



ANÁLISE NUMÉRICA DA FUNDAÇÃO DE UMA MÁQUINA ROTATIVA CONSIDERANDO RIGIDEZ E AMORTECIMENTO DO SOLO COM DISTRIBUIÇÃO NÃO HOMOGÊNEA

Igor Mastrianni de Albuquerque, M.Sc.

igor@poli.ufrj.br

Professor Substituto, Universidade Federal do Rio de Janeiro

Centro de Tecnologia, Sala D205, Ilha do Fundão, CEP:21941-909, Rio de Janeiro, RJ, Brasil

Sergio Hampshire de Carvalho Santos, D.Sc.

sergiohampshire@poli.ufrj.br

Professor Titular, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brasil

Centro de Tecnologia, Sala D205, Ilha do Fundão, CEP:21941-909, Rio de Janeiro, RJ, Brasil

Resumo. *O comportamento de fundações de máquinas sujeitas a carregamentos dinâmicos ainda não é um problema perfeitamente equacionado. A utilização de modelos numéricos tridimensionais com elementos finitos é cada vez mais comum, porém, modelos mais complexos não são garantia de melhores resultados. A modelagem da interação solo-estrutura é um aspecto de grande influência nos resultados finais e compreende diversas variáveis e disciplinas da engenharia. No presente trabalho é analisado um problema de fundação de máquina rotativa através de quatro diferentes modelos de simulação da interação solo-estrutura, representada através de coeficientes de rigidez e amortecimento na superfície de contato da fundação com o solo. Os resultados foram comparados com os encontrados com um modelo simplificado, com a utilização do programa Blocksolver. A observação dos resultados permitiu concluir que a definição dos coeficientes de rigidez do solo deve buscar uma lei de distribuição que conduza a uma distribuição de tensões na interface fundação-solo próxima à que efetivamente ocorrerá. A utilização de modelos em elementos finitos pode apresentar resultados não conservadores em algumas situações, notadamente em modelos com distribuição de coeficientes de rigidez uniforme. Fica evidenciada a importância de um estudo cuidadoso de cada situação a ser modelada devido à complexidade do problema dinâmico.*

Palavras-chave: *Fundações de máquinas, Análise dinâmica, Interação solo-estrutura, Rigidez do solo, Amortecimento do solo*

1 INTRODUÇÃO

1.1 Motivação e Relevância do Trabalho

A modelagem em elementos finitos com o apoio de programas de computador é hoje a abordagem mais utilizada na análise de estruturas. Entretanto, a utilização dessa ferramenta não é uma simples questão de se fornecer ao programa os dados de entrada de um problema seguindo um procedimento e receber os resultados prontos, uma vez que com uma determinada forma de se modelar uma estrutura pode se conseguir excelentes resultados para um determinado carregamento, mas se obter resultados insatisfatórios para um carregamento diferente do primeiro. Em especial, os carregamentos dinâmicos e a interação solo-estrutura são aspectos que exigem grande cuidado e podem levar a resultados significativamente diferentes em função de diferentes dados de entrada.

A utilização de grandes modelos em elementos finitos para a análise de estruturas de fundações de máquinas sujeitas a carregamentos dinâmicos não é necessariamente a melhor alternativa. Uma má representação da interação solo-estrutura pode levar a resultados mais distantes da realidade do que os de modelos em sistemas massa-mola considerando o bloco como rígido. Um estudo cuidadoso do comportamento do solo em contato com a base é necessário para melhor representá-lo.

A distribuição da rigidez e do amortecimento do solo sob um bloco de fundação é heterogênea, mesmo para um solo homogêneo. Entretanto essa distribuição, naturalmente, não é computada de maneira automática pelos programas de análise estrutural comerciais mais utilizados, que não são específicos para este fim e distribuem as molas apenas em função da área de sua influência nos elementos a que estão ligados. Cabe ao projetista determinar os parâmetros das molas que irão representar a rigidez do solo em função de sua posição na base da fundação. O conhecimento a respeito de uma melhor distribuição de molas para representar a interação entre o solo e a estrutura ainda é limitado.

1.2 Objetivo

Este trabalho objetiva analisar a eficácia de grandes modelos numéricos tridimensionais em elementos finitos de fundações sujeitas a carregamentos dinâmicos com a utilização de molas uniformemente distribuídas na base e propor uma distribuição não uniforme de rigidez e amortecimento do solo para esses mesmo modelos, que leve a resultados mais próximos dos determinados em uma abordagem teórica.

Será estudado o caso de uma máquina rotativa com carregamento periódico senoidal com fundação em um bloco de concreto de grande rigidez apoiado sobre o solo. Para servir como referência, os deslocamentos máximos do centro de gravidade deste bloco serão também determinados com o auxílio do programa Blocksolver (Coutinho & Mendes, 2007), que faz uma análise numérica utilizando um sistema massa-mola considerando o bloco como rígido. Três outros modelos serão desenvolvidos para terem seus resultados comparados com a análise do Blocksolver.

Este trabalho resume os resultados apresentados na Dissertação de Mestrado do primeiro autor, orientado pelo segundo autor (Albuquerque, 2015).

2 PARÂMETROS DE RIGIDEZ E AMORTECIMENTO

A Figura 1 apresenta uma representação do problema físico a ser modelado.

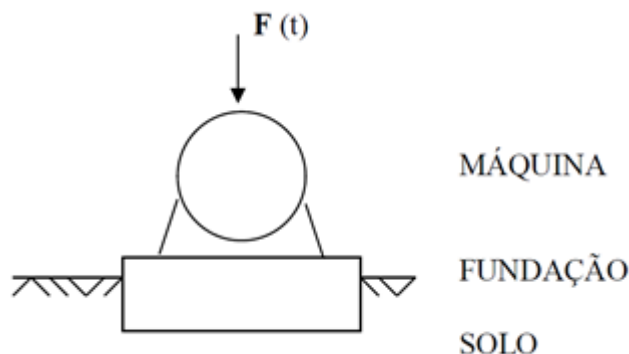


Figura 1. Representação do problema físico

O problema físico é representado por um modelo, onde a interação solo-estrutura é simulada através de molas e amortecedores, conforme ilustrado na Fig. 2, definidos em função das características do solo e da frequência de excitação.

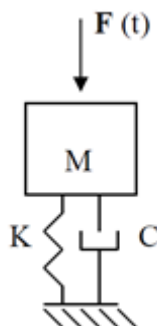


Figura 2. Representação de um sistema de um grau de liberdade

As propriedades elásticas do solo necessárias para a determinação dos parâmetros de rigidez e amortecimento são o seu módulo de elasticidade transversal, $G(kPa)$, o seu coeficiente de Poisson, ν , a sua massa específica, $\rho \left(\frac{kg}{m^3} \right)$, e a sua fração de amortecimento crítico, ξ .

2.1 Formulações de Wolf e de Richart

Uma das formulações mais utilizadas para a determinação de coeficientes de rigidez e amortecimento para fundações retangulares é a proposta por Wolf (1994), que reuniu resultados obtidos anteriormente por Gazetas e colaboradores. As fórmulas respectivas são apresentadas a seguir. As Equações (1) a (3) apresentam os valores de rigidez nas direções X, Y e Z, respectivamente, em kN/m . As Equações (4) a (6) apresentam os valores de rigidez rotacional em torno dos eixos X e Y e a rigidez torsional, em torno do eixo Z, em kN/m^2 .

A orientação dos eixos adotada é apresentada na Fig. 3, onde se observa que o eixo X é orientado paralelamente ao lado maior, de comprimento $2a$, enquanto o eixo Y é orientado na direção paralela ao lado menor, de comprimento $2b$.

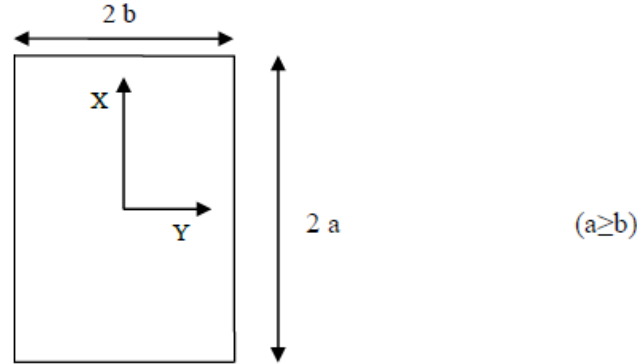


Figura 3. Orientação dos Eixos para a Formulação de Wolf & Gazetas

$$K_X = \frac{Gb}{2-\nu} \left(6,8 \left(\frac{a}{b} \right)^{0,65} + 2,4 \right) \quad (1)$$

$$K_Y = \frac{Gb}{2-\nu} \left(6,8 \left(\frac{a}{b} \right)^{0,65} + 0,8 \frac{a}{b} + 1,6 \right) \quad (2)$$

$$K_Z = \frac{Gb}{1-\nu} \left(3,1 \left(\frac{a}{b} \right)^{0,75} + 1,6 \right) \quad (3)$$

$$K_{XX} = \frac{Gb^3}{1-\nu} \left(3,2 \frac{a}{b} + 0,8 \right) \quad (4)$$

$$K_{YY} = \frac{Gb^3}{1-\nu} \left(3,73 \left(\frac{a}{b} \right)^{2,4} + 0,27 \right) \quad (5)$$

$$K_{ZZ} = Gb^3 \left(4,25 \left(\frac{a}{b} \right)^{2,45} + 4,06 \right) \quad (6)$$

Os parâmetros de amortecimento do solo podem ser determinados conforme a formulação de Richart et al. (1970). Essa formulação propõe, para uma placa rígida circular, os parâmetros de amortecimento apresentados nas Eq. (7) a (10).

Amortecimento na direção vertical:

$$C_Z = \frac{3,4 \cdot r^2}{1-\nu} \cdot \sqrt{\rho \cdot G} \quad (7)$$

Amortecimento na direção horizontal:

$$C_X = \frac{18,4 \cdot (1-\nu) \cdot r^2}{7-8 \cdot \nu} \cdot \sqrt{\rho \cdot G} \quad (8)$$

Amortecimento na direção rotacional:

$$C_\psi = \frac{0,8 \cdot r^4}{(1-\nu)(1+\beta_\psi)} \cdot \sqrt{\rho \cdot G} \quad (9)$$

Amortecimento na direção torsional:

$$C_\theta = \frac{1}{1+2 \cdot \beta_\theta} \cdot \sqrt{\frac{16 \cdot G \cdot r^3 \cdot I_\theta}{3}} \quad (10)$$

Onde as frações de massa rotacional, β_ψ , e torcional, β_θ , e as inércias rotacional, I_ψ , e torsional, I_θ , são apresentadas nas Eq. (10) a (13), respectivamente.

$$\beta_\psi = \frac{3 \cdot (1-\nu) \cdot I_\psi}{8 \rho r^5} \quad (11)$$

$$\beta_\theta = \frac{I_\theta}{\rho r^5} \quad (12)$$

$$I_\psi = \frac{\pi \cdot r^4}{4} \quad (13)$$

$$I_\theta = 2 \cdot I_\psi \quad (14)$$

Para fundações retangulares de lado maior $2c$ e lado menor $2d$, são utilizadas as equações apresentadas para fundações circulares, com a substituição dos raios pelos raios equivalentes respectivos, apresentados nas Eq. (15) a (17).

Raio equivalente para translações:

$$r = \left(\frac{4 \cdot c \cdot d}{\pi} \right)^{1/2} \quad (15)$$

Raio equivalente para rotação:

$$r = \left(\frac{16 \cdot c \cdot d^3}{3\pi} \right)^{1/4} \quad (16)$$

Raio equivalente para torção:

$$r = \left(\frac{16 \cdot c \cdot d \cdot (c^2 + d^2)}{6\pi} \right)^{1/4} \quad (17)$$

2.2 Hipótese de Winkler

Os parâmetros de rigidez podem ser definidos como constantes em uma área unitária, segundo a Hipótese de Winkler. Segundo esta hipótese, a reação do solo em uma fundação sujeita a uma pressão vertical é, em qualquer ponto da superfície, proporcional ao deslocamento vertical nesse ponto.

Uma outra formulação, que será aqui considerada, mais exata, baseia-se na solução elástica para a reação p de um ponto distando x do eixo de uma placa rígida de comprimento infinito e com largura $2B$, submetida a uma pressão uniforme q , apresentada na Eq. (18), (ABMS/ABEF, 1998).

$$p = \frac{2q}{\pi \left[1 - \left(\frac{x}{B} \right)^2 \right]^{1/2}} \quad (18)$$

2.3 Matriz de rigidez condensada do solo

Os coeficientes de rigidez podem ser também determinados conforme o modelo proposto por Santos & Guimarães (1988) e posteriormente utilizado por Ribeiro (2014). Nesse modelo, a superfície de contato é discretizada em elementos retangulares nos quais as propriedades são consideradas uniformes e concentradas em seu ponto central.

A matriz de rigidez do solo é determinada com a inversão da respectiva matriz de flexibilidade do solo. Para determinar esta matriz de flexibilidade, são utilizadas as expressões de Boussinesq e Cerruti para os deslocamentos vertical e horizontal, apresentadas na Eq. (19) e (20), respectivamente (Ribeiro, 2014).

$$\delta_V = \frac{1-\nu}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot G} \quad (19)$$

$$\delta_H = \frac{1-\nu}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot G} \left(1 - \nu + \frac{x^2}{r^2} \nu \right) \quad (20)$$

3 ESTUDO DE CASO

3.1 Apresentação do problema

Será analisada a fundação para uma máquina rotativa sobre um bloco de concreto. Este problema é de um projeto real com dados adaptados para esse estudo. Nesse projeto real foram estudadas alternativas em fundação direta e sobre estacas. A geometria, as propriedades do solo e as características de carregamento são apresentadas nessa seção. As Figuras 4 e 5 apresentam a geometria da estrutura.

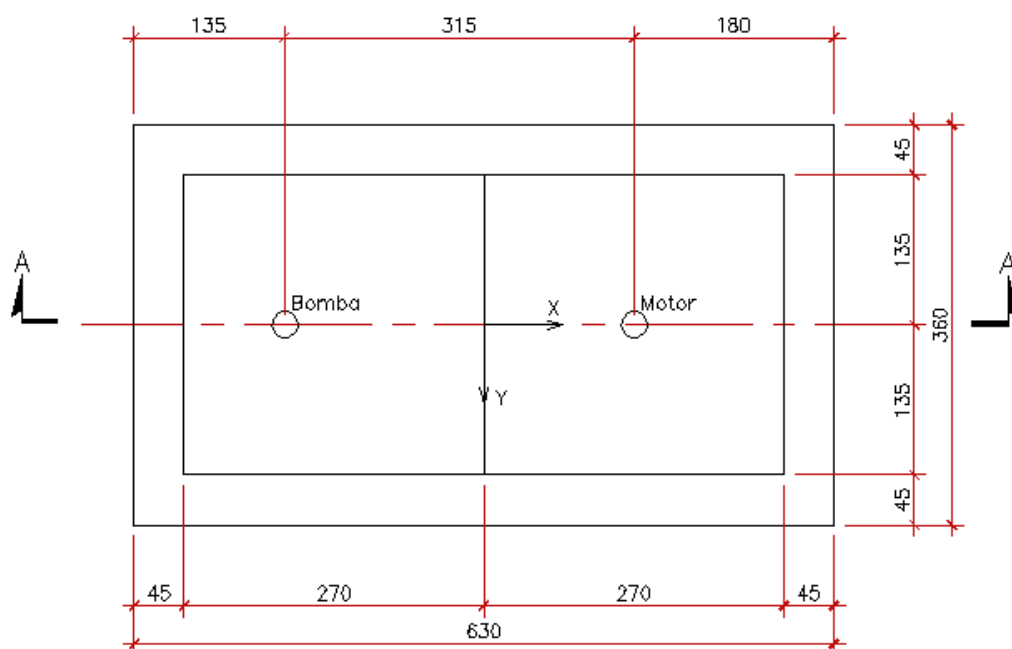


Figura 4. Planta da estrutura com dimensões em centímetros (cm)

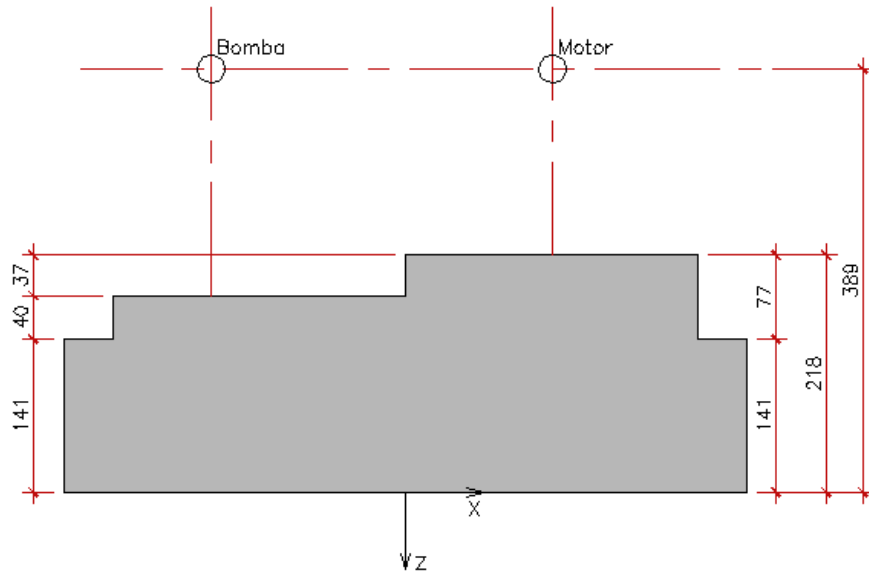


Figura 5. Corte A-A com dimensões em centímetros (cm)

A máquina (uma moto-bomba) é composta por uma bomba de massa igual a 14,56 Mg e um motor de massa igual a 20,60 Mg, ambos com frequência de operação de 11,83 Hz (710 rpm).

O carregamento dinâmico devido à operação dos equipamentos foi determinado conforme a Eq. (21), seguindo as recomendações da norma DIN 4024 (DIN,1989).

$$K = \frac{1.2 L f_m}{50}. \quad (21)$$

Sendo:

K – amplitude da carga dinâmica;

L – peso das partes rotativas;

f_m – frequência de operação;

Desse modo, considerando conservadoramente o peso das partes rotativas como 40% do peso dos equipamentos, temos as forças devidas à operação da bomba e do motor conforme as Equações (22) e (23), onde o peso das partes rotativas foi substituído por 40% das massas da bomba e do motor, m_{Bomba} e m_{motor} , multiplicadas pela aceleração da gravidade, g .

$$F_{Bomba} = \frac{1.2 (0.4 m_{Bomba} g) f_m}{50} = 16.54 kN. \quad (22)$$

$$F_{motor} = \frac{1.2 (0.4 m_{motor} g) f_m}{50} = 23.40 kN. \quad (23)$$

As forças devidas ao movimento periódico das massas da bomba e do motor atuam nos pontos onde se localizam os equipamentos e sua direção oscila em movimento harmônico no plano YZ.

A estrutura foi considerada inicialmente como em fundação direta, apoiada sobre solo homogêneo à cota $Z=0,00$ m com módulo de deformação transversal, G , coeficiente de Poisson, ν , e massa específica, ρ_{solo} , respectivamente dados a seguir.

$$G = 50\,000 \text{ kPa} \quad (24)$$

$$\nu = 0,30 \quad (25)$$

$$\rho_{\text{solo}} = 1,80 \frac{\text{Mg}}{\text{m}^3} \quad (26)$$

3.2 Apresentação dos modelos numéricos

Para a análise do problema proposto foram elaborados quatro modelos numéricos principais para a solução em fundação direta.

O primeiro modelo, denominado A1, utiliza uma distribuição homogênea de rigidez e amortecimento, isto é, considerando unicamente a área de influência de cada elemento para se determinar os coeficientes de mola. O valor desses coeficientes será o valor da rigidez total calculada conforme a formulação de Wolf (1994) para a rigidez e a de Richart et al. (1970), para o amortecimento, apresentadas no item 2.1, divididas igualmente pelos nós da superfície da fundação.

O segundo modelo, A2, terá uma distribuição de rigidez e de amortecimento distribuída de maneira não homogênea, determinada segundo o critério definido no item 2.2.

Um terceiro modelo, A3, terá uma distribuição de a rigidez idêntica à do segundo modelo, porém com a distribuição de coeficientes de amortecimento homogênea, como no primeiro modelo.

Finalmente, o quarto modelo utilizará uma distribuição de rigidez com molas com coeficientes distribuídos pela matriz de rigidez condensada do solo, conforme o modelo apresentado no item 2.3, e uma distribuição de amortecimentos homogênea.

Serão avaliadas as características dinâmicas dos modelos e os resultados dos deslocamentos no plano de aplicação das cargas (YZ).

Além desses será também elaborado um modelo (A0) para servir de referência para os valores de deslocamentos encontrados nos modelos tridimensionais, com a utilização do programa Blocksolver (Coutinho & Mendes, 2007).

As características dos modelos numéricos são resumidas a seguir.

Modelo de referência:

- Modelo A0: sistema massa-mola com bloco rígido, processado pelo programa Blocksolver;

Modelos tridimensionais em elementos finitos:

- Modelo A1: variações da rigidez e amortecimento homogêneas;
- Modelo A2: variações da rigidez e amortecimento não homogêneas;
- Modelo A3: variação da rigidez não homogênea e variação do amortecimento homogênea.
- Modelo A4: variação de rigidez com distribuição conforme modelo descrito por Ribeiro (2014), obtendo a matriz de rigidez na interface fundação-solo, e distribuição do amortecimento homogênea.

Os modelos tridimensionais em elementos finitos foram elaborados com o programa SAP2000 (CSI, 2014).

3.3 Modelagem numérica utilizando o Blocksolver

O Modelo A0 foi analisado pelo programa Blocksolver. O programa é alimentado pelos dados da geometria do problema, características do solo e os carregamentos dinâmicos.

A matriz de massa é determinada em função dos dados geométricos, das propriedades do material do bloco e das massas concentradas atribuídas ao problema e é apresentada na Fig. 6.

Matriz de Massa					
136.43	0	0	0	0	0
0	136.43	0	0	0	0
0	0	136.43	0	0	0
0	0	0	289.059	0	0
0	0	0	0	493.713	0
0	0	0	0	0	403.247

Figura 6. Modelo A0 - matriz de massa (Mg)

As matrizes de rigidez e amortecimento são calculadas automaticamente pelo programa utilizando as formulações de Wolf (1994) e Richart et al. (1970) e são apresentadas nas Figuras 7 e 8, respectivamente, em unidades compostas por quilonewtons (kN) e metros (m).

Matriz Rigidez					
644996	0	0	0	1.00304E6	0
0	676761	0	-1.05244E6	0	0
0	0	812150	0	0	0
0	-1.05244E6	0	4.30271E6	0	0
1.00304E6	0	0	0	7.62467E6	0
0	0	0	0	0	6.06614E6

Figura 7. Modelo A0 - matriz de rigidez

Matriz Amortecimento					
6064	0	0	0	9430	0
0	6064	0	-9430	0	0
0	0	10520	0	0	0
0	-9430	0	22944	0	0
9430	0	0	0	41498	0
0	0	0	0	0	12680

Figura 8. Modelo A0 - matriz de amortecimento

3.4 Modelagem numérica em elementos finitos

Os modelos A1, A2, A3 e A4 foram desenvolvidos com o auxílio do programa de análise SAP2000. As propriedades geométricas e os carregamentos, que são comuns a esses modelos, são apresentados a seguir. No final dessa seção, serão apresentadas as condições de contorno atribuídas a cada modelo.

A Figura 9 apresenta uma vista em perspectiva do modelo.

Foram utilizados elementos rígidos para conectar as massas dos equipamentos à estrutura e para distribuir em diversos nós as forças reativas dos apoios. Esse artifício é necessário, pois os nós dos elementos de sólidos não têm restringidos os graus de liberdade de rotação. Os elementos de barras colocados para conectar as massas à estrutura foram prolongados por dois nós para o interior do bloco. Em cada encontro de barra com a superfície do bloco foram posicionados dois elementos perpendiculares para reduzir a interferência de um carregamento concentrado.

Os nós do fundo do bloco estão conectados por membros rígidos a pontos em um eixo paralelo ao eixo XY a uma pequena distância, onde estão aplicadas as molas. A Figura 10 apresenta uma vista em perspectiva dos elementos rígidos utilizados nos modelos.

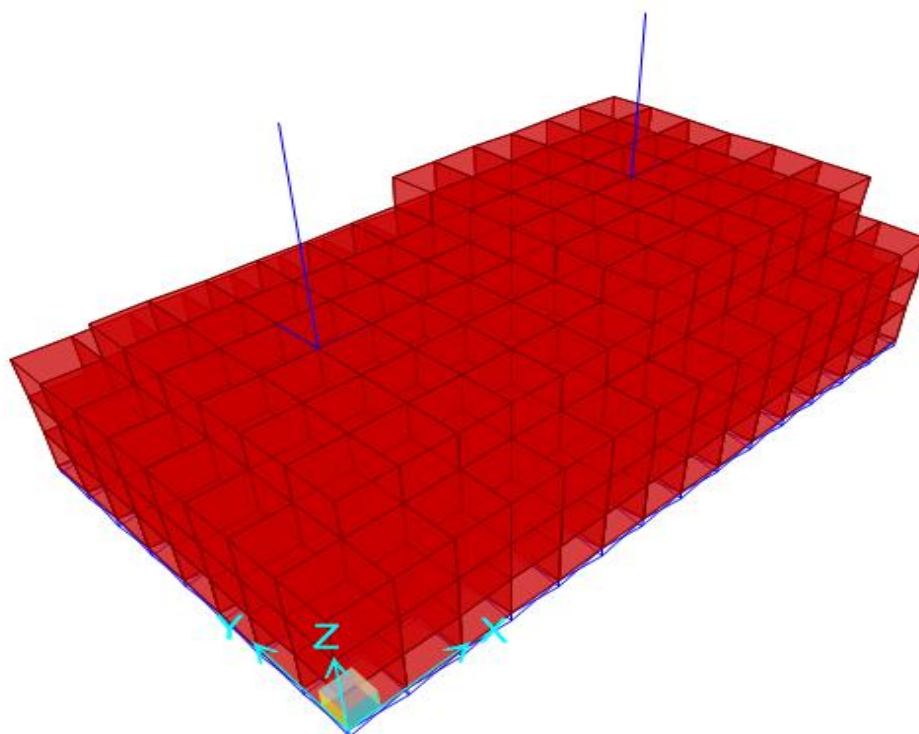


Figura 9. Modelos em elementos finitos – perspectiva

Foram feitos modelos de teste cujos resultados asseguraram que a presença dos elementos de barra não tem influência significativa no peso da estrutura ou em suas propriedades modais.

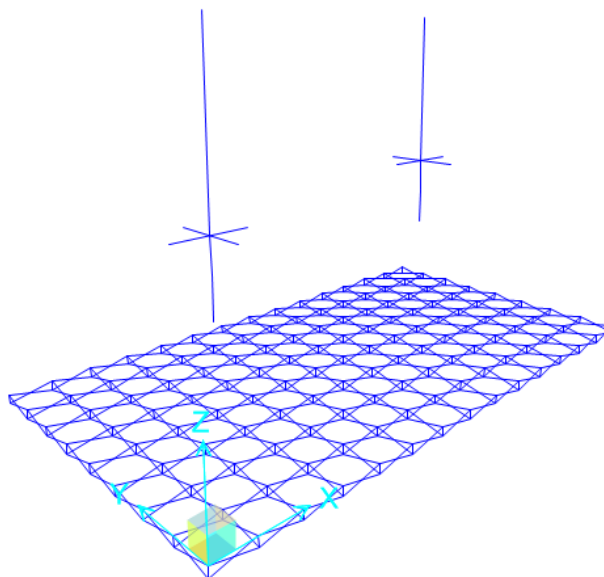


Figura 10. Modelos em elementos finitos – membros rígidos

Propriedades dos materiais

As propriedades do material do bloco de fundação em concreto armado foram determinadas em conformidade com a norma NBR 6118 (ABNT, 2014) e são descritas a seguir.

Concreto de classe C30 ($f_{ck} = 30$ MPa):

- $\gamma_{\text{concreto}} = 25 \frac{kN}{m^3}$ — Peso específico;
- $E = 27$ GPa — Módulo de elasticidade;
- $\nu = 0,2$ — Coeficiente de Poisson;

As propriedades do material dos elementos rígidos foram as mesmas dos elementos sólidos, exceto pelo peso específico, que foi atribuído como $10^{-5} \frac{kN}{m^3}$ simulando um número muito pequeno.

Propriedades das seções

O bloco foi modelado com elementos de hexaédricos de arestas com 45 cm no plano XY. A altura dos elementos das três camadas mais inferiores é de 47 cm, seguidas pela quarta camada com altura de 40 cm e pela camada superior com elementos de altura de 37 cm.

Os elementos rígidos foram modelados como barras prismáticas de seção circular de diâmetro 10m.

Atribuição dos carregamentos

A atribuição dos carregamentos dinâmicos devidos ao movimento dos equipamentos foi feita conforme descrito a seguir.

As forças aplicadas nos pontos equivalentes às localizações dos equipamentos foram atribuídas a esses nós com a utilização de dois padrões de carregamento (“load pattern”) nas direções Y e Z. Em cada um deles aplicam-se simultaneamente as forças referentes a cada um dos equipamentos.

Dois casos de carga foram criados multiplicando-se as forças em Y por uma função seno e as forças em Z por uma função cosseno para que, ao serem somados, seja obtido o efeito de uma rotação das forças em torno do eixo X, simulando o carregamento rotativo.

Os carregamentos foram analisados por análise modal, em 24 funções periódicas de frequência variando entre 1Hz e 36Hz e uma função de frequência 0,01Hz utilizada para avaliar a frequência próxima de zero.

A Figura 11 apresenta uma vista em perspectiva do modelo com as forças devidas ao motor e à bomba aplicadas simultaneamente nos nós em que foram atribuídas.

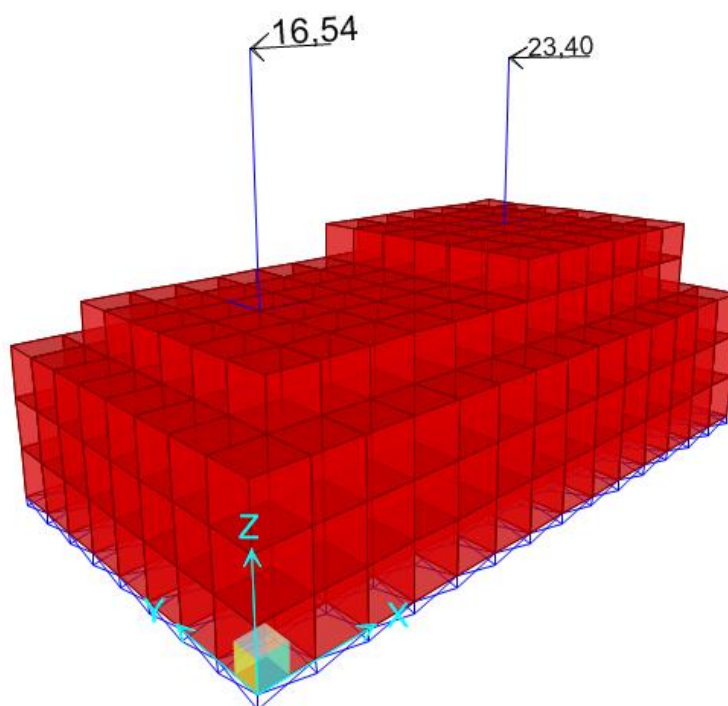


Figura 11. Modelos em elementos finitos – carregamentos dinâmicos

Condições de apoio para o modelo A1

Para os modelos elaborados para a utilização do SAP2000 foram calculadas as propriedades de rigidez conforme proposto por Wolf (1994) e apresentado nas Equações (1) a (6), e as propriedades de amortecimento conforme proposto por Richart et. al. (1970), e apresentado nas Eq. (7) a Eq. (9). A Tabela 1 apresenta os valores de rigidez e amortecimento calculados para aplicação nos modelos.

No modelo A1, as propriedades de rigidez e amortecimento foram atribuídas de maneira uniforme, levando em consideração apenas a área de influência de cada nó. Desse modo, uma vez que a superfície da fundação é dividida em oito linhas de 14 elementos, as propriedades referentes a cada elemento são os coeficientes encontrados na Tabela 1 divididos por 112, conforme apresentado na Tabela 2.

Tabela 1. Propriedades de rigidez e amortecimento totais

Grandeza	Nomenclatura	Valor
Rigidez na direção X	K_X	$644\,996 \frac{kN}{m}$
Rigidez na direção Y	K_Y	$676\,761 \frac{kN}{m}$
Rigidez na direção Z	K_Z	$812\,150 \frac{kN}{m}$
Amortecimento na direção X	C_X	$6\,064 \frac{kN \cdot s}{m}$
Amortecimento na direção Y	C_Y	$6\,064 \frac{kN \cdot s}{m}$
Amortecimento na direção Z	C_Z	$10\,520 \frac{kN \cdot s}{m}$

Tabela 2. Modelo A1 - Propriedades de rigidez e amortecimento distribuídas

Grandeza	Nomenclatura	Valor
Rigidez na direção X	K_X	$5\,759 \frac{kN}{m}$
Rigidez na direção Y	K_Y	$6\,043 \frac{kN}{m}$
Rigidez na direção Z	K_Z	$7\,251 \frac{kN}{m}$
Amortecimento na direção X	C_X	$54 \frac{kN \cdot s}{m}$
Amortecimento na direção Y	C_Y	$54 \frac{kN \cdot s}{m}$
Amortecimento na direção Z	C_Z	$94 \frac{kN \cdot s}{m}$

As propriedades de rigidez e amortecimento foram atribuídas aos nós do modelo no nível da fundação. Para respeitar as áreas de influência, aos nós internos foram atribuídos integralmente os coeficientes dados na Tabela 2. Aos nós dos quatro cantos da base foram atribuídos coeficientes com um quarto do valor das dos nós internos, enquanto aos demais nós de extremidade, valores equivalentes à metade dos valores integrais.

Condições de apoio para o modelo A2

O modelo A2 em fundação direta foi desenvolvido com a utilização do SAP2000, com a distribuição de rigidez na base buscando reproduzir a distribuição real de pressões que ocorre em uma placa rígida submetida a um carregamento uniforme, conforme apresentado no item 2.2.

Para se levar em conta o comportamento em duas direções da placa de fundação, a distribuição de pressões dada pela Eq. (18) foi aplicada de forma multiplicativa nas duas direções. Apesar deste procedimento ser bastante aproximado, existia a expectativa de que

pudesse levar a uma estimativa razoável do comportamento real da distribuição de tensões na base da fundação.

Os coeficientes de impedância foram determinados como proporcionais às pressões obtidas de acordo com a avaliação aproximada acima descrita.

O valor dos coeficientes é ajustado de forma que a soma dos valores de rigidez em todos os apoios seja igual à rigidez vertical, K_z , apresentada na Tabela 1.

Para as direções X e Y, a distribuição de rigidez foi feita de forma uniforme de modo que sua somatória seja igual aos valores definidos na Tabela 1. As áreas de influência dos nós também foram consideradas, reduzindo proporcionalmente os coeficientes em nós de extremidade.

A Tabela 3 apresenta os valores dos coeficientes de rigidez (em kN/m) na direção Z aplicados nos nós da fundação em função de sua posição em relação ao centro. A primeira linha e a primeira coluna da tabela representam os nós posicionados sobre eixos horizontais paralelos a X e Y que passam pelo centro da fundação. Os valores apresentados na tabela representam os nós de um quarto da fundação, e foram repetidos nos três demais quadrantes formando uma dupla simetria. Os coeficientes de rigidez nas direções X e Y são os apresentados na Tabela 1.

Tabela 3. Modelo A1 - Propriedades de rigidez e amortecimento

$K_z(\text{kN/m})$	X=0	X=0.45m	X=0.90	X=1.35	X=1.80	X=2.30	X=2.80	X=3.30
Y=0	3 827	3 867	3 997	4 247	4 695	5 577	8 227	5 142
Y=0.45	3 961	4 003	4 137	4 396	4 860	5 773	8 516	5 323
Y=0.90	4 480	4 527	4 679	4 971	5 496	6 528	9 631	6 019
Y=1.35	6 353	6 420	6 636	7 051	7 795	9 258	13 658	8 536
Y=1.80	3 921	3 963	4 096	4 352	4 811	5 714	8 430	5 269

A distribuição do amortecimento no Modelo A2 seguiu o mesmo procedimento da distribuição de rigidez nos nós da fundação. A Tabela 4 apresenta os valores dos coeficientes de amortecimento na direção Z aplicados nos nós da fundação, em função de sua posição em relação ao centro. Os coeficientes de amortecimento são os apresentados na Tabela 1.

Tabela 4. Modelo A1 - Propriedades de rigidez e amortecimento

$C_z(\text{kN/m})$	X=0	X=0.45m	X=0.90	X=1.35	X=1.80	X=2.30	X=2.80	X=3.30
Y=0	49.6	50.1	51.8	55.0	60.8	72.2	106.6	66.6
Y=0.45	51.3	51.9	53.6	56.9	63.0	74.8	110.3	68.9
Y=0.90	58.0	58.6	60.6	64.4	71.2	84.6	124.7	78.0
Y=1.35	82.3	83.2	86.0	91.3	101.0	119.9	176.9	110.6
Y=1.80	50.8	51.3	53.1	56.4	62.3	74.0	109.2	68.2

Condições de apoio para o modelo A3

O Modelo A3 foi desenvolvido com a distribuição de rigidez na base buscando reproduzir a distribuição real de pressões que ocorre em uma placa rígida submetida a um carregamento uniforme, conforme apresentado no item 2.2, enquanto o amortecimento é distribuído pelos nós da fundação de maneira homogênea.

Os valores dos coeficientes de rigidez na direção Z são os encontrados na Tabela 3 e os dos coeficientes de amortecimento, os encontrados na Tabela 4. Os valores de rigidez e amortecimento na direção horizontal são os encontrados na Tabela 1.

Condições de apoio para o modelo A4

As condições de apoio para o Modelo A4, utilizando o modelo de matriz de rigidez condensada na interface fundação-solo de acordo com o item 2.3, foi determinada com a formulação descrita nesse item, implementada em uma planilha eletrônica desenvolvida por Ribeiro (2014) em seu trabalho. Os resultados dos coeficientes de rigidez verticais são apresentados na Tabela 5. Os coeficientes de amortecimento do Modelo A4 foram os apresentados na Tabela 1.

Tabela 5. Modelo A4 - propriedades de rigidez e amortecimento

$C_z(\text{kN/m})$	X=0	X=0.45m	X=0.90	X=1.35	X=1.80	X=2.30	X=2.80	X=3.30
Y=0	3 526	3 549	3 624	3 770	4 071	4 415	8 284	6 007
Y=0.45	3 663	3 686	3 762	3 909	4 211	4 554	8 461	6 116
Y=0.90	3 904	3 927	4 003	4 148	4 446	4 762	8 793	6 356
Y=1.35	7 309	7 345	7 460	7 678	8 092	8 592	13 175	8 767
Y=1.80	5 305	5 330	5 408	5 554	5 822	6 177	8 701	5 523

4 ANÁLISE E RESULTADOS

4.1 Deslocamentos verticais

A Figura 12 apresenta o deslocamento máximo vertical do centro de gravidade do conjunto equipamentos-fundação em função da frequência de operação do motor e da bomba.

Os resultados plotados na Figura 12 mostram uma curva suave e contínua formada pelos deslocamentos obtidos com o Modelo A0, analisado com o auxílio do programa Blocksolver. As curvas obtidas com os resultados dos modelos A1 a A4, obtidos com o SAP2000, apresentam uma forma bastante compatível com a esperada, próximas à curva do modelo de referência A0.

Para a frequência zero, no modelo A0 foi encontrado o valor de 49,2 μm . Os modelos A1 a A4 obtiveram deslocamentos verticais entre 46,8 μm e 47,0 μm , muito próximos entre si e dos observados no modelo A0.

O modelo de referência A0 mantém uma curva de valores de deslocamentos ascendentes até a frequência própria da estrutura, onde é observado o deslocamento máximo. A taxa de

aumento dos valores de deslocamentos em relação à frequência foi baixa entre as frequências de 0,0 Hz e 1,0 Hz, mas mantém-se uniforme no trecho seguinte até se reduzir rapidamente na proximidade do deslocamento máximo.

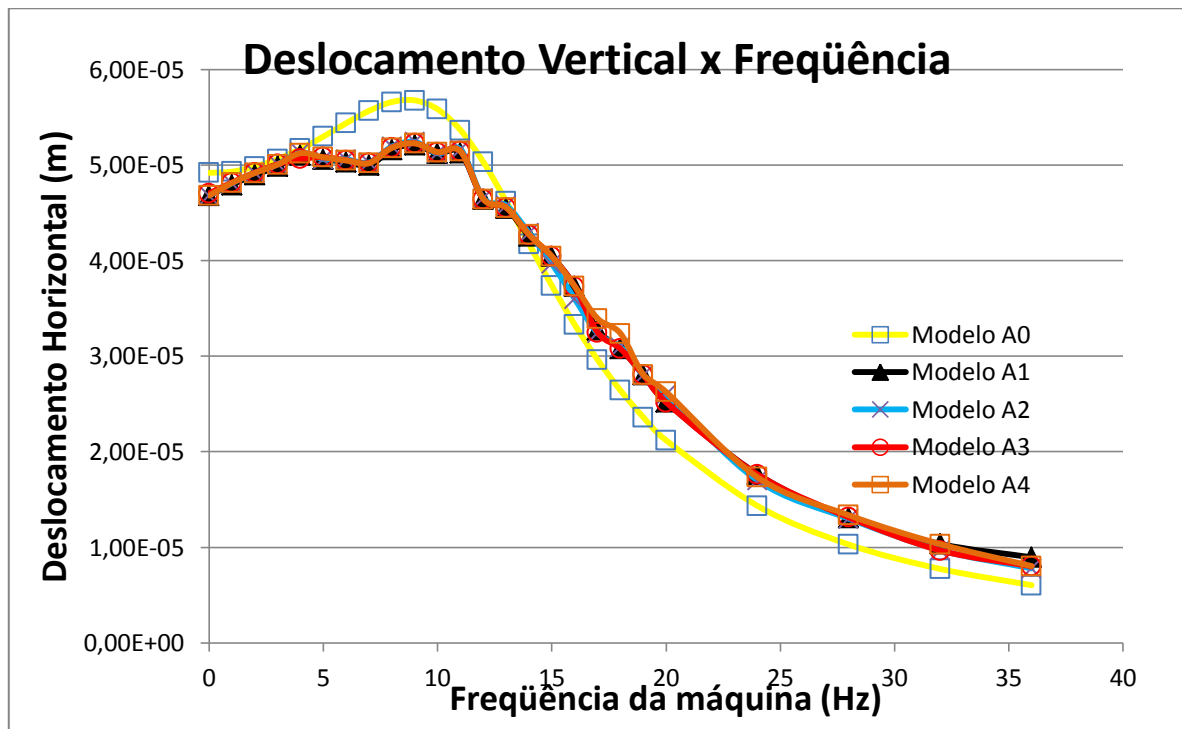


Figura 12. Deslocamento máximo vertical x frequência de operação dos equipamentos

O maior valor atingido foi de 56,8 μm na frequência de 9,0 Hz. A partir dessa excitação, a curva começa a apresentar uma trajetória descendente e quase uniforme até a frequência de 20,0 Hz, próxima ao ponto de inflexão, a partir do qual a curva tem sua taxa de variação reduzida tendendo a um comportamento de uma assíntota horizontal.

O comportamento das curvas dos demais modelos apresentou características muito próximas entre si, de modo que as curvas plotadas na Figura 12 quase se sobrepõem.

Os valores de deslocamentos máximos verticais encontrados nos modelos A1 a A4 foram observados na mesma frequência de excitação 9,0 Hz registrada no modelo A0. Os valores de pico foram entre 52,1 μm e 52,4 μm , muito próximos entre si e cerca de 8% inferiores ao pico do Modelo A0, de 56,8 μm .

A partir da frequência de operação 11,0 Hz, as curvas começam a apresentar uma trajetória descendente, depois de apresentar uma descontinuidade devida a um efeito localizado. Entre as frequências de 13,0 Hz e 14,0 Hz, os valores de deslocamentos máximos passam descrever uma curva aproximadamente paralela e com valores superiores aos obtidos pelo Blocksolver.

Os resultados indicam que os modelos em elementos finitos A1 a A4 apresentam resultados praticamente idênticos entre si na direção vertical e próximos dos resultados obtidos com a hipótese de bloco rígido A0. Isto assegura a validade dos modelos no sentido vertical das forças aplicadas.

4.2 Deslocamentos horizontais

A Figura 13 apresenta o deslocamento máximo horizontal do centro de gravidade do conjunto equipamentos-fundação em função da frequência de operação do motor e da bomba.

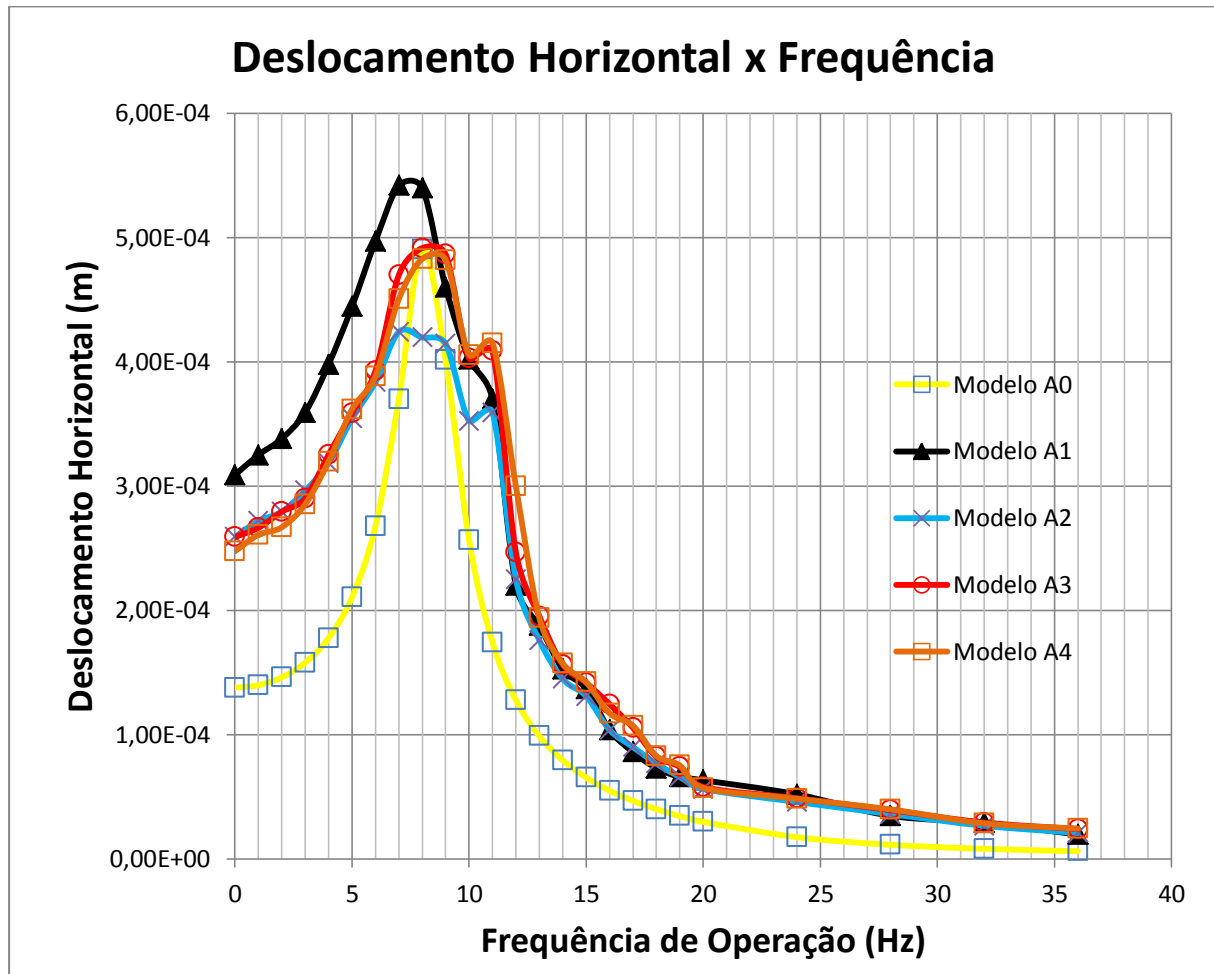


Figura 13. Deslocamento máximo horizontal x frequência de operação dos equipamentos

A partir do gráfico dos deslocamentos máximos horizontais em função da frequência de operação dos equipamentos, plotado na Figura 13, pode ser observado que o modelo de referência A0, analisado com o auxílio do programa Blocksolver, apresenta uma curva suave e contínua com taxas de variação positivas até a proximidade de um ponto de deslocamento máximo, a partir de onde a curva apresenta uma trajetória descendente até apresentar o formato próximo a uma assíntota horizontal para frequências mais altas.

O deslocamento encontrado no modelo de referência para a frequência nula foi de $138\mu\text{m}$ e o deslocamento máximo foi de $490\mu\text{m}$, para a frequência de excitação de 8,0 Hz.

Em todos os pontos do gráfico os modelos A1 a A4, desenvolvidos pelo SAP2000 apresentaram valores de deslocamentos superiores aos observados no Modelo A0 (à exceção do deslocamento devido à frequência de excitação 8,0 Hz para o Modelo A2, que encontrou um valor 15% inferior).

O Modelo A1 – onde todas as propriedades são distribuídas homogeneamente - obteve valores de deslocamentos superiores aos do Modelo A2 para as frequências inferiores a 6,0Hz. Encontrou os maiores valores de pico em relação a todos os modelos nas frequências de 7,0Hz e 8,0Hz (542 μ m) e para valores superiores de frequência excitadora passa a apresentar resultados próximos aos dos demais modelos em elementos finitos. Observar que, para altas frequências, as respostas da fundação passam a ser governadas pelas massas, que têm a mesma representação em todos os modelos.

O modelo A2 cujas propriedades de impedância são diferentes das do Modelo A1 apenas na direção vertical – obteve resultados cerca de 11% inferiores aos do modelo A1 no trecho anterior à frequência própria da estrutura para concordar com seus resultados posteriormente, com uma diferença geralmente menor do que 6%. Alguns pontos de descontinuidade, em especial na frequência de 12,0Hz, apresentaram variações maiores.

Os modelos A3 e A4 resultaram em curvas quase sobrepostas, conforme se observa na Figura 13, com diferença de valores de deslocamentos inferior a 5,0% em todos os pontos com exceção da frequência de 12,0Hz.

Os valores de pico encontrados foram obtidos nas frequências de 8,0 Hz nos modelos A0, A3 e A4 e na frequência de 7,0Hz nos modelos A1 e A2. O modelo de referência do Blocksolver obteve o valor máximo de 490 μ m, valor que foi atingido com muito pouca diferença pelos modelos A3 e A4, que obtiveram resultados de 492 μ m e 483 μ m respectivamente. Os modelos A1 e A2, entretanto, apresentaram um valor de pico superior aos demais: 542 μ m no Modelo A1 e 520 μ m no modelo A2.

Após o primeiro trecho da curva, no qual os modelos em elementos finitos apresentaram deslocamentos bem maiores do que os encontrados no modelo de referência, e após a proximidade da frequência própria da estrutura que ocorre aproximadamente aos 8,0Hz, onde todas as curvas se aproximam, as curvas dos resultados dos modelos em elementos finitos experimentam uma descontinuidade entre as frequências de 11,0Hz e 12,0Hz. Passada essa descontinuidade, as curvas passam a concordar entre si e a aproximarem-se suavemente da curva de referência.

5 CONCLUSÕES

A partir das análises realizadas nesse trabalho, pôde-se chegar às conclusões apresentadas a seguir a respeito da modelagem em elementos finitos de fundações sujeitas a carregamentos dinâmicos.

No caso estudado, a utilização de elementos sólidos para simular os blocos de concreto representa bem as características dinâmicas, uma vez que as frequências naturais encontradas foram próximas daquelas indicadas pelas análises auxiliadas pelo programa Blocksolver, que utiliza abordagem teórica de bloco rígido. Essa verificação deve ser sempre realizada, para avaliar a necessidade de se desenvolver um modelo em elementos finitos, que é muito mais trabalhoso e fornece resultados menos precisos que os obtidos com a hipótese do bloco rígido.

No caso estudado, os modelos em elementos finitos forneceram resultados de deslocamentos máximos do centro de gravidade na direção vertical muito próximos. Estes valores de deslocamento vertical também foram próximos aos encontrados pelas análises efetuadas com o programa Blocksolver, principalmente nas regiões mais afastadas da frequência própria da estrutura. Para valores próximos à frequência própria, os modelos em

elementos finitos forneceram resultados de deslocamentos máximos na região vertical cerca de 8% inferiores, quando comparados aos obtidos com o Blocksolver.

O modelo A1- onde as propriedades de amortecimento e rigidez são distribuídas de forma homogênea - forneceu deslocamentos horizontais excessivamente conservadores e afastados dos obtidos com o modelo teórico. Os deslocamentos horizontais obtidos após análise deste modelo foram os maiores encontrados para frequências próximas à frequência natural da estrutura. Isto leva à conclusão que esta formulação deva ser descartada.

O modelo A2 - onde as propriedades de rigidez e de amortecimento foram assumidas como não homogêneas - forneceu deslocamentos horizontais menos conservadores do que os encontrados com o Modelo A1. Esse modelo foi o único que apresentou resultados contra a segurança para as frequências de operação de 7Hz e 8Hz, próximas à frequência natural do sistema. Os deslocamentos horizontais encontrados foram menores do que os encontrados com o modelo de referência A0.

Os modelos A3 e A4 foram os que apresentaram resultados mais próximos dos obtidos após análise no Blocksolver. Pôde-se, portanto, concluir que os modelos que apresentaram resultados mais próximos dos obtidos a partir do modelo teórico foram os de rigidez vertical distribuída de forma variável e amortecimento distribuído de forma homogênea. Ambos os modelos forneceram resultados semelhantes em ambas as direções observadas. O Modelo A4, porém, apresentou resultados um pouco mais próximos do modelo de referência que o Modelo A3.

O Modelo A3, quando submetido a carregamentos de frequências próximas à frequência natural da estrutura, forneceu valores de deslocamentos máximos horizontais do centro de gravidade muito próximos aos obtidos no programa Blocksolver. Esta diferença não foi superior a 0,2%. Foi o modelo que forneceu resultados mais satisfatórios.

O Modelo A4 forneceu resultados de deslocamento horizontal máximo do centro de gravidade da estrutura bastante próximos aos determinados com o modelo teórico, com diferença não superior a 1,5%. Portanto, pôde-se concluir que o modelo forneceu resultados satisfatórios.

Finalmente, pôde-se afirmar que uma análise dinâmica realizada em um modelo em elementos finitos pode ser eficiente na determinação dos deslocamentos máximos se a interação solo-estrutura for modelada de maneira correta.

A atribuição de propriedades variáveis de rigidez na direção vertical, para ambos os métodos utilizados, mostrou-se eficaz por apresentar resultados de deslocamentos obtidos com o modelo teórico.

A distribuição dos coeficientes de amortecimento de forma homogênea, em ambas as direções, forneceu resultados suficientemente próximos aos obtidos com o modelo teórico. Isto é uma interessante conclusão, já que não fica muito claro em uma formulação teórica se é preferível modelar os amortecedores de forma homogênea, ou se seguindo uma variação similar à adotada para os coeficientes de rigidez.

Em resumo, os melhores resultados encontrados nesse trabalho foram obtidos com o Modelo A4 (determinação das molas pela matriz de rigidez condensada do solo). Caso essa solução não esteja disponível, a distribuição não homogênea da rigidez, como realizada no Modelo A3, já leva a resultados bem mais próximos dos teóricos do que a simples distribuição homogênea da rigidez na base da fundação (como no modelo A1).

Apesar de ter fornecido resultados satisfatórios, os modelos em elementos finitos apresentaram pontos de descontinuidade nos gráficos de deslocamentos máximos em função da frequência de excitação. Alguns resultados, como por exemplo, os deslocamentos máximos na direção vertical para frequências de excitação próximas à frequência própria da estrutura, foram inferiores aos encontrados com o modelo teórico.

Desse modo, os modelos de fundações de máquinas em elementos tridimensionais podem ser utilizados, recomendando-se, entretanto, cautela na interpretação dos resultados. A elaboração de modelos simplificados com abordagem teórica, como os que do programa Blocksolver é recomendada para validação dos modelos em elementos finitos.

Deve ser ressaltada também a grande dificuldade que foi encontrada em se calibrar o modelo em elementos finitos para apresentar resultados compatíveis com os do Blocksolver. Isso justifica que sempre que se utilizar uma modelagem em elementos finitos, este modelo seja calibrado confrontando seus resultados com os obtidos com a hipótese do bloco rígido.

AGRADECIMENTOS

Gostaríamos de agradecer especialmente aos professores Sílvio de Souza Lima, da UFRJ, Luiz Fernando Campos Ramos Martha, da PUC-RIO e Marcus Peigas Pacheco, da UERJ, pelos comentários construtivos que muito contribuíram com esse trabalho.

REFERÊNCIAS

Albuquerque, I. M., 2015. *Modelagem Numérica da Fundação de uma Máquina Rotativa Considerando Rigidez e Amortecimento do Solo com Distribuição Não Homogênea*. Dissertação de Mestrado, Programa de Projeto de Estruturas, PPE/UFRJ.

Associação Brasileira de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica (ABMS) e Associação Brasileira de Empresas de Engenharia de Fundações e Geotecnia (ABEF), 2002. *Fundações, Teoria e Prática*, 2ª Edição, Editora Pini.

Coutinho, D. S. A., & Mendes, C. H. F., 2007. *Projecto Automatizado de Fundações de Máquinas*. Projeto final de graduação, Universidade Federal do Rio de Janeiro.

CSI Computers & Structures, INC., 2014, *SAP2000, Integrated Software for Structural Analysis & Design*, v16.

Deutsches Institut für Normung (DIN), 1988, *DIN 4024: Machine Foundations, Flexible Structures that support machines with rotating elements*.

Ribeiro, M. A. A., 2014, *Análise de Fadiga em Estruturas de Fundação de Torre de Turbina Eólica*, Dissertação de Mestrado, Programa de Projeto de Estruturas, PPE/UFRJ.

Richart Jr., F.E., Woods, R.D., Hall Jr., J.R., 1970. *Vibrations of Soils and Foundations*, Prentice Hall.

Santos, S.H.C., & Guimarães, J.T.G, 1988, *Análise de Placas de Fundação Considerando a Matriz de Rigidez do Solo Condensada na Superfície*, IX Congresso Latino-Americano e Ibérico sobre Métodos Computacionais para Engenharia.

Souza Lima, S., & Santos, S.H.C., 2008. *Análise Dinâmica das Estruturas*, 1ª Edição, Editora Ciência Moderna.

Wolf, J.P., 1994, *Foundation Vibration Analysis using Simple Physical Models*, 1st Edition, PTR Prentice Hall.