



DETERMINAÇÃO ANALÍTICA DA RESPOSTA À FLEXÃO DE CONCRETOS AUTOADENSÁVEIS REFORÇADOS COM FIBRA DE AÇO, A PARTIR DE MODELOS CONSTITUTIVOS DE TRAÇÃO E COMPRESSÃO

Luiz Fernando Lomba Rosa

luiz@coc.ufrj.br

Faculdade de Arquitetura e Urbanismo / UFRJ

Avenida Pedro Calmon, 550, Cidade Universitária, 21941-901, Rio de Janeiro, RJ, Brasil

Romildo Dias Toledo Filho

toledo@coc.ufrj.br

Programa de Engenharia Civil / COPPE / UFRJ

Centro de Tecnologia, Av. Horácio Macedo, 2030, 101, Cidade Universitária, 21941-450, Rio de Janeiro, RJ, Brasil

André Filipe Santini

asantini@poli.ufrj.br

Escola Politécnica / UFRJ

Avenida Athos da Silveira Ramos, 149, Bloco A, Cidade Universitária, 21941-909, Rio de Janeiro, RJ, Brasil

Resumo. *Apresenta-se um procedimento analítico para a obtenção da curva carga-deflexão, referente a ensaio de flexão em quatro pontos, de compósitos cimentícios reforçados com fibra de aço, a partir de modelos constitutivos que procuram representar seu comportamento à compressão e à tração. Foram adotados modelos de diagramas tensão-deformação formados por trechos lineares, na compressão e na tração. O procedimento desenvolvido foi aplicado a resultados experimentais de concretos autoadensáveis contendo fibra de aço (teores volumétricos de 1,00%, 1,25% e 1,50%). Os parâmetros que definem as equações dos modelos idealizados foram correlacionados, através de uma regressão de segundo grau, ao índice de reforço das misturas de concreto. Comparações entre curvas carga-deflexão experimentais e estimadas indicaram a eficiência do método analítico desenvolvido.*

Palavras-chave: *Modelo constitutivo, Resposta à flexão, Concreto reforçado com fibra de aço.*

1 INTRODUÇÃO

A adição de fibras de aço confere a concretos um ganho de desempenho sob vários aspectos. Aumento significativo na resistência à compressão, tenacidade, ductilidade e melhora do comportamento do material quanto às fissuras, no estado endurecido, são algumas das principais vantagens de um concreto reforçado com fibra de aço, em relação à sua matriz.

Um novo compósito cimentício, elaborado com um determinado fim, deve ser experimentalmente caracterizado e avaliado. As principais propriedades mecânicas de um compósito são obtidas através de ensaios de compressão, de tração direta e de flexão, em corpos-de-prova do referido material. A execução dos ensaios requer equipamentos e transdutores específicos, e há a necessidade de que sejam aplicados a alguns corpos-de-prova (em geral, um mínimo de três a cinco), para que haja um estudo estatístico a respeito dos parâmetros determinados. Dentre os três ensaios mecânicos mais importantes, citados acima, o de mais difícil execução é o de tração direta.

Trabalhos recentes (Soranakom e Mobasher, 2007; Soranakom et al, 2006; Mobasher, 2012; Soranakom e Mobasher, 2009) apresentam procedimentos desenvolvidos para a obtenção de soluções fechadas para a relação carga-deflexão de ensaios de flexão de compósitos cimentícios, a partir de modelos constitutivos parametrizados de compressão e de tração. Em outras palavras, estabelecem-se diagramas tensão-deformação parametrizados, tanto de compressão quanto de tração, baseados em resultados experimentais referentes a um determinado compósito, e chega-se a uma estimativa (por meio de solução fechada) de seu gráfico carga-deflexão referente a ensaio de flexão. O método desenvolvido pode também ser utilizado em algoritmos de análise inversa, de forma a retro-calcular parâmetros do material a partir de dados provenientes de ensaios de flexão. A solução fechada pode também ser utilizada como dado de entrada para um elemento de viga em programas de elementos finitos, visando à predição do comportamento à flexão de estruturas mais complexas. Finalmente, as soluções fechadas das equações propostas podem ser utilizadas em um procedimento simplificado de projeto para compósitos cimentícios (Mobasher, 2012).

O presente trabalho propõe, tomando como base dados experimentais disponíveis no Laboratório de Estruturas e Materiais do Programa de Engenharia Civil da COPPE / UFRJ (Marangon, 2011), um modelo constitutivo trilinear para os diagramas tensão-deformação, na tração e na compressão, de concretos autoadensáveis reforçados com fibras de aço. Quatro diferentes misturas de concreto autoadensável (Marangon, 2011), uma matriz e três misturas contendo diferentes teores volumétricos de fibra de aço - 1%, 1,25% e 1,5%), foram utilizadas no estudo. Inicialmente, foram obtidas equações constitutivas que relacionam os parâmetros referentes ao comportamento à compressão e à tração das misturas de concreto ao seu índice de reforço. Em seguida, procedeu-se à estimativa da resposta carga-deflexão das misturas de concreto autoadensável estudadas, seguindo a metodologia de trabalhos de Soranakom e Mobasher (2007, 2006, 2009) e de Mobasher (2012). Curvas carga-deflexão estimadas por meio do procedimento apresentado são comparadas a curvas experimentais, possibilitando uma avaliação a respeito da eficiência do mesmo.

2 SOLUÇÃO FECHADA PARA RESPOSTA À FLEXÃO

As Fig. 1.a e 1.b apresentam os modelos constitutivos que procuram representar o comportamento de concretos autoadensáveis reforçados com fibra de aço, respectivamente para a compressão e para a tração. A adoção destes modelos foi feita com base em resultados de testes experimentais realizados em corpos-de-prova dos concretos mencionados (Marangon, 2011), no Laboratório de Estruturas e Materiais do Programa de Engenharia Civil da COPPE / UFRJ.

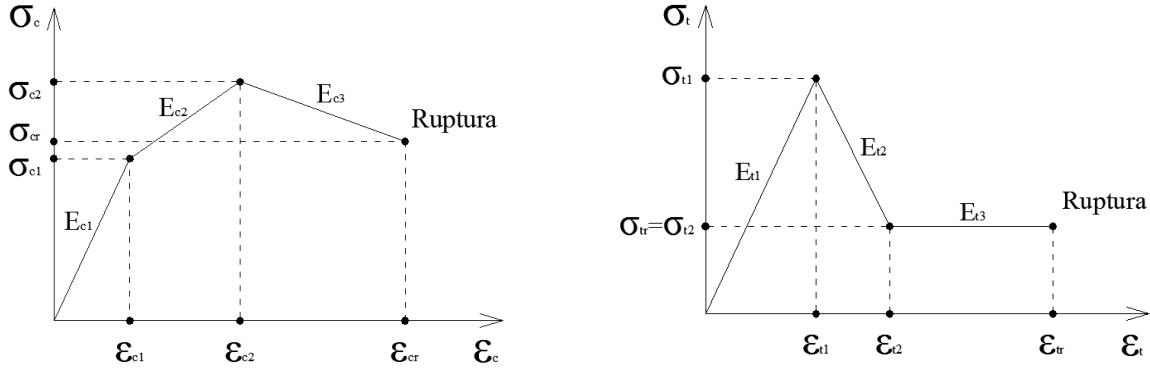


Fig 1 – (a) Modelo constitutivo para compressão; (b) Modelo constitutivo para tração.

O modelo constitutivo para compressão mostrado na Fig. 1.a consiste em diagrama tensão-deformação trilinear. O primeiro trecho do diagrama é definido pela origem (0;0) e pelo par ordenado $(\sigma_{c1}; \varepsilon_{c1})$, com coeficiente angular E_{c1} . O segundo trecho é definido pelo segmento de reta limitado pelos pontos $(\sigma_{c1}; \varepsilon_{c1})$ e $(\sigma_{c2}; \varepsilon_{c2})$, cujo coeficiente angular é E_{c2} . O terceiro e último trecho é representado pelo segmento de reta limitado pelos pontos $(\sigma_{c3}; \varepsilon_{c3})$ e $(\sigma_{cr}; \varepsilon_{cr})$, com coeficiente angular E_{c3} . Este último ponto, $(\sigma_{cr}; \varepsilon_{cr})$, representa a ruptura do corpo-de-prova.

Assim como o modelo para a compressão, o modelo constitutivo adotado para a tração dos concretos autoadensáveis reforçados com fibra de aço consiste em um diagrama tensão-deformação trilinear (Fig. 1.b). O primeiro segmento de reta inicia-se na origem e vai até o par ordenado $(\sigma_{t1}; \varepsilon_{t1})$, com coeficiente angular E_{t1} . O segundo segmento de reta tem como limites os pontos $(\sigma_{t1}; \varepsilon_{t1})$ e $(\sigma_{t2}; \varepsilon_{t2})$, com coeficiente angular E_{t2} . O último trecho consiste em uma reta com coeficiente angular $E_{t3} = 0$, que se inicia no ponto $(\sigma_{t2}; \varepsilon_{t2})$ e termina no ponto de ruptura do corpo-de-prova, $(\sigma_{tr}; \varepsilon_{tr})$. O coeficiente angular E_{t2} pode assumir valores negativos ou positivos, de modo que o modelo pode ser utilizado para materiais com comportamento à tração do tipo *strain-softening* ou *strain-hardening*.

As relações tensão-deformação na compressão e na tração são expressas através das Eq. (1) e (2), respectivamente:

$$\sigma_c = \begin{cases} E_{c1} \cdot \varepsilon_c & (0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c1}) \\ E_{c1} \cdot \varepsilon_{c1} + E_{c2} \cdot (\varepsilon_c - \varepsilon_{c1}) & (\varepsilon_{c1} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2}) \\ E_{c1} \cdot \varepsilon_{c1} + E_{c2} \cdot (\varepsilon_{c2} - \varepsilon_{c1}) + E_{c3} \cdot (\varepsilon_c - \varepsilon_{c2}) & (\varepsilon_{c2} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cr}) \end{cases} \quad (1)$$

$$\sigma_t = \begin{cases} E_{t1} \cdot \varepsilon_t & (0 \leq \varepsilon_t \leq \varepsilon_{t1}) \\ E_{t1} \cdot \varepsilon_{t1} + E_{t2} \cdot (\varepsilon_t - \varepsilon_{t1}) & (\varepsilon_{t1} \leq \varepsilon_t \leq \varepsilon_{t2}) \\ E_{t1} \cdot \varepsilon_{t1} + E_{t2} \cdot (\varepsilon_{t2} - \varepsilon_{t1}) & (\varepsilon_{t2} \leq \varepsilon_t \leq \varepsilon_{tr}) \end{cases} \quad (2)$$

onde σ_c e σ_t são as tensões de compressão e de tração, respectivamente, e ε_c e ε_t são as deformações de compressão de tração, respectivamente.

2.1 Resposta momento fletor – curvatura

Para obter a resposta momento fletor-curvatura de uma viga com comprimento L e seção transversal retangular (largura b e altura d), utiliza-se a hipótese de Kirchhoff de que seções planas permanecem planas após o carregamento ser aplicado. Assumindo uma distribuição linear de deformações ao longo da altura da seção da viga, e desprezando deformações por cisalhamento, as relações tensão-deformação expressas nas Eq. (1) e (2) são utilizadas para obter a distribuição de tensões ao longo da seção transversal da viga. Para o caso dos materiais compósitos estudados, existem cinco estágios diferentes, resultantes de combinações dos trechos dos diagramas na compressão e na tração, conforme mostra a Tabela 1.

Tabela 1. Estágios de tensão (combinações de trechos dos modelos constitutivos).

Estágio	Combinação
1	1º Trecho Tração + 1º Trecho Compressão
2	2º Trecho Tração + 1º Trecho Compressão
3	2º Trecho Tração + 2º Trecho Compressão
4	3º Trecho Tração + 2º Trecho Compressão
5	3º Trecho Tração + 3º Trecho Compressão

Conforme valores crescentes de deformação específica de compressão na parte superior da viga (ε_{ct} ou ε_s) são tomados, se sucedem todos os estágios listados na Tabela 1.

O procedimento para a determinação das equações referentes a todos os estágios não está apresentado no trabalho. A seguir, descreve-se o procedimento relativo ao quinto estágio, que combina o 3º trecho de compressão ao 3º trecho de tração.

A Fig. 2 mostra a distribuição das deformações e das tensões ao longo da seção transversal da viga para o quinto estágio de tensões.

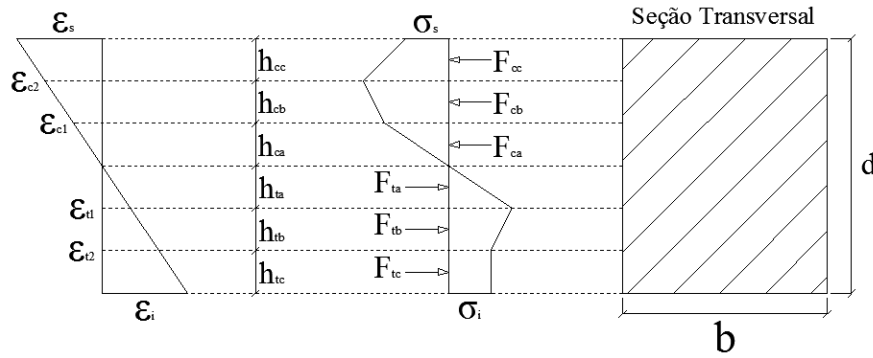


Figura 2 – Distribuição de deformação e tensão para o 5º estágio.

Onde:

- ε_s (ε_{ct}): deformação de compressão no topo da seção;
- ε_i (ε_{tb}): deformação de tração no fundo da seção;
- σ_s (σ_{ct}): tensão normal de compressão no topo da seção;
- σ_i (σ_{tb}): tensão normal de tração no fundo da seção;
- h_{ca} , h_{cb} , h_{cc} : alturas dos trechos comprimidos da seção;
- h_{ta} , h_{tb} , h_{tc} : alturas dos trechos tracionados da seção;
- F_{ca} , F_{cb} , F_{cc} : resultantes das tensões de compressão;
- F_{ta} , F_{tb} , F_{tc} : resultantes das tensões de tração.

As expressões das forças de compressão e das forças de tração de cada trecho são apresentadas nas Eq. (3) e (4), respectivamente.

$$F_{ca} = \frac{\sigma_{c1} \cdot b \cdot h_{ca}}{2} \quad F_{cb} = \frac{(\sigma_{c1} + \sigma_{c2}) \cdot b \cdot h_{cb}}{2} \quad F_{cc} = \frac{(\sigma_{c2} + \sigma_{ct}) \cdot b \cdot h_{cc}}{2} \quad (3)$$

$$F_{ta} = \frac{\sigma_{t1} \cdot b \cdot h_{ta}}{2} \quad F_{tb} = \frac{(\sigma_{t1} + \sigma_{t2}) \cdot b \cdot h_{tb}}{2} \quad F_{tc} = \frac{(\sigma_{t2} + \sigma_{tb}) \cdot b \cdot h_{tc}}{2} \quad (4)$$

As Eq. (5) e (6) expressam os coeficientes angulares de cada trecho do diagrama tensão-deformação, respectivamente para a compressão e para a tração.

$$E_{c1} = \frac{\sigma_{c1}}{\varepsilon_{c1}} \quad E_{c2} = \frac{\sigma_{c2} - \sigma_{c1}}{\varepsilon_{c2} - \varepsilon_{c1}} \quad E_{c3} = \frac{\sigma_{cr} - \sigma_{c2}}{\varepsilon_{cr} - \varepsilon_{c2}} \quad (5)$$

$$E_{t1} = \frac{\sigma_{t1}}{\varepsilon_{t1}} \quad E_{t2} = \frac{\sigma_{t2} - \sigma_{t1}}{\varepsilon_{t2} - \varepsilon_{t1}} \quad E_{t3} = 0 \quad (6)$$

Como as deformações variam linearmente ao longo da altura da seção, tem-se (ver Fig. 2):

$$h_{cb} = \frac{h_{ca} \cdot (\varepsilon_{c2} - \varepsilon_{c1})}{\varepsilon_{c1}} \quad h_{cc} = \frac{h_{ca} \cdot (\varepsilon_{ct} - \varepsilon_{c2})}{\varepsilon_{c1}} \quad (7)$$

$$h_{ta} = \frac{h_{ca} \cdot \varepsilon_{t1}}{\varepsilon_{c1}} \quad h_{tb} = \frac{h_{ca} \cdot (\varepsilon_{t2} - \varepsilon_{t1})}{\varepsilon_{c1}} \quad h_{tc} = \frac{h_{ca} \cdot (\varepsilon_{tb} - \varepsilon_{t2})}{\varepsilon_{t1}} \quad (8)$$

Considerando-se que é nulo o esforço normal na seção:

$$F_{ca} + F_{cb} + F_{cc} = F_{ta} + F_{tb} + F_{tc} \quad (9)$$

Utilizando-se as Eq. (3) a (9), pode-se calcular h_{ca} :

$$h_{ca} = 2 \cdot \varepsilon_{c1} \cdot d \cdot (E_{t1} \cdot \varepsilon_{t1} + E_{t2} \cdot \varepsilon_{t2} - E_{t2} \cdot \varepsilon_{t1}) \cdot (2 \cdot E_{c1} \cdot \varepsilon_{ct} \cdot \varepsilon_{ct} - E_{c1} \cdot \varepsilon_{c1}^2 + E_{c2} \cdot \varepsilon_{c1}^2 - E_{c2} \cdot E_{c2}^2 - 2 \cdot E_{c2} \cdot \varepsilon_{c1} \cdot \varepsilon_{ct} + 2 \cdot E_{c2} \cdot \varepsilon_{c2} \cdot \varepsilon_{ct} + E_{c3} \cdot \varepsilon_{c2}^2 + E_{c3} \cdot \varepsilon_{ct}^2 - 2 \cdot E_{c3} \cdot \varepsilon_{c2} \cdot \varepsilon_{ct} + E_{t1} \cdot \varepsilon_{t1}^2 + 2 \cdot E_{t1} \cdot \varepsilon_{t1} \cdot \varepsilon_{ct} - E_{t2} \cdot \varepsilon_{t1}^2 + E_{t2} \cdot \varepsilon_{t2}^2 + 2 \cdot E_{t2} \cdot \varepsilon_{t2} \cdot \varepsilon_{ct} - 2 \cdot E_{t2} \cdot \varepsilon_{t1} \cdot \varepsilon_{ct})^{-1} \quad (10)$$

Com h_{ca} determinado, calculam-se h_{cb} , h_{cc} , h_{ta} , h_{tb} , h_{tc} .

Em seguida, são calculadas as forças F_{ca} , F_{cb} , F_{cc} , F_{ta} , F_{tb} e F_{tc} . O momento fletor na seção é obtido pela soma das parcelas de momento devido a F_{ca} , F_{cb} , F_{cc} , F_{ta} , F_{tb} e F_{tc} , em relação à linha neutra da seção.

$$M = F_{ca} \cdot y_{ca} + F_{cb} \cdot y_{cb} + F_{cc} \cdot y_{cc} + F_{ta} \cdot y_{ta} + F_{tb} \cdot y_{tb} + F_{tc} \cdot y_{tc} \quad (11)$$

Onde y_{ca} , y_{cb} , y_{cc} , y_{ta} , y_{tb} , e y_{tc} são as distâncias entre o centroide de cada trecho de tensão e a linha neutra da seção.

A curvatura (k) é dada por (ver Fig. 2):

$$k = \frac{\varepsilon_{ct}}{h_{ca} + h_{cb} + h_{cc}} = \frac{\varepsilon_{tb}}{h_{ta} + h_{tb} + h_{tc}} \quad (12)$$

2.2 Resposta carga – deflexão

A partir da resposta momento-curvatura, e utilizando o método de momento de área associado a um conjunto de regras de localização de fissuras, pode-se estimar a resposta carga-deflexão de um corpo-de-prova de concreto autoadensável reforçado com fibra de aço, submetido a um ensaio de flexão em quatro pontos (Mobasher, 2012).

A Fig. 3 ilustra o ensaio de flexão em quatro pontos, com o correspondente diagrama de momento fletor.

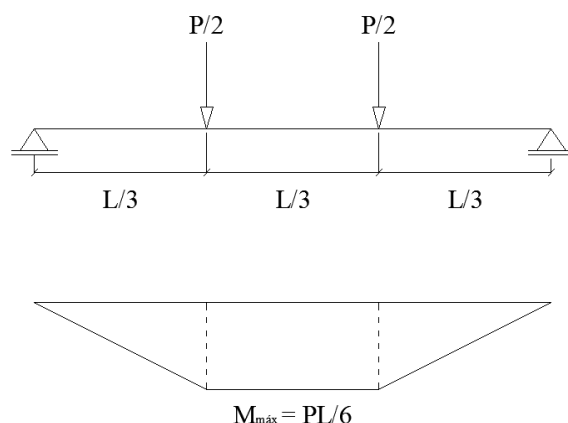


Figura 3 – Esquema do ensaio de flexão em quatro pontos, com diagrama de momento fletor.

Para a seção no meio do vão da viga, tem-se que o momento fletor é $M = P.L/6$. Assim, calcula-se a força P referente a um momento fletor M:

$$P = \frac{6.M}{L} \quad (13)$$

A obtenção da deflexão no meio do vão a partir da relação momento-curvatura, conforme proposta por Mobasher (2012), é mais complexa. O desenvolvimento do ensaio para tensões acima da de pico implica no surgimento de duas zonas distintas no elemento ensaiado. A primeira engloba a região fissurada, onde as deformações se desenvolvem. A segunda região localiza-se fora da área de fissuração, que praticamente não sofre nenhum carregamento. Tal situação é difícil de ser considerada num modelo padrão do ensaio de flexão, pois gera uma inconsistência no trecho pós-pico do diagrama carga-deflexão. Dessa forma, as regras de localização de fissuras são aplicadas, a fim de contornar esta inconsistência matemática. A região de localização das fissuras é utilizada, em conjunto com o diagrama momento-curvatura, para obter a resposta carga-deflexão (Mobasher, 2012).

A Fig. 4.a apresenta um esquema do diagrama momento-curvatura com as regras de localização de fissuras, e a Fig. 4.b mostra um ensaio de flexão em quatro pontos com a região de ocorrência de fissuras localizadas como sendo a área hachurada no meio do vão, enquanto as zonas ao redor da região de fissuração submetem-se a uma situação de descarregamento. O comprimento da zona fissurada é definida como cS, representando o produto do parâmetro normalizado “c” com o espaçamento entre os pontos de aplicação de carga (no caso do ensaio de flexão em quatro pontos, $S = L/3$). Por propósitos de simulação, as

fissuras são consideradas uniformemente distribuídas ao longo do meio do vão e o valor de “c” foi tomado como sendo 0,5 (Mobasher, 2012).

A distribuição do momento ao longo da viga é obtida pelo equilíbrio estático, e a correspondente curvatura é obtida pela relação momento-curvatura. Na Figura 4.a, a curva contínua representa o diagrama momento-curvatura típico, onde duas regiões são apresentadas: uma ascendente de 0 até $M_{\max}$ e uma descendente de $M_{\max}$ até M_{rup} (Mobasher, 2012).

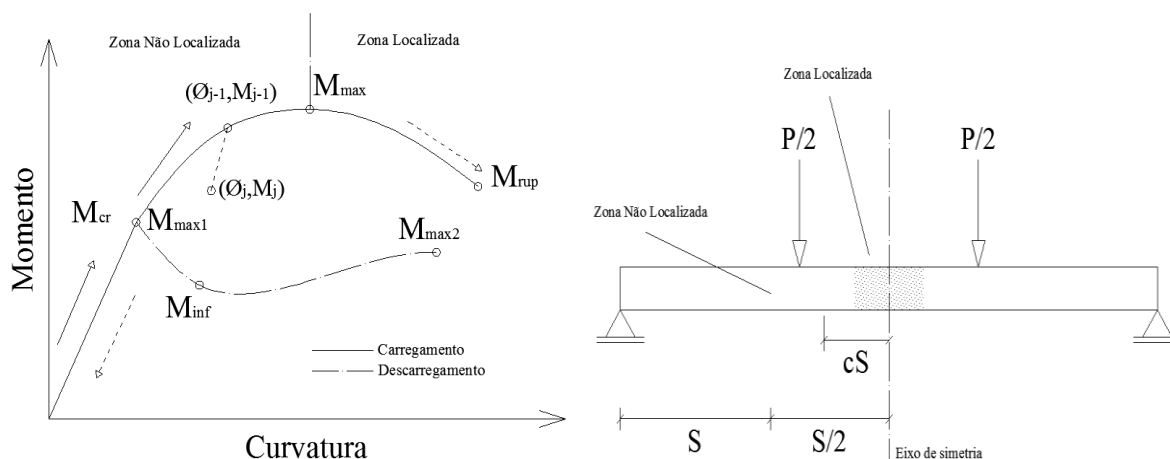


Figura 4 – (a) Diagrama momento-curvatura e regras de localização de fissuras; (b) esquema de ensaio de flexão em quatro pontos (Sorakanom e Mobasher, 2012).

Para obter a resposta carga-deflexão, o equilíbrio estático é considerado e um conjunto de estágios de carregamento é derivado a partir de uma série discreta de pontos de dados ao longo do diagrama momento-curvatura. Para cada estágio de carregamento, o momento e a sua correspondente curvatura são calculados ao longo da viga. Enquanto a viga é carregada de 0 até $M_{\max}$ (ou $M_{\max1}$), o trecho ascendente do diagrama é usado. Além da carga máxima, como o corpo-de-prova sofre um amolecimento, a distribuição da curvatura depende das zonas localizadas ou não-localizadas e do prévio histórico de tensões (fissurado ou não fissurado). Para uma seção não fissurada, a curvatura é elasticamente descarregada. Se a seção já esteve carregada além de M_{cr} , o descarregamento da curvatura de seções fissuradas segue um caminho de recuperação quase linear, expresso por (Mobasher, 2012).

$$\phi_j = \phi_{j-1} - \xi \frac{(M_{j-1} - M_j)}{EI} \quad (14)$$

Na Eq. (14), ϕ_{j-1} e M_{j-1} representam o estado momento-curvatura anterior, e ϕ_j e M_j representam o estado atual. E e I são o módulo de elasticidade e o momento de inércia da seção não fissurada, respectivamente. O fator de descarregamento, ξ , tem valor variando de 0 a 1; $\xi = 0$ indica nenhuma recuperação da curvatura, enquanto que $\xi = 1$ representa um descarregamento elástico com rigidez inicial igual a EI. Um fator de carregamento $\xi = 0$ é adotado para o presente trabalho, considerando que as fissuras não se fecham quando o material sofre amolecimento. Para uma seção dentro da zona de localização de fissuras, a curvatura de descarregamento é determinada a partir da porção descendente do diagrama

momento-curvatura ($M_{\max}$ até M_{rup}) ou ($M_{\max1}$ até M_{inf}). Para o caso especial de baixos teores de fibra, o diagrama de momento-curvatura é dividido em três partes; a curvatura correspondente ao estágio de carregamento além de M_{inf} é definido pela terceira parte (de M_{inf} até $M_{\max2}$) (Mobasher, 2012).

De forma geral, para obtenção da resposta carga-deflexão de uma viga, os passos a serem seguidos são (Mobasher, 2012):

- Para uma dada seção transversal e parâmetros do material, o gráfico momento-curvatura pode ser gerado utilizando as soluções fechadas obtidas.
- O diagrama momento-curvatura determina a resistência de pico para o elemento ensaiado. Assim, utilizando um número discreto de magnitudes dos momentos ao longo do diagrama, o vetor P da carga do ensaio em quatro pontos é gerado.
- Discretiza-se a viga, entre um dos apoios e o meio do vão, em elementos menores. A distribuição do momento estático correspondendo ao valor da carga é calculada.
- A curvatura correspondente a um determinado valor de momento, em uma dada seção discreta, é obtida a partir do diagrama momento-curvatura, e das regras de localização de fissuras.
- A deflexão no meio da viga é calculada aplicando-se o Método de Momento de Área entre o apoio e o meio do vão.
- Repetem-se o terceiro, o quarto e o quinto passos para inúmeros incrementos da carga P, obtendo-se assim a resposta carga-deflexão completa.

Para a realização do presente estudo, o algoritmo descrito foi implementado em linguagem FORTRAN.

3 APLICAÇÃO DO ALGORITMO A DADOS EXPERIMENTAIS

Foram utilizados dados experimentais de (Marangon, 2011) para avaliar o algoritmo implementado no presente trabalho. Analisaram-se resultados de quatro misturas de concreto autoadensável, todas contendo agregado graúdo máximo de 9,5mm. A três das quatro misturas, foram adicionadas fibras de aço com comprimento de 35 mm e diâmetro 0,54 mm (relação de aspecto 65), sendo que a outra mistura não continha fibra (também chamada de matriz, ou mistura de referência). As nomenclaturas das misturas, com suas características, estão listadas a seguir.

- C1: mistura de contendo agregado de diâmetro máximo 9,5 mm, sem fibra;
- C1.1%65: mistura contendo agregado de diâmetro máximo 9,5 mm, reforçada com fibra de aço de relação de aspecto 65, em teor volumétrico de 1 % (índice de reforço 0,65);
- C1.1,25%65: mistura contendo agregado de diâmetro máximo 9,5 mm, reforçada com fibra de aço de relação de aspecto 65, em teor volumétrico de 1,25 % (índice de reforço 0,81);
- C1.1,5%65: mistura contendo agregado de diâmetro máximo 9,5 mm, reforçada com fibra de aço de relação de aspecto 65, em teor volumétrico de 1,5 % (índice de reforço 0,98).

Os ensaios de compressão foram realizados em corpos-de-prova cilíndricos com 100 mm de diâmetro e 200 mm de altura, e propiciaram a determinação da resistência à compressão e do módulo de elasticidade dos materiais.

Os ensaios de tração direta foram realizados com um sistema rígido (condição com extremidades fixas) com aparato desenvolvido segundo a NBR 5739 (1994). O corpo de prova apresenta um estrangulamento em sua região central. Seu comprimento total é de 300 mm, a largura na extremidade é de 100 mm, e a largura no centro da peça é de 75 mm.

Os ensaios de flexão em quatro pontos foram realizados em amostras prismáticas com dimensões de 100 x 100 x 400 mm. A distância livre entre os apoios foi de 300 mm. Por meio da máquina utilizada nos testes, são aplicadas duas cargas concentradas no corpo-de-prova, cada uma delas à distância de $L/3$ até o apoio mais próximo (onde L é o comprimento do vão do corpo-de-prova).

Cada tipo de ensaio foi aplicado a três corpos-de-prova de cada mistura de concreto autoadensável.

3.1 Parametrização dos modelos constitutivos

A partir dos diagramas tensão-deformação de compressão e de tração, obtidos por meio dos ensaios experimentais, foram determinados os parâmetros ε_{c1} , σ_{c1} , ε_{c2} , σ_{c2} , E_{c3} , ε_{t1} , σ_{t1} e E_{t2} de cada mistura, mostrados nas Tabelas 2 (compressão) e 3 (tração).

Tabela 2 – Parâmetros de definição dos trechos do modelo constitutivo para compressão.

Misturas	1º Trecho		2º Trecho		3º Trecho
	ε_{c1} ($\mu\varepsilon$)	σ_{c1} (MPa)	ε_{c2} ($\mu\varepsilon$)	σ_{c2} (MPa)	E_{c3} (GPa)
C1	1041	35,33	2930	69,91	-
C1.1%65	960	36,32	2940	72,03	-0,0037
C1.1,25%65	962	36,06	2980	72,21	-0,0033
C1.1,50%65	962	35,93	2950	72,54	-0,0026

Tabela 3 – Parâmetros de definição dos trechos do modelo constitutivo para tração.

Misturas	1º Trecho		2º Trecho
	ε_{t1} ($\mu\varepsilon$)	σ_{t1} (MPa)	E_{t2} (GPa)
C1	130,7	4,20	-
C1.1%65	138,4	4,48	-0,14
C1.1,25%65	156,5	5,28	-0,14
C1.1,50%65	158,4	5,01	-0,10

Os parâmetros relativos à compressão e à tração, que constam das Tabelas 2 e 3, foram então utilizados para que, através de uma regressão polinomial de segunda ordem, fossem associados ao índice de reforço (IR) das misturas. Desta forma, foram obtidas as Eq. (15) e (16).

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{c1} &= 127,72.(IR)^2 - 204,43.(IR) + \varepsilon_{c1-matriz} & (\text{em microstrain}) \\
 \varepsilon_{c2} &= -22,88.(IR)^2 + 53,45.(IR) + \varepsilon_{c2-matriz} & (\text{em microstrain}) \\
 \sigma_{c1} &= -2,64.(IR)^2 + 3,15.(IR) + \sigma_{c1-matriz} & (\text{em MPa}) \\
 \sigma_{c2} &= -1,60.(IR)^2 + 4,23.(IR) + \sigma_{c2-matriz} & (\text{em MPa}) \\
 E_{c3} &= 0,0064.(IR)^2 - 0,0070.(IR) - 0,0019 & (\text{em GPa})
 \end{aligned}
 \tag{15}$$

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{t1} &= 40,63.(IR)^2 - 8,35.(IR) + \varepsilon_{t1-matriz} & (\text{em microstrain}) \\
 \sigma_{t1} &= 0,61.(IR)^2 + 0,41.(IR) + \sigma_{t2-matriz} & (\text{em MPa}) \\
 E_{t2} &= 0,93.(IR)^2 - 1,40.(IR) - 0,38 & (\text{em GPa})
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

As figuras 5, 6 e 7 apresentam comparações entre curvas típicas dos ensaios de compressão e as curvas regeneradas a partir dos valores parametrizados em função do índice de reforço, respectivamente para as misturas com teor de fibra de 1%, 1,25% e 1,5%. O valor limite de deformação para os ensaios de compressão foi arbitrado (5000 *microstrains*).

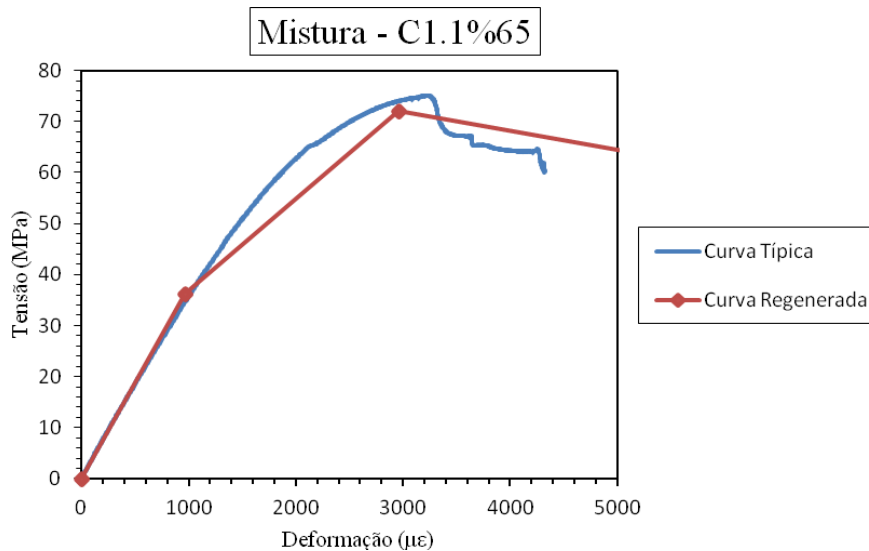


Figura 5 – Comparação entre curvas tensão-deformação (compressão) regenerada e típica (C1.1%65).

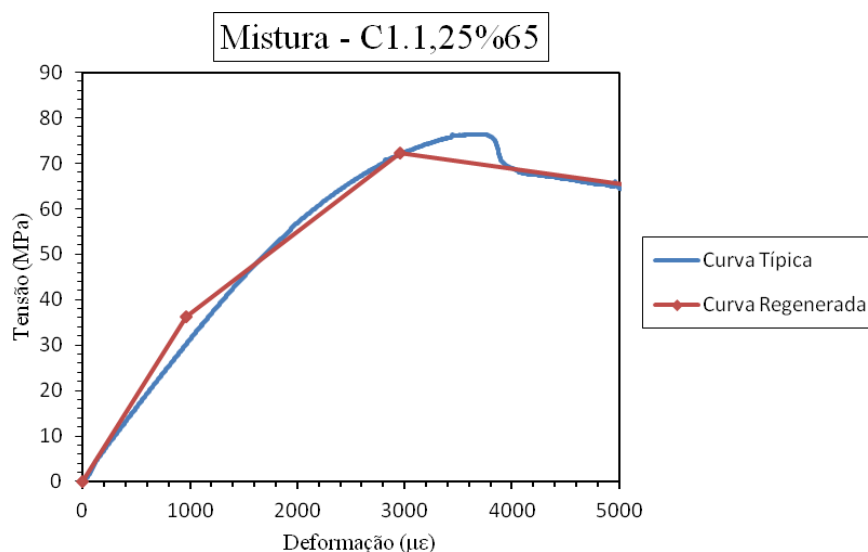


Figura 6 – Comparação entre curvas tensão-deformação (compressão) regenerada e típica (C1.1,25%65).

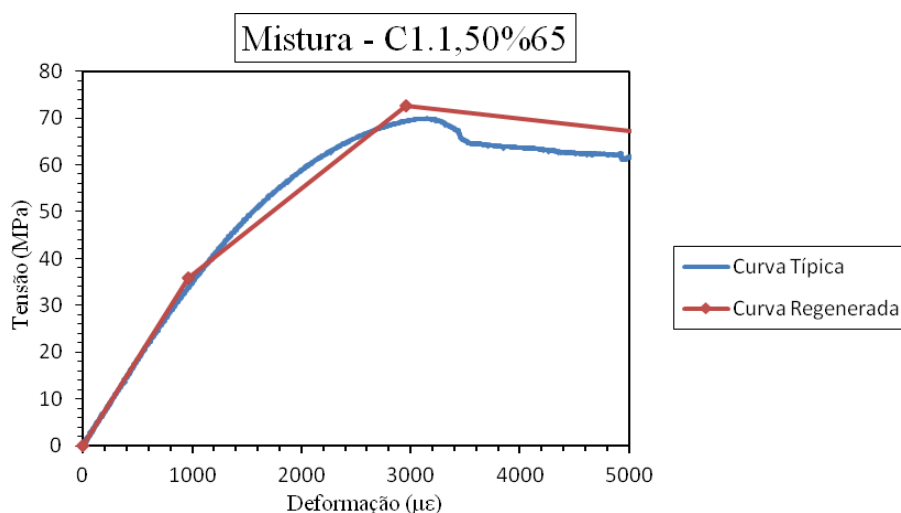


Figura 7 – Comparação entre curvas tensão-deformação (compressão) regenerada e típica (C1.1,50%65).

Nas figuras 8, 9 e 10, mostram-se comparações entre curvas típicas dos ensaios de tração e curvas regeneradas a partir dos valores parametrizados em função do índice de reforço, respectivamente para as misturas C1.1%65, C1.1,25%65 e C1.1,5%65. O valor limite de deformação para os ensaios de compressão foi arbitrado (5000 *microstrains*).

Levando-se em consideração que os diagramas tensão-deformação, para a compressão e para a tração, foram linearizados, no modelo proposto, pode-se concluir que há uma satisfatória correlação entre as curvas estimadas e as experimentais, analisando-se as Fig. 5 a 10.

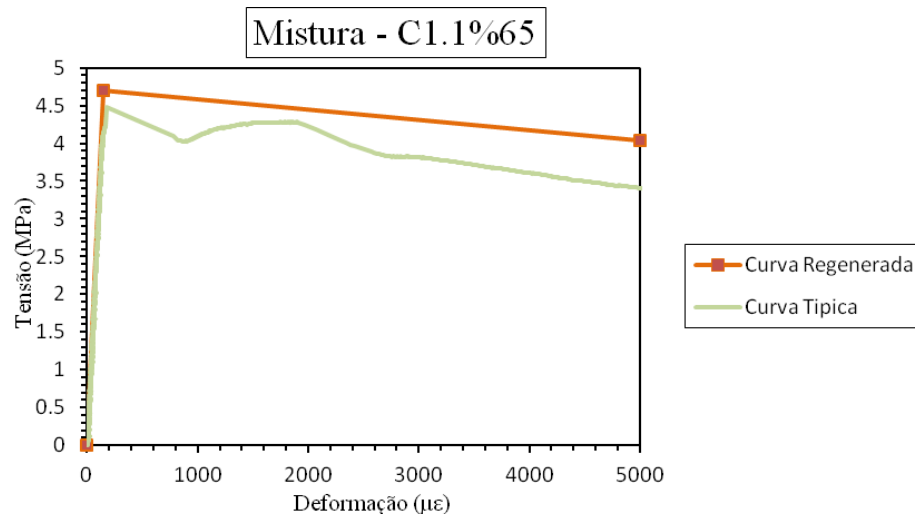


Figura 8 – Comparação entre curvas tensão-deformação (tração) regenerada e típica (C1.1%65).

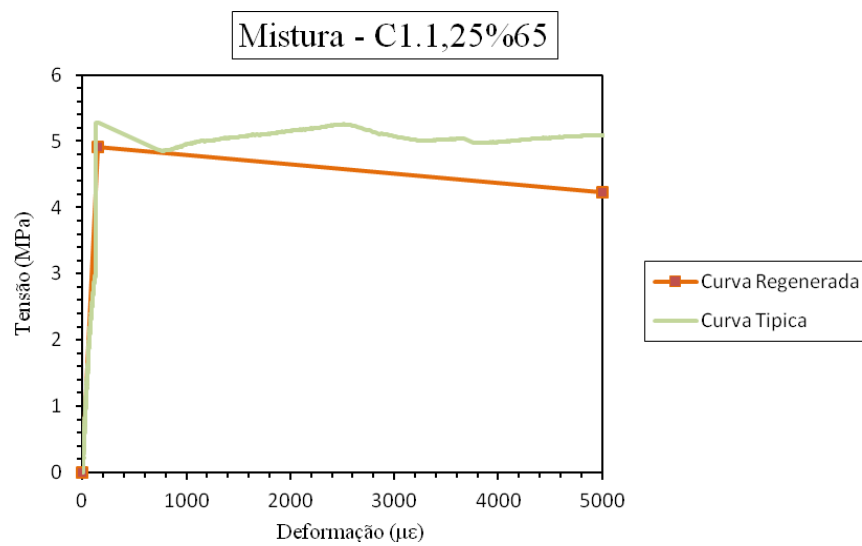


Figura 9 – Comparação entre curvas tensão-deformação (tração) regenerada e típica (C1.1.25%65).

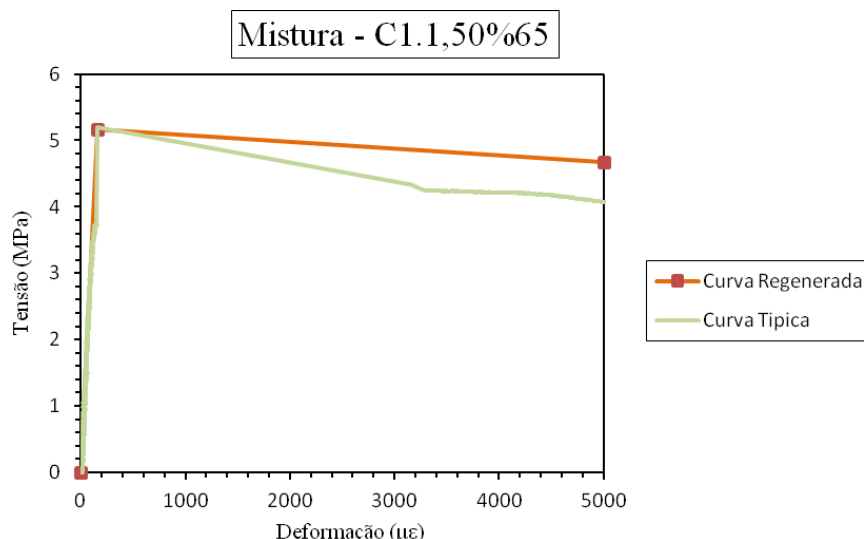


Figura 10 – Comparação entre curvas tensão-deformação (tração) regenerada e típica (C1.1.50%65).

3.2 Estimação da resposta à flexão

Utilizando-se o algoritmo desenvolvido para estimar resposta do ensaio de flexão em quatro pontos, por meio de solução fechada, foi obtido o gráfico carga-deflexão de cada um das misturas adotadas, a partir dos modelos parametrizados para a compressão e para a tração. As Fig. 11, 12 e 13 comparam curvas estimadas e curvas experimentais típicas de cada mistura (até uma deflexão de 3 mm), respectivamente para as misturas de concreto autoadensável reforçadas com fibra de aço C1.1%65, C1.1,25%65 e C1.1,50%65.

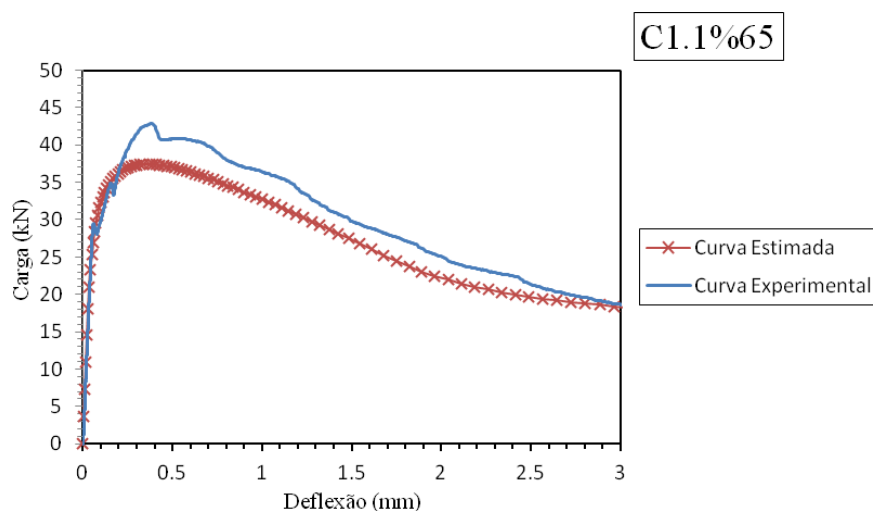


Figura 11 – Comparação entre curvas carga-deflexão estimada e experimental (C1.1,00%65).

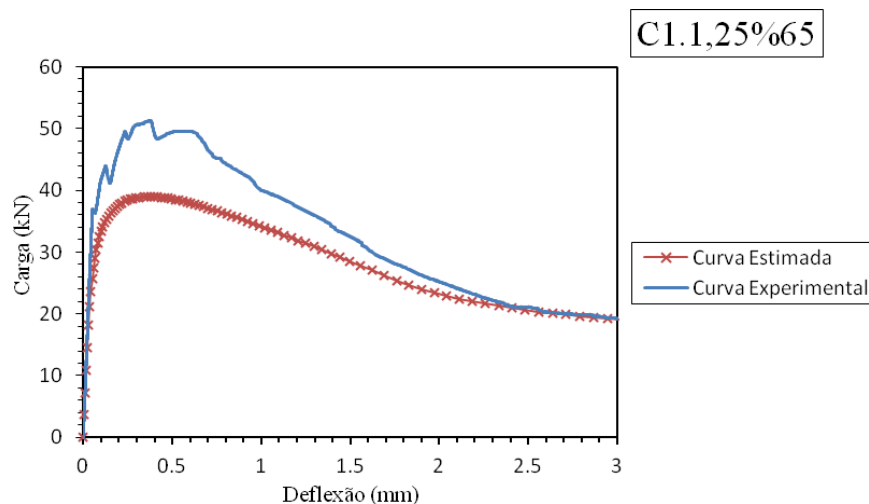


Figura 12 – Comparação entre curvas carga-deflexão estimada e experimental (C1.1,25%65).

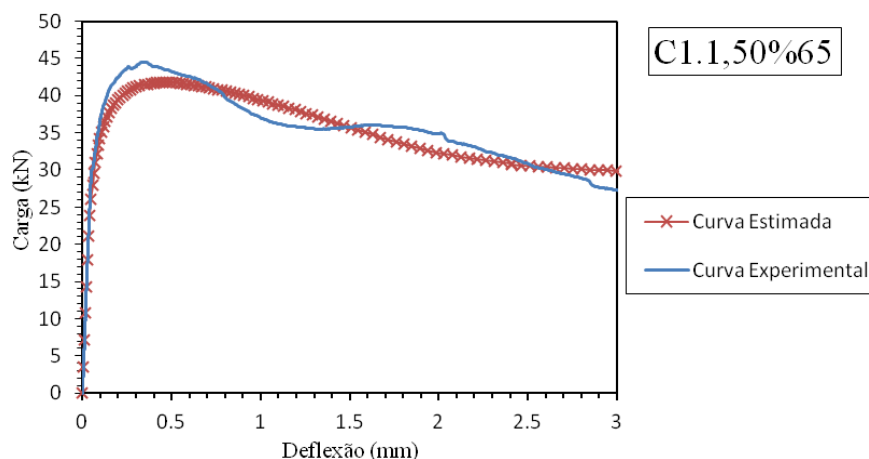


Figura 13 – Comparação entre curvas carga-deflexão estimada e experimental (C1.1,50%65).

As Fig. 11 a 13 indicam uma satisfatória correlação entre curvas experimentais e estimadas, para os três concretos autoadensáveis com adição de fibra de aço. Para quantificar a comparação entre curvas experimentais e estimadas, foi calculado o coeficiente de determinação R^2 , que, quanto mais próximo de 1, indica maior correlação entre as curvas comparadas. Os valores obtidos, para os concretos C1.1%65, C1.1,25%65 e C1.1,50%65, foram de respectivamente 0,823, 0,722 e 0,946.

4 CONCLUSÕES

Modelos constitutivos, formados por trechos lineares, para as respostas à compressão e à tração de concretos autoadensáveis foram propostos, com base em resultados experimentais referentes a quatro misturas, contendo as seguintes frações volumétricas de fibra de aço: 0%, 1%, 1,25% e 1,5% (Marangon, 2011). As equações constitutivas foram parametrizadas em

função de uma única variável, o índice de reforço da mistura de concreto (IR), por meio de regressão polinomial de segunda ordem.

Após a obtenção das equações que regem o modelo constitutivo em função do índice de reforço, procedeu-se à aplicação do algoritmo que estima, através de solução fechada, a resposta carga-deflexão, conforme proposto por Soranakom e Mobasher (2007), Soranakom et al (2006), Mobasher (2012), e Soranakom e Mobasher (2009). Assim, para as misturas que continham reforço fibroso, foram estimadas as curvas carga-deflexão referentes a ensaio de flexão em quatro pontos. A comparação das curvas estimadas com curvas típicas experimentais indicou correlação satisfatória.

O algoritmo implementado possibilita o desenvolvimento de um modelo simplificado para o projeto e dimensionamento de compósitos reforçados com fibras de aço. Além disso, as equações obtidas podem ser utilizadas como propriedades de entrada para elementos de viga em programas de elementos finitos, objetivando a predição do comportamento à flexão de estruturas complexas. Outra possível aplicação deste procedimento é a determinação do teor de fibra ótimo de um compósito cimentício, ou seja, a fração de fibra que em teoria proporcionaria ao concreto o melhor comportamento mecânico, tendo em vista a finalidade a que se propõe.

REFERÊNCIAS

- Soranakom, C., Mobasher, B., 2007. Closed-form moment-curvature expressions for homogenized fiber-reinforced concrete. *ACI Materials Journal*, 104 (4), pp. 351–359.
- Soranakom, C., Mobasher, B., & Bansal, S. 2006. Effect of material non-linearity on the flexural response of fiber-reinforced concrete. *Procedures of the Eight International Symposium on Brittle Matrix Composites BMC8*, pp. 351–359.
- Soranakom, C., Mobasher, B., 2007. Closed-form solutions for flexural response of fiber-reinforced concrete beams. *Journal of Engineering Mechanics*, 133 (8), pp. 933–941.
- Mobasher, B., 2012. Mechanics of fiber and textile reinforced cement composites. *CRC Press Journal*, chapter 4, pp. 243–278.
- Soranakom, C., Mobasher, B., 2009. Flexural analysis and design of textile reinforced concrete -reinforced concrete. *4th Colloquium on Textile Reinforced Structures CTRS4*, pp. 273–287.
- Marangon, E., 2011. Caracterização Material e Estrutural de Concretos Autoadensáveis Reforçados com Fibras de Aço. *Tese de Doutorado, Programa de Engenharia Civil da COPPE / UFRJ*.