



OTIMIZAÇÃO EVOLUCIONÁRIA SESO - AVANÇOS RECENTES EM PROJETOS DE ENGENHARIA

EVOLUTIONARY OPTIMIZATION SESO - RECENT ADVANCES IN ENGINEERING DESIGN

Hélio Luiz Simonetti

heliosimonetti@ig.com.br

Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto
Campus Morro do Cruzeiro, Bauxita, 35400-000, Ouro Preto - MG – Brazil

Valério da Silva Almeida

valerio.almeida@usp.br

Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (EPUSP),

Luttgardes de Oliveira Neto

lutt@feb.unesp.br

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Faculdade de Engenharia – FE, UNESP, Bauru

Francisco de Assis das Neves

fassis@em.ufop.br

Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto
Campus Morro do Cruzeiro, Bauxita, 35400-000, Ouro Preto - MG – Brazil

Resumo. Este artigo trata de problemas de otimização de topológica via técnica numérica SESO – Smooth ESO. Em particular, concentrou-se em projetos específicos – os de pontes e os de sistemas resistentes a carregamento lateral. Ambos os problemas apresentam propriedades diferentes e também será tratado com diferentes abordagens neste trabalho. Os sistemas de edifícios e de pontes não devem ser apenas econômicos, mas também devem satisfazer outros critérios de projeto como conforto, segurança e deslocamentos limites. Neste estudo, a técnica de otimização topológica SESO foi estendida nos dois tipos de projeto com a definição de regiões de não domínio de projeto e admissão de peso próprio na busca da melhor configuração avaliando-se a disposição dos elementos estruturais e os esforços solicitantes. A avaliação é finalizada com a definição de modelos de bielas e tirantes que resultam das regiões de concentração de tensões. Os exemplos de pontes com variação da posição dos tabuleiros e do edifício de múltiplos pavimentos com um sistema de contraventamento e suas topologias ótimas representam as possibilidades que a técnica introduz ao projeto estrutural. Os exemplos apresentados comprovam a eficiência da técnica numérica SESO no procedimento de otimização topológica.

Palavras-Chave: Otimização Topológica Evolucionária, modelos de biela-tirante, estruturas de pontes, edifícios de múltiplos pavimentos.

Abstract. *This paper is a breakthrough in optimization problems via topological numerical technique SESO - Smoot ESO. In particular, was concentrated on two specific designs - the bridges and of the lateral load resisting systems. Both problems have different properties and will be treated in this work with different approaches. The lateral load resisting system must be not only economical of other disciplines. The numerical technique SESO was extended to consider regions of non-domain design and the self –weight efforts in structural elements in both types of design. The review concludes with the definition of two types of strut-tie resulting from stress concentration regions. The review concludes with the definition of two types of strut and tie resulting from stress concentration regions. Three examples are bridge decks with upper, central, and lower their topologies considering the great dead weight of the structure, moreover, presents also the optimal topology of a bracing system for a building structure with several floors steel that is challenging and rewarding in structural design.*

Keywords. Strut and tie models, Topology optimization, Reinforced concrete structures, Self weight, bridge.

1 INTRODUÇÃO

O principal objetivo do desenvolvimento de técnicas de otimização é proporcionar aos engenheiros uma ferramenta avançada que pode ser utilizada na prática de projetos estruturais. A técnica SESO tem a capacidade não só de gerar uma configuração ótima de projeto, mas também de monitorar o desempenho dessas topologias resultando em um processo de otimização confiável e robusto. Isso permite ao projetista adequar o projeto a um nível de desempenho estrutural, estético e construção. Neste artigo procura-se demonstrar que a técnica SESO pode ser usada para gerar modelos de topologias ótimas de sistemas estruturais de grande porte, assim como já foi demonstrado em publicações dos autores, em que são apresentadas a técnica proposta, a formulação robusta do modelo numérico, suas vantagens introduzidas pela alternativa de suavização do processo de otimização evolucionária com clara comprovação (Almeida, et al., 2013a, 2013b; Simonetti et al., 2014b). Neste trabalho, ampliam-se as aplicações em estruturas de grande porte, como de pontes e de contraventamento em edifícios de vários andares, culminando também em proposições de modelos de bielas e tirantes.

Destarte, introduziu-se um algoritmo de discretização automática para malhas não estruturadas baseada na triangularização de Delaunay para agilizar o processo e permitir geometria mais complexas, como a formação de poligonais fechadas não convexas e multiplamente conexas. Além disso, devido à necessidade de resolver o sistema linear centenas de vezes no processo iterativo, programou-se um conjunto de sub-rotinas otimizadas em linguagem Fortran para resolver sistemas lineares esparsos e simétricos, indicado por Duff e Reid (1982). Adicionalmente, conjugou-se a metodologia de cálculo do peso próprio gerando automaticamente uma força concentrada equivalente para cada nó do elemento, já computando seu volume e peso específico (Simonetti et al., 2014a).

2 FORMULAÇÃO DO ELEMENTO FINITO DE ALTA ORDEM

O elemento finito empregado é advindo da formulação livre, destacando-se que toda a formulação foi baseada no trabalho de Bergan e Felippa (1985). Ele é de geometria triangular com 3 graus de liberdade por vértice: dois deslocamentos translacionais e uma de rotação azimutal, vetor rotacional ortogonal ao plano do elemento. Inicialmente divide-se o campo de deslocamentos em dois modos: U_b e U_s , respectivamente, modos de deslocamentos básico e superior. O modo básico de deslocamento tem o objetivo de atender as condições de movimento de corpo rígido e de deformação constante com suas funções interpoladoras lineares. O modo de deslocamento superior, ou de alta ordem, são polinômios quadráticos em termos de x e y , levando a campos de tensões de variação lineares. Destarte, a matriz de rigidez final estabelecida como:

$$K=K_b+K_s \quad (1)$$

A matriz dos modos básicos, K_b , para o caso bidimensional, é dada por:

$$K_b = \frac{1}{A} \cdot L \cdot D_m \cdot L^T \quad (2)$$

onde L_j é denominada matriz “amontoadora” (lumped), expressa por:

$$L_j = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} y_{ki} & 0 & x_{ik} \\ 0 & x_{jk} & y_{ki} \\ \frac{\alpha}{6}(y_{ji}^2 - y_{kj}^2) & \frac{\alpha}{6}(x_{ij}^2 - x_{jk}^2) & \frac{\alpha}{3}(x_{ij} \cdot y_{ji} - x_{jk} \cdot y_{kj}) \end{bmatrix} \quad (3)$$

onde $x_{ij} = x_i - x_j$, $x_{ji} = x_j - x_i$ e i, j e k denotam a permutação cíclica de 1,2 e 3. D_m é a matriz constitutiva do elemento. É fundamentalmente a matriz constitutiva da elasticidade, C , integrada ao longo da espessura do elemento. Esta integração reduz o volume V para A , área do elemento.

Para um elemento de espessura t , material com módulo de elasticidade longitudinal E e coeficiente de Poisson ν , a matriz D_m é dada por:

$$D_m = \frac{E \cdot t}{1 - \nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \nu}{2} \end{bmatrix} \quad (4)$$

onde $C = \frac{1}{t} \cdot D_m$.

O parâmetro $\alpha \geq 0$ introduzido na formulação da matriz L aparece como um fator de escala nas funções de forma, multiplicando os termos relacionados com os graus de liberdade rotacionais. O valor de α afeta a matriz dos modos básicos e o cálculo das deformações.

Na equação 3, se $\alpha = 0$, tem-se a matriz L para o elemento finito triangular com deformação constante (CST). Para este elemento as forças nodais são relacionadas apenas com translações.

A matriz dos modos de alta ordem é dada por:

$$K_s = H^T \cdot K_{qs} \cdot H_s \quad (5)$$

Aqui $H = G^{-1}$, onde G é a matriz que relaciona os coeficientes associados com os deslocamentos nodais e os parâmetros generalizados q , fazendo-se as devidas substituições das coordenadas nodais nas funções de forma.

Para um elemento bidimensional, a matriz generalizada de alta ordem é:

$$K_{qs} = \int_A B_s^T \cdot D_m \cdot B_s dA \quad (6)$$

onde B_s é a matriz de deformação para os modos de alta ordem, definida como:

$$B_s = \Delta N_s = \lambda \cdot \begin{bmatrix} 2a_{11}\xi + a_{21}\eta & 2a_{12}\xi + a_{22}\eta & 2a_{13}\xi + a_{23}\eta \\ b_{21}\xi + 2b_{31}\eta & b_{22}\xi + 2b_{32}\eta & b_{23}\xi + 2b_{33}\eta \\ -4b_{31}\xi - 4a_{11}\eta & -4b_{32}\xi - 4a_{12}\eta & -4b_{33}\xi - 4a_{13}\eta \end{bmatrix} \quad (7)$$

onde Δ é o operador diferencial para deformações de membrana, expresso por:

$$\Delta = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (8)$$

e λ é um fator de escala com dimensões iguais ao inverso do comprimento, dada pela equação:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{A}} \quad (9)$$

com A, a área do triângulo:

$$A = \frac{1}{2} \cdot (x_j y_k) \quad (10)$$

Os outros elementos da matriz B_s são expressos da seguinte maneira:

$$N_{si} = \begin{Bmatrix} u_{si} \\ v_{si} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{1i} & a_{2i} & a_{3i} \\ b_{1i} & b_{2i} & b_{3i} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \xi^2 \\ \xi\eta \\ \eta^2 \end{Bmatrix}, \quad i=1,2,3. \quad (11)$$

$$\begin{aligned} a_{1i} &= -\frac{1}{2} s_i c_i^2 & b_{1i} &= -s_i^2 c_i - \frac{1}{2} c_i^3 \\ a_{2i} &= c_i^3 & b_{2i} &= -s_i^3 \\ a_{3i} &= \frac{1}{2} s_i^3 + s_i c_i^2 & b_{3i} &= \frac{1}{2} s_i^2 c_i \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} s_i &= \sin \varphi_i = \frac{(\eta_m - \eta_i)}{\mu_i} = -\frac{3\eta_i}{2\mu_i} \\ c_i &= \cos \varphi_i = \frac{(\xi_m - \xi_i)}{\mu_i} = -\frac{3\xi_i}{2\mu_i} \end{aligned} \quad (13)$$

onde o índice m indica o ponto médio entre j e k com ξ_m , η_m e μ_i são as coordenadas adimensionais desse ponto, definidas pelas expressões:

$$\begin{aligned} \xi_m &= \frac{1}{2}(\xi_j + \xi_k) \\ \eta_m &= \frac{1}{2}(\eta_j + \eta_k) \\ \mu_i &= \sqrt{(\xi_m - \xi_i)^2 + (\eta_m - \eta_i)^2} = \frac{3}{2} \sqrt{\xi_i^2 + \eta_i^2} \end{aligned} \quad (14)$$

onde i, j e k representam a permutação cíclica entre 1, 2 e 3.

A matriz de alta ordem pode ser multiplicada por um escalar positivo β , logo a matriz de rigidez total do elemento é dada por:

$$K=K_b+\beta.K_s \quad (15)$$

que satisfaz ao patch-test e a condição de ser positiva definida para a convergência, conforme provado por Bergan e Felippa (1985). O parâmetro $\beta \geq 0$ para a matriz de alta ordem é utilizado para calibrar a matriz de rigidez total, K , e com isso aperfeiçoa a convergência. Os valores ótimos sugeridos pelos autores para α e β são, respectivamente, 1,5 e 0,5.

3 OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL EVOLUCIONÁRIA (ESO)

Xie e Steven (1993) desenvolveram uma maneira bem simples de impor modificações na topologia da estrutura, feita mediante heurística de remoção gradual e sistemática de elementos finitos da malha, correspondentes a regiões que não contribuem efetivamente para o bom desempenho da estrutura.

Define-se inicialmente uma malha de elementos finitos que circunscreva toda a estrutura, ou domínio estendido do projeto, de forma a incluir as condições de contorno em forças e deslocamentos, cavidades e demais condições iniciais. Em um processo iterativo, avaliam-se os parâmetros de interesse de otimização, neste artigo em especial é a diminuição da massa mediante um critério de tensão máxima da estrutura. Assim, avaliam-se as tensões de cada elemento, conforme o uso da inequação:

$$\sigma_e^{vm} < RR_k \cdot (\sigma_{i,max}^{vm}) \quad (16)$$

$$RR_{k+1} = RR_k + RE \quad (17)$$

com σ_e^{vm} e $\sigma_{i,max}^{vm}$ sendo, respectivamente, as tensões principais de Von Mises do elemento “e” e máximas da estrutura na iteração efetiva “k”, RR_k é Raio de Rejeição do k-ésimo estado de equilíbrio.

Em cada iteração, os elementos que satisfazem a (16) são retirados da estrutura, Fig. 1.

O fator RR é aplicado para controlar o processo da remoção da estrutura ($0,0 \leq RR \leq 1,0$). O mesmo ciclo de remoção dos elementos usados pela desigualdade (16) é repetido até que não haja mais elementos que satisfaçam mais esta desigualdade (16). Quando esta situação ocorre, um estado de equilíbrio é alcançado. O processo evolucionário é definido adicionando a RR uma razão de evolução (RE). Assim, um novo ciclo de evolução inicia-se, até que não existam mais elementos a serem eliminados com esta nova RR . A RR será atualizada conforme a equação (17), até a obtenção de uma configuração otimizada, alcançada pelo controle de um parâmetro de desempenho, denominado de índice de performance (IP).

Este procedimento, também é conhecido como um método “hard-kill” e pode ser interpretado como segue:

$$D(j) = \begin{cases} D_0 & \text{if } j \in \Gamma \\ 0 & \text{if } j \in \bar{\Gamma} \end{cases} \quad (18)$$

onde $D_i(j)$ é a matriz constitutiva do elemento $j \in \Omega$ na i-ésima iteração, D_0 é a matriz constitutiva inicial do projeto, a qual é definida pra cada elemento finito, $\Omega = \Gamma_i + \bar{\Gamma}_i$ é o

domínio da estrutura, tal que $\Gamma_i = \{\Omega / (\sigma_e / \sigma_{VM}^{MAX}(\Omega)) \geq RR_i\}$ é o conjunto dos elementos que não serão removidos, e $\bar{\Gamma}_i = \Omega - \Gamma_i = \{\Omega / (\sigma_e / \sigma_{VM}^{MAX}(\Omega)) < RR_i\}$ é o conjunto dos elementos que serão removidos da estrutura (criação do vazio), todos na i-ésima iteração.

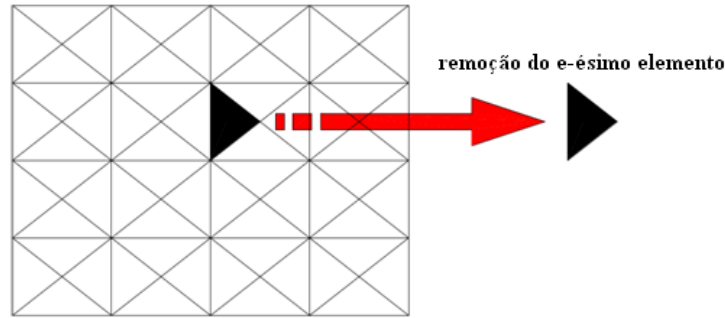


Figura 1 – Representação da remoção do e-ésimo elemento no procedimento evolucionário.

Na heurística de remoção via ESO, quando o elemento é removido do domínio de projeto durante o processo evolucionário, os elementos que permanecem na estrutura representa uma solução básica, conforme fora demonstrado matematicamente por Tanskanen (2002). Ele demonstra que a função discreta a ser minimizada com restrição por menor peso, converge iterativamente, conforme a retirada de um elemento, que significa o encontro de um ponto de mínimo.

4 SUAVIZAÇÃO DA OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL EVOLUCIONÁRIA (SESO)

Por outro lado, Tanskanen (2002) destaca que a retirada de um elemento pode afetar a convergência do procedimento de otimização, pois o critério de retirada no ESO é indicado pelo atendimento da inequação (16), que muitas vezes pode ser radical, “hard-kill”, uma vez que existem elementos que estão na vizinhança da esquerda dessa condição que, numericamente são excluídos ou mantidos, mas que deveriam ainda compor ou ser retirados da estrutura, o que afeta o processo evolutivo.

Nesse sentido, é adequado aplicar sobre o método ESO uma condição de relaxação, ou, de suavização do ESO, apresentando em Simonetti et al. (2010) um procedimento “soft-kill”, de modo que o material, ou seja, os elementos que deveriam ser removidos pelo critério ESO - seguindo a inequação (16) - são organizados em n grupos e alocados em ordem crescente de tensões sendo ponderados segundo uma função $0 \leq \eta(j) \leq 1$.

Assim, $p\%$ destes n grupos são removidos, os grupos que contém os elementos com menores tensões (domínio Γ_{LS}), e os grupos $(1-p\%)$ são devolvidos a estrutura, domínio Γ_{GS} . Este processo de remoção e devolução de elementos à estrutura pode ser orientado por uma função, linear ou hiperbólica, que pondera a razão $\sigma_e^{VM} / \sigma_{VM}^{MAX}$ dentro do domínio $\bar{\Gamma}$, isto é, permite que elementos que tenham suas tensões próximas e abaixo da tensão máxima, σ_{VM}^{MAX} sejam reintegrados a estrutura a cada iteração. A minimização da função objetivo é atingida mediante o encontro de um ponto ótimo estacionário, conforme Tanskanen (2002).

Uma forma alternativa, mais cara computacionalmente, de corrigir esse desvio seria a possibilidade de inserção do elemento na estrutura novamente, destacando que nesse sentido tem-se uma variante do ESO, o BESO - Bidirectional ESO, Querin (1997), que possibilita a entrada e remoção de elementos no domínio de projeto. O SESO vem dessa filosofia, de forma consistente matematicamente e mais eficiente, que pondera a matriz constitutiva,

fazendo com que o elemento que a priori seria eliminado no ESO, é mantido e recebe uma relaxação, aplicando uma fração de sua rigidez inicial, permanecendo no projeto e naturalmente sua influência contribui para sua permanência ou fortalece a sua retirada por definitivo da malha inicial.

Os elementos que estão próximos ao limite pela esquerda desta tensão máxima são mantidos na estrutura, definindo assim um procedimento de retirada “não radical” e sim, de forma suave.

O procedimento “soft-kill” usado no SESO pode ser interpretado assim (Fig. 2):

$$D_i(j) = \begin{cases} D_0 & \text{se } j \in \Gamma_i \\ D_0 \cdot \eta_j(\bar{\Gamma}) & \text{se } j \in \Gamma_{GS} \\ 0 & \text{se } j \in \Gamma_{LS} \end{cases} \quad (19)$$

onde $\bar{\Gamma} = \Gamma_{LS} + \Gamma_{GS}$ é o domínio dos elementos que atendem a inequação (16), Γ_{LS} é o domínio dos elementos que devem ser excluídos efetivamente, Γ_{GS} o domínio dos elementos que são devolvidos a estrutura, $0 \leq \eta(\bar{\Gamma}) \leq 1$ é uma função reguladora que pondera o valor da razão $\sigma_e^{VM} / \sigma_{VM}^{MAX}$ dentro do domínio $\bar{\Gamma}$.

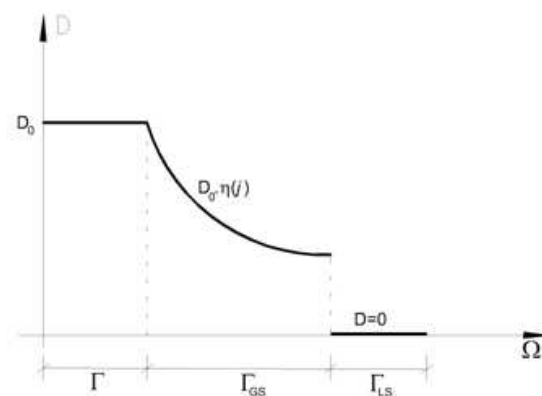


Figura 2 – Ilustração da suavização do volume dos elementos removidos na iteração i.

A proposta da suavização pode ser desempenhada por uma função linear do tipo $\eta(\bar{\Gamma}) = \alpha j + \beta$. Por que a função é contínua e, portanto, diferenciável em todo o domínio $\bar{\Gamma}$, tem sua imagem variando de 0 a 1.

5 PESO PRÓPRIO

O peso próprio de elementos estruturais correspondente à ação da gravidade sobre os corpos e constitui-se em um dos carregamentos que devem ser considerados em seu dimensionamento estrutural. Pode-se observar na Fig. 3 como se dá a ação do peso próprio.

Pode-se notar que nos elementos estruturais dispostos na posição horizontal o peso próprio constitui-se em carregamento transversal ao eixo (Fig. 3), desenvolvendo os esforços de flexão, momento fletor e esforço cortante.

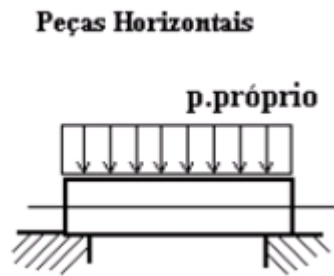


Figura 3 – Ação do Peso Próprio (Leggerini, 2005)

No caso dos elementos dispostos na vertical, o peso próprio (G) atua na direção do eixo longitudinal da peça e provoca esforço axial (Fig. 4), que pode ter um efeito diferenciado dependendo da sua vinculação.

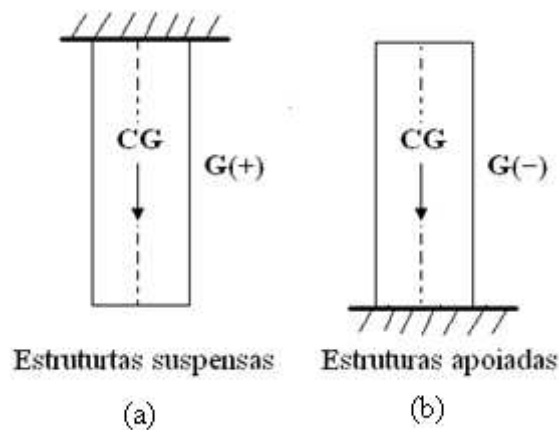


Figura 4 – Ação do Peso Próprio (Leggerini, 2005)

Nos elementos suspensos (tirantes, Fig. 4a) o efeito do peso é de tração e nas apoiadas (pilares, Fig. 4b) este efeito é de compressão. O peso próprio de uma peça (G) pode ser calculado multiplicando-se o volume da mesma pelo peso específico do material, conforme indica a Equação 8:

$$G = A\rho L \quad (20)$$

A - área da seção transversal da peça

L - comprimento

ρ - peso específico do material

6 ÍNDICE DE PERFORMANCE PARA A FORMULAÇÃO SESO

O índice de performance (IP) é um parâmetro adimensional que mede a eficiência da performance da estrutura. O problema consiste na minimização da função objetivo em termos do peso, sujeito a uma restrição de tensão admissível (σ^{projeto}), que é definida como:

$$\begin{aligned} \text{minimize } W &= \sum_{e=1}^{NE} w_e(t_e) \\ \text{sujeito a } \sigma_{j,\max}^{vm} - \sigma^{project} &\leq 0 \end{aligned} \quad (21)$$

onde NE é o número total de elementos finitos.

O IP foi proposto por Liang et al. (1999) como:

$$IP = \left(\frac{\sigma_{0,\max}^{vm}}{\sigma_{i,\max}^{vm}} \right) \cdot \frac{W_0}{W_i} = \left(\frac{\sigma_{0,\max}^{vm}}{\sigma_{i,\max}^{vm}} \right) \cdot \frac{\rho_0 \cdot V_0}{\rho_i \cdot V_i} = \left(\frac{\sigma_{0,\max}^{vm}}{\sigma_{i,\max}^{vm}} \right) \cdot \frac{V_0}{V_i} \quad (22)$$

onde V_0 e V_i são o volume inicial e o volume da i -ésima iteração, $\sigma_{0,\max}^{vm}$ e $\sigma_{i,\max}^{vm}$ são a tensão inicial e a tensão máxima de Mises na i -ésima iteração, ρ_0 e ρ_i são o peso específico inicial e o peso específico na i -ésima iteração, como são iguais para um material incompressível.

A suavização gerada devido à equação (19) em termos da matriz constitutiva pode ser escrita em termos de espessura, devido à relação dependência linear entre elas.

Neste contexto, o IP é a equação (23), que leva em conta a expressão (19) em termos de espessura e cada função reguladora do procedimento SESO:

$$IP = \left(\frac{\sigma_{0,\max}^{vm}}{\sigma_{i,\max}^{vm}} \right) \cdot \frac{A_0 \cdot t_0}{\sum_{j=1}^{NE} A_j \cdot t_j} = \left(\frac{\sigma_{0,\max}^{vm}}{\sigma_{i,\max}^{vm}} \right) \cdot \frac{A_0 \cdot t_0}{\sum_{j=1}^{NE} A_j \cdot t_j \cdot \eta(j)} \quad (23)$$

onde t_0 é a espessura inicial e t_j é a espessura do elemento na iteração j .

O controle do ótimo é feito por este IP, pois ele é um fator de “monitoramento” da região ótima de projeto. O controle da maximização deste parâmetro refere-se ao controle de minimização do volume, assim, caso este índice caia de forma acentuada é uma forte indicação que se passou por uma configuração de ótima ou um ótimo estacionário é alcançado, no entanto não se pode garantir que este ótimo é um ótimo global, mas sim uma configuração ótima de projeto de engenharia.

7 EXEMPLOS NUMÉRICOS

Neste artigo aplica-se a técnica SESO para gerar modelos de topologias ótimas de sistemas estruturais reproduzindo as vantagens introduzidas pela alternativa de suavização do processo de otimização evolucionária. Neste trabalho, ampliam-se as aplicações em estruturas de grande porte, como de pontes e de contraventamento em edifícios de vários andares.

Introduziu-se um algoritmo de discretização automática para malhas não estruturadas para agilizar o processo e permitir geometria mais complexas e adicionou-se a metodologia de cálculo do peso próprio gerando automaticamente uma força concentrada equivalente para cada nó do elemento, já computando seu volume e peso específico.

7.1 Exemplo 1 – Pontes sem consideração do Peso Próprio

A técnica SESO foi utilizada para gerar a topologia ótima de pontes com tabuleiro superior, central e inferior. Estes tabuleiros foram definidos com duas fileiras de elementos finitos triangulares abaixo do nível das cargas e foi tratado como uma região de não domínio de projeto. Deste modo, criou-se uma condição para que os nós destes elementos não fossem

removidos da malha independente de atenderem ou não a restrição definida pela desigualdade 1.

A geometria e as condições de contorno são indicadas na Fig. 5, a espessura considerada para os exemplos de pontes são $t = 0.3m$, $20a = L = 60m$. O módulo de Young é $E = 200GPa$ e coeficiente de Poisson é $\nu = 0,3$.

Uma malha refinada de (180×60) totalizando 21600 elementos finitos triangulares foi utilizada no processo evolucionário. O carregamento distribuído foi simulado por 37 cargas concentradas de $5E5N$ distribuídas simetricamente sobre a região do tabuleiro. As Figs. 6, 7 e 8 mostram as configurações ótimas obtidas sem a consideração do peso próprio da estrutura.

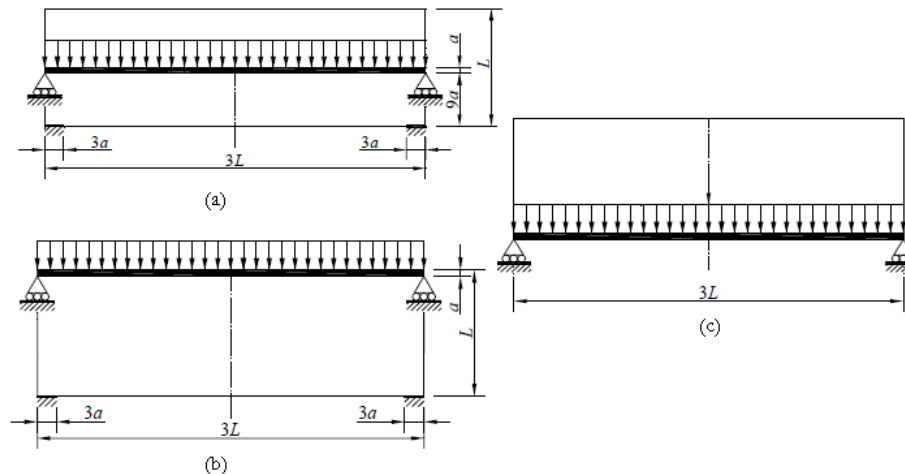


Figura 5 – Domínio de projeto



Figura 6 – Ponte com tabuleiro superior

Na ponte com tabuleiro superior todas as variáveis de projeto utilizada no algoritmo de otimização foram idênticas às utilizadas nas pontes com tabuleiros centrais e inferior exceto na porcentagem de retirada dos elementos da malha. Deste modo, para alcançar as configurações utilizou-se uma razão de rejeição igual a 1%, uma razão evolucionária de 1.05%, e o volume final obtido, com o controle pelo IP, fora igual a 38% do volume inicial e o volume retirado por iteração igual a 5% e a ponderação realizada com c.

A Fig. 7 mostra que, quando os elementos ineficientes foram gradualmente removidos a partir do domínio de criação, o peso da estrutura da ponte foi reduzido, com um aumento significativo no seu comprimento. Verificou-se que após a topologia ótima obtida na iteração 178 a matriz do sistema se tornou singular o que não é recomendado a consideração de qualquer outra topologia após esta iteração.

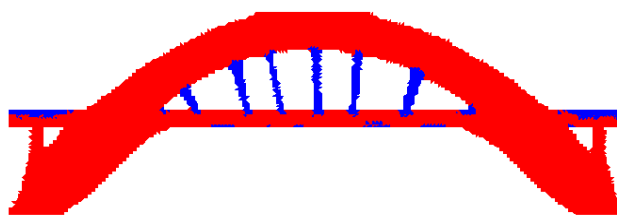


Figura 7 – Ponte com tabuleiro Central

A Fig. 8 mostra a topologia ótima de uma ponte com tabuleiro inferior, observa-se claramente que aparecem regiões de transmissões de esforços (linhas finas em azul) que poderiam ser interpretadas como cabos em função do seu estado de tração axial. Destaca-se também que as topologias ótimas obtidas para as pontes em estudo neste artigo tem a função de proporcionar ao projetista uma configuração viável para projeto mas, cabe ao projetista, a incorporação de valores de tensões admissíveis, e no caso de hastes em compressão considerar falhas por flambagem (esbeltez) para dimensionamento do projeto.

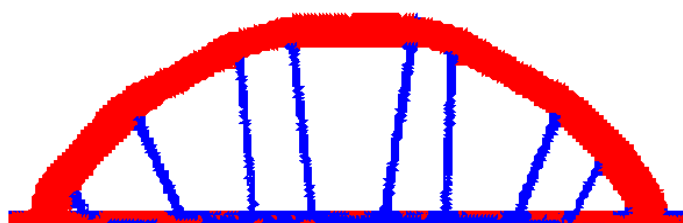


Figura 8 – Ponte com tabuleiro Inferior

Na Fig. 9 está representado o índice de performance da estrutura de ponte com tabuleiro central sem a consideração do peso próprio da estrutura.

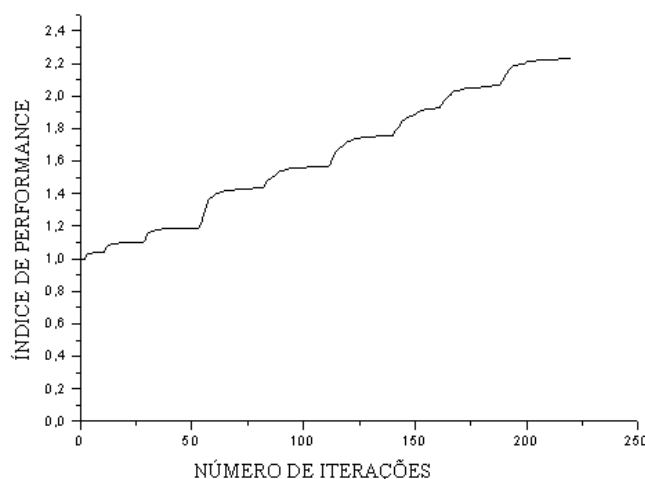


Figura 9 – IP por número de iterações

Constata-se que o IP da estrutura é igual 2,2 menor do que o apresentado na Fig. 12 em que o peso próprio está distribuído no topo do tabuleiro, uma vez que as tensões neste caso são menores pois o peso próprio da estrutura não está atuando.

7.2 Exemplo 2 – Influência do Peso Próprio na Topologia de Pontes

Este exemplo trata a otimização topológica das mesmas pontes citadas no item 7.1 com inclusão do peso próprio nos esforços dos elementos estruturais. Utiliza-se a técnica SESO para a aplicação do peso próprio onde o programa, no cômputo de seu volume e peso específico, gera automaticamente uma força concentrada equivalente para cada nó do elemento. Foram mantidas as mesmas condições de domínio de projeto conforme mostrado na Fig. 5. Aplica-se a técnica SESO e o critério de parada é realizado em termos do IP, índice de performance, que monitora o histórico da otimização ou quando o volume desejado é alcançado.

A Fig. 10 mostra a topologia ótima da ponte com tabuleiro central considerando o peso próprio da estrutura distribuído em cada nó do elemento finito triangular utilizado no programa. A Fig. 11 mostra a configuração ótima considerando o peso próprio distribuído simetricamente ao longo do tabuleiro da ponte simulando um carregando uniformemente distribuído de $8,1 \cdot 10^7$ N.

Por se tratar de um problema de otimização não convexo, isto é, com vários mínimos locais, optou-se por uma configuração ótima de projeto com uma razão de volume igual 35,9%. O procedimento de otimização evoluiu com um ER=2% e um raio de rejeição RR=1%, o volume retirado por iteração foi de 20% o que proporcionou um custo computacional menor que o problema apresentado no item 7.1, Fig. 7. Destaca-se que a configuração ótima é tão esbelta quanto a anterior, no entanto, mais econômica por apresentar menos linhas de transmissão de tensão axial (cabos).

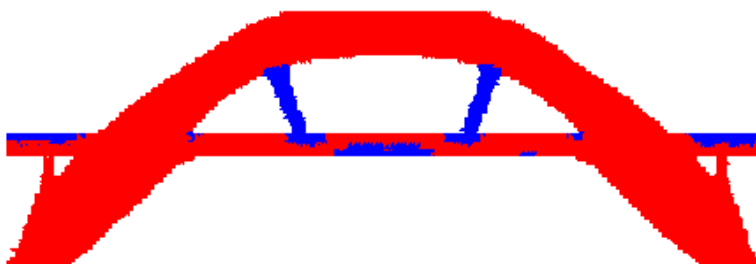


Figura 10 – Topologia ótima considerando o peso próprio distribuído em cada nó do elemento finito triangular.

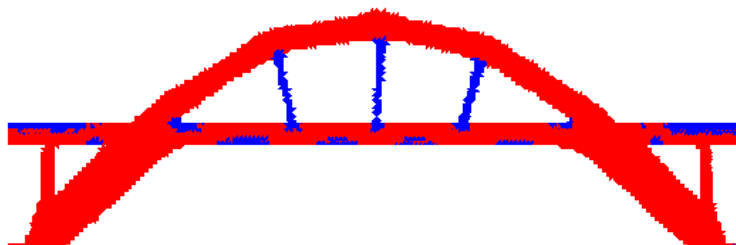


Figura 11 – Topologia ótima considerando o peso próprio distribuído simetricamente no topo do tabuleiro.

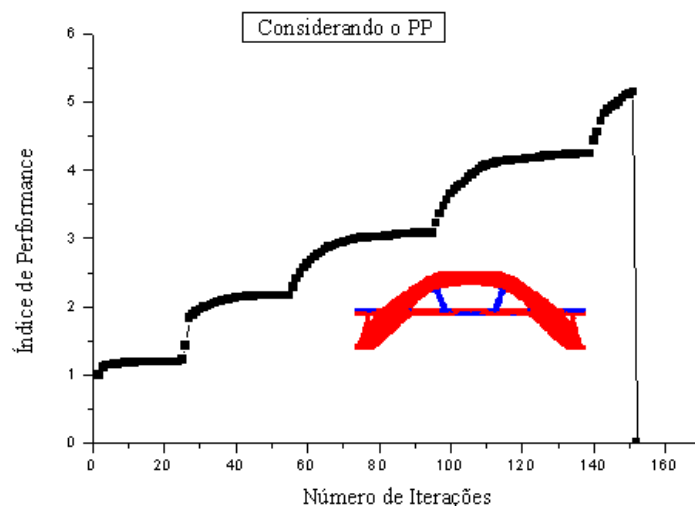


Figura 12 – Índice de performance por número de iterações nos dois casos.

O gráfico indicado na Fig. 12 apresenta um índice de performance 5,14 e logo após uma queda brusca indicando que qualquer topologia depois a iteração 151 não é viável para projeto.

A Fig. 13 mostra a evolução das tensões durante processo iterativo nos três casos estudados. Destaca-se que durante o processo de remoção dos elementos ineficientes da estrutura o volume diminui, mas as tensões máximas da estrutura durante todo o processo evolucionário decrescem quando o peso próprio está distribuído em cada nó do elemento finito utilizado e nos outros dois casos ela aumenta. Isto se deve ao fato de que a influência do peso próprio distribuída em cada nó do elemento simula melhor o problema físico real, isto é, os elementos finitos recebem igualmente toda a carga relativa ao peso próprio da estrutura tornando-a mais estável durante o processo de otimização.

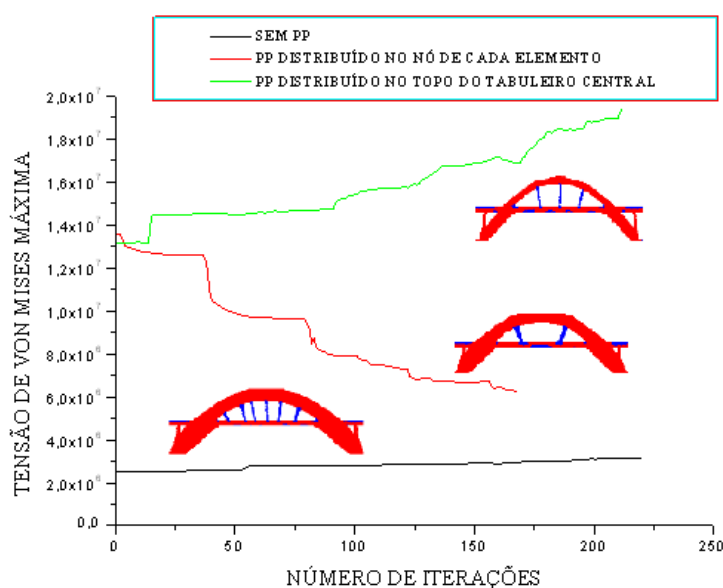


Figura 13 – Tensão de Von Mises por número de iterações para ponte com tabuleiro central.

A curva característica da performance da estrutura apresentada na Fig. 14 indica duas regiões diferentes: abaixo da curva tem-se uma região não viável para projeto pois violam as restrições de tensão e/ou volume e, acima da curva que determine uma região que é viável para projeto, no entanto, o projeto estará superdimensionado. Os pontos da curva definem a região ótima de projeto.

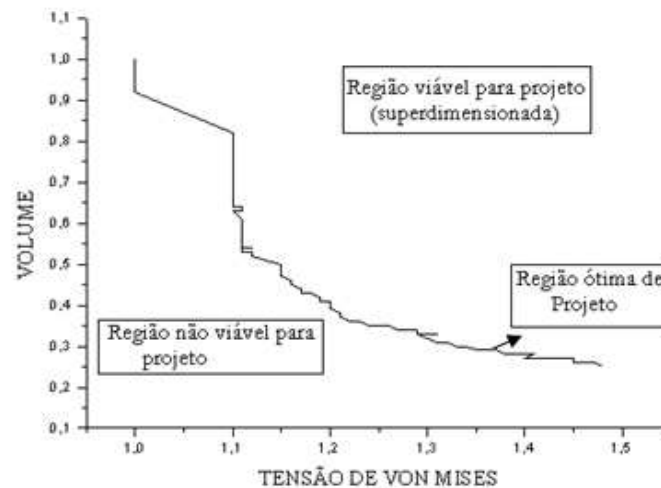


Figura 14 – Curva característica da performance da estrutura de ponte com tabuleiro central peso distribuído no tabuleiro.

7.3 Exemplo 3

Este exemplo foi apresentado por (Liang et. al, 2005) que apresenta um prédio de 12 andares de estrutura de aço rígida sob cargas laterais. A Fig. 15 mostra o domínio de projeto desta estrutura que foi fixada em quatro pontos A, B, C e D. A técnica automatizada PBO (performance based optimization) foi utilizado para gerar um sistema ótimo de contraventamento para essa estrutura de aço.

Na Fig. 16 encontra-se a proposta deste sistema de contraventamento otimizado, destacando-se que não foram consideradas as cargas de gravidade no processo de otimização. Os parâmetros dos materiais utilizados são o módulo de Young $E = 200 \text{ GPa}$, coeficiente de Poisson $\nu = 0,30$ e espessura igual a $0,0254\text{m}$.

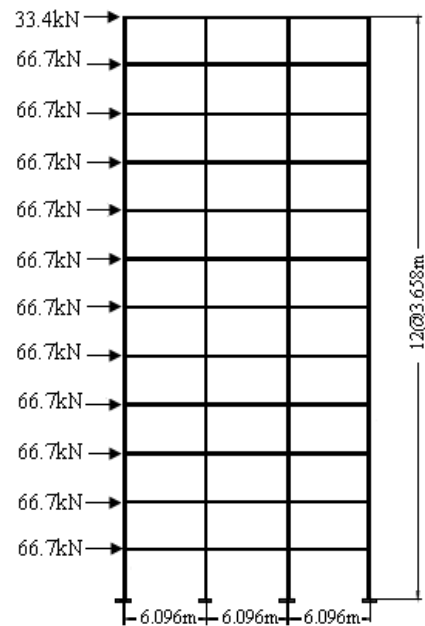


Figura 15 – Domínio de Projeto (Liang et. al, 2005)

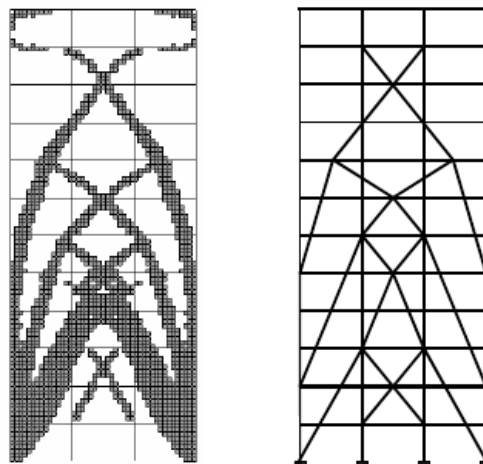


Figura 16 – Topologia ótima e contraventamento (Liang et. al, 2005)

A técnica automatizada SESO foi estendida para também gerar uma proposta viável de um sistema de contraventamento para a mesma estrutura. Para tanto, o procedimento evolucionário foi realizado com uma razão evolucionária $ER=2\%$, um raio de rejeição $RR=1\%$ e um volume retirado por iteração de 1,75%. A topologia ótima do histórico de otimização e a proposta de contraventamento obtida com a formulação proposta neste artigo pode ser observadas, respectivamente, nas Figs. 17 e 18.

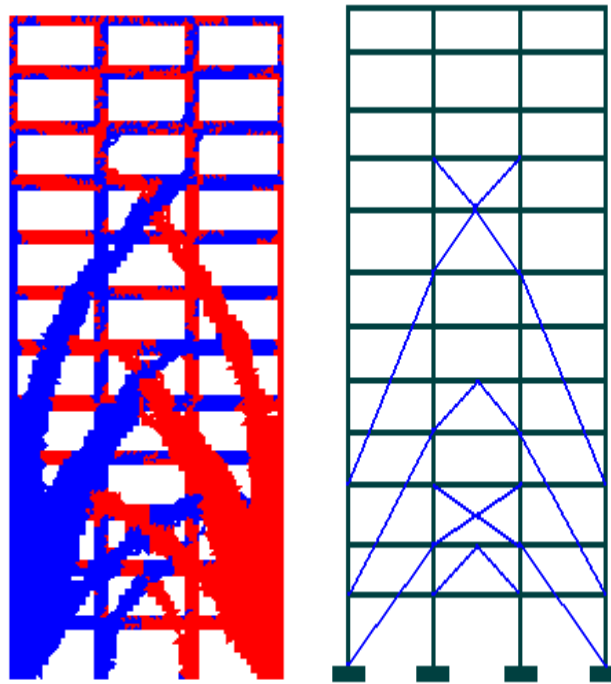


Figura 17 – Topologia ótima e proposta de contraventamento com a presente formulação

A Fig. 18 mostra um índice de performance de 1,69 para uma configuração ótima apresentada na Fig. 15. É relevante destacar que durante o processo de o critério de parada utilizado o de volume desejado equivalente a 55% do volume inicial.



Figura 18 – Índice de Performance por Número de iterações

8 CONCLUSÃO

Neste artigo comprovou-se a eficiência da técnica SESO pode ser usada para gerar modelos de topologias ótimas de sistemas estruturais de grande porte e as vantagens da alternativa de suavização do processo de otimização evolucionária, já detalhada e comprovada em trabalhos anteriores (Almeida, et al., 2013a, 2013b; Simonetti et al., 2014a, 2014b). Neste

trabalho, as aplicações em estruturas de grande porte, como de pontes e de contraventamento em edifícios de vários andares, ampliaram as aplicações do método, fundamentado e formulação de elementos finitos de ordem superior, trazendo robustez e rapidez ao código computacional.

As inclusões de algoritmo de discretização automática para malhas não estruturadas trouxe agilização ao processo computacional, permite gerar geometrias mais detalhadas porém mais ágeis para a manipulação das regiões de eliminação de células no processo iterativo. A conjugação de metodologia de cálculo considerando-se o peso próprio dos elementos estruturais permite computar seu volume e peso específico, também trazendo estabilidade ao processo (Simonetti et al., 2014a).

9 AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (EPUSP), a Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP) e a Universidade Estadual Paulista (UNESP) pelo suporte financeiro desta pesquisa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ali, M. *Automatic generation of truss model for the optimal design of reinforced concrete structures*. Dissertation. Cornell University, Ithaca, NY, USA, 1997.
- Almeida, V.S.; Simonetti, H.L.; Oliveira Neto, L. Comparative analysis of strut-and-tie models using Smooth Evolutionary Structural Optimization, *Engineering Structures*, Vol. 56, p. 1665-1675, 2013a
- Almeida, V. S. ; Simonetti, H. L. ; Oliveira Neto, L. The strut-and-tie models in reinforced concrete structures analyzed by a numerical technique. *Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*, v. 6, p. 25-45, 2013a.
- Bendsøe, M.P. Optimal Shape design as a material distribution problem, *Structural Optimization*, v. 1, pp. 193-202, 1989.
- Bergan, P.G.; Felippa, C.A. A triangular membrane element with rotational degrees of freedom. *Comp. Meths. in Appl. Mech. Eng.*, v.50, p.25-69, 1985.
- Brugge, M. Generating strut-and-tie patterns for reinforced concrete structures using topology optimization. *Computers and Structures*, 87:1483-1495, 2009.
- Duff, I.S.; Reid, J.K. (1982). A set of Fortran subroutines for solving sparse symmetric sets of linear equations. *Report R10533*, AERE Harwell.
- Labanowski, A.; Fancello, E.A.; Novotny, A.A. SIMP, ESO e TSA: uma análise comparativa de métodos de otimização topológica para elasticidade 2d; CILAMCE 2004; Recife: *Proceedings: XXV Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering*. CILAMCE 2004.
- Leggerini, M.R.C. *Mecânica dos sólidos*, Departamento de Engenharia Civil, PUC-RJ, 2005.
- Liang, Q.Q.; Xie, Y.M.; Steven, G.P. On equivalent between stress criterion and stiffness criterion in evolutionary structural optimization, *Structural Optimization* 18,67-13, Springer – Verlag 1999.
- Liang, Q.Q.; Xie, Y.M.; Steven, G.P. “Topology optimization of strut-and-tie models in reinforced concrete structures using an evolutionary procedure”, *ACI Structural Journal*, Vol. 97, No. 2, pp. 322-330, 2000.
- Liang, Q.Q; Uy, B.; Steven, G.P. Performance-Based Optimization for Strut-Tie Modeling of Structural Concrete. *Journal of Structural Engineering*, pp. 815p–823, 2002.

- Liang, Q.Q.; Steven, G.P. A performance-based optimization method for topology design of continuum structures with mean compliance constraints, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 191, 13-14, 1471-1489, 2002.
- Liang, Q.Q. Performance-based Optimization of Structures: Theory and applications, Spon Press, London, 2005.
- Querín, O.M. *Evolutionary Structural Optimization stress based formulation and implementation*. PhD dissertation, University of Sydney, 1997.
- Rozvany, G.I.N.; Zhou, M.; Birker, T. Generalized shape optimization without homogenization, *Structural Optimization*, v. 4, p. 250-252, 1992.
- Rozvany, G.I.N.; Bendsøe, M.P.; Kirsch, U. Layout optimization of structures, *Applied Mechanics Review*, v. 48, p. 41-119, 1995.
- Schlaich, J; Schafer, K; Jennewein, M. Toward a consistent design of structural concrete. *PCI-Journal*, vol. 32, nr.3, p. 74 – 150, May/June, 1987.
- Simonetti, H.L.; Almeida, V.S.; Neves, F.A, The influence of geometry on the structural elements of topology via SESO. *Proceedings: XXX Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering* , CILAMCE; Armação de Búzios, 2009.
- Simonetti, H.L.; Almeida, V.S.; Neves, F.A. Seleção de Topologias Ótimas para Estruturas do Contínuo com minimização de Volume sujeita a restrição de tensão via “Smoothing ESO” (SESO); *Proceedings: XXXI Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering* , CILAMCE; Argentina; 2010.
- Simonetti, H. L.; Almeida, V. S.; Oliveira Neto, L. A influência do peso próprio na otimização topológica de estruturas elásticas 2D - via técnica numérica Smooth Evolutionary Structural Optimization (SESO). *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, v. 30, p. 271-280, 2014a.
- Simonetti, H.L.; Almeida, V.S.; Oliveira Neto, L. A smooth evolutionary structural optimization procedure applied to plane stress problem, *Engineering Structures*, Vol. 75, p. 248-258, 2014b.
- Stump, F.V. *Otimização Topológica Aplicada ao Projeto de Estruturas Tradicionais e Estruturas com Gradação Funcional sujeitas a Restrição de Tensão*. Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da USP, São Paulo, 2006.
- Tanskanen, P. The evolutionary structural optimization method: theoretical aspects. *Comput Methods Appl Mech Eng.*, 191:5485–5498, 2002.
- Xie Y.M.; Steven, G.P. A simple evolutionary procedure for structural optimization, *Computers and Structures*, Vol. 49, n. 5, p. 885-896, 1993.
- Xie, Y.M.; Huang, X.; Tang, J.W.; Felicetti, P. Recent Advances in Evolutionary Structural Optimization, *Keynote Lecture for Frontiers of Computational Science Symposium*, Nagoya University, Japan. 2005.