



ESTUDO DE TÉCNICA DE MODELAGEM DE PONTES DE VIGA

Murilo S. Santos

Elisa D. Sotelino

Julio J. H. Silva Filho

murilo_s@hotmail.com

sotelino@puc-rio.br

julioholtz@puc-rio.br

PUC-Rio

Rua Marquês de São Vicente, 225 - 22451-900, Rio de Janeiro, RJ, Brasil

Resumo. *A modelagem de pontes em programas de análise por elementos finitos (EF) pode ser feita de várias maneiras. Detalhes importantes de modelagem podem causar grandes variações nos resultados encontrados em uma análise, mesmo nas pontes mais simples. Então, este trabalho visa comparar formas de modelagem de pontes de vigas. Utilizando os métodos e elementos definidos em uma revisão da literatura, são realizadas análises de duas vigas no programa Autodesk Robot, sendo uma isolada e outra em conjunto com o tabuleiro, para estudar e definir a importância dos elementos de ligação entre a viga e o tabuleiro, a influência dos apoios e a discretização da malha. Por fim, foram modeladas duas pontes reais que receberam testes de cargas para que fossem comparados os resultados dos testes com os das análises. Uma das pontes foi testada poucos meses após a sua construção e a outra após muitos anos. Assim, foi estudada a influência da deterioração dos apoios na análise. Notou-se também, que é muito importante a consideração de cada elemento em sua real localização utilizando ligações rígidas e que não existem grandes diferenças na escolha dos elementos das vigas, desde que sejam bem discretizados para representar o comportamento do tabuleiro.*

Palavras-Chaves: *Modelagem, Elementos Finitos, Pontes*

1 INTRODUÇÃO

Pontes são estruturas fundamentais em planos de desenvolvimento econômico e social de um país ou região, portanto a segurança dessas estruturas sempre foi um tema de grande importância dentro do meio técnico-científico. Nos últimos anos este tema passou a receber ainda mais atenção devido ao desenvolvimento de outras áreas relacionadas, como a matemática, estatística e a tecnologia computacional.

Durante muitos anos os principais modelos de cálculos utilizados pelos engenheiros para a execução de projetos estruturais das pontes eram simplificados e nem sempre representavam de maneira confiável o comportamento real das estruturas calculadas. Porém com o desenvolvimento da tecnologia computacional, essa realidade começou a mudar.

O método dos elementos finitos (MEF) atualmente é o mais utilizado método de análise estrutural. A inclusão do MEF em projetos estruturais de pontes gerou uma redução significativa no tempo necessário e na complexidade existente dos cálculos e das análises em um projeto. Assim, pontes que tinham um grau de complexidade mais alto eram muito difíceis de serem projetadas. Portanto, o MEF, além de facilitar e possibilitar projetos mais complexos, quando bem utilizado, aumenta a segurança das pontes garantindo que o comportamento encontrado nas análises seja próximo do real.

Apesar de todos os benefícios trazidos pelo MEF, sua utilização exige conhecimentos específicos que são importantíssimos para a obtenção de bons resultados. O conhecimento teórico de elementos finitos é fundamental para a modelagem de uma estrutura e existe uma grande variedade de considerações que precisam ser feitas, como por exemplo a escolha dos elementos a serem adotados. E por ser um método muito sensível a essas considerações, pequenas variações de um elemento ou forma de modelagem podem trazer diferenças significativas nos resultados de uma análise. Dessa forma, foi necessário analisar diferentes elementos e formas de modelagem de tabuleiros de pontes de vigas para obter informações que ajudem a definir um padrão mínimo exigido para que os modelos de EF garantam um resultado realístico do comportamento das pontes analisadas.

2 OBJETIVO

O objetivo principal deste trabalho é estudar diversos métodos de modelagem de pontes de vigas e definir a melhor opção considerando o custo-benefício. Os fatores analisados foram: a escolha dos elementos, a discretização necessária da malha de um elemento para fornecer resultados confiáveis, o nível de dificuldade no processo de modelagem, o esforço computacional envolvido na análise e a forma de obtenção de resultados. Este objetivo foi alcançado através de dois tipos de análise: uma básica de duas vigas biapoiadas e outra completa que inclui a modelagem de duas pontes. A primeira inclui uma viga de seção retangular e outra de seção T para analisar apenas as vigas isoladas e em conjunto com uma parcela do tabuleiro respectivamente. A segunda inclui a modelagem de pontes reais que receberam testes de cargas, onde foi possível analisar o comportamento em conjunto das vigas com o tabuleiro. Também foram analisados os apoios e os elementos de ligação rígida.

3 ANÁLISE BÁSICA

3.1 Descrição da Análise

Os focos principais dessa análise foram: comparar modelos que adotam elementos tipo *shell* e barra e fazer um estudo de convergência para determinar a discretização necessária da malha para a obtenção de bons resultados. Primeiramente, foram modeladas duas vigas bi-apoiadas de 5,00 m de comprimento, apresentadas na Fig. 1, sendo uma com seção retangular (VR) para verificação do comportamento da viga isolada e outra de seção T (VT) para verificação de forma representativa do comportamento em conjunto de uma faixa do tabuleiro de uma ponte com uma viga. Em ambas as análises foi considerado apenas um carregamento uniformemente distribuído nas vigas de $q = 10\text{kN} / \text{m}$.

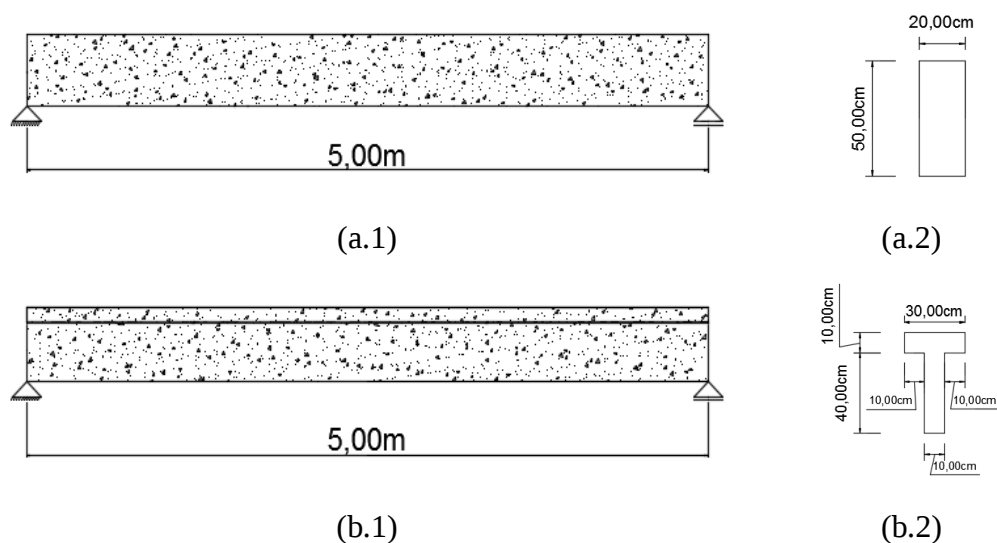


Figura 1 - Vigas analisadas – (a) VR; (b) VT

São apresentados na Tabela 1 os grupos de modelos analisados nesta etapa, sendo dois para a VR e três para a VT. A consistência geométrica é mantida nos quatro primeiros grupos listados na Tabela 1, porém no grupo VT.3 a viga é diretamente conectada ao tabuleiro causando uma superposição dos elementos. Na Fig. 2 é apresentada a inconsistência do modelo extrudado VT.3 em comparação com o VT.2, sem inconsistência. Os apoios são considerados em seus locais exatos utilizando também elementos de ligação rígida nos modelos de barra para conecta-los à viga.

Tabela 1 - Modelos das VRs e VTs

Modelo	Elemento do tabuleiro	Elemento da viga
VR.1	-	Barra
VR.2	-	Shell
VT.1	Shell	Barra
VT.2	Shell	Shell com ligação rígida
VT.3	Shell	Shell sem ligação rígida

A consistência geométrica é mantida nos quatro primeiros grupos listados na Tabela 1, porém no VT.3 a viga é diretamente conectada ao tabuleiro causando uma superposição dos elementos. Na Fig. 2 é apresentada a inconsistência do modelo extrudado VT.3 em comparação com o VT.2, sem inconsistência. Os apoios são considerados em seus locais exatos utilizando também elementos de ligação rígida nos modelos de barra para conecta-los à viga.

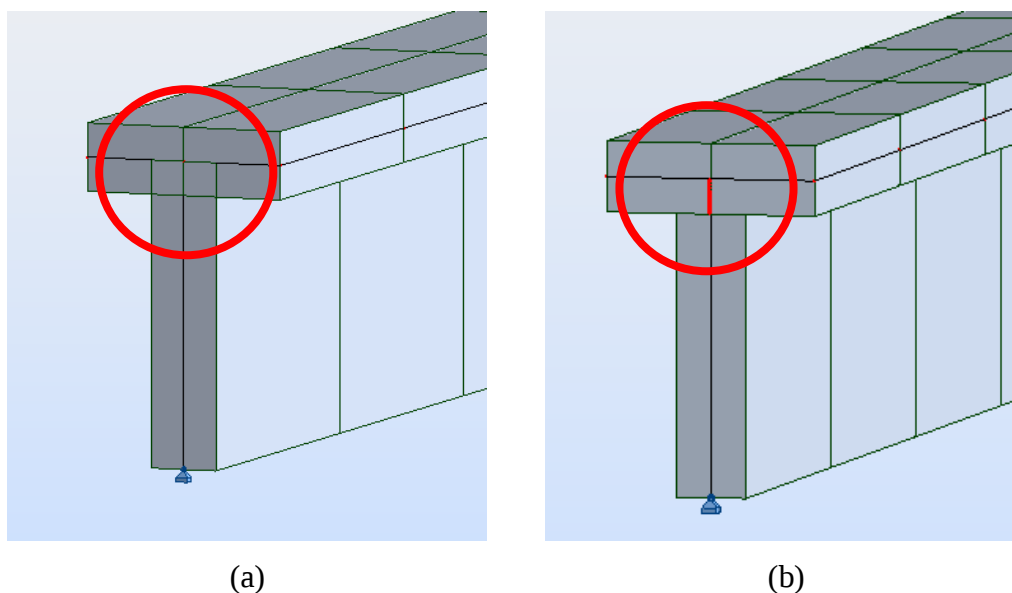


Figura 2 –Modelo extrudado: (a) Inconsistência geométrica do VT.3; (b) VT.2

Foram comparados os esforços de momento fletor e os deslocamentos máximos encontrados no modelo de EF com os resultados encontrados de forma analítica, que foram considerados como base de comparação. Os modelos foram analisados considerando um módulo de elasticidade (E) como 24,27 GPa tanto para as almas quanto para as mesas.

Viga Retangular

Na análise da VR, a viga foi modelada das seguintes formas:

- VR.1: Viga em barra;
- VR.2-1: Viga em *shell* (Malha de 0,50x1,00m);
- VR.2-2: Viga em *shell* (Malha de 0,50x0,50m);
- VR.2-3: Viga em *shell* (Malha de 0,50x0,25m);
- VR.2-4: Viga em *shell* (Malha de 0,25x0,25m).

O modelo VR.1 e o representante do grupo VR.2, VR.2-2 são apresentados na Fig. 3.

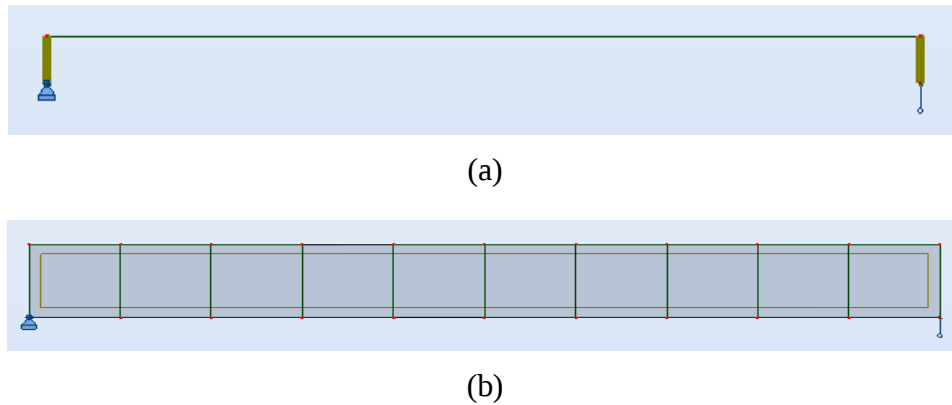


Figura 3 – Representação dos modelos – (a) VR.1; (b) VR.2-2

Os resultados das comparações dos momentos fletores e dos deslocamentos são apresentados na Fig. 4.

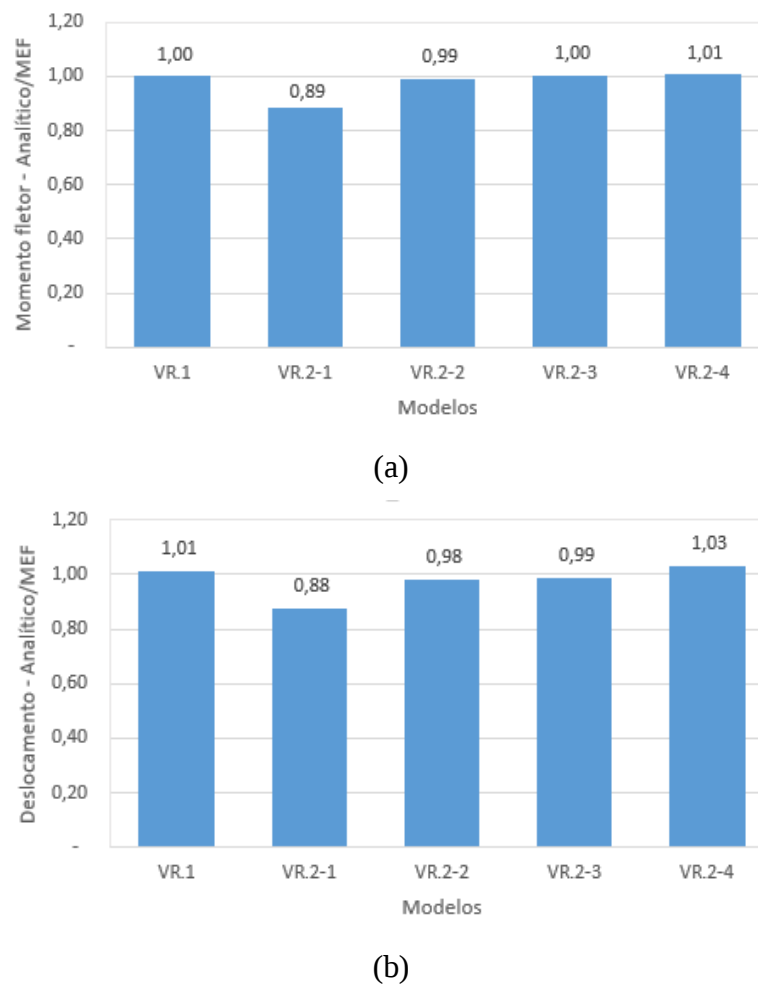


Figura 4 - Comparação de resultados – (a) Momento fletor; (b) Deslocamento

Como era esperado, o modelo em barra representa de forma quase perfeita o resultado analítico e o modelo em *shell* depende do refinamento da malha para fornecer bons resultados. Fica claro ao analisar as comparações que uma malha com elementos de *shell* de 0,50 x 0,50 m é suficiente para fornecer bons resultados, com diferenças inferiores a 2%.

Viga T

A análise da VT mostra a influência dos *links* rígidos (LRs) e o refinamento necessário da malha dos elementos para que a ação conjunta seja considerada da melhor forma possível.

A viga foi modelada das seguintes formas:

- VT.1-1: Alma em barra com LRs espaçados em 1,00 m;
- VT.1-2: Alma em barra com LRs espaçados em 0,50 m;
- VT.1-3: Alma em barra com LRs espaçados em 0,25 m;
- VT.2-1: Alma em shell com malha de 0,40x1,00m – com LRs;
- VT.2-2: Alma em shell com malha de 0,40x0,50m – com LRs;
- VT.2-3: Alma em shell com malha de 0,40x0,25m – com LRs;
- VT.3-1: Alma em shell com malha de 0,40x0,50m – sem LRs;
- VT.3-2: Alma em shell com malha de 0,40x0,25m – sem LRs.

O grupo VT.1, representado pelo modelo VT.1-2, o grupo VT.2, representado pelo modelo VT.2-2 e o grupo VT.3, representado pelo modelo VT.3-1 são apresentados na Fig. 5.

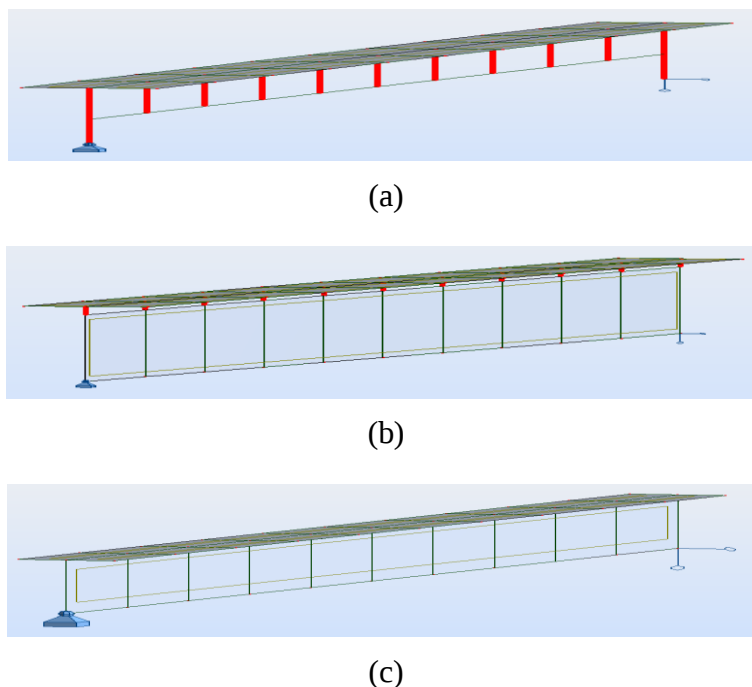
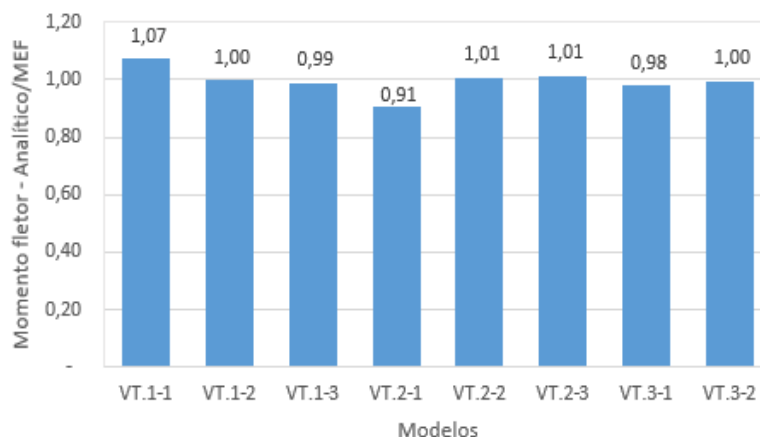
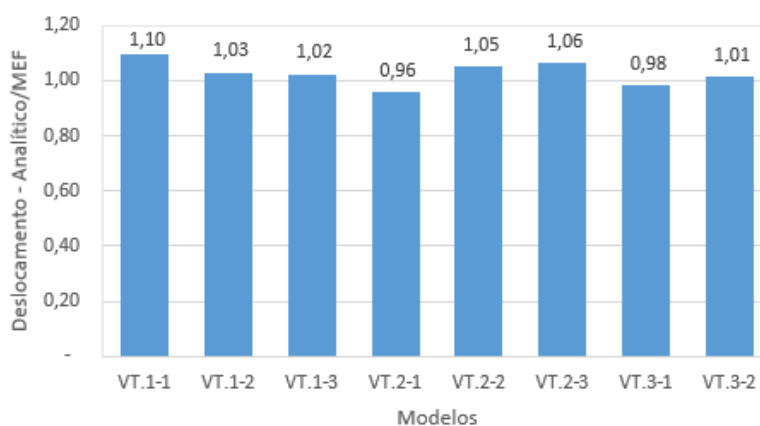


Figura 5 – Modelos – (a) VT.1; (b) VT.2; (c) VT.3

Os resultados das comparações dos momentos fletores e dos deslocamentos são apresentados na Fig. 6.



(a)



(b)

Figura 6 – (a) Comparação dos momentos; (b) Comparação de deslocamentos

Os resultados obtidos são similares aos resultados da VR. Uma discretização de 0,50m da malha também se mostra suficiente para que a ação conjunta dos elementos seja bem representada, tanto para os elementos de *shell* quanto para os de barra.

Conclusão

A partir das análises básicas, determina-se que a modelagem das vigas pode ser feita tanto com elemento de barra de 2 nós quanto com *shell* de 4 nós, afinal com o devido refinamento da malha os dois elementos fornecem resultados satisfatórios em comparação com as soluções analíticas, mesmo quando são utilizados *links* rígidos. Foi escolhido validar o elemento de barra na análise principal por diversos motivos, entre eles:

- Aproximação dos resultados;
- Maior facilidade de modelagem;

- Menor esforço computacional exigido;
- Maior simplicidade na obtenção e processamento de resultados.

Assim, foram analisadas as duas pontes com o método de modelagem escolhido, que é tabuleiro em *shell*, vigas em barras e elementos de ligação rígidos espaçados a no máximo 0,50 m conectando o tabuleiro com as vigas e as vigas com os apoios.

4 ANÁLISE PRINCIPAL

4.1 Ponte Nebraska – EUA

Kathol, Azizinamini e Luedke (1995) realizaram um estudo na Universidade de Nebraska no qual uma ponte de duas faixas de rolamento em escala real foi projetada, construída e testada em laboratório. O projeto, patrocinado pelo Nebraska Department of Roads (NDOR), possuía diversos objetivos específicos, entre eles:

- investigar a contribuição do diafragma no comportamento global e local de pontes metálicas;
- investigar a viabilidade do uso do método empírico da AASHTO LRFD (2012) para projetos de laje de concreto;
- avaliar a capacidade de distribuição de carga na direção transversal da ponte, tendo um grande espaçamento entre as vigas;
- investigar as causas de fissuras transversais nas pontes metálicas;
- avaliar a deflexão de pontes metálicas devido ao encolhimento da laje de concreto e avaliar a tensão desenvolvida nos membros da estrutura durante o período de cura;
- avaliar a capacidade de carga última na ausência de diafragmas;
- comparar resultados de cargas de serviço com testes de laboratório;
- desenvolver um pacote de análise em elementos finitos 3-D para análise de pontes com vigas metálicas.

Nos ensaios foram realizadas várias séries de testes com diferentes situações de carregamento e em diversas configurações geométricas da ponte. De forma aleatória, foi escolhida a série de teste de número 3 como representativa para a validação do modelo. Essa série é caracterizada pela ausência de diafragmas internos da ponte estudada e consiste em três situações de carregamento, que são:

- carregamento simultâneo de dois veículos nas duas faixas;
- carregamento de um veículo em apenas uma faixa;
- carregamento de um veículo transversalmente centralizado.

Levantamento Geométrico da Estrutura

A superestrutura da ponte é formada pela laje de tabuleiro, longarinas e diafragmas nos seus extremos. A ponte possui 21,40 m de comprimento e tabuleiro com 7,90 m de largura e 19 cm de espessura e é apoiado por 3 vigas metálicas de 137 cm de altura. As vigas são espaçadas a cada 3,04 m. A seção transversal da ponte e das vigas são mostradas na Fig. 7.

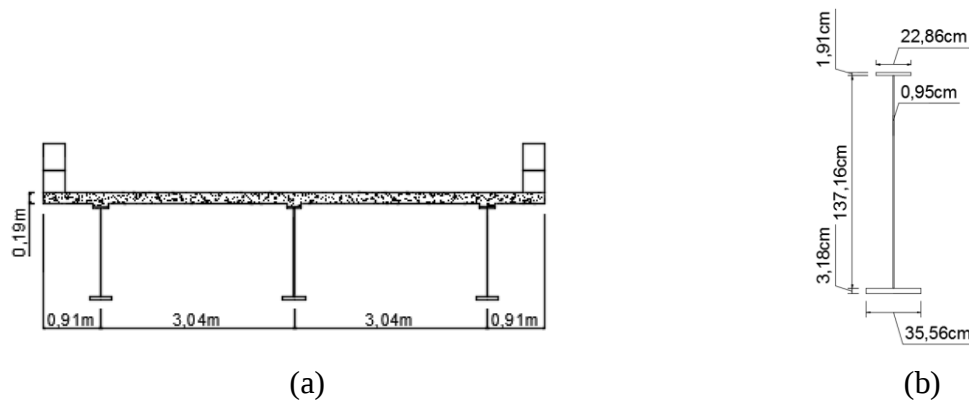


Figura 7 – (a) Seção transversal da ponte; (b) Detalhe da seção transversal da viga

Caracterização dos Materiais

Os materiais foram ensaiados para a determinação de suas propriedades. Chung e Sotelino (2005) reuniram as informações que são expostas na Tabela 2.

Tabela 2 - Propriedade dos Materiais (Adaptado de Chung e Sotelino, 2005)

Propriedades dos materiais	Concreto		Aço			
	Laje	Parapeito	Mesa Superior	Mesa Inferior (interna)	Mesa Inferior (externa)	Alma
Modulo de Elasticidade (GPa)	-	-	193,7	180,6	191,0	200,6
Resistência de Compressão (MPa)	43,0	41,8	-	-	-	-

Como não foram apresentados os módulos de elasticidade (E) do concreto e o presente trabalho foi iniciado antes da vigência da nova NBR 6118 (2014), o módulo de elasticidade do tabuleiro foi calculado de acordo com a NBR 6118 (2007), resultando em $E_{conc} = 31,21GPa$. As vigas são modeladas com apenas um elemento de barra, portanto o E_{viga} é calculado como uma média ponderada dos módulos de elasticidade de cada parte da viga, resultando em: $E_{viga} = 194,40GPa$.

Prova de Carga

O carregamento utilizado na série de testes 3 é derivado do veículo HS20 da AASHTO (1973), que é apresentado na Fig. 8, junto com as suas cargas de cada eixo. No teste feito pela Universidade de Nebraska, o carregamento utilizado é equivalente a 2,5 vezes o HS20, ou seja, cargas concentradas de cada roda do eixo dianteiro central e traseiro de 44,24 kN, 177,93 kN e 177,93 kN respectivamente.

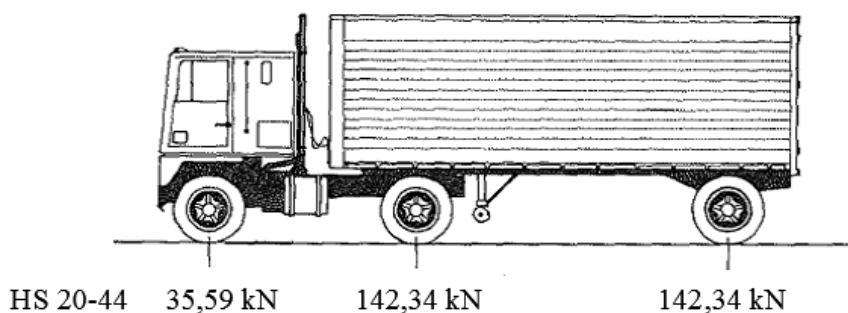


Figura 8 - Veículo HS20 da AASHTO (Adaptado de AASHTO, 1973)

Os três casos analisados são detalhados na Fig. 9. No caso 1, dois veículos são colocados lado a lado na ponte, no caso 2 apenas um veículo foi colocado em uma das pistas e no caso 3 um veículo foi colocado na linha central do tabuleiro.

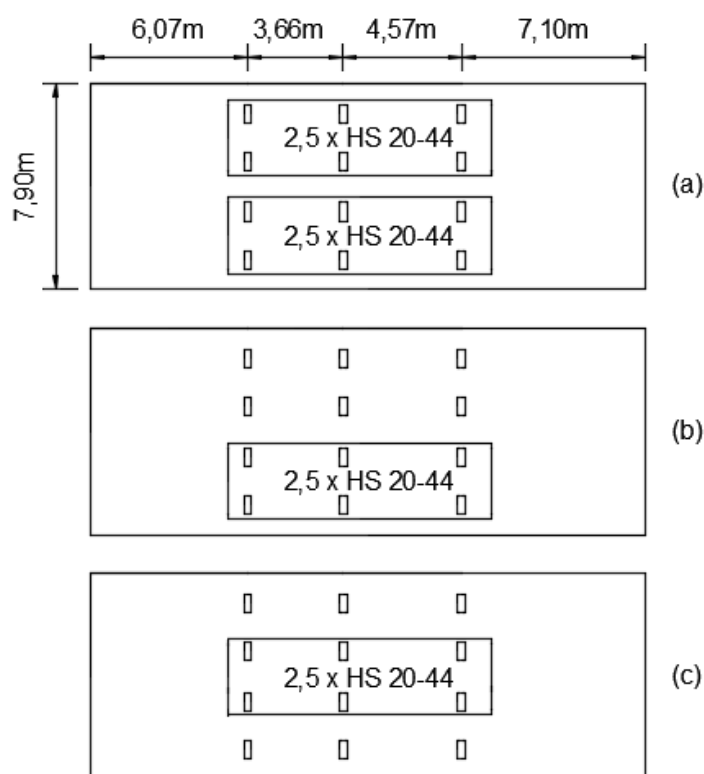


Figura 9 – Configuração de carregamento simulando: (a) Caso 1: 2,5xHS20 em cada pista; (b) Caso 2: 2,5xHS20 em uma pista; Caso 3: 2,5xHS20 na linha central do tabuleiro (Adaptado de Kathol, Azizinamini e Luedke, 1995)

Modelagem e Comparação de Resultados

Partindo do princípio que a integridade geométrica da ponte necessita ser mantida, foi necessário considerar cada elemento na sua devida posição e da forma mais exata possível. A ponte foi modelada com base nas conclusões obtidas na análise básica. A Fig. 10 apresenta o modelo analítico, com a malha utilizada e a distribuição dos LRs.

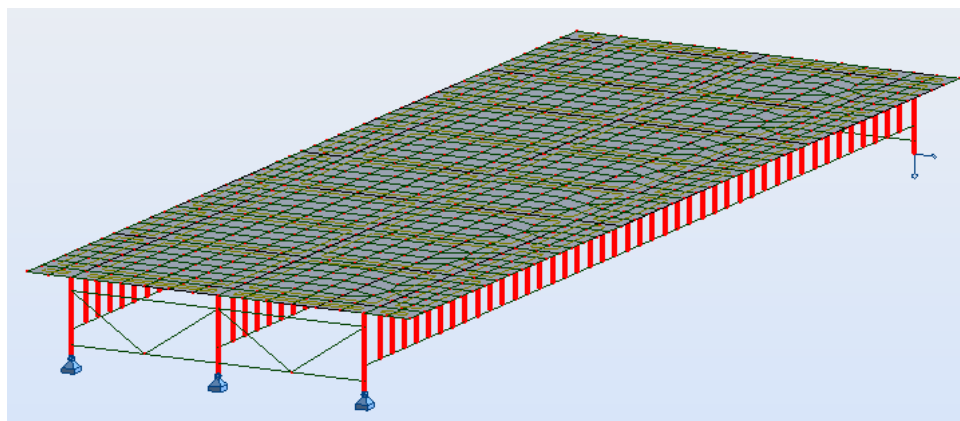


Figura 10 – Modelo analítico da ponte de Nebraska

São apresentadas na Fig. 11 as comparações entre os resultados encontrados na análise por elementos finitos e no teste de carga.

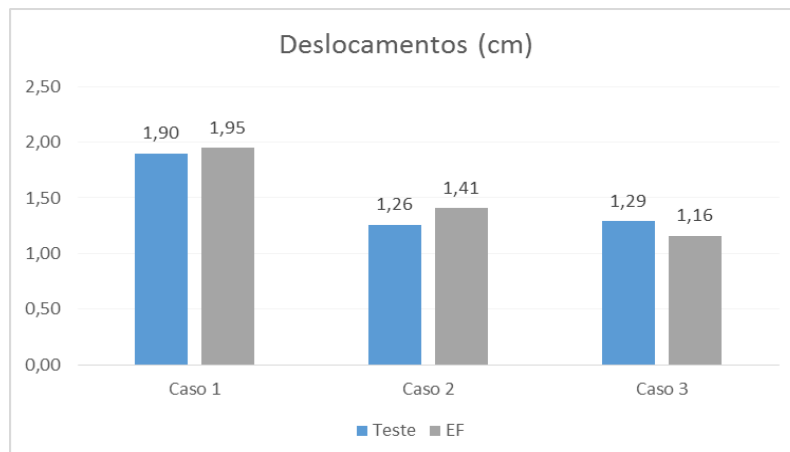


Figura 11 - Comparação de Deslocamentos

Para o caso 1, a diferença foi de apenas 2,60%. Já para os casos 2 e 3 houve diferenças maiores, porém dentro de uma margem aceitável, de aproximadamente 10%. Portanto, conclui-se que o modelo de elementos finitos escolhido conseguiu representar bem o comportamento da ponte.

4.2 Ponte Michigan – EUA

Nowak e Eon (2001) apresentaram um estudo da Universidade do Michigan em conjunto com o Departamento de Transporte de Michigan, onde foram estudadas em campo diversas pontes com vãos variando entre 10 e 40 m. Um dos principais objetivos dos testes era fornecer uma base para os fatores de distribuição transversal de cargas para vigas internas. Além disso, foi realizada uma análise dos veículos para determinar a frequência da ocorrência simultânea de dois veículos em uma pista e de veículos lado a lado.

Levantamento Geométrico da Estrutura

A ponte estudada neste trabalho é localizada em Flint, no estado americano de Michigan. Sua superestrutura é bi apoiada e formada pela laje de tabuleiro, longarinas e diafragmas espaçados a cada 6,4 m. A ponte possui 38,40 m de comprimento e 14,70 m de largura do tabuleiro, divididos entre duas faixas de rolamento centrais de 3,65 m, dois acostamentos laterais de 3,10 m e dois guarda-corpos nos extremos com 0,60 m. O tabuleiro de concreto possui 20 cm de espessura e é apoiado por 7 vigas metálicas de 122 cm de altura, espaçadas a cada 2,20 m. A seção transversal da ponte e das vigas são mostradas na Fig. 12.

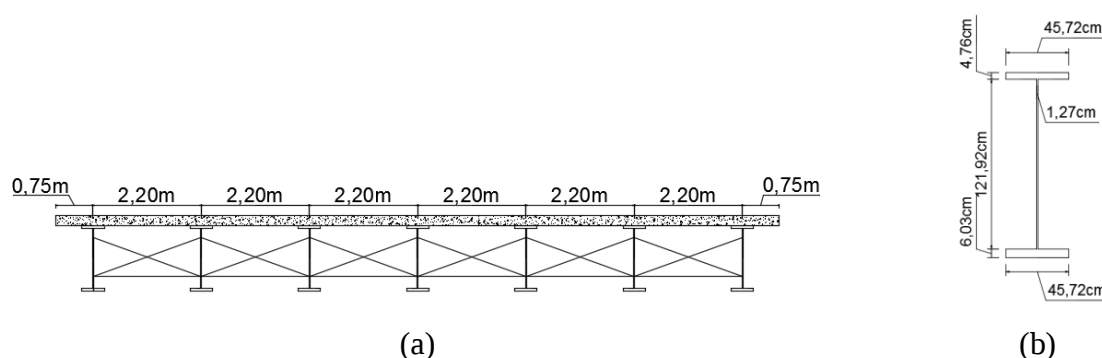


Figura 12 – (a) Seção transversal da ponte; (b) Detalhe da seção transversal da viga

Caracterização dos Materiais

Não foram especificados os materiais utilizados nas análises em Nowak e Eon (2001), porém de acordo com Shann (2012), o concreto da laje de tabuleiro desta ponte tem resistência de 4 ksi ou 27,58 MPa e de acordo com a NBR 6118 (2007) é calculado o seu módulo de elasticidade, resultando em $E_{conc} = 24,99 GPa$. Não é fornecido a resistência do aço das vigas, mas como não existe grandes variações entre os módulos de elasticidade do aço, foi considerado $E_{viga} = 200,00 GPa$.

Prova de Carga

Dois veículos similares foram utilizados na prova de carga. Os dois são caminhões de 11 eixos que foram pesados e possuem algumas variações na distribuição de carga por eixo e no peso total. A Fig. 13 mostra a distribuição de carga dos eixos para os dois veículos.

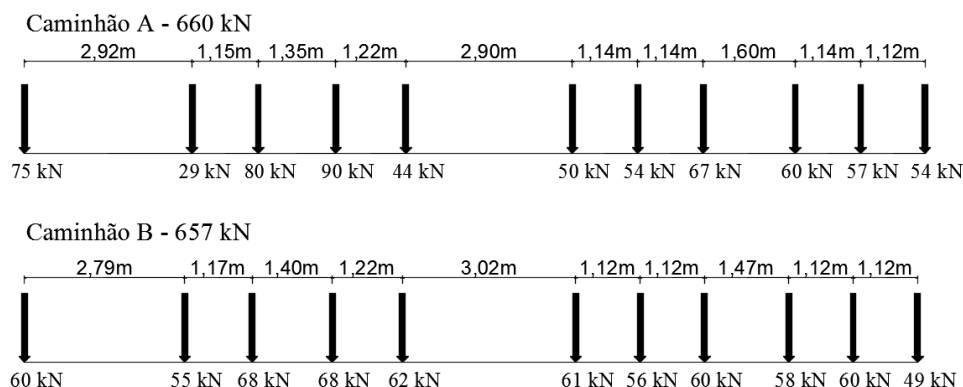


Figura 13 – Caminhões A e B utilizados nos testes (Adaptado de Nowak e Eon, 2001)

Foram realizados testes com várias configurações de carregamento diferentes. A Tabela 3 as apresenta.

Tabela 3 - Configurações de carregamento (Adaptado de Nowak e Eom, 2001)

Situação	Caminhões	Faixas de tráfego	Posição na faixa	Velocidade
1	Caminhão A	1	Centro	Mínima
2	Caminhão A	1	Junto ao parapeito	Mínima
3	Caminhão B	1	Centro	Mínima
4	Caminhão B	1	Junto ao parapeito	Mínima
5	Caminhão B	1	Centro	Normal
6	Caminhão A	1	Centro	Normal
7	Caminhão A	2	Centro	Mínima
8	Caminhão A	2	Junto ao parapeito	Mínima
9	Caminhão B	2	Centro	Mínima
10	Caminhão B	2	Junto ao parapeito	Mínima
11	Caminhão B	2	Centro	Normal
12	Caminhão A	2	Centro	Normal
13	Caminhão A e B	1 e 2	Centro	Mínima
14	Caminhão B e A	1 e 2	Centro	Mínima
15	Caminhão A e B	1 e 2	Centro	Normal
16	Caminhão B e A	1 e 2	Centro	Normal

Como o objetivo desse trabalho não é fazer uma análise dinâmica, apenas os testes em velocidade mínima são considerados, pois a partir deles que foram realizadas as análises estáticas. A validação do modelo de elementos finitos aqui realizada foi feita comparando as deformações das vigas. Nowak e Eom (2001) apresentam as deformações obtidas nos testes estáticos para todos os casos, porém como a ponte é simétrica transversal e longitudinalmente e os carregamentos são similares, os resultados encontrados na análise com o carregamento da faixa de rolamento 1 e da faixa de rolamento 2 são praticamente os mesmos. Dessa forma, foram escolhidos os casos 1 e 13 para serem representativos. O caso 1 é caracterizado por ter o caminhão A no centro de uma das faixas e o caso 13 é caracterizado por ter os caminhões A e B lado a lado, cada um no centro de uma das faixas de rolamento.

Modelagem e Comparação de Resultados

Assim como a ponte de Nebraska, essa ponte também foi modelada partindo do princípio que a sua integridade geométrica necessita ser mantida. Sendo assim, sua modelagem também seguiu as mesmas recomendações encontradas na análise básica. A Fig. 14 apresenta o modelo analítico.

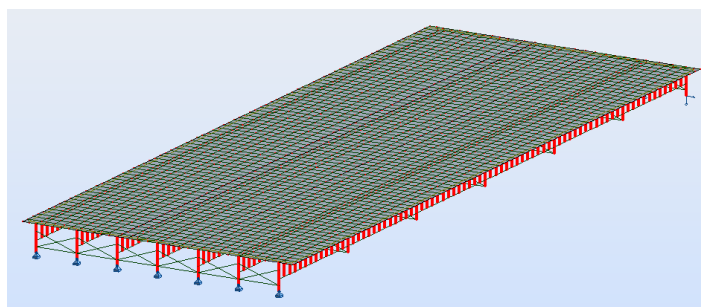


Figura 14 – Modelo analítico da ponte de Michigan

Construída em 1972, a ponte de Flint possui uma estrutura simples e bi apoiada, porém por ser antiga, com quase 30 anos na época dos testes, a deterioração dos apoios causa restrições adicionais para as rotações e para os deslocamentos longitudinais. De acordo com Bakht e Jaeger (1988, *apud* Nowak e Eom, 2001) e Schultz et al. (1995, *apud* Nowak e Eom, 2001) afirmam que até pequenas variações nas condições de contorno têm efeito considerável nos resultados.

Então, Nowak e Eom (2001) utilizaram três condições de contorno diferentes nos seus modelos de elementos finitos, mostradas na Fig. 15. Em (a), os apoios são representados por uma articulação fixa e uma móvel. Em (b), são representados por duas articulações fixas, sem liberação de movimentos longitudinais. E em (c), para representar a deterioração dos apoios, eles são parcialmente restringidos no topo e na base das vigas, utilizando um elemento de mola com rigidez K , calculada a partir dos dados obtidos nos testes de carga.

É esperado que os resultados encontrados nos testes estejam dentro da margem da diferença entre os modelos (a) e (b), confirmando a presença de uma certa restrição nos apoios, equivalente ao modelo (c).

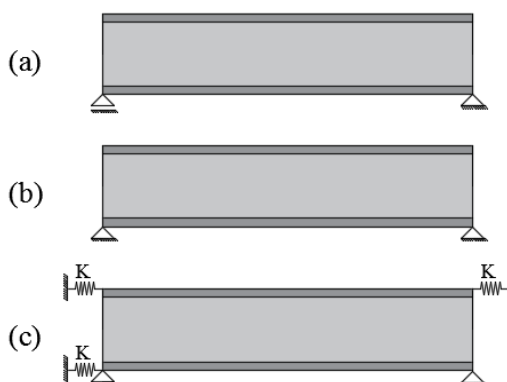
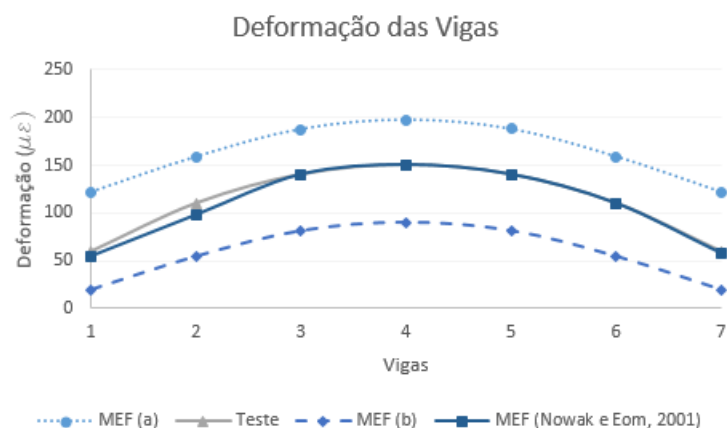


Figura 15 - Condições de Contorno (Adaptado de Nowak e Eom, 2001)

Foram comparados os resultados obtidos nas análises por elementos finitos dos modelos (a) e (b) com os resultados do teste de carga e do modelo (c) de Nowak e Eom (2001). A comparação é apresentada na Fig 16.

**Figura 16 - Deformação das vigas**

É provado então, que os resultados obtidos conseguem representar o comportamento de uma ponte antiga sem manutenção constante e ainda mostra um grande problema que não é levado em consideração nos projetos feitos atualmente. A consideração de maiores restrições nos apoios de pontes antigas resulta em um aumento da sua rigidez e na diminuição das deformações e momentos positivos em uma ponte bi apoiada, porém consequentemente, resulta em um aumento dos momentos negativos próximos aos apoios.

5 CONCLUSÕES

De forma geral, a modelagem de pontes de vigas é bem simples, porém os elementos analisados, podem tanto fornecer ótimos resultados e representar de maneira quase fiel o comportamento de uma ponte, quanto fornecer resultados discrepantes e não representar de forma aceitável esse comportamento, de acordo com o método de modelagem definido.

Concluiu-se a partir da análise básica que o elemento de barra e o elemento de *shell* podem ser utilizados para a modelagem das vigas de uma ponte, porém é necessário o máximo de cuidado na criação da malha dos elementos. Uma discretização máxima de 50 cm entre nós, tanto das vigas, quanto do tabuleiro foi suficiente para fornecer resultados satisfatórios para o problema estudado.

A análise principal extrapolou as conclusões obtidas na análise básica para a modelagem de tabuleiros completos, onde os diferentes elementos se comportam em conjunto e confirmou os resultados. Portanto conclui-se que o método de modelagem escolhido é perfeitamente capaz de representar o comportamento de uma ponte sem exigir um elevado esforço computacional.

Um outro ponto importante relatado neste trabalho é a influência de apoios antigos e mal conservados na estrutura de uma ponte. Como visto, pequenas restrições podem causar grandes diferenças na forma como o sistema estrutural de um tabuleiro se comporta, alterando

de forma significativa os esforços solicitantes dos elementos. Então sugere-se que se torne necessário a consideração dessas restrições já na fase de projetos para evitar que acidentes possam ocorrer por conta desta alteração.

REFERÊNCIAS

AMERICAN ASSOCIATION OF STATE HIGHWAY AND TRANSPORTATION OFFICIALS. Standard Specifications for Highway Bridges. 11^a. ed. Washington, DC: 1973.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro: 2007.

CHUNG, W.; SOTELINO, E. D. Three-dimensional finite element modeling of composite girder bridges. *Engineering Structures*, Maio 2005. 63-71.

KATHOL, S.; AZIZINAMINI, A.; LUEDKE, J. Strength Capacity of Steel Girder Bridges. University of Nebraska. Lincoln, p. 298. 1995.

NOWAK, A. S.; EOM, J. Verification of Girder Distribution Factors For Steel Girder Bridges. University of Michigan. Ann Arbor, p. 164. 2001

V. SHANN, S. Application of Ultra High Performance Concrete (UHPC) as a Thin-bonded Overlay for Concrete Bridge Decks. Houghton, MI: 2012.