

CONTROLE LINEAR QUADRÁTICO APLICADO AO TRATAMENTO DO TREMOR PARKINSONIANO

BRUNO GABRIEL NIZER*, GABRIELA CESCATTO*, LORENA DE FIGUEIREDO COELHO*, RAFAEL F. SOUTO†

**Departamento Acadêmico de Eletrotécnica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Curitiba, PR, Brasil*

*†Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Brasília
Brasília, DF, Brasil*

Emails: brunonizer@hotmail.com, gcescatto@gmail.com,
lorenacoelho.eng@hotmail.com, rafael.souto@ifb.edu.br

Abstract— Based on a nonlinear oscillator model, this paper presents one of the possible modeling for Parkinsonian tremor when it is treated through deep brain stimulation. The tremor behavior is investigated for different parameters of the model from the acceleration signal of the patient's hand. In order to control the intensity of the tremor, a state feedback control law is proposed to determine the amplitude of the brain stimulation signal used in the treatment instead of the open loop control traditionally performed by medicine. The idea is to inspire the construction of an automatic clinical device to be used by people with Parkinson's disease. The proposed control is analyzed through computational simulations.

Keywords— Parkinsonian tremor, deep brain stimulation, nonlinear oscillator.

Resumo— Com base em um modelo de oscilador não linear, este artigo apresenta uma das possíveis modelagens para o tremor parkinsoniano, quando este é submetido a um tratamento via estimulação cerebral profunda. O comportamento do tremor é investigado para diferentes parâmetros do modelo, a partir do sinal de aceleração da mão do paciente. Com o intuito de se controlar a intensidade do tremor, propõe-se uma lei de controle por realimentação de estados para determinar a amplitude do sinal de estímulo cerebral usado no tratamento, em vez do controle em malha aberta realizado tradicionalmente pela medicina. A ideia é inspirar a construção de um dispositivo clínico automático para ser usado por pessoas com a doença de Parkinson. O controle proposto é analisado por meio de simulações computacionais.

Palavras-chave— Tremor parkinsoniano, estimulação cerebral profunda, oscilador não linear.

1 Introdução

A doença de Parkinson é uma doença progressiva degenerativa do sistema nervoso central que atinge principalmente o sistema motor e afeta corriqueiramente pessoas com idade superior a 50 anos. Causada particularmente por baixos níveis de dopamina — neurotransmissor indispensável para a atividade regular do cérebro — a doença de Parkinson faz com que o doente apresente como principais sintomas a rigidez muscular, a instabilidade postural, a diminuição do movimento corporal e o tremor¹ (Frank and O'Reilly, 2016). Desse modo, uma pessoa com a doença de Parkinson enfrenta dificuldades em tarefas básicas do dia-a-dia, como comer, andar e escrever, tendo assim sua qualidade de vida comprometida.

Inicialmente, Parkinson (1817) definiu o tremor característico da doença que leva seu nome como uma “paralisia agitante”. Dispôs, então, os sintomas dessa condição como sendo um movimento involuntário trêmulo acompanhado de uma força muscular diminuída ou inativa, uma propensão de curvatura do tronco para frente, aceleração do ritmo da caminhada, mantendo seus sentidos e intelecto ilesos.

Teive (2011), por sua vez, descreveu o mesmo tremor como sendo “o distúrbio do movimento mais comum” e o definiu como “movimento oscilatório rít-

mico de uma parte do corpo”. Assim, a definição fisiológica do tremor parkinsoniano como um movimento oscilatório apontou para o fato de tal tremor possuir uma frequência de vibração intrínseca ao movimento, frequência esta que tem sido objeto de interesse no estudo de diversos autores na última década.

Exemplificando, tanto o trabalho de Rehan and Hong (2013) quanto o de Titcombe et al. (2004), ao buscar uma descrição mais precisa do tremor parkinsoniano e de sua frequência de vibração, apoiaram-se em uma classe de sistemas bem conhecida na engenharia e com um vasto campo de aplicação, a saber, a classe dos sistemas oscilatórios (também chamados de osciladores).

Consequentemente, ao associarem o sistema biológico ao oscilador, os autores conseguiram formular alguns modelos matemáticos capazes de descrever (ao menos de forma aproximada) o comportamento dinâmico do tremor. Dentre esses modelos, haviam alguns lineares e outros não lineares, de forma que a caracterização do tremor pudesse ser realizada a partir de uma senoide com amplitude modulada e uma dada frequência de vibração fixa. A estes modelos, atribuiu-se o nome Modelo Linear (Não Linear) de Tremor Baseado em Osciladores.

A modelagem matemática do tremor parkinsoniano abre um leque de possibilidades para o estudo analítico da estabilidade do tremor. Ademais, a teoria de controle que tem como um de seus princípios modificar a resposta de um sistema, procurando estabilizá-

¹ Apesar de a doença de Parkinson ser mais conhecida pelo tremor, este não é o primeiro sintoma a ser notado nem o mais impactante, uma vez que o tremor só é verificado quando o membro afetado está em repouso.

lo, pode ser útil na busca por estratégias para amenizar os sintomas motores causados pelo distúrbio. Assim, primeiramente, faz-se o estudo das vibrações sofridas pelo paciente, analisa-se o sistema oscilante modelado e propõe-se, com base na frequência do sistema, no tipo de modelo utilizado e no propósito do tratamento, formas de se estabilizar o tremor em si.

Esse artigo tem como objetivo abordar algumas questões biológicas associadas à doença de Parkinson, conectando-as ao universo da engenharia e da matemática. Pretende-se aqui analisar o comportamento dinâmico do tremor parkinsoniano a partir de diferentes modelos, bem como propor estratégias de controle para atenuar no paciente as vibrações oriundas da doença. Tais estratégias visam inspirar a sintetização de um dispositivo clínico automático que, ao ser usado no tratamento de um paciente com a doença de Parkinson, melhore sua eficiência e, consequentemente, a qualidade de vida da pessoa doente.

1.1 O Tratamento do Tremor Parkinsoniano

Atualmente, a estimulação cerebral profunda (DBS, do inglês *Deep Brain Stimulation*) é um dos principais tratamentos dos distúrbios de movimento, tais como distonia, tremor essencial e doença de Parkinson (Ostrem and Starr, 2008). Apesar de amplamente divulgado na medicina, o DBS não faz o controle total da doença. Com efeito, o estímulo cerebral é capaz de controlar apenas uma área do corpo do doente. Ainda assim, os resultados alcançados com o tratamento são bastante significativos em boa parte dos casos.

Tratamentos via DBS visam a supressão do tremor e consistem essencialmente na implantação cirúrgica de eletrodos no cérebro que emitem uma corrente elétrica terapêutica nas regiões cerebrais afetadas pela doença (Wojtecki et al., 2011). No caso específico do tratamento do tremor parkinsoniano, os eletrodos são implantados no núcleo subtálamo do diencefalo (região central do cérebro) e conectados a um neuroestimulador programável localizado no tórax do paciente, conforme ilustrado na Fig. 1. A conexão entre os dispositivos ocorre por meio de um fio subcutâneo, sendo também necessária a abertura de um pequeno orifício no crânio para a passagem desse fio.

O neuro-estimulador programável, ou simplesmente gerador de estímulos, produz um sinal pulsado de alta frequência (sinal DBS) e o envia aos eletrodos para que estes procedam à estimulação elétrica pulsátil de uma população de neurônios (estimulação cerebral) que influenciará diretamente o controle motor do paciente. O sinal DBS é caracterizado por três parâmetros, a saber, amplitude, frequência e largura de pulso, sendo tais parâmetros determinados pelo ajuste do gerador de estímulos (Rehan and Hong, 2013).

Vale a pena frisar que normalmente esse ajuste é realizado de forma manual por um médico ou, em alguns casos, pelo próprio paciente, sendo, portanto, avaliações clínicas subjetivas e a experiência empírica fatores relevantes no tratamento. Além disso, devido

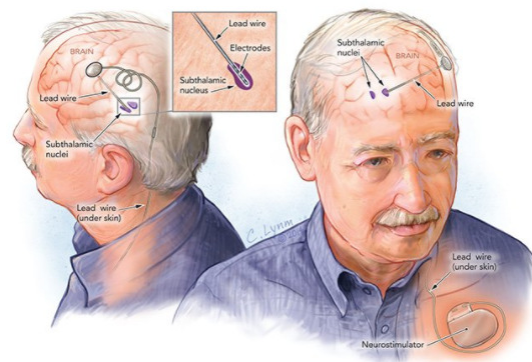


Figura 1: Implantação de eletrodos no cérebro para tratamento da doença de Parkinson via DBS.

ao princípio da individualidade biológica², faz-se necessário um ajuste específico para cada paciente a fim de se obter sucesso no seu tratamento³. Deve-se também levar em conta que, para um mesmo paciente, os parâmetros do gerador de estímulos precisam ser modificados ao longo do tempo, devido à evolução da doença e, consequentemente, à mudança dos sintomas motores causados pelo distúrbio.

Diante disso, o estudo de técnicas de ajuste automático do gerador de estímulos via teoria de controle origina o chamado DBS controlado e representa um amplo campo de pesquisa capaz de contribuir diretamente com a melhoria no tratamento do tremor parkinsoniano.

1.2 A Medição do Tremor Parkinsoniano

Para propor uma técnica de ajuste automático em malha fechada é preciso primeiramente propor uma forma de se medir a intensidade do tremor devido a uma desordem cerebral. Assim, com base nessa medição, o controlador deverá ser capaz de ajustar os parâmetros do gerador de estímulos para diminuir o tremor em um paciente.

O trabalho de Rehan and Hong (2013) sinaliza que o tremor parkinsoniano possa ser medido em termos da aceleração da mão do paciente, utilizando um sensor acoplado ao seu dedo. Porém, uma etapa de filtragem do sinal de aceleração é necessária para a remoção dos ruídos oriundos no processo de medição. Uma vez filtrado, esse sinal serve como indicador da intensidade do tremor.

Cabe ressaltar que, para um tremor parkinsoniano, o sinal filtrado da aceleração da mão apresenta um aspecto senoidal com frequência constante e amplitude variante no tempo. A Fig. 2 ilustra o processo de aplicação do DBS, bem como da medição do tremor parkinsoniano via sensoriamento.

O restante desse artigo está dividido da seguinte

²Cada organismo reage de maneira diferente a um mesmo estímulo aplicado.

³Por sucesso no tratamento, entende-se a supressão satisfatória dos sintomas motores do distúrbio cognitivo do paciente.

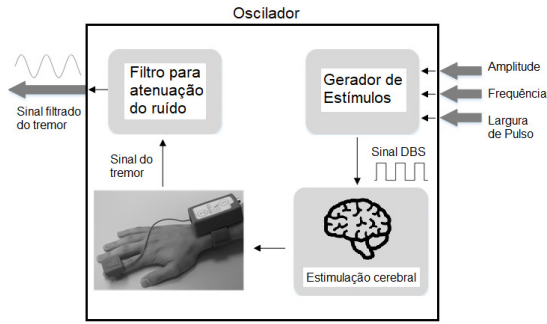


Figura 2: Processo de aplicação do DBS e medição do tremor parkinsoniano.

maneira: a Seção 2 desenvolve a modelagem matemática do sistema biológico de interesse nesse trabalho, levando em conta aspectos relacionados tanto ao comportamento dinâmico do tremor quanto ao seu tratamento. A Seção 3 descreve o projeto do controlador automático, e a Seção 4 apresenta alguns experimentos computacionais para ilustrar sua atuação. Por fim, as conclusões são apresentadas na Seção 5.

2 Modelagem Matemática do DBS Controlado

De uma forma geral, a modelagem matemática de sistemas biológicos é um processo complicado, uma vez que tais sistemas normalmente envolvem muitas variáveis e necessitam de modelos não lineares de ordens elevadas para representar adequadamente suas dinâmicas. Em se tratando da dinâmica do cérebro, dos circuitos neurais e dos músculos, o processo torna-se ainda mais complicado em virtude de alguns mecanismos biológicos serem desconhecidos nessa dinâmica.

Com efeito, ainda que um bom modelo dinâmico pudesse ser derivado para capturar os principais sintomas motores causados por um distúrbio cerebral em uma determinada pessoa, tal modelo não serviria para os propósitos de síntese de controladores automáticos para o ajuste do gerador de estímulos do DBS, devido ao seu alto grau de complexidade. Assim, a alternativa mais plausível é adotar aproximações e modelos simplificados para tornar viável os projetos de controle a serem estudados e, possivelmente, implementados.

Nesse sentido, trabalhos como o de Titcombe et al. (2004) e o de Rehan and Hong (2013) propõem que a dinâmica de todo o processo de aplicação do DBS e de medição do tremor parkinsoniano possa ser representada por um modelo simples de oscilador variante no tempo, considerando os parâmetros do gerador de estímulos como sinais de entrada do modelo e o sinal (filtrado) de aceleração da mão do paciente como sinal de saída do modelo. Propostas como estas simplificam a investigação do comportamento dinâmico do tremor e o projeto de um DBS controlado, sendo, portanto, utilizadas nesse artigo como ponto de partida para o desenvolvimento do controlador.

Visando simplificar ainda mais o modelo,

considera-se que os parâmetros frequência e largura de pulso do gerador de estímulos serão pré-fixados e mantidos constantes ao longo de todo o tratamento, de modo que tais parâmetros não serão incluídos no modelo como entradas de controle. Assim, apenas a amplitude do sinal de estímulo poderá ser ajustada pelo controlador na tentativa de se suprimir o tremor do paciente.

Ressalta-se que simplificações dessa natureza, em que apenas o efeito da amplitude do sinal de estímulo é levado em conta no controle do tremor, são amparadas por estudos na área médica, tais como o trabalho de Mera et al. (2011).

Diante do exposto, e com base nas referências citadas nessa seção, considere o seguinte modelo não linear de tremor baseado em osciladores para descrever no âmbito geral o sistema de controle do tremor parkinsoniano via DBS,

$$\dot{x}_1(t) = \alpha f(t, x_1(t)) - \omega^2 x_2(t) + v(t) - A_n, \quad (1a)$$

$$\dot{x}_2(t) = x_1(t) - \beta x_2(t), \quad (1b)$$

$$y(t) = \sigma x_1(t), \quad (1c)$$

em que $x_1(t), x_2(t) \in \mathbb{R}$ são os estados do oscilador e $y(t) \in \mathbb{R}$ representa o tremor, ou seja, o sinal filtrado da aceleração da mão do paciente. O parâmetro α e a função $f: [0, \infty] \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ caracterizam o comportamento não linear do sistema, ω descreve a frequência angular do tremor, β é chamado de termo de estabilização e σ é um parâmetro que representa a intensidade do tremor. Além disso, $v(t) \in \mathbb{R}$ corresponde ao sinal de controle que determina a amplitude do sinal de estímulo, sendo o objetivo desse artigo propor uma lei de controle por realimentação que ajuste $v(t)$ de forma automática, a partir da medição do sinal $y(t)$.

Adicionalmente, sabe-se que o tremor parkinsoniano pode ser completamente controlado via DBS para um certo ajuste dos parâmetros de estimulação. Note, todavia, a dificuldade de se realizar esse ajuste em malha aberta, dada a enorme quantidade de possibilidades de ajustes distintos oriunda da combinação dos três parâmetros. Assim, o modelo (1) assume que a frequência e a largura de pulso do gerador de estímulos foram ajustados apropriadamente, de tal modo que exista um valor nominal A_n de amplitude de estimulação para o qual o tremor desaparece, caso seja ajustado $v(t) = A_n$.

Ainda com relação ao modelo (1), ressalta-se que um sinal de saída y senoidal de qualquer frequência e amplitude pode ser gerado pelo modelo (1), a partir de uma seleção apropriada dos parâmetros do modelo. Nesse sentido, o trabalho de Rehan and Hong (2013) valida o modelo (1), reproduzindo computacionalmente sinais de saída muito próximos aos sinais obtidos experimentalmente por Thompson et al. (1999) em pacientes americanos em uma clínica médica na cidade de Cleveland, Ohio.

Por fim, é importante frisar que uma escolha adequada da função f faz-se necessária para uma representação mais fidedigna do comportamento do tremor

em um dado paciente, caso o sinal de saída y da medição do seu tremor apresente o aspecto de um sinal senoidal modulado em amplitude. Na literatura, tanto $f(t, x_1) = \sum_{i=1}^3 \alpha_i x_1^i$ (Thompson et al., 1999) quanto $f(t, x_1) = \tanh x_1$ (Rehan and Hong, 2013) já foram utilizadas para representar a dinâmica não linear de sistemas biológicos oscilatórios.

Com o intuito de ilustrar o comportamento do tremor parkinsoniano sob o modelo de DBS controlado dado por (1), apresenta-se a seguir, como uma das contribuições desse trabalho, uma análise preliminar realizada em malha aberta.

2.1 Comportamento em Malha Aberta

Essa seção visa facilitar a compreensão do tremor parkinsoniano por meio da visualização do sinal y de aceleração da mão de um paciente — simulado computacionalmente com uma escolha arbitrária dos parâmetros do modelo (1).

Analisa-se os dois casos de modelagem da não linearidade do sistema, isto é, quando $f(t, x_1) = \sum_{i=1}^3 \alpha_i x_1^i$ e quando $f(t, x_1) = \tanh x_1$. Em todas as simulações, adota-se $\omega = 12\pi$, $A_n = 3$, $\sigma = 15$ e, como condição inicial, $x_1(0) = 0$ e $x_2(0) = 0$. A entrada de controle $v(t)$ é mantida nula para destacar o comportamento natural do sistema.

Para a análise do tremor com $f(t, x_1) = \sum_{i=1}^3 \alpha_i x_1^i$, o parâmetro α foi fixado em 1 e os parâmetros α_2 e α_3 foram mantidos iguais a 0. Assim, simulou-se (1) a partir de seis diferentes combinações dos parâmetros α_1 e β , a saber, (i) $\alpha_1 = 0$ e $\beta = 0$, (ii) $\alpha_1 = 0,1$ e $\beta = 0$, (iii) $\alpha_1 = 0$ e $\beta = 0,4$, (iv) $\alpha_1 = 0,4$ e $\beta = 0,4$, (v) $\alpha_1 = 1,6$ e $\beta = 0,4$ e (vi) $\alpha_1 = 0,1$ e $\beta = 0,4$. A Fig. 3 exibe os resultados.

Simulações com valores de α_2 e α_3 diferentes de 0 também foram realizadas; todavia, por apresentarem comportamentos essencialmente análogos aos exibidos na Fig. 3, seus respectivos gráficos não serão colocados neste trabalho.

Já para a análise do tremor com $f(t, x_1) = \tanh x_1$, simulou-se (1) a partir de seis diferentes combinações dos parâmetros α e β , a saber, (i) $\alpha = 0$ e $\beta = 0$, (ii) $\alpha = 0,1$ e $\beta = 0$, (iii) $\alpha = 0$ e $\beta = 0,4$, (iv) $\alpha = 0,4$ e $\beta = 0,4$, (v) $\alpha = 1,6$ e $\beta = 0,4$ e (vi) $\alpha = 0,1$ e $\beta = 0,4$. A Fig. 4 exibe os resultados.

Note que a escolha $\alpha = 0$ elimina o efeito da não linearidade $f(t, x_1) = \tanh x_1$, assim como a escolha de $\alpha = 1$ e $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 = 0$ na primeira simulação elimina o efeito da não linearidade $f(t, x_1) = \sum_{i=1}^3 \alpha_i x_1^i$. Consequentemente, os casos (i) e (iii) são idênticos, independentemente da não linearidade escolhida.

Pela observância das Figs. 3 e 4, vê-se que o tremor apresenta um comportamento bem regular, quando α (ou α_1) é igual a β , ou seja, casos (i) e (iv). Por outro lado, sem a presença do termo de estabilização, isto é, para $\beta = 0$, caso (ii), qualquer valor de α (ou α_1) maior que 0 ocasionará em um tremor instável (envoltória crescente). Com a presença do termo de estabilização, isto é, para $\beta \neq 0$, qualquer valor α (ou

α_1) menor que β , casos (iii) e (vi), ocasionará em um tremor estável (envoltória decrescente).

Os casos (i), (ii), (iii), (iv) e (vi) são muito semelhantes nas Figs. 3 e 4. A grande diferença na escolha da não linearidade do modelo consiste na análise do caso (v), isto é, quando α (ou α_1) é maior que $\beta > 0$. Nesse caso, o modelo com a não linearidade $f(t, x_1) = \sum_{i=1}^3 \alpha_i x_1^i$ resulta em um tremor instável, mas o modelo com a não linearidade $f(t, x_1) = \tanh x_1$ resulta em um tremor cujo crescimento da envoltória atinge um valor de saturação. Essa diferença de comportamento pode ser compreendida pela comparação das funções de não linearidade ilustrada na Fig. 5. As funções são muito próximas no intervalo $|x| < 1$, mas se distanciam à medida que $|x|$ cresce, sendo que a função $\tanh(\cdot)$ é a única que tende a um valor de saturação.

Assim, para $\alpha > \beta > 0$, embora a envoltória do sinal de aceleração do tremor convirja para um valor constante, nota-se que este valor é extremamente elevado; vide Fig. 4 caso (v). Portanto, este caso poderia ser considerado, na prática, como um caso de tremor instável.

Diante dessa análise preliminar, a fim de melhor representar o tremor parkinsoniano, será utilizada a função $f(t, x_1) = \tanh x_1$ com $\alpha \neq 0$, bem como um valor de $\beta \neq 0$.

3 Projeto do Controlador Automático

Para o projeto de um controlador linear, o modelo (1) deve ser aproximado por um modelo linear. Nesse caso, adotar-se-á $f(t, x_1) = x_1$ e $u(t) = v(t) - A_n$, de modo que (1) possa ser reescrito em espaço de estados por

$$\dot{x} = \underbrace{\begin{bmatrix} \alpha & -\omega^2 \\ 1 & -\beta \end{bmatrix}}_A x + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}}_B u, \quad (2a)$$

$$y = \underbrace{\begin{bmatrix} \sigma & 0 \end{bmatrix}}_C x, \quad (2b)$$

em que $x = [x_1 \ x_2]^T$.

Como índice de desempenho, adota-se um custo quadrático na forma

$$J = \int_0^\infty (x(t)^T x(t) + u(t)^2) dt, \quad (3)$$

e o projeto consiste em encontrar uma lei de controle $u(t) = -Kx(t)$ que minimize o índice J em (3), sujeito à dinâmica (2a).

Note que o custo J leva em conta as variações do sinal de controle, e não somente as variações de amplitude do tremor, de modo que uma preocupação relativa ao uso do controlador faz parte do projeto. Isso é importante tanto para a questão de limitação da tensão elétrica que alimenta os eletrodos quanto para a questão da melhoria de vida útil da bateria do gerador de estímulos.

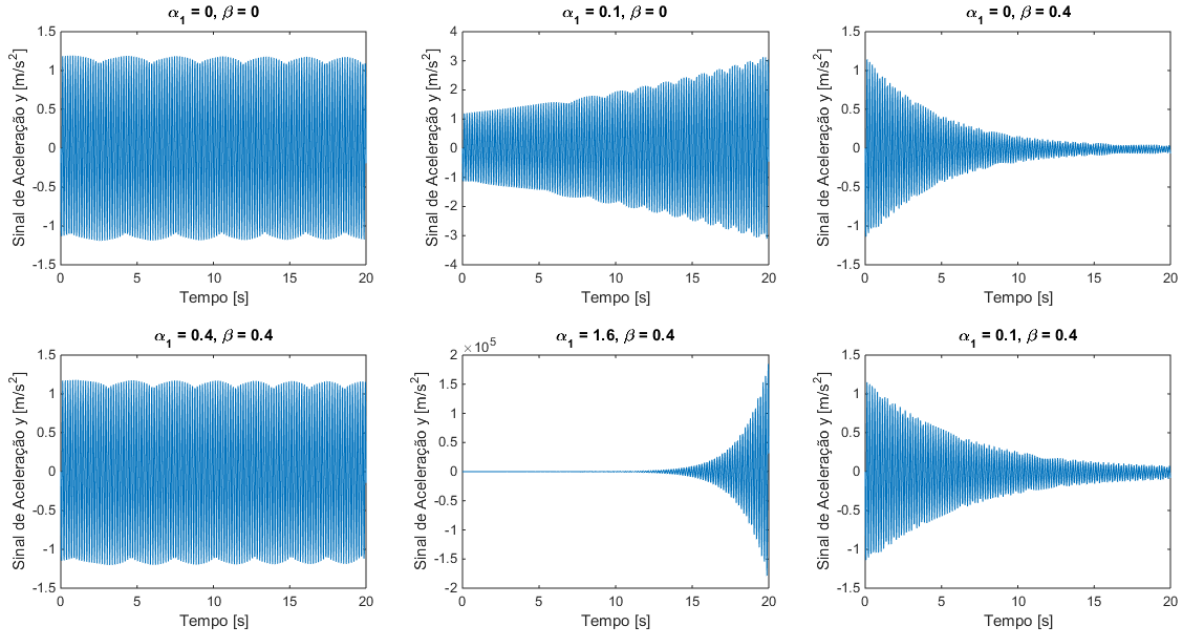


Figura 3: Comportamento do tremor parkinsoniano a partir do modelo de não linearidade $f(t, x_1) = \sum_{i=1}^3 \alpha_i x_1^i$.

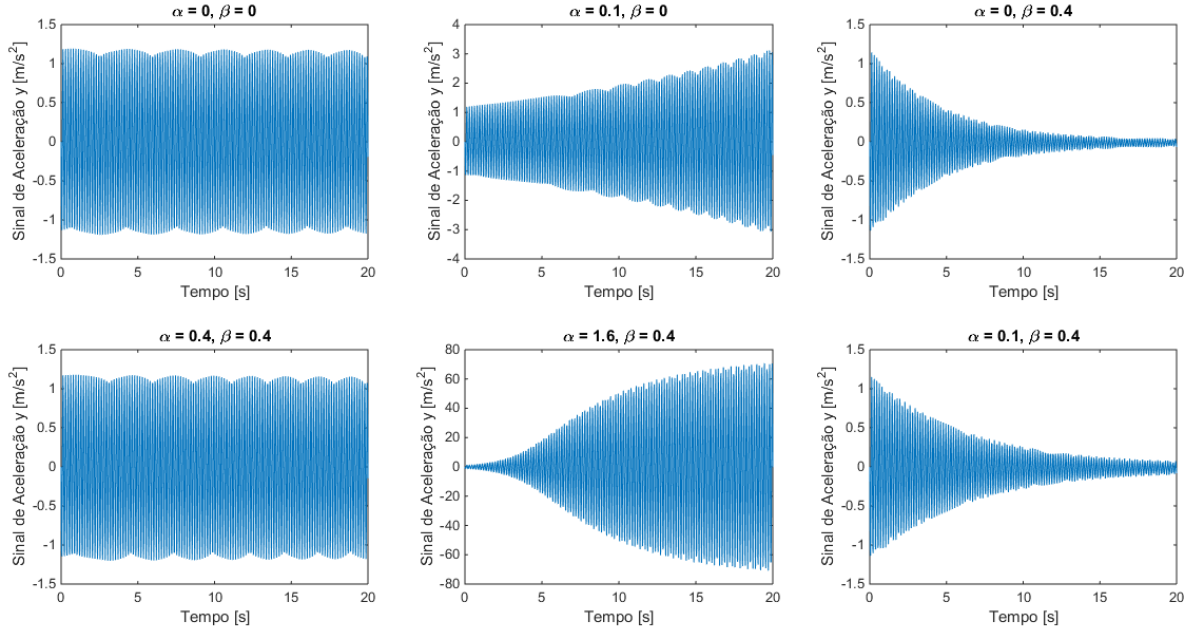


Figura 4: Comportamento do tremor parkinsoniano a partir do modelo de não linearidade $f(t, x_1) = \tanh x_1$.

Um observador de estados de ordem plena, como apresentado por (Ogata, 2011), foi inserido no projeto, de tal forma que o observador receba os sinais y e v como entrada e retorne o vetor de estados estimados $\tilde{x} = [\tilde{x}_1 \ \tilde{x}_2]^T$ como saída. Assim, o controlador passa a contar apenas com a estimativa dos estados a partir da medição do sinal de aceleração da mão e, consequentemente, $u(t) = -K\tilde{x}(t)$.

Os dois polos do observador foram arbitrados como sendo reais e duas vezes mais rápidos que os polos de malha fechada do sistema controlado, isto é,

$$\text{Polos do Observador} = 2\text{Re}[\lambda(A - BK)], \quad (4)$$

em que $\lambda(\cdot)$ corresponde aos autovalores da matriz e $\text{Re}[\cdot]$ à sua parte real.

O procedimento de obtenção do ganho K pode ser encontrado no trabalho original de Kalman (1961), bem como em (Ogata, 2011), resultando, nesse caso, em $K = R^{-1}B^T P$, com P sendo a solução da equação algébrica de Riccati, envolvendo A e B .

Logo, adotando os parâmetros $\alpha = 0, 1$ e $\beta = 0, 4$, obtém-se

$$K = [0, 7444 \quad -0, 2974]. \quad (5)$$

Adotando os parâmetros $\alpha = 0, 4$ e $\beta = 0, 4$,

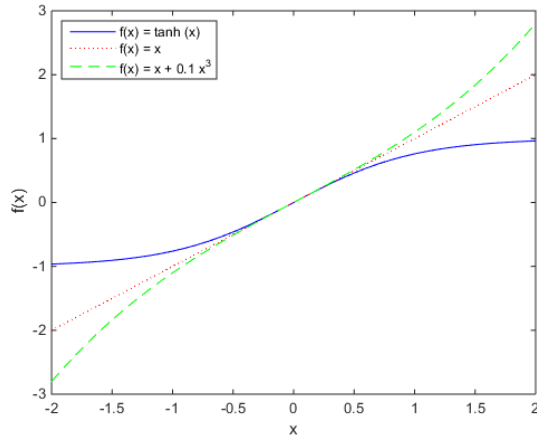


Figura 5: Comparação das funções de não linearidade.

obtem-se

$$K = [1,0004 \quad -0,3998]. \quad (6)$$

Finalmente, adotando os parâmetros $\alpha = 1,6$ e $\beta = 0,4$, obtém-se

$$K = [2,7623 \quad -1,1045]. \quad (7)$$

Embora o controlador seja projetado a partir de um modelo linear para o tremor, sua atuação será testada na Seção 4 em modelos não lineares de tremor, visando uma maior proximidade aos casos reais.

4 Experimentos Computacionais

Para os experimentos computacionais desta seção, adota-se $\omega = 12\pi$, $A_n = 3$, $\sigma = 15$ e, como condição inicial, $x_1(0) = 0$ e $x_2(0) = 0$. Além disso, $f(t, x_1) = \tanh x_1$ e $\beta = 0,4$. O parâmetro α é escolhido para compor três diferentes tipos de tremor, a saber, (i) tremor estável: $\alpha = 0,1$, (ii) tremor bem regular: $\alpha = 0,4$ e (iii) tremor instável: $\alpha = 1,6$.

A atuação do controlador em malha fechada $u(t) = -K\tilde{x}(t)$ será comparada à atuação de um controlador em malha aberta $u(t) = 3$. Dado que $A_n = 3$, esse é o melhor controlador em malha aberta a ser utilizado. Em todas as simulações, a ação do controle inicia-se no instante $t = 10$ s.

As Figs. 6 e 7 exibem os sinais de aceleração para o controle em malha aberta e para o controle em malha fechada, respectivamente, considerando um tremor estável ($\alpha = 0,1$). Nota-se que o controle em malha aberta perturba o sistema negativamente em um primeiro momento e, com o passar do tempo, não gera uma melhora significativa na intensidade do tremor. Já o controle em malha fechada diminui efetivamente a intensidade do tremor, após ser aplicado. Outro ponto relevante a ser observado é que a intensidade do sinal de controle para o sistema em malha fechada manteve-se próxima a $u(t) = 2$, indicando um menor gasto energético quando comparado ao controle em malha aberta.

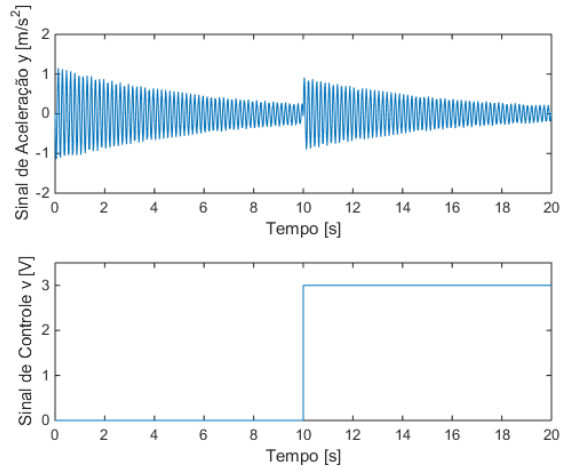


Figura 6: Tremor controlado em malha aberta, quando $\alpha = 0,1$.

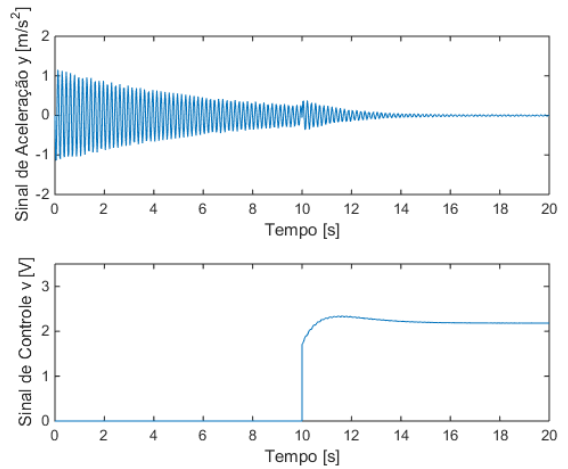


Figura 7: Tremor controlado em malha fechada, quando $\alpha = 0,1$.

As Figs. 8 e 9 exibem os sinais de aceleração para o controle em malha aberta e para o controle em malha fechada, respectivamente, considerando um tremor bem regular ($\alpha = 0,4$). Nesse caso, ambos os controles foram capazes de melhorar a resposta do sistema.

Adicionalmente, nota-se que, apesar do efeito de redução do tremor ser percebido mais lentamente pelo sistema em malha fechada, seu resultado final é melhor, levando-se em conta a maior atenuação do sinal de aceleração. Quanto à intensidade do sinal de controle, novamente, para o sistema em malha fechada, esta se manteve próxima a $u(t) = 2$, indicando um menor gasto energético quando comparado ao controle em malha aberta.

Finalmente, as Figs. 10 e 11 exibem os sinais de aceleração para o controle em malha aberta e para o controle em malha fechada, respectivamente, considerando um tremor instável ($\alpha = 1,6$). Nesse caso, o controle em malha aberta mostrou-se ineficiente para o tratamento, enquanto que o controle em malha fechada conseguiu atuar de forma a diminuir significativamente a intensidade do tremor.

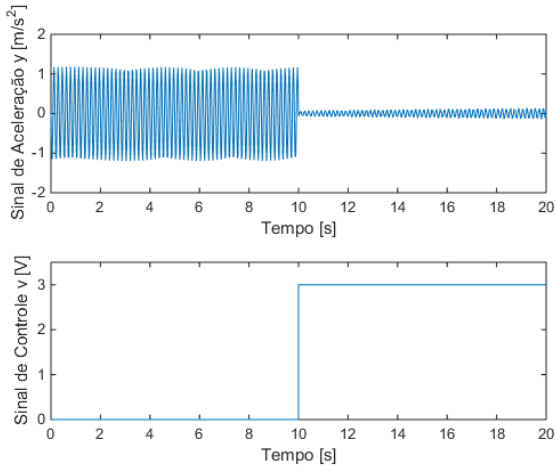


Figura 8: Tremor controlado em malha aberta, quando $\alpha = 0,4$.

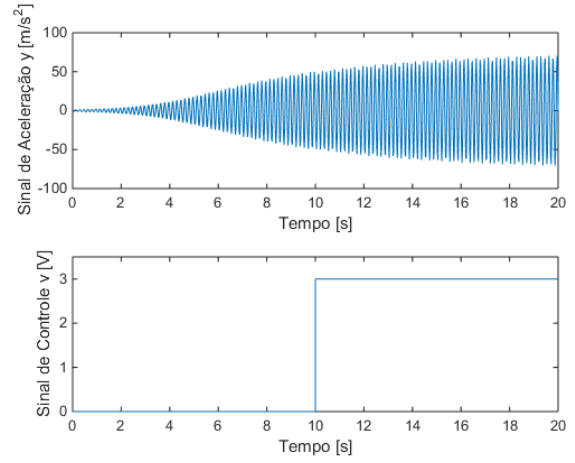


Figura 10: Tremor controlado em malha aberta, quando $\alpha = 1,6$.

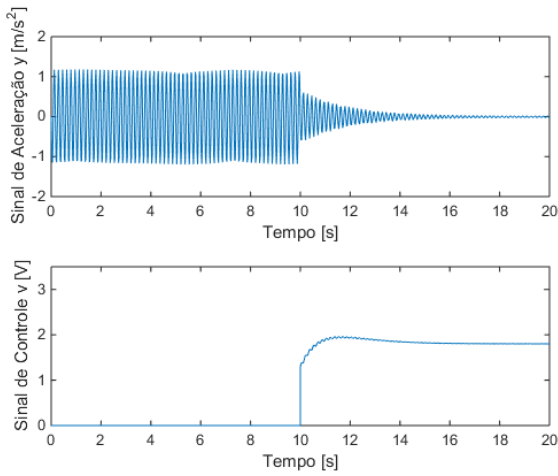


Figura 9: Tremor controlado em malha fechada, quando $\alpha = 0,4$.

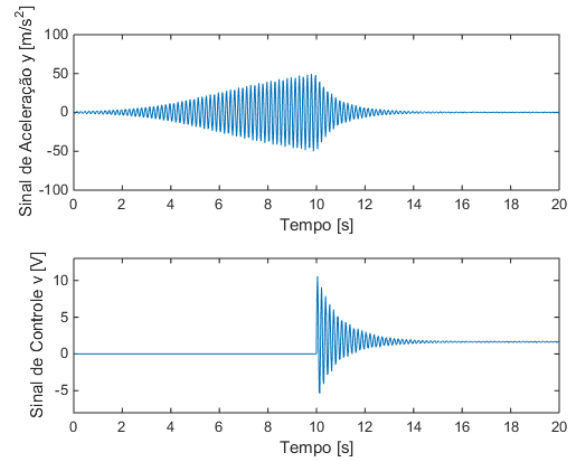


Figura 11: Tremor controlado em malha fechada, quando $\alpha = 1,6$.

No entanto, deve-se observar que, na prática, para o caso do tremor instável, o instante de atuação do controlador jamais poderia ser tão tardio. Aqui, optou-se por manter a simulação desse caso com o instante de início da atuação do controle dado por $t = 10$ s apenas por uma questão de comparação numérica dos resultados. Como consequência, o sinal de aceleração atingiu níveis extremamente elevados e o sinal de controle para o sistema em malha fechada excedeu os limites de tensão que poderiam ser aplicados em um paciente real.

5 Conclusões

Este artigo apresentou a modelagem de um tremor parkinsoniano em um paciente submetido a um tratamento de estimulação cerebral profunda. Alguns aspectos biológicos relativos ao tratamento foram tratados, a fim de facilitar a compreensão do modelo. Assim, com base em um modelo de oscilador não linear, o tremor foi descrito matematicamente e seu compor-

tamento foi ilustrado por meio de simulações computacionais para diferentes parâmetros.

Propôs-se então um controlador linear realimentado pela estimativa dos estados do oscilador para atuar na determinação da amplitude do sinal de estímulo cerebral. O conjunto controlador-observador projetado foi testado a partir de simulações computacionais, e seu desempenho foi comparado ao controle em malha aberta que é realizado normalmente neste tipo de tratamento.

Os resultados iniciais apontam para uma vantagem do controle em malha fechada, no entanto, é possível que restrições biológicas limitem sua implementação. Nesse sentido, mais estudos acerca desse sistema devem ser realizados, de modo que as propostas de controle satisfaçam todas as questões de ordem prática e permitam de fato a construção de um dispositivo clínico automático para ser usado por pessoas com a doença de Parkinson.

Referências

- Frank, M. J. and O'Reilly, R. C. (2016). A mechanistic account of striatal dopamine function in human cognition, *Behavioral Neuroscience* **120**(3).
- Kalman, R. E. (1961). Contributions to the theory of optimal control, *Boletín de la Sociedad Matemática Mexicana* **5**: 102–119.
- Mera, T., Vitek, J. L., Albers, J. L. and Giuffrida, J. P. (2011). Kinematic optimization of deep brain stimulation across multiple motor symptoms in parkinson's disease, *Journal of Neuroscience Methods* **198**(2): 280–286.
- Ogata, K. (2011). *Modern control engineering (5th Edition)*, Pearson.
- Ostrem, J. L. and Starr, P. A. (2008). Treatment of dystonia with deep brain stimulation, *Neurotherapeutics*.
- Parkinson, J. (1817). An essay on the shaking palsy, *The Journal of Neuropsychiatry and Clinical Neurosciences* **14**(2): 223.
- Rehan, M. and Hong, K. S. (2013). Modeling and automatic feedback control of tremor: Adaptive estimation of deep brain stimulation, *Plos One* **8**(4).
- Teive, H. A. G. (2011). Como diagnosticar e tratar tremores, *Grupo Editorial Moreira Jr.* **68**(10): 1–6.
- Thompson, C. H., Bardos, D. C., Yang, Y. S. and Joyner, K. H. (1999). Nonlinear cable models for cells exposed to electric fields I: General theory and space-clamped solutions, *Chaos, Solitons & Fractals* **10**(11): 1825–1842.
- Titcombe, M. S., EDWARDS, R. and BEUTER, A. (2004). Mathematical modelling of parkinsonian tremor, *Nonlinear Studies* **11**(3): 363–384.
- Wojtecki, L., Elben, S., Timmermann, L., Reck, C., Maarouf, M., Jörgens, S., Ploner, M., Südmeyer, M., Groiss, S. J., Sturm, V., Niedeggen, M. and Schnitzler, A. (2011). Modulation of human time processing by subthalamic deep brain stimulation, *Plos One*.