pelos seguintes autores: Mohebkah, 2004; Tkalčević *et al.*, 2007; Radić *et al.*, 2009 e Bezerra *et al.*, 2010);
- (c) ruptura na região de menor largura do montante de alma, decorrente do fluxo de cisalhamento naquela região;
- (d) formação de mecanismo Vierendeel, caracterizado pela formação de quatro rótulas plásticas nos cantos das aberturas (Fig. 3), decorrente da combinação momento fletor e esforço cortante (Kerdal e Nethercot, 1984, observaram que este modo de colapso ocorre preferencialmente em vigas com vãos pequenos, com alta relação b_w/p e baixa altura das seções T acima e abaixo das aberturas em relação à altura expandida do perfil);

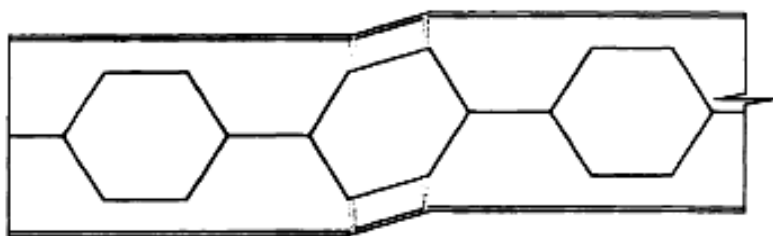


Figura 3. Mecanismo Vierendeel em viga castelada.

- (e) flambagem do montante de alma por cisalhamento (FMA) - por analogia com uma viga Vierendeel, o montante de alma de uma viga castelada possui forças internas como mostrado na Fig. 4; a força cortante F ao longo da junta soldada traciona a borda AB e comprime a borda CD do montante, podendo ocasionar a flambagem do montante na direção dessa borda, que é acompanhada de rotação em torno da linha diagonal xx' .

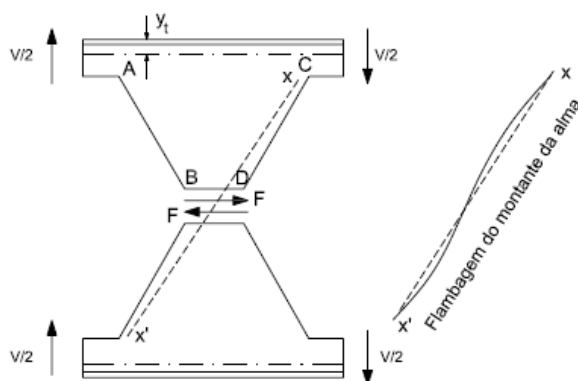


Figura 4. FMA em viga castelada (adaptado de Kerdal e Nethercot, 1984).

Em vigas casteladas curtas, onde a capacidade ao esforço cortante é normalmente mais crítica que a capacidade ao momento fletor, devido às aberturas na alma, dois estados-limite figuram entre os mais importantes: a flambagem do montante de alma e o mecanismo

Vierendeel. Em ensaios de laboratório, alguns dos autores que observaram o mecanismo Vierendeel foram: Altifillisch (1957, *apud* Demirdjian, 1999), Toprac e Cooke (1959) e Vieira (2015). A flambagem do montante de alma por cisalhamento, por sua vez, foi observada por Zaarour e Redwood (1996), Redwood e Demirdjian (1998) e Vieira (2015).

3 PROGRAMA EXPERIMENTAL

3.1 Características dos modelos experimentais

As vigas ensaiadas foram projetadas seguindo-se os seguintes critérios: utilização de um perfil laminado de uma série fabricada no Brasil, com dimensões e condições de contorno tais que fossem impedidos os modos de colapso de mecanismo por flexão, flambagem lateral com torção e ruptura do montante de alma por cisalhamento. Para isso, foram produzidas duas vigas em padrão Litzka, fabricadas a partir de perfil W310x21,0, com altura total da seção castelada de 454,5 mm, altura do alvéolo de 303 mm, largura mínima do montante de 174,9 mm e vão entre apoios de 2274 mm. As vigas foram produzidas com aço ASTM A572-Grau 50, que possui resistência ao escoamento (f_y) de 345 MPa.

Para obtenção das propriedades geométricas reais das vigas, foram realizadas medições dos parâmetros dimensionais e para a obtenção dos valores reais de resistência ao escoamento do material, foram extraídas e ensaiadas amostras do aço dos perfis após os ensaios. As amostras foram retiradas de regiões que não sofreram plastificação durante o ensaio (Fig. 5). Esses valores são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1. Propriedades geométricas e mecânicas das vigas ensaiadas

Parâmetro	Símbolo (unidade)	A1	A2
Altura total da viga castelada	d_g (mm)	452,2	450,9
Largura da mesa	b_f (mm)	103,7	101,8
Espessura da mesa	t_f (mm)	6,1	6,1
Espessura da alma	t_w (mm)	4,9	5,1
Altura do alvéolo	h_o (mm)	301	298
Largura mínima do montante	b_w (mm)	177,2	176,5
Distância entre alvéolos	p (mm)	524,5	524,8
Vão livre	L (mm)	2278	2275
Resistência ao escoamento do aço	f_y (MPa)	349	345

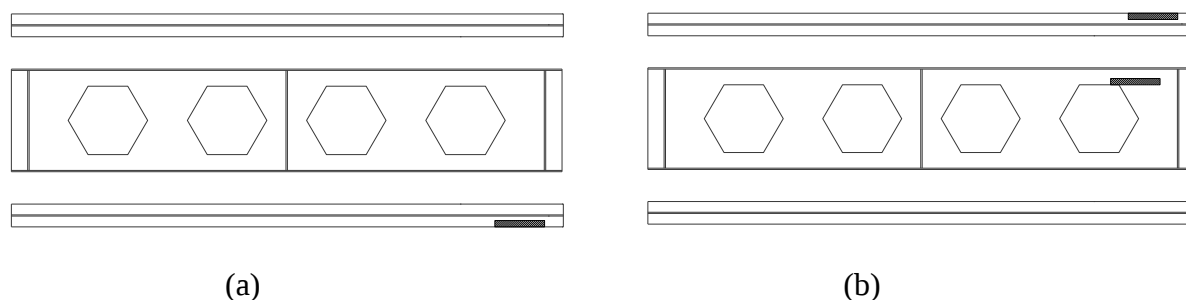


Figura 5. Esquemas indicando as posições das amostras de aço retiradas das vigas (a) A1 e (b) A2.

Foram realizadas medições das imperfeições iniciais nos montantes de alma. O valor médio dessa imperfeição no montante mais imperfeito foi de 8,75 mm na viga A1 e de 3,40 mm na viga A2, correspondendo, respectivamente, a 1/52 e a 1/132 da altura do perfil. Tomando como referência a tolerância de $h/100$, usualmente adotada para vigas alveolares (ARCELORMITTAL, 2014), a viga A2 estaria dentro do limite de tolerância, enquanto a viga A1 estaria fora desse limite.

3.2 Metodologia dos ensaios

As vigas ensaiadas foram biapoiadas, com um dos apoios permitindo o deslocamento longitudinal, e foram colocados vínculos de garfo no centro do vão e nos apoios, para impedir o deslocamento lateral das vigas. Nas Fig. 6 e 7 podem ser observadas as condições de contorno das vigas ensaiadas.

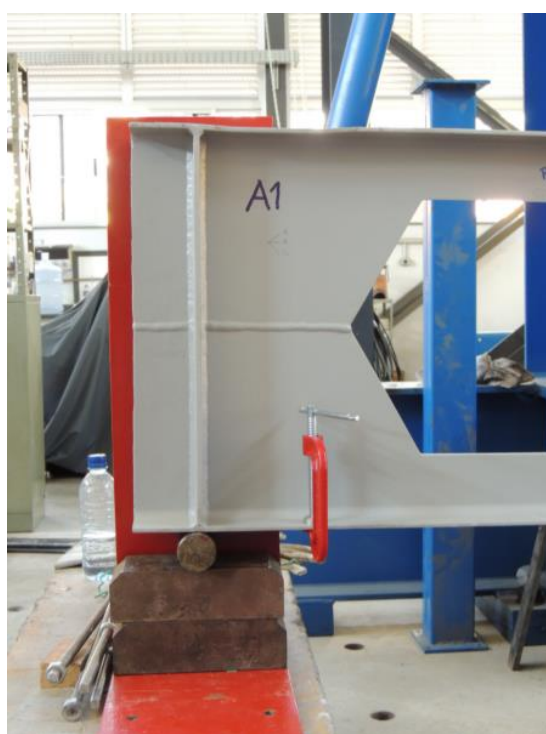


Figura 6. Condição de apoio típica adotada nos ensaios.



Figura 7. Montagem padrão dos ensaios.

Em ambas as vigas, foram instalados quatro transdutores em um dos montantes para medição dos deslocamentos laterais (ao longo da diagonal comprimida do montante de alma) e um transdutor para medição dos deslocamentos verticais. Também foi posicionado um transdutor para medir os deslocamentos laterais da mesa superior na seção central do montante instrumentado. Considerando-se as medições das imperfeições iniciais nos montantes, instrumentou-se o montante de alma com maior imperfeição inicial. Um transdutor de deslocamento foi posicionado a uma distância de 136 mm do centro do vão para medição da flecha neste ponto, no lado oposto ao do montante instrumentado (DT7 na Fig. 8) – o posicionamento do vínculo de garfo central não permitiu o posicionamento desse transdutor na seção do centro do vão. Foram instaladas três rosetas de extensômetros no montante instrumentado, como pode ser visto na Fig. 8.

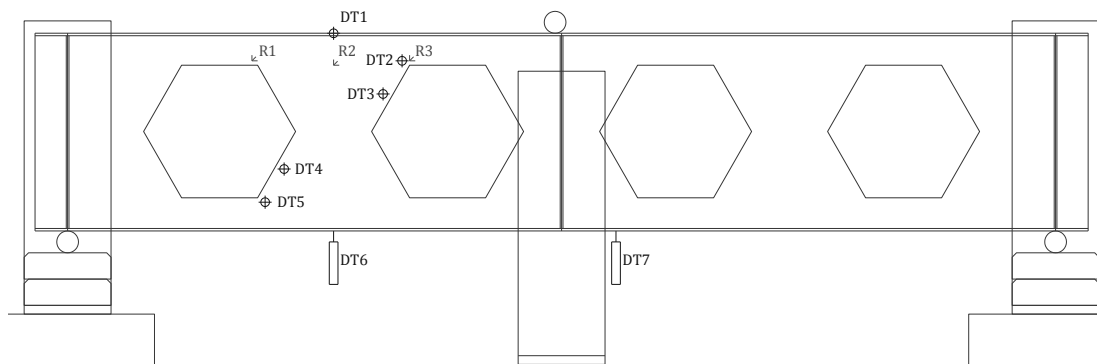


Figura 8. Esquema da montagem e instrumentação dos ensaios.

O carregamento foi aplicado nas vigas por um atuador MTS com capacidade de 1500 kN. Os ensaios foram realizados com controle de deslocamento, a uma taxa de 0,02 mm/s. O carregamento foi aplicado com distribuição sobre uma chapa de 150 mm de largura e 19,4 mm de espessura e com uma excentricidade de 15 mm em relação ao centro do vão, na direção do montante instrumentado, para induzir a flambagem daquele lado da viga.

A aquisição dos dados foi realizada por um sistema MTS (registros de força aplicada) e por um sistema HBM SPIDER 8 (medições dos transdutores e dos extensômetros).

3.3 Resultados

A viga A1 foi ensaiada até à carga máxima, conforme ilustra o gráfico da Fig. 9, que contém os registros dos resultados obtidos dos dois transdutores de deslocamento verticais. Quando a força aplicada era da ordem de 120 kN, observou-se o início da instabilidade do montante de alma – convencionado como sendo o instante em que a taxa de deslocamento lateral medida no montante de alma fosse de 0,02 mm/kN. Logo após o pico do carregamento o ensaio teve que ser interrompido devido a uma falha na vinculação lateral. Numa repetição do ensaio da mesma viga, pode-se constatar, de forma qualitativa, a ocorrência da flambagem do montante de alma (FMA), quando ficaram nítidas as deformações características desse estado-limite.

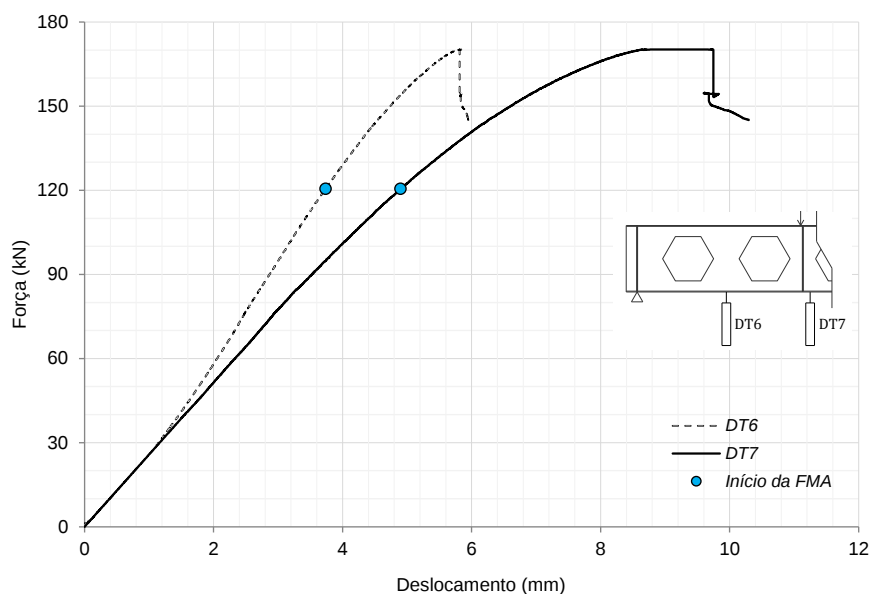


Figura 9. Curvas de carregamento versus deslocamento vertical no ensaio da viga A1.

Nos pontos em que foram instalados extensômetros, puderam-se estimar os níveis de tensão ao longo do ensaio. Nas rosetas R1 e R3 (Fig. 8), posicionadas na região das diagonais tracionada e comprimida, respectivamente, o material atingiu o limite de plastificação antes da ocorrência da FMA, indicando assim, a instabilidade em regime inelástico. Entretanto, na região da roseta R2 o material permaneceu em regime elástico até ao final do ensaio.

A viga A2 foi ensaiada até uma fase pós-pico em que a carga aplicada era da ordem de 77% da carga máxima da viga. Próximo à carga máxima (180 kN), ocorre o início de deformações características de colapso por mecanismo Vierendeel, que ficam mais distintivas na fase pós-pico. Na Fig. 10 são apresentadas as curvas força *versus* deslocamento vertical desse ensaio.

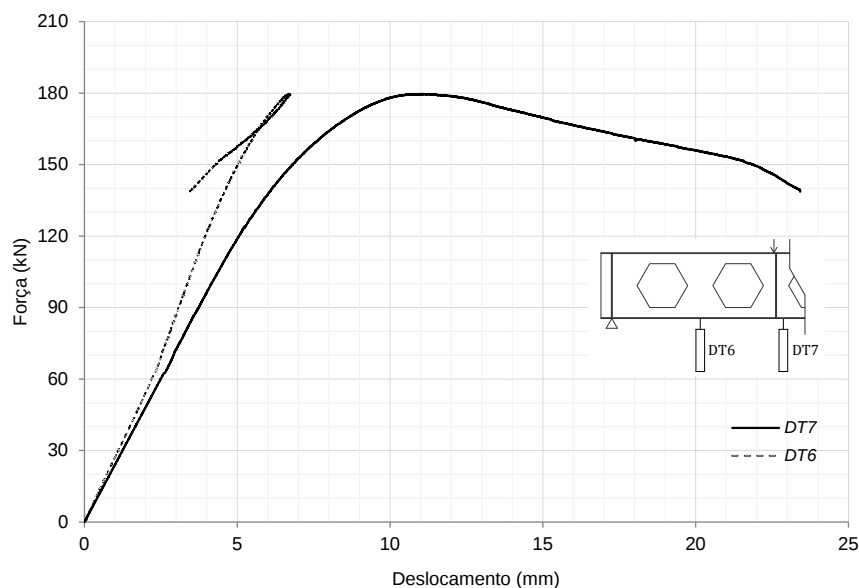


Figura 10. Curvas de carregamento versus deslocamento vertical no ensaio da viga A2.

Nos pontos em que foram instalados extensômetros, puderam-se estimar os níveis de tensão ao longo do ensaio. Nas rosetas R1 e R3 (Fig. 8), posicionadas na região dos cantos dos alvéolos, o material atingiu o limite de plastificação antes da carga máxima e na região da roseta R2 o material permaneceu em regime elástico até ao final do ensaio, o que é característico do mecanismo Vierendeel.

4 ESTUDO NUMÉRICO

4.1 Modelo numérico

O modelo numérico de elementos finitos foi desenvolvido no software ABAQUS. Nas análises realizadas foram consideradas as não linearidades geométrica e material e as imperfeições geométricas iniciais a partir de uma análise elástica de flambagem.

Foi adotado um modelo geométrico tridimensional, formado por elementos de casca fina do tipo deformável, representando a superfície média das chapas de aço que compõem a viga. As condições de contorno experimentais foram reproduzidas numericamente e o carregamento foi aplicado como uma força puntual na mesa superior, na seção do centro do vão, utilizando o algoritmo Riks modificado (método do comprimento de arco). Para o material, utilizou-se um modelo constitutivo elastoplástico perfeito, considerando o módulo de elasticidade do aço igual a 200 GPa.

Na análise não linear, o modelo é iniciado com a deformada obtida de uma análise prévia de flambagem, escolhendo-se o autovetor de menor energia de deformação, que tenha deformada característica da flambagem do montante de alma (FMA) e que seja relacionado a um autovalor positivo. A essa deformada inicial atribui-se o valor máximo igual ao valor da imperfeição inicial medida na viga castelada. Esse método de inserção das imperfeições iniciais representa uma aproximação, uma vez que a configuração original do montante, devido às imperfeições iniciais, geralmente não corresponde à forma da deformada da

flambagem dos montantes. Essa estratégia foi considerada adequada uma vez que os resultados obtidos foram coerentes com os resultados experimentais.

As tensões residuais foram consideradas no modelo numérico, utilizando a distribuição proposta por Vieira (2011), em que se considera um valor constante de tensão de compressão na alma e um valor constante de tensão de tração nas mesas, dados respectivamente pelas seguintes expressões:

$$f_{r,alma} = \frac{100}{9} \frac{t_w(h-t_f)}{t_f b_f} + \frac{230}{3} \quad (1)$$

$$f_{r,mesa} = \frac{225}{4} \frac{t_w(h-t_f)}{t_f b_f} - \frac{25}{3} \quad (2)$$

onde h é a altura da alma do perfil original.

Esse modelo admite que as tensões residuais aliviadas no processo de corte do perfil são recuperadas durante a soldagem da viga castelada. No entanto, para aquelas vigas que possuíam imperfeição inicial do montante de alma superior a 1,5% da altura da seção castelada, decorrentes da fabricação (caso da viga A1), os resultados numéricos foram melhores quando não se considerou tensões residuais na alma do perfil, indicando que possivelmente não foram reintroduzidas tensões residuais na alma durante o processo de soldagem. Portanto, nesse caso, admitiu-se a alma livre de tensões residuais.

Foram utilizados elementos finitos de casca fina, dos tipos S3 e S4R do ABAQUS com elementos de largura igual a 10 mm, como ilustrado na Fig. 11.

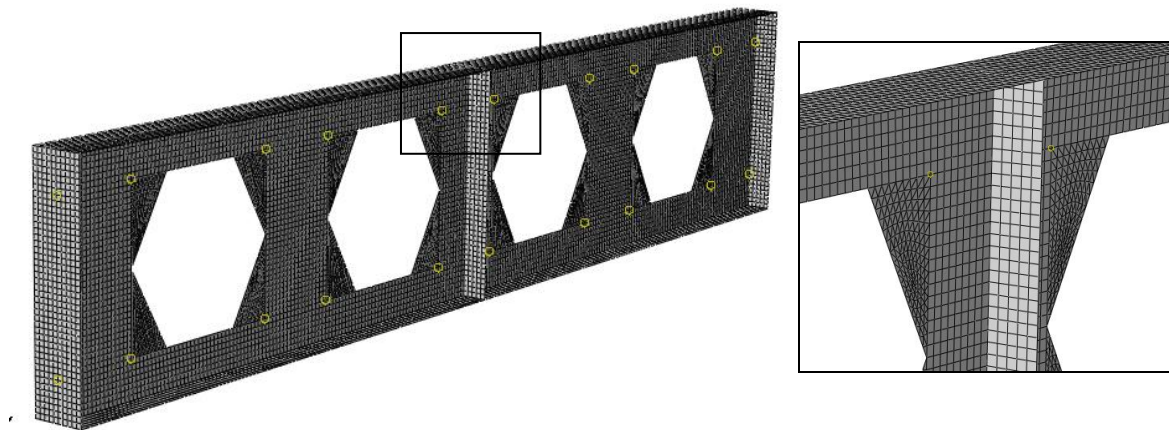


Figura 11. Representação da malha de elementos finitos do modelo numérico.

4.2 Análises e resultados numéricos

As vigas A1 e A2 foram modeladas e analisadas conforme o modelo numérico descrito. Na Fig. 12 são apresentadas as curvas força *versus* deslocamento vertical numérica em comparação com a curva obtida do ensaio experimental da viga A1. Na Fig. 13 são apresentadas as curvas do ensaio da viga A2. Os gráficos demonstram que o modelo numérico representa a capacidade resistente de forma satisfatória.

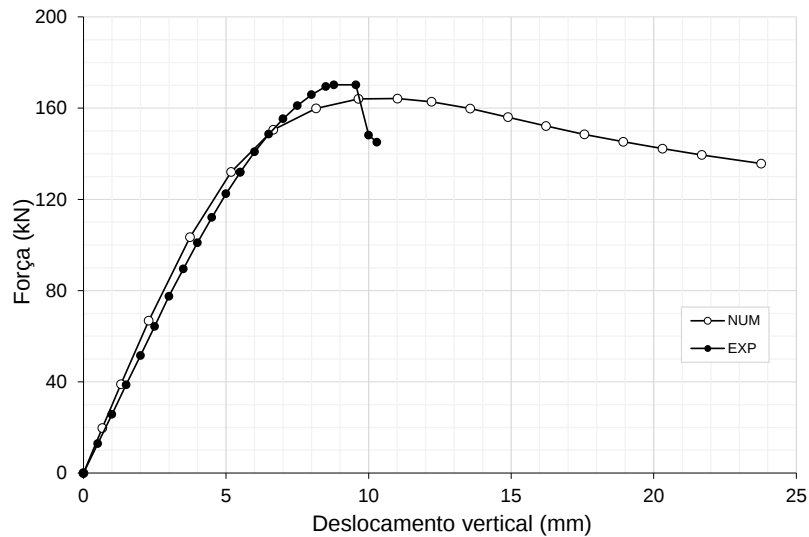


Figura 12. Curvas carga-deslocamento nos ensaios experimental e numérico da viga A1.

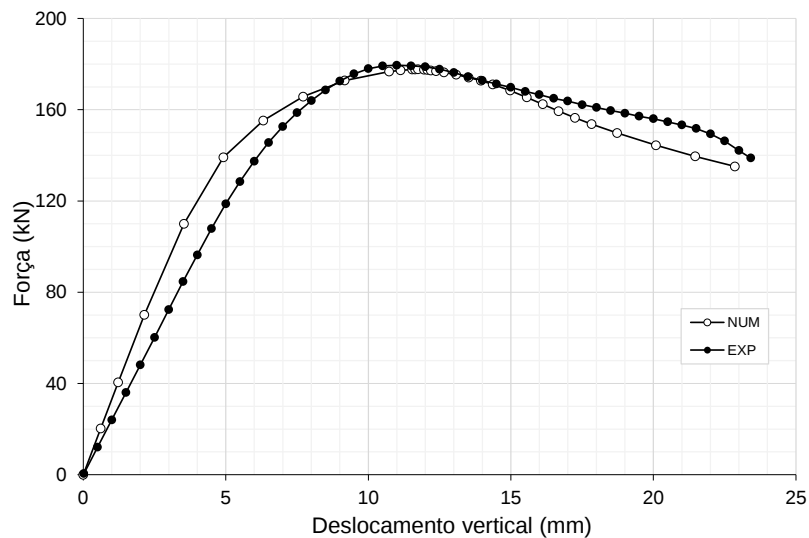


Figura 13. Curvas carga-deslocamento nos ensaios experimental e numérico da viga A2.

Na Fig. 14, mostra-se um destaque do montante crítico da viga A1, próximo do instante em que as deformações características da flambagem do montante de alma começam a ser visíveis no ensaio de laboratório, e o mesmo montante em um instante similar na análise numérica. Observa-se que a configuração da deformada obtida da análise numérica é praticamente idêntica àquela observada em laboratório. Na Fig. 15, observa-se a semelhança entre a deformada da viga após o ensaio experimental e a obtida no final da análise numérica.

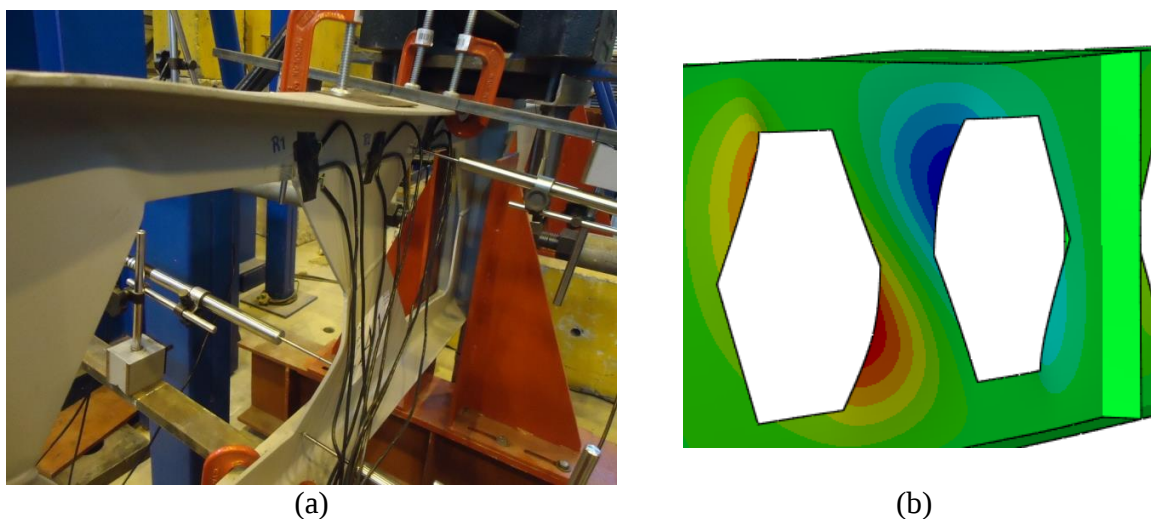


Figura 14. Flambagem do montante de alma da viga A1 (a) durante o experimento e (b) na análise numérica (deslocamentos na direção ortogonal ao plano da viga).

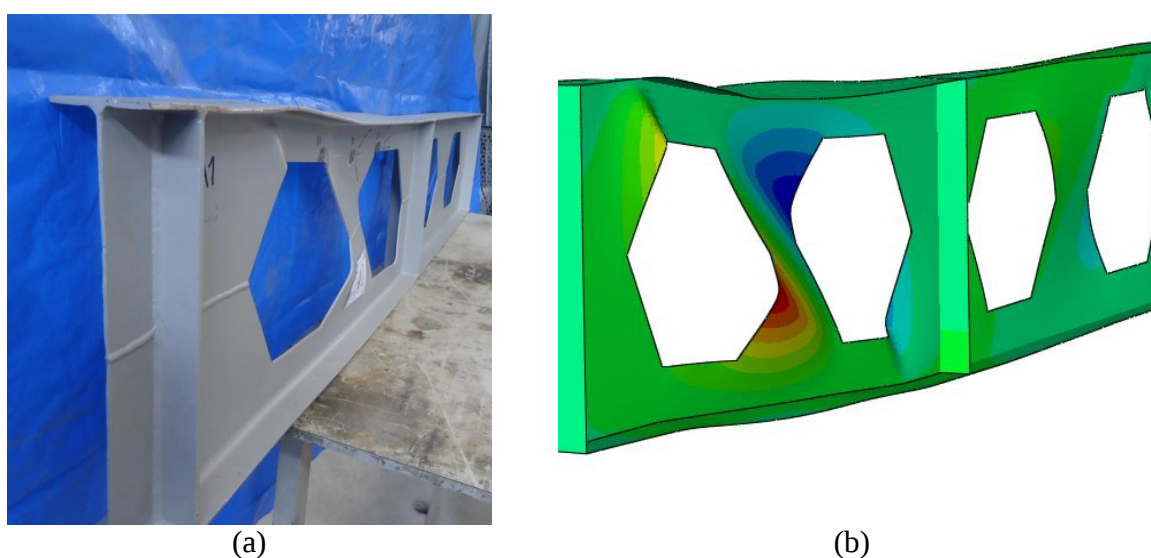


Figura 15. Viga A1 (a) após o ensaio experimental e (b) no final da análise numérica, (deslocamentos na direção ortogonal ao plano da viga).

Na Fig. 16 mostra-se um destaque do alvéolo crítico da viga A2 no instante em que começa a se observar a ocorrência das deformações características do mecanismo Vierendeel. Pode-se notar que a configuração das deformações observadas no ensaio experimental é muito similar àquela observadas na análise numérica. Na Fig. 17, mostra-se o alvéolo em que se caracterizou a ocorrência do estado limite de mecanismo Vierendeel após o ensaio da viga.

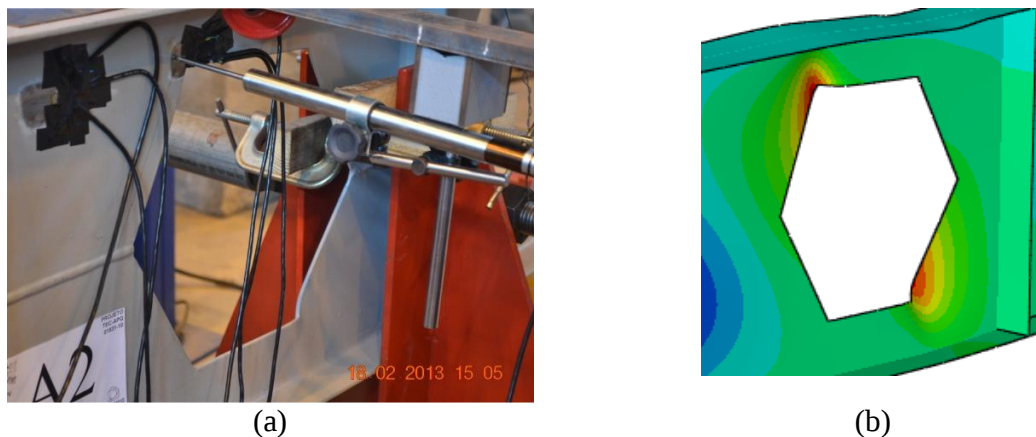


Figura 16. Ocorrência do mecanismo Vierendeel na viga A2 (a) no experimento, e (b) na análise numérica (deslocamentos na direção ortogonal ao plano da viga).

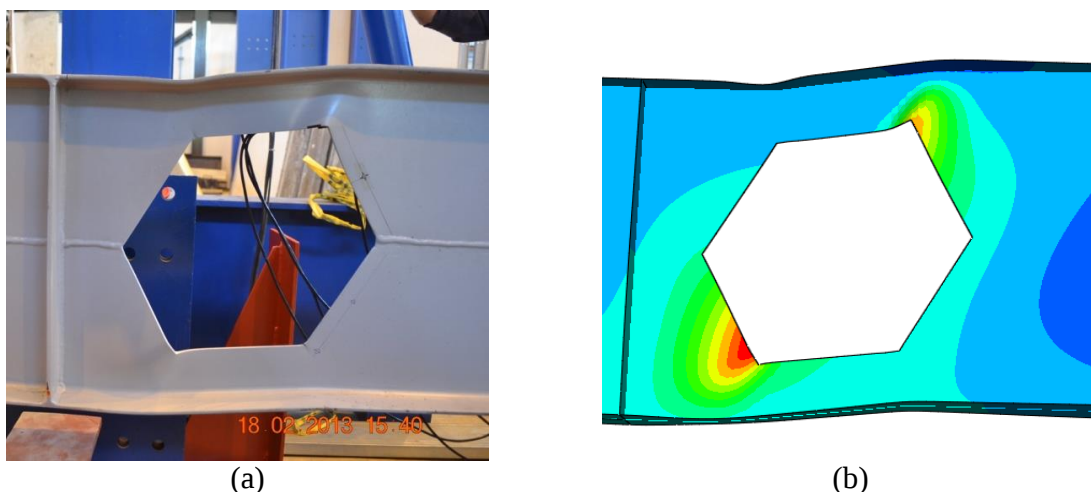


Figura 17. Alvéolo crítico da viga A2 (a) após o ensaio de laboratório, e (b) no final da análise numérica (deslocamentos na direção ortogonal ao plano da viga).

5 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

No par de vigas ensaiadas, tanto a carga máxima como a rigidez inicial e a forma da curva momento-deslocamento foram muito semelhantes, conforme se pode ver na Fig. 18. No entanto, observou-se um colapso por FMA na viga A1 enquanto na viga A2 o colapso ocorreu com a formação de um mecanismo Vierendeel.

Após análise dos resultados, foram observadas três diferenças básicas entre a viga A1 e a viga A2 que podem justificar os diferentes modos de colapso observados, que são apresentadas a seguir. Em primeiro lugar, a imperfeição inicial medida no montante de alma da viga A1 foi 2,6 vezes superior à medida no montante de alma da viga A2. Desse modo, a susceptibilidade à ocorrência da instabilidade do montante na viga A1 era significativamente superior à de ocorrência do mesmo fenômeno na viga A2. Em segundo lugar, notou-se uma pequena diferença nas espessuras médias da mesa e da alma nas duas vigas. A espessura

média das mesas da viga A1 é ligeiramente superior à da viga A2 ($t_{f,A1}/t_{f,A2} = 1,012$) enquanto a espessura média da alma da viga A2 é superior à da viga A1 ($t_{w,A2}/t_{w,A1} = 1,045$). Com esses aspectos, a capacidade resistente da viga A2 à flexão – e consequentemente ao mecanismo Vierendeel – é reduzida em relação à viga A1, devido à espessura da mesa, e, por outro lado, a capacidade resistente à FMA é aumentada, devido à espessura da alma. Assim, explica-se tanto a similaridade em termos de carga última como a diferença em termos de modo de colapso.

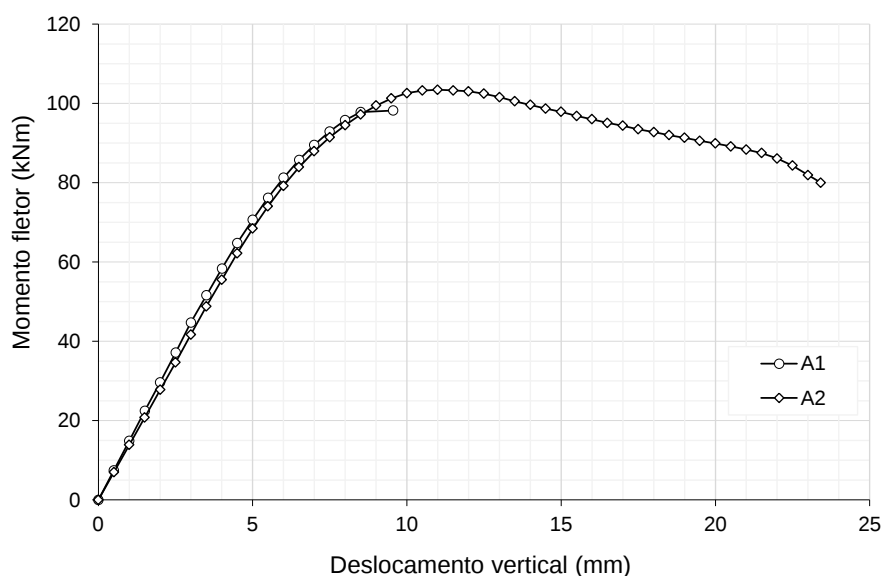


Figura 18. Curvas comparativas momento versus deslocamento vertical das vigas A1 e A2.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho foram apresentados resultados experimentais parciais de um programa experimental relacionado a uma pesquisa sobre comportamento estrutural de vigas casteladas de aço. Foram também apresentados resultados obtidos de um modelo numérico para os mesmos ensaios.

As duas vigas ensaiadas, que eram nominalmente idênticas, atingiram cargas máximas muito próximas, porém falharam com modos de colapso distintos. Enquanto a viga A1 sofreu colapso por Flambagem do Montante de Alma, a viga A2 falhou por Mecanismo Vierendeel. Uma análise das características das vigas e dos resultados experimentais indicou que o modo de falha é influenciado pelo nível de imperfeição inicial dos montantes de alma e das variações dimensionais das chapas constituintes do perfil. No caso em questão, mesmo o perfil em causa possuindo chapas de espessura bem reduzida, as diferenças dimensionais, mesmo dentro das tolerâncias de fabricação, podem ocasionar uma mudança no modo de colapso.

Todas as características das vigas foram reproduzidas no modelo numérico e, os resultados numéricos apresentaram excelente concordância com os resultados experimentais, indicando que o modelo numérico pode ser utilizado para a realização de experimentos numéricos com vistas à obtenção de resultados para o estudo do comportamento estrutural de vigas casteladas de aço.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à FAPEMIG pelo suporte financeiro, à Universidade Federal de Minas Gerais, à Universidade Federal de Viçosa e à Universidade Federal de Itajubá.

REFERÊNCIAS

- ARCELLORMITTAL. Acessado em 02/07/2015. Página da web:
<http://corporate.arcelormittal.com/~media/Files/A/ArcelorMittal/what-we-do/Angelina-beams-EN.pdf>
- Bezerra, E. M.; Fakury R.H.; Castro e Silva A.L.R.; Caldas R.B., 2010. Determinação do momento fletor resistente a flambagem lateral com torção de vigas de aço casteladas. XXXIV Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural.
- British Standards. BS 5950-1:2000: Structural use of steelwork in building – Part 1: Code of practice for design – Rolled and welded sections.
- Demirdjian, S., 1999. Stability of Castellated Beam Webs. Master thesis: McGill University.
- Gemperle, C, 2007. Vereinfachte Vordimensionierung von Wabenträgern. *Stahlbau*, n. 76, pp. 530–536.
- Kerdal, D.; Nethercot D. A., 1984. Failure modes for castellated beams. *Journal of Constructional Steel Research*. 295-315.
- Mohebkah, A., 2004. The moment-gradient factor in lateral-torsional buckling on inelastic castellated beams. *Journal of Constructional Steel Research*. 60:1481-1494.
- Radić, I.; Markulak D.; Varevac D., 2009. Utjecaj vrste bočnih pridržanja na otpornost sačastih nosača na bočno-torzijsko izvijanje. *Technical Gazette*. 16:9-17.
- Redwood, R. G.; Demirdjian, S., 1998. Castellated beam web buckling in shear. *Journal of Structural Engineering*. 124:1202-1207.
- Tkalčević, V.; Džeba I.; Androić B., 2007. Pouzdanost sačastih nosača na bočno-torzijsko izvijanje. *Građevinar*. 59:311-318.
- Toprac, A. A.; Cooke, B.R., 1959. An experimental investigation of open-web beams. *Welding research council bulletin series*, 47:1-16.
- Vieira, W. B., 2011. Simulação numérica do comportamento estrutural de vigas casteladas de aço com ênfase na flambagem do montante de alma. Dissertação de Mestrado, UFV. Viçosa.
- Vieira, W. B., 2015. Estudo numérico-experimental da flambagem do montante de alma em vigas casteladas de aço. Tese de Doutorado, UFV. Viçosa.
- Zaarour, W. J.; Redwood, R.G., 1996. Web Buckling in Thin Webbed Castellated Beams. *Journal of Structural Engineering*. 860-866.