

Estimação de Harmônicos e Inter-harmônicos via Técnica ESPRIT Associada à Banco de Filtros

Elaine Santos

UFJF – Universidade Federal de Juiz de Fora
eng_elaine2004@yahoo.com.br

Carlos Augusto Duque – Augusto Santiago Cerqueira

UFJF – Universidade Federal de Juiz de Fora
caduque62@gmail.com - augusto.s.cerqueira@gmail.com

Resumo — Em relação ao Sistema Elétrico de Potência (SEP), harmônicos e inter-harmônicos são parâmetros críticos que prejudicam a qualidade da energia e os algoritmos de controle e proteção. Esse trabalho visa à estimação dos parâmetros de frequências e amplitudes dos harmônicos e inter-harmônicos. A técnica utilizada para estimação é baseada no algoritmo ESPRIT (técnica de invariância rotacional) associada a bancos de filtros. O sinal é inicialmente pré-processado por um banco de filtros que faz a decomposição em sub-bandas. O estimador ESPRIT é aplicado em cada banda. Este arranjo reduz a ordem dos componentes a estimar e o esforço computacional global, além de melhorar a qualidade das estimações.

Palavras-chaves — ESPRIT, Banco de Filtros, estimação de harmônicos e inter-harmônicos variantes no tempo.

I. INTRODUÇÃO

O Sistema Elétrico de Potência (SEP) é um dos sistemas mais complexos já criados. A detecção e análise de distúrbios que possam ser previstos e corrigidos em tempo hábil é de extrema relevância. A presença de harmônicos e inter-harmônicos causam grande preocupação, pois são componentes críticos do sistema [1]. Estes componentes podem aparecer em regime estacionário e também transitório em consequência de faltas, chaveamentos capacitivos e ressonâncias no sistema [2].

A frequência fundamental pode sofrer variações devido à diversos motivos, sobretudo os citados acima. Sua correta medição é importante, não só para a caracterização da qualidade da energia elétrica (QEE), como também para a estimação de outros parâmetros que dependem da informação da amplitude e da frequência fundamental [3]. Portanto, tornam-se necessárias medidas e técnicas eficientes para a estimação dos diversos parâmetros relevantes para a caracterização da QEE e também para aplicações de controle e proteção dos sistemas.

Ao longo dos anos diversas técnicas foram desenvolvidas para a estimação das amplitudes, fases, frequências. Uma técnica de subespaço, considerada moderna e ultimamente muito utilizada é a técnica de invariância

rotacional (ESPRIT), pois não sofre espalhamento, diferentemente do método de estimação da transformada rápida de Fourier (FFT) [4], [5]. Um dos grandes problemas do método ESPRIT é o grande esforço computacional, que é função direta da ordem do modelo considerado. A determinação da ordem do modelo é sempre uma tarefa desafiadora e algumas proposições são apresentadas na literatura [6]. Em geral, quanto maior a ordem do modelo, menor a acurácia da estimação. Também o nível de ruído presente no sinal deteriora a estimação.

Este trabalho aborda a técnica ESPRIT em conjunto com Banco de Filtros [7] como uma alternativa para melhorar a acurácia da estimação e reduzir o esforço computacional global. O desempenho do algoritmo ESPRIT-Banco de Filtros é avaliado sob a variação do SNR (relação sinal ruído) de 20 a 100 dB considerando uma média estatística de 100 medidas para cada amostra depois de filtrá-los por um Banco de Filtros passa-faixa e estimando frequências e amplitudes.

A organização desse trabalho segue da seguinte forma: na Seção II, é apresentado um breve comentário sobre filtros e Bancos de Filtros. Na Seção III, é apresentada uma explanação sobre a técnica de invariância rotacional (ESPRIT). A Seção IV apresenta os resultados das simulações realizadas. Finalmente, na seção V, são apresentadas as conclusões do trabalho.

II. BANCO DE FILTROS

Os filtros digitais podem ser de resposta ao impulso finita FIR (*Finite Impulse Response*) ou de resposta ao impulso infinita IIR (*Infinite Impulse Response*) [8]. Considerando processamento de sinais em taxa única os filtros IIR são em geral os mais utilizados devido ao baixo esforço computacional, quando comparados aos filtros FIR com resposta em magnitude semelhante. Porém em processamento multitaxa, os filtros FIR são extensivamente utilizados nos bancos de filtros dadas as condições de reconstrução perfeita do sinal, que podem ser facilmente atendidas, ao contrário dos filtros IIR. Também o esforço computacional dos filtros FIR tornam-se extremamente atrativo em algumas aplicações multitaxa [7], [15].

Um banco de filtros pode ser configurado como banco de análise ou decomposição, quando os filtros do conjunto possuem entradas em comum e saídas independentes, ou como banco de síntese a reconstrução, quando as entradas dos filtros são independentes e suas saídas somadas [5], [7].

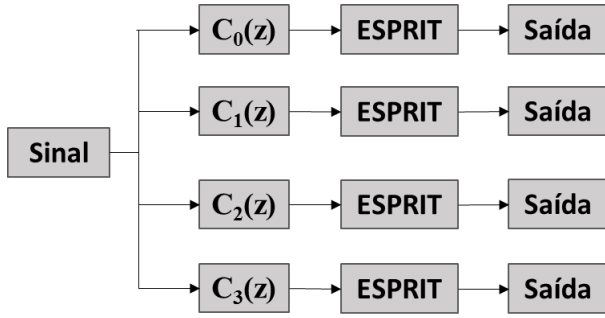


Fig. 1. Árvore de decomposição do sinal com Banco de Filtros e ESPRIT

No presente trabalho, um Banco de Filtros de decomposição, composto por quatro filtros passa-banda FIR, com funções de transferências $C_0(z)$, $C_1(z)$, $C_2(z)$, $C_3(z)$ foi utilizado. A escolha do uso de um Banco com quatro filtros visa a redução da ordem do sinal previamente a aplicação do ESPRIT para estimação da frequência e amplitude de sinais senoidais. Quanto maior o número de filtros do banco, menor será a ordem do sinal.

Para ilustrar o funcionamento do banco de filtros, será utilizado o sinal $s_1(t)$ (sinal em função do tempo) e $s_1[n]$ (sinal discreto), dado por:

$$s_1(t) = A_f \cos(2\pi f_f t) + A_{i1} \cos(2\pi f_{i1} t) + A_H \cos(2\pi f_H t) + A_{i2} \cos(2\pi f_{i2} t) \quad (1)$$

$$t = nT_s = n/f_s \quad (2)$$

$$s_1[n] = A_f \cos\left[2\pi f_f n/f_s\right] + A_{i1} \cos\left[2\pi f_{i1} n/f_s\right] + A_H \cos\left[2\pi f_H n/f_s\right] + A_{i2} \cos\left[2\pi f_{i2} n/f_s\right] \quad (3)$$

Onde: $A_f = 1$; $f_f = 60\text{Hz}$; $A_{i1} = 0,1$; $f_{i1} = 30\text{Hz}$; $A_H = 0,3$; $f_H = 1620\text{Hz}$; $A_{i2} = 0,2$; $f_{i2} = 1770\text{Hz}$; $f_s \rightarrow$ é a frequência de amostragem (o algoritmo usa 64 amostras por ciclo).

O sinal $s_1(t)$ da Eq. (1) contém uma componente fundamental, uma componente harmônica e duas inter-harmônicas (melhores detalhes seção IV). O mesmo será contaminado com ruído branco gaussiano para que a metodologia seja testada. A Fig. 1 mostra a árvore de decomposição do sinal passando pelo Banco de Filtros e pelo algoritmo ESPRIT (que será visto na Seção III). Onde $C_i(z)$, $i=0, 1, 2$ e 3 são filtros FIR de ordem 71 cujos coeficientes foram obtidos através do projeto de filtros otimizados de Johnston [9], utilizando uma resposta ao impulso de 12 dB para a construção do filtro passa-baixas. A base do filtro Johnston 12 dB foi usada para compor o projeto da estrutura em árvore dos quatro filtros [7].

A Fig. 2 mostra a resposta do ganho dos quatro filtros gerados por este Banco de Filtros de acordo com a taxa de amostragem usada no algoritmo. A resposta do filtro $C_0(z)$ está representada em azul, a resposta do filtro $C_1(z)$ está representada em verde pontilhado, a resposta do filtro $C_2(z)$ está representada em ciano e a resposta do filtro $C_3(z)$ está representada em vermelho pontilhado. O eixo x corresponde à faixa de frequência de amostragem usada no algoritmo.

As Fig. 3 e Fig. 4 mostram o sinal $s_1(t)$ logo após a filtragem pelo Banco de Filtros ($C_0(z)$, $C_1(z)$, $C_2(z)$, $C_3(z)$),

no caso da Fig. 3 ($C_0(z)$ e $C_1(z)$), Fig. 4 ($C_2(z)$ e $C_3(z)$). Como o sinal $s_1(t)$ possui componentes senoidais nas bandas de frequência definidas por $C_0(z)$ e $C_3(z)$, observa-se que somente na saída destes aparecem sinais filtrados com energia significativa.

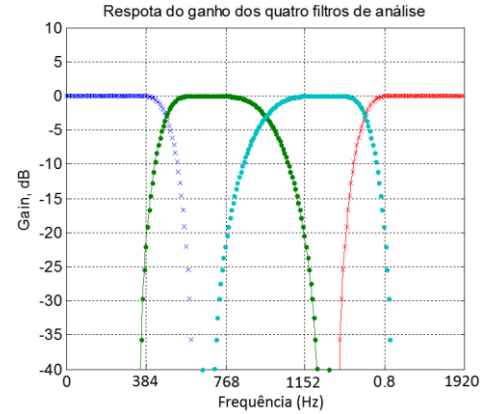


Fig. 2. Módulo da resposta em frequência do Banco de Filtros gerado no algoritmo proposto (Banco de Filtros e ESPRIT) pelo MATLAB®

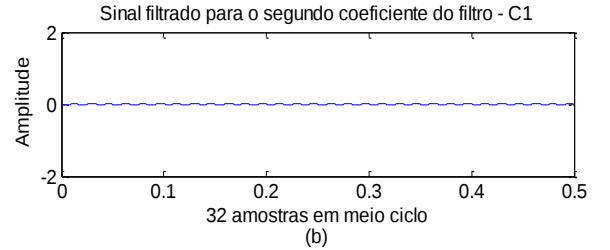
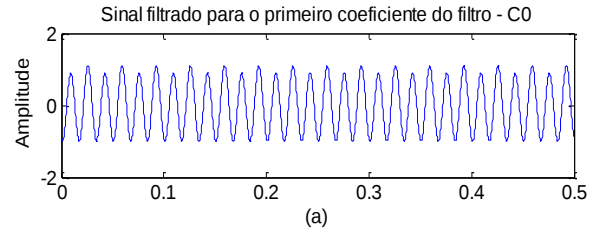


Fig. 3. Sinal s_1 logo após passar pelo Banco de Filtros ($C_0(z)$ e $C_1(z)$) gerado no algoritmo proposto (Banco de Filtros e ESPRIT) pelo MATLAB®

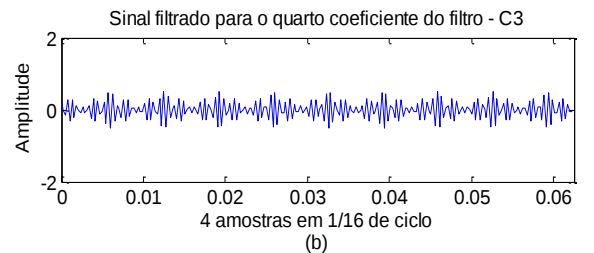
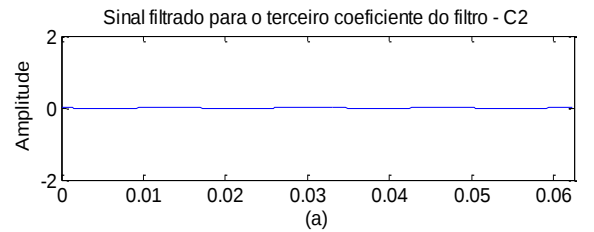


Fig. 4. Sinal s_1 logo após passar pelo Banco de Filtros ($C_2(z)$ e $C_3(z)$) gerado no algoritmo proposto (Banco de Filtros e ESPRIT) pelo MATLAB®

A Fig. 5 mostra o sinal $s_1(t)$ original em (a) e em (b) mostra o sinal que foi reconstituído logo após ter passado pelo Banco de Filtros.

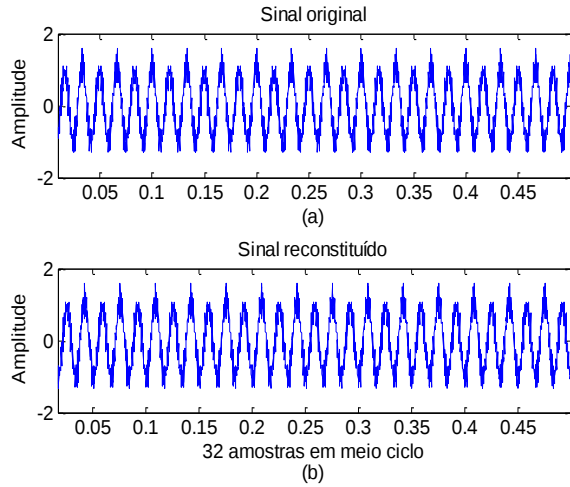


Fig. 5. a) Sinal s_1 original; b) Sinal s_1 reconstruído

III. TÉCNICA DE INVARIÂNCIA ROTACIONAL (ESPRIT)

É a técnica de estimação de frequência e outros parâmetros, via invariância rotacional (ESPRIT) que explora uma relação determinística entre subespaço [10], [11]. De acordo com [11], a essência do ESPRIT está na propriedade de invariância rotacional do subespaço utilizado para estimação dos parâmetros. A seguir, o algoritmo ESPRIT implementado neste trabalho será descrito sucintamente.

A. Algoritmo:

A base do algoritmo ESPRIT usado nesse trabalho segue o esquema do fluxograma mostrado na Fig. 6 [12], [13], [14]. O modelo matemático assumido para o sinal $v[n]$ pode ser expresso como [10], [15]:

$$v[n] = s[n] + w[n] = \sum_{k=1}^K a_k \cos[nw_k + \Phi_k] + w[n] \quad (4)$$

Onde:

$s[n]$ → É a parte do sinal senoidal (incluindo a componente fundamental e todas as componentes harmônicas e inter-harmônicas).

$w[n]$ → Ruído branco com média zero.

a_k → Amplitude ($a_k \geq 0$ para evitar ambiguidades).

w_k → Frequência angular ($w_k = 2\pi f_k$).

Φ_k → Fase inicial.

K → Número de senóides.

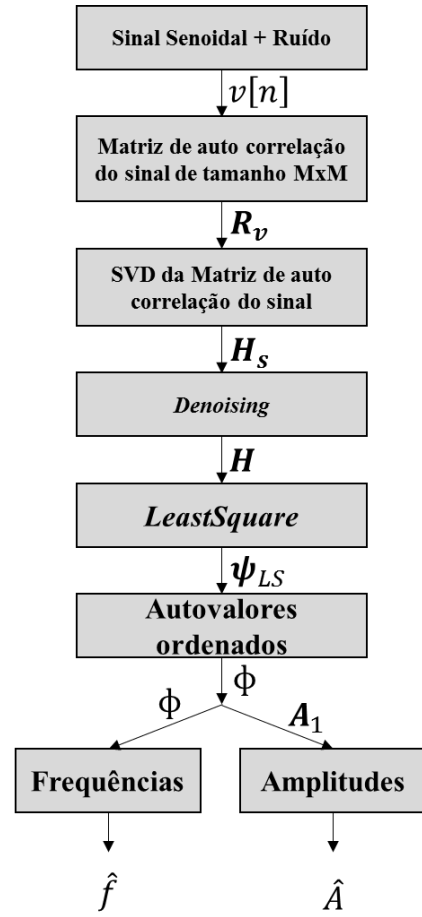


Fig. 6. Fluxograma do algoritmo ESPRIT usados no trabalho

A Fig. 6 ilustra em blocos os passos do algoritmo ESPRIT implementado neste trabalho e os passos são listados abaixo [12], [13], [14], [15]:

- 1) A partir de $v[n]$ monta-se a matriz de autocorrelação R_v de tamanho $M \times M$.
- 2) Com a matriz R_v faz-se a decomposição SVD, formando a matriz H_s que contém todos os autovalores da matriz de autocorrelação (inclusive ruído). Dessa forma, com base no valor dos autovalores é possível realizar um *denoising*, sabendo-se que os autovalores com mais energia são os que vão estimar as frequências e as amplitudes. Assim, forma-se a matriz $H_{M \times Ordem}$. Dessa matriz $H_{M \times Ordem}$ é formada duas sub-matrizes: a primeira contendo as primeiras $(M - 1)$ linhas e a outra o restante (propriedade da invariância rotacional).
- 3) O próximo passo é realizar uma otimização baseada nos mínimos quadrados (*Least Square*), dividindo as sub-matrizes formadas uma pela outra e encontrando os autovalores (λ_i) formando a matriz ψ_{LS} . Uma vez encontrados, eles são ordenados ϕ para facilitar seu uso no algoritmo;
- 4) Para o cálculo das frequências das componentes senoidais do sinal, tem-se ϕ e chega-se a:

$$f = \text{Im} \left(\ln \left(\lambda_i / 2\pi \right) \right) \quad (5)$$

- 5) Para o cálculo das amplitudes, tem-se A_1 que é uma matriz (que usa os autovalores ϕ) com o número de linhas do tamanho do sinal (N) e o número de

colunas de acordo com a ordem (*ord*) do sinal que é dada por:

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ (\lambda_1)^1 & (-\lambda_1)^1 & (\lambda_2)^1 & \dots & (-\lambda_{ord})^1 \\ (\lambda_1)^2 & (-\lambda_1)^2 & (\lambda_2)^2 & \dots & (-\lambda_{ord})^2 \\ (\lambda_1)^3 & (-\lambda_1)^3 & (\lambda_2)^3 & \dots & (-\lambda_{ord})^3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ (\lambda_1)^{N-1} & (-\lambda_1)^{N-1} & (\lambda_2)^{N-1} & \dots & (-\lambda_{ord})^{N-1} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Uma nova otimização baseada nos mínimos quadrados (*Least Square*) é realizada utilizando a matriz $\mathbf{A}_1$ e o sinal da Eq. 4. A solução do sistema é resolvida encontrando o resultado absoluto do vetor $\boldsymbol{\beta}$ (vetor com amplitude e fase das senóides) que é multiplicado por dois de forma ordenada fornecendo os valores das amplitudes.

$$\mathbf{A}_1 \boldsymbol{\beta} = \mathbf{v} \quad (7)$$

Onde:

$\mathbf{v} \rightarrow$ É o vetor do sinal analisado.

$$\hat{\mathbf{a}} = |2 * \boldsymbol{\beta}| \quad (8)$$

Assim, o algoritmo ESPRIT foi usado nesse trabalho em conjunto com o Banco de Filtros visando a redução da ordem e uma estimativa confiável em comparação com o método ESPRIT usados isoladamente.

IV. ESTUDO DE CASO

Nesta seção, será utilizado o mesmo sinal da seção III (Eq. (1)), variando-se seus parâmetros, contaminado com ruído branco gaussiano. O sinal $s_1(t)$ está especificado pela Eq. (1) e contém a componente fundamental, um harmônico de ordem 27, um sub-harmônico na frequência 30Hz, um inter-harmônico na frequência de 1770Hz mais ruído branco Gaussiano de média zero. A frequência fundamental do sistema é 60Hz.

O algoritmo implementado tem $J = 64$ amostras por ciclo com uma frequência de amostragem $f_s = J \times 60$ e o tamanho do vetor de dados M usado para computar a matriz de auto correlação do algoritmo ESPRIT variado em 32, 64 e 128, o que corresponde a $\frac{1}{2}$, 1 e 2 ciclos do componente fundamental, respectivamente. A estimativa dos parâmetros do sinal com o método proposto (Banco de Filtros-ESPRIT) foi comparado com a estimativa obtida pelo método ESPRIT, variando a ordem do modelo (parâmetro K) de 8, 10 e 16. A ordem do modelo, utilizada nos algoritmos ESPRIT na saída dos filtros do método Banco de Filtros-ESPRIT foi fixada em quatro.

A. Estudo de caso:

Foram realizadas várias simulações variando o tamanho do vetor de dados usado para o cálculo da matriz de covariância ($M = 32, 64$ e 128), a ordem do modelo do método ESPRIT convencional ($K=8, 10$ e 16) e a relação sinal ruído ($SNR=20, 30, 40, 50, 70, 80, 90$ e 100 dB's). Em todas as simulações o caso mais crítico foi para $M=32$ o que corresponde a um vetor de observação contendo apenas $\frac{1}{2}$ ciclo da componente fundamental. Os resultados apresentados a seguir possibilitam uma boa comparação entre o método proposto e o método convencional.

A Tabela I apresenta os erros percentuais relativos para uma $SNR=20$ dB. A coluna 1 mostra os parâmetros estimados e as colunas subsequentes os métodos utilizados para a realização da estimação, respectivamente: o método proposto (BF-ESPRIT), seguido de três colunas do método ESPRIT convencional para diferentes valores de K . Na tabela, alguns parâmetros são marcados pela letra x o que significa que a estimação apresentou um erro relativo extremamente elevado e, portanto, foi descartada.

TABELA I. ERRO PERCENTUAL RELATIVO DOS PARÂMETROS

Ruído	SNR=20db			
	BF-ESPRIT	ESPRIT K=8	ESPRIT K=10	ESPRIT K=16
F. Fund.	0,034	0,11	0,09	0,1
F. Int. 1	17,99	x	x	x
F. Int. 2	0	0	0	0
F. Har.	0	0	0	0
A. Fund.	18,15	30,06	34,88	60,82
A. Int. 1	x	x	x	x
A. Int. 2	0,85	5,8	35,05	48,35
A. Har.	0,1	2,37	7,9	7,07

Como pode ser observado da Tabela I, para $SNR=20$ dB, o método proposto, coluna denominada BF-ESPRIT, apresentou erros relativos menores que o método ESPRIT convencional para as ordens $K=8, 10$ e 16 . Note que para esta relação sinal-ruído a estimativa da frequência de inter-harmônico de 30 Hz apresentou um erro percentual elevado no método proposto, enquanto no método convencional não pode sequer ser estimada, como marcado na tabela pela letra x. Como consequência de uma estimativa ruim deste parâmetro, sua amplitude também não pôde ser estimada. Observa-se ainda uma estimativa de amplitude da componente fundamental muito ruim para ambos os métodos. Estas estimativas podem ser melhoradas com o aumento do tamanho do vetor de observação. Esta situação foi simulada e mostrou que a metodologia proposta apresentou os melhores resultados.

A Tabela II apresenta os erros percentuais relativo dos parâmetros para o caso de $SNR=50$ dB. Como pode ser observado, o método proposto apresenta o menor erro percentual relativo, exceto em relação a amplitude do inter-harmônico 2, no qual o método ESPRIT ordem 10 foi melhor. Porém, de modo global, o método proposto é o que apresentou os melhores resultados.

TABELA II. ERRO PERCENTUAL RELATIVO DOS PARÂMETROS

Ruído	SNR=50db			
	Banco-ESPRIT	ESPRIT K=8	ESPRIT K=10	ESPRIT K=16
F. Fund.	0,0	0,0	0,0	0,0
F. Int. 1	0,02	0,06	0,0	0,79
F. Int. 2	0	0	0	0
F. Har.	0	0	0	0
A. Fund.	0,35	0,78	0,4	1,26
A. Int. 1	0,30	10,5	4,3	112,6
A. Int. 2	0,15	0,15	0,05	0,15
A. Har.	0,03	0,03	0,067	0,067

Para exemplificar os dados simulados nos algoritmos vejamos alguns exemplos gráficos. A Fig. 7 mostra a estimação da frequência fundamental do método proposto (Banco de Filtros-ESPRIT) para a saída $C_0(z)$ do Banco de Filtros comparada com a estimação da frequência fundamental do método ESPRIT de ordem 8, ordem 10 e ordem 16 considerando o Vetor de dados $M=32$, mostrando o

desvio estatístico em cada gráfico já que a frequência ideal seria de 60Hz. Observa-se que a menor variância ocorre com o método proposto, que para esta estimação foi o melhor caso.

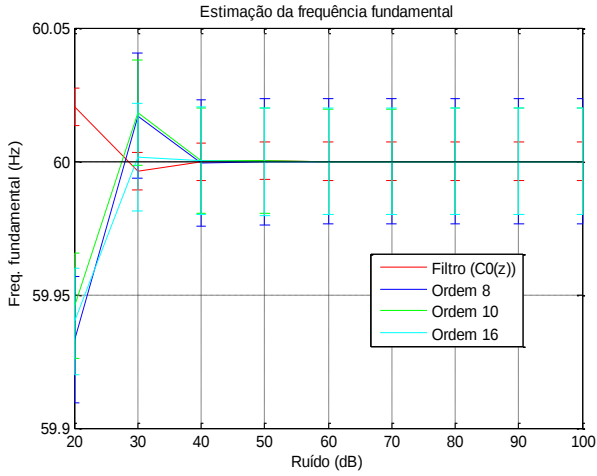


Fig. 7. Estimação da freq. fundamental considerando a saída $C_0(z)$ do Banco de Filtros $M=32$ (com desvio estatístico) comparada com a estimação da freq. fundamental sem Banco de Filtros ordem 8, ordem 10 e ordem 16 $M=32$ (com desvio estatístico)

A Fig. 8 traz o erro percentual relativo da frequência de inter-harmônico 1 do método proposto Banco de Filtros-ESPRIT ($C_0(z)$) comparado com o modelo ESPRIT de ordem 8, ordem 10 e ordem 16 considerando o vetor de dados $M=32$.

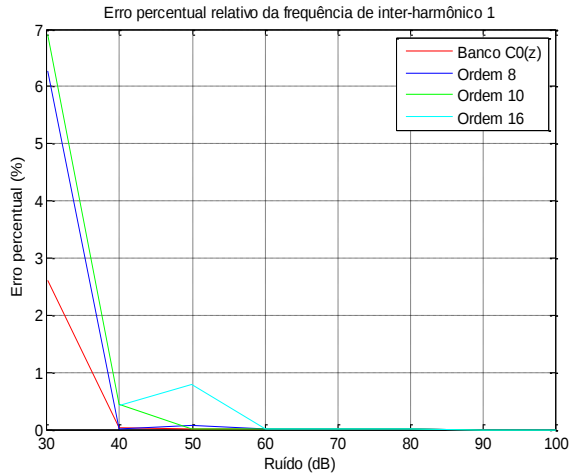


Fig. 8. Erro percentual relativo da freq. de inter-harmônico 1 com Banco de Filtros $C_0(z)$ comparado com o erro percentual relativo da freq. de inter-harmônico 1 sem Banco de Filtros ordem 8, ordem 10 e ordem 16 $M=32$

A Fig. 9 mostra a estimação da amplitude de inter-harmônico 2 do método proposto Banco de Filtros-ESPRIT para a saída $C_3(z)$ do Banco de Filtros comparada com a estimação da amplitude de inter-harmônico 2 do método ESPRIT de ordem 8, ordem 10 e ordem 16 considerando o vetor de dados $M=32$, mostrando o desvio estatístico em cada gráfico já que a amplitude ideal seria de 0,2.

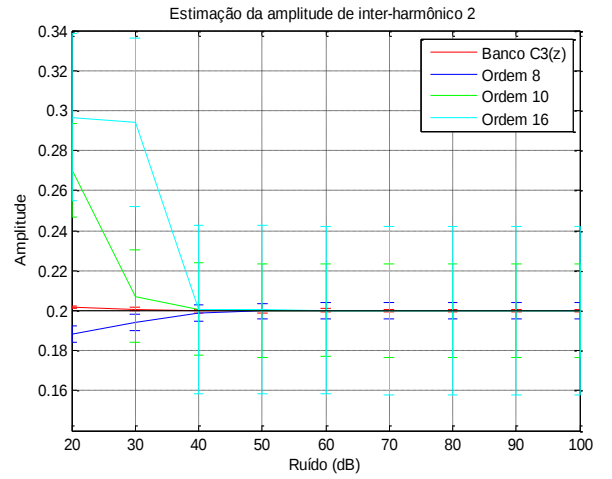


Fig. 9. Estimação da amp.de inter-harmônico 2 considerando a saída $C_3(z)$ do Banco de Filtros $M=32$ (com desvio estatístico) comparada com a estimação da amp. de inter-harmônico 2 sem Banco de Filtros ordem 8, ordem 10 e ordem 16 $M=32$ (com desvio estatístico)

No caso exemplo mostrado, verifica-se que a energia do sinal na saída dos filtros $C_1(z)$ e $C_2(z)$ é insignificante, uma vez que não existem componentes nas bandas de frequência definidas por estes filtros. Na metodologia proposta antes de aplicar o algoritmo ESPRIT a energia do vetor de dados na saída do banco $i=1, 2$ e 3 é calculada e comparada com a energia da saída do filtro $C_0(z)$, definida como ε_0 , onde está presente a componente fundamental do sinal. Caso a energia do sinal de saída nas bandas $i=1, 2$ e 3 seja inferior a uma porcentagem de ε_0 a estimação dos parâmetros não é efetuada. Esta porcentagem depende da SNR, sendo definida empiricamente. No estágio atual da pesquisa utilizou-se um limite de 1%.

Observando o desempenho do algoritmo do método proposto (Banco de Filtros-ESPRIT) para $M=32$, temos os seguintes erros percentuais: Os erros de 10% são resultado do pequeno comprimento de janela utilizado (M) e, além disso, o ruído é relativamente alto. No caso da amplitude do inter-harmônico 1 ($A_{i1} = 0,1$), com um ruído alto e uma amplitude muito baixa o algoritmo não foi capaz de estimar. Para os outros casos estimados, os erros ficaram abaixo de 5%.

TABELA III. ERROS PERCENTUAIS RELATIVOS MAIORES QUE 10% DO MODELO PROPOSTO (BANCO DE FILTROS-ESPRIT)

	20 dB	30 dB	40 dB
Freq. de inter-harmônico 1 ($f_{i1} = 30\text{Hz}$)	17,995%;		
Amp. fundamental ($A_f=1$)	18,15%	16,5 %	
Amp. de inter-harmônico 1 ($A_{i1} = 0,1$)	Não estimou	Não estimou	24,6%

A partir de 40 dB já é possível obter erros percentuais abaixo de 1% (exceto no caso da amplitude de inter-harmônico 1 ($A_{i1} = 0,1$)) e para a maioria dos casos esses erros são decrescentes conforme a relação sinal-ruído aumenta.

Comparando o sinal $s_1(t)$ (Eq. 1) com o Banco de Filtros e sem o Banco de Filtros, a estimativa se aproxima consideravelmente quando a ordem é 8. Observe que a ordem mínima para o sinal $s_1(t)$ (Eq. 1) é 8, dessa forma o melhor desempenho será observado com o algoritmo ESPRIT configurado com essa ordem. Sendo assim, o algoritmo com o Banco de Filtros-ESPRIT consegue ter resultados

relevantes quando comparado com essa ordem, porém não se mostrou superior.

Agora, comparando o sinal $s_1(t)$ (Eq. 1) com o Banco de Filtros e sem o Banco de Filtros nas ordens 10 e 16 tem-se uma estimativa superior (em comparação com todos os parâmetros estimados). Assim, o desconhecimento da ordem exata do sinal pode gerar problemas de estimação e erros. A vantagem do Banco de Filtros é que se pode ter uma estimação muito próxima da estimação da ordem original com uma redução da ordem de forma eficaz, contribuindo assim para a redução do esforço computacional ao tratar de sinais com ordens bem superiores.

Esse conceito de redução do esforço computacional pode ser entendido observando [10], que ao avaliar o esforço de uma dada matriz $H_{m \times n}$ gerada pela utilização da técnica SVD, o número total de operações da complexidade computacional pode ser aproximado por:

$$4mn^2 + 6mn^2 + 9n^3 \quad (9)$$

Uma vez que a matriz dos autovalores depende da ordem do sinal para compor o número de colunas do algoritmo ESPRIT, com a redução da ordem, isso implicaria na redução do esforço computacional. Por exemplo: No caso em que o vetor de dados vale $M=32$, as matrizes de auto correlação do sinal geradas da SVD no algoritmo com os autovalores necessários para calcular os parâmetros importantes serão de dimensões $H_{32 \times \text{ordem}}$. Utilizando as ordens do estudo de caso do trabalho em questão e a Eq. (9) podemos ter a complexidade computacional para este caso. Observe a Tabela IV abaixo:

TABELA IV. COMPLEXIDADE COMPUTACIONAL DO ALGORITMO BANCO DE FILTROS-ESPRIT E ESPRIT PARA $M=32$

	Complexidade computacional
Banco de Filtros-ESPRIT	4 filtros x 5696=22784
Ordem 8	25088
Ordem 10	41000
Ordem 16	84224

Consequentemente, o uso de Banco de Filtros contribuiria para esse benefício, já que a ordem do sinal pode ser reduzida sem o risco de estimação errônea.

No geral, avaliando o modelo ESPRIT, quanto maior aumentarmos a ordem do sinal que originalmente é 8, os erros de estimação vão aumentando e consequentemente o esforço computacional. Nesse estudo de caso, tem-se conhecido o sinal a ser analisado, mas pode haver casos em que o sinal não seja conhecido. Dessa forma, torna-se relevante que o algoritmo seja mais automático, ou seja, determine a ordem do sinal para que não haja problemas na estimação.

Para os demais casos ($M=64$ e $M=128$) os resultados apresentaram poucas variações, dessa forma, não agregam conclusões para análise, a não ser no que se refere à questão da complexidade computacional.

V. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Considerando a importância da investigação de distúrbios no Sistema Elétrico de Potência o presente trabalho busca a estimação dos parâmetros do sinal do SEP contaminado com

ruído (SNR) usando Banco de Filtros e aplicando a Técnica de Invariância Rotacional (ESPRIT), atingindo resultados relevantes.

O erro percentual para o estudo de caso ficou abaixo de 5%, considerando a faixa de ruído variando entre 50 a 100 dB.

O esforço computacional pode ser reduzido com a associação do modelo proposto Banco de Filtros-ESPRIT obtendo estimações semelhantes ao modelo convencional ESPRIT ordem 8 para o sinal do estudo de caso avaliado nesse trabalho.

Para um aperfeiçoamento do trabalho proposto, sugere-se a investigação da ordem dos sinais analisados bem como a avaliação de novos casos com o uso do decaimento CC exponencial e a aplicação do *sliding window* ESPRIT para verificação de seu desempenho em estudos de casos associados à Banco de Filtros.

Outro ponto a ser investigado é em relação ao número de decomposições no Banco de Filtros. Neste trabalho foram utilizados um banco de filtros de quatro níveis, porém precisa-se aprofundar a investigação na tentativa de encontrar o número ótimo de decomposições.

VI. REFERÊNCIAS

- [1] C. I. Chen; G. W. Chang, "Virtual Instrumentation and Educational Platform for Time-Varying Harmonic and Interharmonic Detection," *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol. 57, no. 10, pp. 3334-3342, 2010.
- [2] A. D. Oliveira, "Métodos de Estimação Fasorial na Presença de Formas de Onda Variantes no Tempo," UFJF - Juiz de Fora, 2015.
- [3] G. W. Chang; C. I. Chen, "An Accurate Time-Domain Procedure for Harmonics and Interharmonics Detection," *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 25, no. 3, pp. 1787-1795, 2010.
- [4] R. Zolfaghri; Y. Shrivastava; V. G. Agelidis, "Evaluation of Windowed ESPRIT Virtual Instrument for Estimating Power Quality Indices," *ELSEVIER on Electric Power Systems Research*, no. 83, pp. 58-65, 2012.
- [5] J. J. Yun; Y. B. Lim; J. Lee, "A Subband MUSIC/ESPRIT Technique for Estimating Harmonics in Power Signals," *IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference, Binjiang*, pp. 1-5, 2011.
- [6] Y. Hai; J. Chen, "Exact Model Order ESPRIT Technique for Frequency and Power Estimation" *IEEE 14th International Conference on Communication Technology*, pp. 1281-1285, 2012.
- [7] S. K. Mitra, "Digital Signal Processing (a - computer - based - approach)," Fourth Edition, Mc Graw Hill Companies, 2011.
- [8] P. S. R. Diniz; E. A. B. Silva; S. L. Netto, "Processamento Digital de Sinais," Bookman, 2004.
- [9] J. D. Johnston. A filter family designed for use in quadrature mirror filter banks. In *Proc. IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, pages 291-294, April 1980.
- [10] T. K. Moon; W. C. Stirling, "Mathematical Methods and Algorithms for Signal Processing," Prentice Hall, 2000.
- [11] D. G. Manolakis; V. K. Ingle; S. M. K., "Signal Processing – Statistical and Adaptive (Spectral estimation, signal modeling, adaptive filtering and array processing)," Artech House, Inc., Mc Graw Hill, 2005.
- [12] S. Yang, "Frequency Estimation of Harmonics with Multiplicative Noise using ESPRIT," *IEEE, 8th International Congress on Image and Signal Processing (CISP 2015)*, pp. 1251 – 1255, 2015.
- [13] R. W. Hamming, "Numerical Methods for Scientists and Engineers," Dover Publications, Inc., New York, Mc Graw Hill, 1973.
- [14] I. Y. H. Gu; M. H. J. Bollen, "Estimating Interharmonics by Using Sliding-Window ESPRIT," *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 23, no. 1, pp. 13 – 23, 2008.
- [15] M. H. J. Bollen; I. Y. H. Gu, "Signal Processing of Power Quality Disturbances," *IEEE press Editorial Board on Power Engineering*, 2006.