



ANÁLISE DINÂMICA NÃO LINEAR E ALEATÓRIA DA SUSPENSÃO DE VEÍCULOS TERRESTRE OFF-ROAD

Aline M. Izumida

Reyolando M. L. R. da F. Brasil

aline.izumida@gmail.com

reyolando.brasil@ufabc.edu.br

UFABC – Universidade Federal do ABC

Rua Santa Adélia 166, 09210-170, Santo André, São Paulo, Brasil

Resumo. *O tema desta pesquisa é o comportamento dinâmico da suspensão de um veículo terrestre Off-Road sob excitação da superfície altamente irregular do piso. Dados os grandes deslocamentos esperados, não é possível considerar o sistema como linear. Assim, o modelo matemático resultante será considerado não linear. Além disso, terrenos irregulares não comportam uma descrição determinística e, por essa razão, será considerada como uma excitação aleatória, ou estocástica. Dada a complexidade do modelo matemático não se buscará uma solução analítica, provavelmente inexistente, utilizando-se métodos numéricos para a integração do sistema de equações diferenciais do movimento.*

Palavras-chave: *Análise Dinâmica, Sistema de Suspensão, BAJA SAE.*

1 INTRODUÇÃO

O projeto BAJA SAE foi criado nos Estados Unidos com sua primeira competição em 1976, e em 1994 foi trazido para o Brasil. Este tem como intuito promover a estudantes de engenharia a oportunidade de projetar, construir e testar veículos off-road sujeitos a condições adversas de terreno. Além de preparar o carro para a competição, a regulamentação exige que o projeto tenha escopo real, ou seja, se faz necessário estudar, documentar e apresentar o conceito como um novo produto. (SAE Brasil, 2010)

O protótipo deve ser capaz trafegar em terrenos acidentados, tais como grandes inclinações, pedras, troncos e lamina de água em todas as condições climáticas possíveis. Devido ao terreno irregular as solicitações atuantes no sistema de suspensão não respeitam uma linearidade, o que leva a necessidade do desenvolvimento de um sistema robusto que seja capaz de absorver grande parte da vibração, garantindo que não haja esforços excessivos nos demais componentes do protótipo, além de proporcionar conforto ao piloto. (SAE Brasil, 2010)

O sistema de suspensão de veículos funciona como um filtro mecânico, em que a entrada são as excitações vindas do solo no qual se trafega e a saída são as excitações que o veículo sentirá. Assim a transmissão de energia é parcialmente controlada pela suspensão, que tem como função principal atenuar e selecionar as faixas de frequências que são permitidas (Minozzo, 2012). Para veículos off-road as vibrações vindas do solo costumam ter grandes amplitudes, no caso do BAJA os obstáculos aos quais ele está sujeito levam a necessidade de grande deslocamento vertical do conjunto de suspensão para que o contato do pneu com o solo seja mantido. Juntamente com as solicitações mecânicas já discutidas a geometria utilizada pela maioria das equipes é a *Double Wishbone*, também conhecida como “Duplo A”.

Portanto a resposta dinâmica deste sistema não é algo trivial de se resolver, uma vez que este se submete a deslocamentos grandes sem qualquer periodicidade, assim o sistema que o descreve não pode ser considerado linear e nem as excitações, que devem por sua vez ser aleatórias. Logo a solução se dará por métodos numéricos.

O objetivo geral é obter um método numérico para avaliar as respostas dinâmicas de um sistema de suspensão de um veículo off-road através de modelagem matemática, utilizando como entrada um sinal aleatório que corresponde as excitações vindas do solo irregular.

A validação do método numérico será realizada por dois métodos, através da modelagem no software ADAMS/CAR e obtenção de dados experimentais através de sensores instalados no carro em movimento, quando este sofrer excitações referentes a terrenos acidentados.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Dinâmica Veicular

Qualquer veículo que trafegue, seja em altas velocidades ou terreno acidentado, é excitado por um grande espectro de vibrações. As vibrações são comumente associadas ao conforto e qualidade do veículo, portanto avaliar como estas excitações influenciam na dinâmica do carro é de suma importância. Para tanto realizam-se análises dinâmicas dos veículos que tem como intuito entender como estas excitações são propagadas tanto para a estrutura quanto para os ocupantes, garantindo integridade do veículo e ao mesmo tempo conforto.

Em todos veículos com pneus de borracha as manifestações do comportamento dinâmico dão-se pelas vibrações de baixa frequência. Este é um sistema dinâmico que só apresenta vibrações como resposta de excitações. As principais fontes de excitações são a pista ou de componentes do próprio veículo, como o sistema de motorização. (Gillespie)

As excitações providas do solo são atenuadas pelo sistema de suspensão, esta atenuação depende da geometria, do material e do posicionamento destes componentes no veículo, logo estudar a resposta vibracional está intimamente ligada a entender como o sistema de suspensão funciona e como esta transferência de excitação entre o solo e o veículo ocorre.

2.2 O Sistema de suspensão

As funções primarias de um sistema de suspensão consiste em isolar o chassi do veículo nas rugosidades providas do solo, manter as rodas com o camber e guiagem correta em relação ao solo, responder corretamente as forças geradas pelo pneu (longitudinal, lateral, frenagem e torques), resistir a rolagem do chassi e manter as rodas do veículo em contato com o solo com a menor variação possível de cargas. (Gillespie) Traduzindo estes conceitos para sensações do motoristas temos que a suspensão de um veículo possui o intuito de manter a boa dirigibilidade além do conforto quanto as vibrações existentes no solo.

A geometria da suspensão é responsável por determinar como a massa suspensa do veículo será conectada à massa não suspensa, esta conexão dita não só o caminho do movimento relativo mas controla também as forças transmitidas entre estas massas. (Milliken & Milliken, 1995)

Há dois grandes grupos de suspensões, as de eixo solido ou independentes. O primeiro tipo tem como componente principal uma barra solida que transmite o movimento de uma roda para a outra, fazendo com que as ambas rodas se movam juntas, o que leva o camber a ser o mesmo. A vantagem desta montagem é que o camber da roda não é afetado pela rolagem do carro e a maior desvantagem é que a barra é suscetível as vibrações providas do solo. (Gillespie) Os principais modelos de suspensões de eixo solido são *Hotchkiss*, *Sistemas De Dion* e *Four Link*.

No caso de suspensões independentes as rodas têm movimentos independentes, logo o movimento vertical de uma não afetará nenhuma outra, isto acarreta em uma melhora na absorção de vibrações do solo além de aumentar a resistência a rolagem do veículo. As principais suspensões encontradas atualmente são *Trailing Arm*, *SLA Front Suspension*, *MacPherson Strut*, *Multi-Link*, *Semi-Trailing Arm* e *Swing Axle*. (Gillespie) Neste trabalho consideraremos que as suspensões do veículo são independentes nas quatro rodas.

As suspensões dianteiras utilizadas no projeto em questão são do tipo Duplo-A (*Double Wishbone*) e as traseiras são do tipo *Three-Link*, presentes nas figuras a seguir, sendo as quatro independentes.

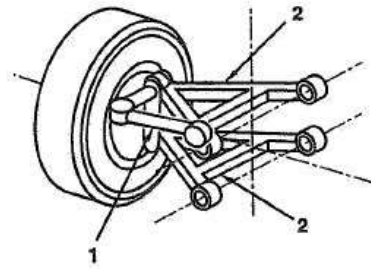


Figura 1: Suspensão do tipo Duplo-A (Milliken & Milliken, 1995)

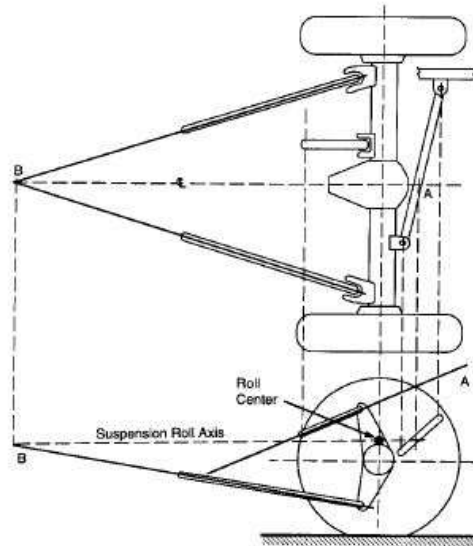


Figura 2: Suspensão do tipo Three-Link (Gillespie)

2.3 Modelo cinemático de uma suspensão independente

Como já mencionado anteriormente o sistema de suspensão tem como função definir a direção do movimento relativo entre a massa não suspensa e a suspensa, isto para suspensões independentes, sejam elas dianteiras ou traseiras. O movimento permitido por este sistema é somente o vertical, a não ser que haja uma solicitação de rotação pelo sistema de direção, caso que não será analisado neste trabalho.

Para qualquer corpo que se move em relação a um referencial, há seis graus de liberdade, sendo três deles de translação e três de rotação. Para o caso estudado há somente uma direção em que o corpo, ou veículo, pode se deslocar em relação a roda, logo pode-se dizer que há cinco graus de restrição ou um grau de liberdade em cada sistema. Portanto o estudo de suspensões independentes consiste em restringir este movimento relativo. Isto para cada suspensão utilizada no veículo, assim se há quatro rodas com suspensões independentes cada uma possui um grau de liberdade. (Milliken & Milliken, 1995)

Cada geometria possui uma forma de obter estas restrições, usualmente são links que se conectam ao carro, permitindo somente a transferência do movimento vertical. No caso do Duplo-A utilizam-se quatro links, dois em cada braço, a quinta restrição é provinda do link da direção.

2.4 Modelagem fundamental da dinâmica veicular

A dinâmica veicular preocupa-se com os movimentos do veículo em uma superfície de rolagem. O comportamento dinâmico é determinado através de forças aplicadas ao mesmo pelos pneus, gravidade e a aerodinâmica. O conjunto do veículo e seus componentes são estudados a fim de obter o efeito de tais forças em determinadas condições, sejam elas em manobra ou não. (Gillespie) No presente trabalho consideraremos somente as forças providas do solo como excitações do sistema, logo as forças aerodinâmicas serão desconsideradas.

Assim ao considerarmos os sistemas de suspensão independentes no veículo em questão, há um movimento relativo entre cada sistema massa-mola adotado. Generalizando, o veículo possui dois modos vibracionais, *pitchy* e *bouncy* e cada um destes possui um centro de oscilação e frequência que não coincidem obrigatoriamente com o centro gravitacional. O modo *bouncy* tem seu centro de vibração na linha das rodas, já o *pitchy* não. (Milliken & Milliken, 1995) Desta forma é necessário entender que os valores obtidos para o CG devem ser transportados para o centro de ação de cada rotação.

MODELAGEM

O veículo BAJA possui quatro suspensões independentes como mostrado na figura abaixo. Os sistemas de suspensão estão destacados em vermelho e são constituídos por amortecedores do modelo FOX Float, geometria de Duplo A na dianteira e Braço Semi-Arrastado Trilink na traseira.



Figura 3: CAD do modelo BAJA UFABC CR2.5 - Produzido por Matheus Marin Biihrer

Logo o modelo teórico utilizado trata-se de uma massa suspensa por quatro sistemas mola-amortecedor como ilustrado a seguir.

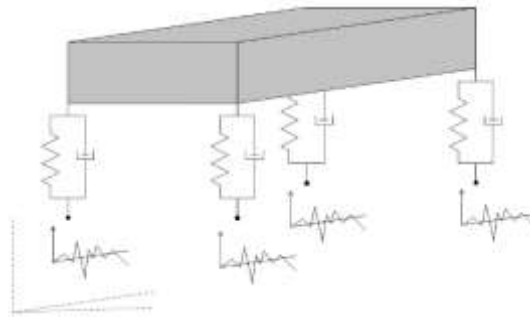


Figura 4: Modelo teórico utilizado

Consideraremos que o veículo é um corpo rígido, portanto sua massa está concentrada no CG (Centro de Gravidade), onde há os seis graus de liberdade, sendo três de deslocamentos lineares e outros três de rotações ao longo dos eixos principais.

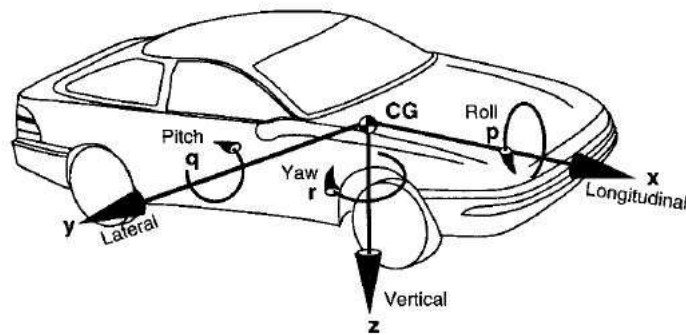


Figura 5: Sistema de coordenadas (Gillespie)

Em que *Roll*, *Pitch* e *Yaw* são as possíveis rotações ao entorno de x , y e z respectivamente. Aos deslocamentos dá-se os nomes de *sway*, *heave* e *surge* nos eixos x , y e z . Assim as variáveis do problema proposto serão dadas por:

$$\vec{q}_1 = sway$$

$$\vec{q}_2 = heave$$

$$\vec{q}_3 = surge$$

$$\vec{q}_4 = roll$$

$$\vec{q}_5 = pitch$$

$$\vec{q}_6 = yaw$$

A abordagem para a solução da resposta dinâmica do veículo quando excitado por uma pista irregular e portanto aleatória será pelo método da energia. Sabendo que a energia cinética é dada por:

$$T = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^n m_i \cdot \dot{q}_i^2 \quad (1)$$

Para este sistema teremos:

$$T = \frac{1}{2} \cdot (m \cdot \dot{q}_1^2 + m \cdot \dot{q}_2^2 + m \cdot \dot{q}_3^2 + J_x \cdot \dot{q}_4^2 + J_y \cdot \dot{q}_5^2 + J_z \cdot \dot{q}_6^2) \quad (2)$$

Em que m é a massa total do veículo e J_i são os momentos de inércia em relação aos eixos x , y e z . Já a energia de deformação será dada por:

$$U = \frac{1}{2} \cdot K \cdot (\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \Delta_3^2 + \Delta_4^2) \quad (3)$$

Sendo, Δ_i a deformação relativa de cada sistema de amortecimento que será então, nas coordenadas globais do problema dado por:

$$\Delta_1 = q_2 + x_{CG} \cdot q_5 - z_{CG} \cdot q_4 - u_1 \quad (4)$$

$$\Delta_2 = q_2 + x_{CG} \cdot q_5 - z_{CG} \cdot q_4 - u_2 \quad (5)$$

$$\Delta_3 = q_2 - x_{CG} \cdot q_5 + z_{CG} \cdot q_4 - u_3 \quad (6)$$

$$\Delta_4 = q_2 - x_{CG} \cdot q_5 + z_{CG} \cdot q_4 - u_4 \quad (7)$$

As contribuições referentes as rotações *pitch* e *roll* são devidas aos casos de movimento rotacional em que os sistemas de amortecedores são acionados. Para o movimento de *pitching* os sinais são invertidos entre os sistemas dianteiros e traseiros pois devido ao movimento efetuado pelo veículo a solicitação será oposta, ou seja, um par estará tracionado e o outro comprimido, o mesmo ocorre para movimentos em torno do eixo x , evidenciado novamente pela alternância dos sinais do vetor q_4 , referente ao movimento de *rolling*. A contribuição u_i é devido a excitação do solo. Nota-se que primeiramente optou-se por uma abordagem linear do problema.

O trabalho das forças externas será dado por:

$$W = -m \cdot g \cdot q_2 \quad (8)$$

Logo a energia potencial será:

$$V = U - W \quad (9)$$

Seja a Equação de Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) + \frac{\partial V}{\partial q_i} = N_i \quad (10)$$

Assim para os seis graus de liberdade teremos as seguintes equações:

$$i = 1 \quad N_1 = m \cdot \ddot{q}_1$$

$$i = 2 \quad N_2 = m \cdot (g + \ddot{q}_2) + K \cdot (4 \cdot q_2 - u_1 - u_2 - u_3 - u_4)$$

$$i = 3 \quad N_3 = m \cdot \ddot{q}_3$$

$$i = 4 \quad N_4 = J_x \cdot \ddot{q}_4 + K \cdot y_{CG} \cdot (4 \cdot y_{CG} \cdot q_4 - 4 \cdot x_{CG} \cdot q_5 + u_1 + u_2 - u_3 - u_4)$$

$$i = 5 \quad N_5 = J_y \cdot \ddot{q}_5 + K \cdot x_{CG} \cdot (-4 \cdot y_{CG} \cdot q_4 + 4 \cdot x_{CG} \cdot q_5 - u_1 - u_2 + u_3 + u_4)$$

$$i = 6 \quad N_6 = m \cdot \ddot{q}_6$$

Para obter as funções N_i utilizou-se a função de Rayleigh dada por:

$$\mathcal{F} = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^n c_i \cdot \dot{\Delta}_i^2$$

Tal que:

$$N_i = -\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \dot{q}_i}$$

Assim para este caso:

$$i = 1 \quad N_1 = 0$$

$$i = 2 \quad N_2 = c \cdot (4 \cdot \dot{q}_2 - \dot{u}_1 - \dot{u}_2 - \dot{u}_3 - \dot{u}_4)$$

$$i = 3 \quad N_3 = 0$$

$$i = 4 \quad N_4 = c \cdot y_{CG} \cdot (4 \cdot y_{CG} \cdot \dot{q}_4 - 4 \cdot x_{CG} \cdot \dot{q}_5 + \dot{u}_1 + \dot{u}_2 - \dot{u}_3 - \dot{u}_4)$$

$$i = 5 \quad N_5 = c \cdot x_{CG} \cdot (-4 \cdot y_{CG} \cdot \dot{q}_4 + 4 \cdot x_{CG} \cdot \dot{q}_5 - \dot{u}_1 - \dot{u}_2 + \dot{u}_3 + \dot{u}_4)$$

$$i = 6 \quad N_6 = 0$$

Finalmente o sistema a ser resolvido será:

$$\left\{ \begin{array}{l} m \cdot \ddot{q}_1 = 0 \\ m \cdot (\ddot{q}_2 + g) + K \cdot (4 \cdot q_2 - u_1 - u_2 - u_3 - u_4) = c \cdot (4 \cdot \dot{q}_2 - \dot{u}_1 - \dot{u}_2 - \dot{u}_3 - \dot{u}_4) \\ m \cdot \ddot{q}_3 = 0 \\ J_x \cdot \ddot{q}_4 + K \cdot y_{CG} \cdot (4 \cdot y_{CG} \cdot q_4 - 4 \cdot x_{CG} \cdot q_5 + u_1 + u_2 - u_3 - u_4) = c \cdot y_{CG} \cdot (4 \cdot y_{CG} \cdot \dot{q}_4 - 4 \cdot x_{CG} \cdot \dot{q}_5 + \dot{u}_1 + \dot{u}_2 - \dot{u}_3 - \dot{u}_4) \\ J_y \cdot \ddot{q}_5 + K \cdot x_{CG} \cdot (-4 \cdot y_{CG} \cdot q_4 + 4 \cdot x_{CG} \cdot q_5 - u_1 - u_2 + u_3 + u_4) = c \cdot x_{CG} \cdot (-4 \cdot y_{CG} \cdot \dot{q}_4 + 4 \cdot x_{CG} \cdot \dot{q}_5 - \dot{u}_1 - \dot{u}_2 + \dot{u}_3 + \dot{u}_4) \\ m \cdot \ddot{q}_6 = 0 \end{array} \right.$$

REFERENCES

- Brasil, R. M., & Silva, M. A. (2013). *Introdução á dinâmica das estruturas*. São Paulo: Editora Edgard Blucher.
- Colombo, A. L. (2001). *Análise dinâmica de um veículo rodoviário sob vibrações aleatórias devidas as irregularidades de uma pista*. São Paulo, São Paulo, Brasil: Universidade de São Paulo.
- Gillespie, T. D. (s.d.). *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. Warrendale: SAE International.
- Milliken, W. F., & Milliken, D. L. (1995). *Race Car Vehicle Dynamics*. Warrendale: SAE International.
- Minozzo, R. (2012). *Aquisição de forças dinâmicas atuantes na suspensão dianteira de um veículo protótipo BAJA SAE*. Porto Alegre.
- Newland, D. E. (1993). *An introduction to Random Vibrations, Spectral & Wavelet Analysis*. Londres: Longman.
- Rao, S. S. (2003). *Mechanical Vibrations*. New Jersey: Pearson Prentice Hall.
- SAE Brasil. (01 de Janeiro de 2010). Regulamento BAJA SAE Brasil. *Capítulo 01 - Definições*.
- Yang, C. (1986). *Random Vibration of Structures*.