IDENTIFICAÇÃO DE MODELOS PARA UMA PLANTA DE NÍVEL DIDÁTICA SMAR PD3-F

Anny Verly*, Flávio Henrique Pessoa do Carmo*, Marcus Vinicius de Paula†, Rodrigo Augusto Ricco*

*Rua 36, nº 115, Loanda
Universidade Federal de Ouro Preto
João Monlevade, Minas Gerais, Brasil

†Av. Antônio Carlos, 6627, Pampulha
Universidade Federal de Minas Gerais, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil

annyverly@ufop.edu.br, fhpessoa@yahoo.com.br, marcusdepaula@ufmg.br, ricco@deelt.ufop.br

Abstract— This paper aims at estimate models for the level system of a didactic plant with industrial features, named PD3-F from manufacturer SMAR. Due to the increasing popularity of such equipment in several engineering courses, this work presents the fundamental steps in order to estimate models for the level system. Black box and gray box identification techniques are used. ARX (linear), NARX (nonlinear) and Hammerstein and Wiener models are estimated. The fitnnes perfomance of such models are compared and suggest that block-oriented Hammerstein and Wiener models have a greater capacity to represent the level plant for both static and dinamical behaviors.

Keywords— System Identification, Black-Box Identification, Gray-Box Identification, Stead-State Analysis, Hammerstein and Wiener Models, NARMAX Models.

Resumo— O presente trabalho tem como objetivo estimar modelos para o sistema de nível de uma planta didática com características industriais, do tipo PD3-F da fabricante SMAR. Devido à crescente popularidade deste equipamento nos mais diversos cursos de engenharia, este trabalho apresenta os passos fundamentais para estimação de modelos para o sistema de nível. São utilizadas técnicas de identificação caixa preta e caixa cinza. São estimados modelos ARX (linear), NARX (não linear) de Hammerstein e Wiener. As performances dos modelos estimados são comparadas e sugerem que os modelos de de blocos orientados de Hammerstein e Wiener têm maior capacidade de representar a planta de nível tanto para comportamentos estáticos e dinâmicos.

Palavras-chave— Identificação de Sistemas, Identificação Caixa Preta, Identificação Caixa Cinza, Análise em Estado Estacionário, Modelos de Hammerstein e Wiener, Modelos NARMAX.

1 Introdução

A modelagem matemática de sistemas dinâmicos pode ser definida como o estudo de formas de desenvolvimento e aplicação de modelos a sistemas reais. O estudo desse campo é de fundamental importância na previsão, otimização e no controle de sistemas.

Os processos de modelagem podem ser classificados de três maneiras distintas. O primeiro deles, designado modelagem caixa branca é realizado por meio de leis físicas que representam os processos (Garcia, 2009). A segunda forma, denominada modelagem caixa preta, é realizada por intermédio de medidas experimentais das entradas e saídas de interesse do sistema (Aguirre, 2015). A terceira e última forma é a modelagem caixa-cinza, que é a combinação entre a modelagem caixa branca e a modelagem caixa preta. Nesse tipo de modelagem o uso de qualquer informação que se tenha à respeito do sistema, além dos dados de entrada e saída, é denominado como *informação auxiliar* (Eskinat et al., 1993). A aplicação dessas técnicas de modelagem resultam em modelos matemáticos expressos, geralmente, por meio de equações diferenciais, equações a diferenças, funções de transferência ou espaço de estados.

Devido ao conhecimento e ao tempo necessários para modelar um sistema partindo do equacionamento dos fenômenos envolvidos, a modelagem caixa branca nem sempre é viável. Nesse sentido, a identificação caixa preta apresenta ser uma boa alternativa. Uma das características primordiais dessa técnica é que pouco ou nenhum conhecimento prévio do sistema é necessário (Aguirre, 2015), além das sequências de dados de entrada e saída do sistema.

A identificação caixa cinza tem sido estudada, nos últimos anos, por diversos pesquisadores como forma de solucionar alguns questionamentos inerentes à identificação de sistemas não lineares, tais como: determinação de estruturas (Barbosa et al., 2015), desempenho em estado estacionário (Eskinat et al., 1993) e estimação de parâmetros (Teixeira and Aguirre, 2011).

A modelagem de sistemas dinâmicos é um grande desafio que envolve a escolha de um modelo adequado ao problema, assim como a determinação de uma estrutura e estimação de seus parâmetros de maneira a explicar adequadamente o fenômeno em estudo.

Este trabalho tem como objetivo geral estimar modelos matemáticos que melhor descrevam o comportamento estático e dinâmico do processo de nível da planta PD3-F da SMAR. Devido a popularidade da planta didática supracitada nos cursos de engenharia do Brasil, comprovada pelo crescente volume de trabalhos realizados sobre tal equipamento, a citar (Bertachi et al., 2013), (Silva et al., 2015) e (Tôrres et al., 2017), a finalidade deste texto é apresentar e comparar modelos estimados por abordagens clássicas de identificação de sistemas lineares e não lineares. As representações matemáticas obtidas são comparadas qualitativamente, por meio de simulações livre, e quantitativamente por meio do índice de qualidade RMSE (do inglês, *Root Mean Square Error*). Dessa forma, são utilizadas técnicas de identificação caixa preta e caixa cinza na determinação de modelos lineares do tipo ARX (do inglês, *AutoRegressive with eXogenous inputs*) e não lineares do tipo NARX (do inglês *Nonlinear AutoRegressive with eXogenous inputs*), Hammerstein e Wiener.

O presente artigo está organizado da seguinte maneira. Na Seção 2 apresentam-se as principais ferramentas da teoria de identificação de sistemas utilizadas para a obtenção de modelos matemáticos. A Seção 3 descreve o processo a ser identificado. A Seção 4 descreve a aplicação, no sistema de nível, dos procedimentos relatados na Seção 2, bem como os resultados obtidos. Por fim, a Seção 5 apresenta as conclusões e discussões a respeito do trabalho.

2 Procedimentos para Identificação

Em geral, os procedimentos para a identificação de sistemas podem ser divididos em cinco etapas: experimentação do sistema, escolha da representação, detecção de estrutura do modelo, estimação dos parâmetros do modelo e validação do modelo estimado. As subseções a seguir abordam sucintamente esses procedimentos. Maiores detalhes podem ser encontrados em Aguirre (2015).

2.1 Experimentação do Sistema

A etapa de experimentação do sistema trata, principalmente, dos aspectos relacionados ao projeto dos sinais persistentemente excitantes de entrada e da frequência de amostragem.

Dentre os sinais utilizados para a excitação do sistema, destacam-se os sinais pseudoaleatórios do tipo PRBS (do inglês, *Pseudo Random Binary Signal*) e os sinais completamente aleatórios do tipo ruído branco. Devido à facilidade de implementação e aplicação aos sistemas, é mais usual se trabalhar com sinais do tipo PRBS. Quando se projeta um sinal desse tipo deve-se escolher adequadamente a máxima excursão permitida V ao sinal de excitação do processo, o número de bits n_b do sinal digital e o menor intervalo entre bits T_b. Os sinais PRBS possuem apenas dois estados possíveis, $-V$ ou $+V$. A periodicidade do PRBS é descrita por $T = N \times T_b$, em que $N = 2^{n_b} - 1$ não deve ser menor do que o tempo de acomodação do sistema. A escolha de T_b pode ser feita por meio da heurística

$$\frac{\tau_{min}}{10} \leq T_b \leq \frac{\tau_{min}}{3}, \qquad (1)$$

em que τ_{min} é a menor constante de tempo de interesse do sistema (Aguirre, 2015).

Com relação à escolha do período de amostragem, pode-se empregar um procedimento que consiste em utilizar as funções de autocovariância linear e não linear dos sinais de saída do sistema, respectivamente

$$r_{yy}(\tau) = E[(y(k) - \overline{y(k)})(y(k-\tau) - \overline{y(k)})], \qquad (2)$$

$$r_{y^2y^2}(\tau) = E[(y^2(k) - \overline{y^2(k)})(y^2(k-\tau) - \overline{y^2(k)})]. \qquad (3)$$

Em que o operador $E[\cdot]$ indica a esperança matemática, $\overline{y(k)}$ e $\overline{y^2(k)}$ são as a médias temporais de cada um dos sinais. Considerando-se o sinal $y(k)$ ergódico, substitui-se a esperança matemática pela média temporal. A escolha da taxa de amostragem pode ser feita por

$$\frac{\tau_m}{20} \leq T_S \leq \frac{\tau_m}{10}, \qquad (4)$$

em que τ_m é medido em números de atrasos com relação ao menor dos mínimos entre τ_y e τ_{y^2}, de modo que $\tau_m = \min\{\tau_y, \tau_{y^2}\}$. Portanto, se o sinal amostrado de saída não estiver dentro da faixa estabelecida por (4), faz-se necessário decimá-lo para que este atenda os limites estabelecidos.

2.2 Escolha da Representação Matemática

A escolha da representação matemática a ser utilizada é uma etapa importante no processo de identificação de sistemas. Essa etapa depende das características do processo, tal como a correlação existente entre os dados de entrada e saída, e da finalidade de aplicação do modelo, como por exemplo controle e predição de processos. Levando em conta esses fatores, as próximas subseções descrevem as representações escolhidas para a modelagem do processo de nível da planta PD3-F da SMAR.

2.2.1 Modelos NARMAX

O modelo polinomial NARMAX (do inglês, *Nonlinear AutoRegressive Moving Average with eXogenous inputs*) pode ser descrito da seguinte maneira (Aguirre, 2015)

$$
\begin{aligned}
y(k) \;\; = \;\; & F^{\ell}[y(k-1), \cdots, y(k-n_y),\; u(k-d), \\
& \cdots, u(k-d-n_u+1),\; e(k-1), \cdots, \\
& e(k-n_e)] + e(k), \qquad (5)
\end{aligned}
$$

em que F^{ℓ} é uma função polinomial não linear de grau ℓ. As variáveis $u(k)$ e $y(k)$ são, respectivamente, os sinais de entrada e saída do sistema, sendo n_u e n_y os atrasos relacionados a cada um desses sinais. A variável d representa o tempo de retardo do sistema enquanto $e(k)$ indica os efeitos que não podem ser explicados por F^{ℓ}. Assim como n_u e n_y, n_e representa o máximo atraso relacionado ao sinal $e(k)$. Observa-se que a parcela determinística de (5) representa os modelos NARX.

2.2.2 Agrupamentos de Termos e Coeficientes de Agrupamentos

O modelo NARX polinomial contido em (5) pode ser expandido como o somatório de termos com graus de não linearidade $1 \leq m \leq l$, da seguinte maneira

$$
\begin{aligned}
y(k) \;\; = \;\; & \sum_{m=0}^{\ell} \sum_{p=0}^{m} \sum_{n_1,n_m}^{n_y,n_u} c_{p,m-p}(n_1,...,n_m) \\
& \times \prod_{i=1}^{p} y(k-n_i) \prod_{j=p+1}^{m} u(k-n_j), \; (6)
\end{aligned}
$$

em que $\sum_{n_1,n_m}^{n_y,n_u} \equiv \sum_{n_1=1}^{n_y} \cdots \sum_{n_m=1}^{n_u}$. Ressalta-se que o limite superior é n_y se o somatório refere-se ao fator $y(k-n_i)$ e n_u para fatores $u(k-n_j)$. Cada termo de grau m pode conter um fator de grau p do tipo $y(k-i)$ e um fator de grau $(m-p)$ do tipo $u(k-j)$, sendo multiplicado por um parâmetro $c_{p,m-p}(n_1,...,n_m)$, nos quais $(n_1,...,n_m)$ indicam os atrasos de cada fator (Aguirre, 2015). Na notação (6), se $\ell = 1$, a representação reduz-se a um modelo ARX. Nesse ponto, vale destacar que o modelo NARMAX é uma generalização dos modelos NARX e ARX sem a parcela MA.

O conjunto dos termos definido genericamente como $\Omega_{y^p u^{m-p}}$, em que $y(k-i)^p u(k-j)^{m-p} \in \Omega_{y^p u^{m-p}}$, $\forall m = 0,...,l$; $p = 0,...,m$; $i = 1,...,n_y$, e $j = d,...,n_u$, é chamado de *agrupamento de termos*. O somatório dos coeficientes de todos os termos que pertencem a um dado agrupamento é denominado de *coeficiente do agrupamento* e é representado por $\Sigma_{y^p u^{m-p}}$.

Genericamente, os coeficientes dos agrupamentos de termos de (6) são $\sum_{n_1,n_m}^{n_y,n_u} c_{p,m-p}(n_1,\ldots,n_m)$ (Aguirre, 2015).

2.2.3 Função Estática

Nas condições de regime permanente, pode-se assumir que $\overline{y} = y(k-1) = ... = y(k-n_y)$, $\overline{u} = u(k-1) = ... = u(k-n_u)$. Sendo assim, (6) pode ser reescrita por meio da definição de agrupamentos de termos como

$$
\begin{aligned}
\overline{y} = \Sigma_0 + \Sigma_y \overline{y} + \Sigma_u \overline{u} + \textstyle\sum_{m=1}^{l-1} \sum_{p=1}^{l-m} \Sigma_{y^p u^m} \overline{y}^p \overline{u}^m \\
+ \textstyle\sum_{p=2}^{l} \Sigma_{y^p} \overline{y}^p + \sum_{m=2}^{l} \Sigma_{u^m} \overline{u}^m.
\end{aligned} \qquad (7)
$$

A solução de (7) resulta nos pontos fixos do modelo (6) para um dado valor de entrada.

2.2.4 Modelos de Hammerstein e de Wiener

Os modelos de blocos interconectados são uma forma de representar sistemas não lineares por meio de dois ou mais blocos ligados em cascata. Neste trabalho, consideraremos somente modelos compostos por dois blocos. Nestas estruturas, um dos blocos representa a não linearidade do sistema por meio de uma função estática não linear $f(\cdot)$ enquanto o outro bloco representa a parcela dinâmica do sistema por meio de um modelo linear $G(q)$. A disposição desses blocos define modelos com comportamentos dinâmicos diferentes. Quando o bloco estático precede o bloco dinâmico linear (Figura 1), a representação é denominada modelo de Hammerstein. Quando o bloco dinâmico linear precede o bloco estático não linear (Figura 2), a representação é denominada modelo de Wiener.

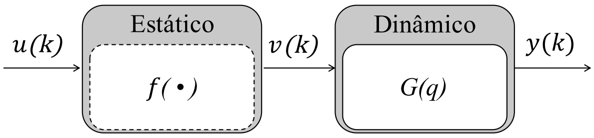

Figura 1: Modelo de Hammerstein.

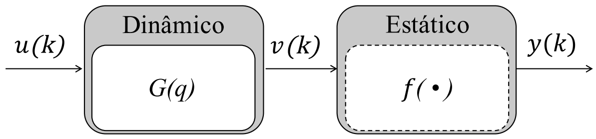

Figura 2: Modelo de Wiener.

Na estimação de tais modelos, as únicas informações conhecidas são os sinais de entrada $u(k)$ e saída $y(k)$, sendo o sinal intermediário $v(k)$ desconhecido e estimado *a posteriori*. A parcela dinâmica linear dos modelos, neste trabalho, será representada por meio de uma estrutura ARX.

2.3 Determinação de Estruturas

Uma vez escolhida a forma de representar o modelo, é necessário definir qual estrutura será utilizada. No caso de modelos NARX, precisa-se definir o grau de não linearidade ℓ e quais termos de processo $u(k-n_u)$ e $y(k-n_y)$ serão incluídos. No caso de modelos ARX o problema se restringe, basicamente, a escolha do número de zeros n_u, de pólos n_y e do atraso puro de transporte, se houver. No entanto, para sistemas não lineares, o número de termos candidatos cresce rapidamente com o aumento do grau de não linearidade e dos máximos atrasos do sistema n_u e n_y. Sendo assim, para se obter um modelo que não seja subparametrizado ou sobreparametrizado, é necessário o emprego de critérios que auxiliem nessa escolha.

O critério de informação de Akaike (AIC) verifica a redução na variância dos resíduos à medida que são acrescentados termos ao modelo, de modo que

$$AIC(n_\theta) \quad = \quad N_{obs} \ln\left[\sigma^2_{erro}(n_\theta)\right] + 2n_\theta, \quad (8)$$

em que N_{obs} corresponde ao número de dados, $\sigma^2_{erro}(n_\theta)$ é a variância dos resíduos, ou erro de predição de um passo à frente sobre os *dados de identificação*, e n_θ é o número de termos do modelo. Sendo assim, em conjunto com o critério AIC, pode-se utilizar o método da taxa de redução de erro ERR (do inglês, *Error Reduction Rate*), que permite ranquear em ordem de importância os termos candidatos, tanto para modelos lineares quanto para não lineares. O ERR permite avaliar se existe uma melhoria do erro de saída do modelo devido à inclusão de um novo termo (Aguirre, 2015).

2.4 Estimação de Parâmetros

Após determinar a estrutura do modelo, o próximo passo consiste em estimar os parâmetros do mesmo. Os algoritmos utilizados nesta etapa normalmente são derivados do estimador de Mínimos Quadrados (MQ). Considere que o modelo (5) possa ser escrito por

$$\mathbf{y} \quad = \quad \Psi\widehat{\boldsymbol{\theta}} + \boldsymbol{\xi}, \quad (9)$$

em que $\widehat{\boldsymbol{\theta}} \in \mathbb{R}^{n\times 1}$ representa o vetor de parâmetros estimados pelo MQ, $\Psi \in \mathbb{R}^{N_{obs}\times n}$ é a matriz de regressores e $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^{N_{obs}\times 1}$ é o vetor de dados de saída. A variável n é o número de parâmetros do modelo a serem estimados. O vetor $\boldsymbol{\xi} \in \mathbb{R}^{N_{obs}\times 1}$ é o vetor de resíduos e refere-se aos erros cometidos ao se explicar $\mathbf{y}$ como $\Psi\widehat{\boldsymbol{\theta}}$. Dessa forma, minimizando a função custo

$$J_{MQ} = \sum_{i=1}^{N_{obs}} \xi(i)^2 = \left(\mathbf{y} - \Psi\widehat{\boldsymbol{\theta}}\right)^T \left(\mathbf{y} - \Psi\widehat{\boldsymbol{\theta}}\right), \quad (10)$$

em relação a $\widehat{\boldsymbol{\theta}}$, em que $(\bullet)^T$ se refere à operação de transposição de matrizes ou vetores, obtém-se

$$\widehat{\theta}_{MQ} \quad = \quad (\Psi^T\Psi)^{-1}\Psi^T\mathbf{y}. \quad (11)$$

Para o modelo de Hammerstein, o sinal intermediário é dado por $v(k) = f(u(k))$. Sendo assim, a parcela dinâmica linear (modelo ARX) é obtida por meio do par de entradas e saídas $\{v(k), y\ (k)\}$, após a estimação da curva estática $f(\cdot)$.

Para o modelo de Wiener, o sinal de saída é obtido pelo mapeamento do sinal intermediário, $v(k)$, de modo que $y(k) = f(v(k))$. Como o sinal intermediário não está disponível *a priori*, pode-se estimá-lo por meio da inversa da função $f(\cdot)$, denotada por $g(\cdot)$, de modo que $v(k) = f^{-1}(y(k)) = g(y(k))$. A parcela dinâmica linear do modelo é obtida por meio do par de entradas e saídas $\{u(k), v(k)\}$.

2.5 Validação de Modelos

As ferramentas de validação de modelos se dividem em critérios de validação estatísticos, qualitativos e quantitativos. Dentre os critérios estatísticos, para sistemas lineares, lança-se mão das funções de autocorrelação dos resíduos $r_{\xi\xi}$ e correlação cruzada das entradas com os resíduos $r_{u\xi}$. No entanto, quando são identificados modelos não lineares, é necessário utilizar funções de correlações não lineares, $r_{\xi\xi^2}(\tau)$, $r_{\xi\xi u}(\tau)$, $r_{u^{2\prime}\xi}(\tau)$, $r_{u^{2\prime}\xi^2}(\tau)$ $r_{\widehat{y}\xi\xi^2}(\tau)$, $r_{\widehat{y}\xi u^2}(\tau)$ e $r_{\xi^{2\prime}\xi^{2\prime}}(\tau)$ (Aguirre, 2015). O objetivo dessas ferramentas é detectar possíveis dinâmicas não modeladas nos resíduos das estimativas.

A técnica utilizada neste trabalho para validação qualitativa dos modelos dinâmicos é a predição de *infinitos passos à frente (simulação livre)*. Neste tipo de validação o modelo é simulado indefinidamente reutilizando as predições passadas. Para isso, é necessário que o modelo seja inicializado com as amostras de validação da saída experimental. Como forma de validar quantitativamente os modelos, utiliza-se o índice RMSE

$$RMSE \quad = \quad \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^{N_{obs}}(y(k)-\widehat{y}(k))^2}}{\sqrt{\sum_{k=1}^{N_{obs}}(y(k)-\overline{y})^2}}, \quad (12)$$

em que $\widehat{y}(k)$ é a saída do modelo estimado ou *simulação livre* do sinal e $\overline{y}$ é o valor médio do sinal de saída ou sinal medido $y(k)$ do sistema verdadeiro. Sendo que a média é calculada na janela de identificação. Vale ressaltar que quanto menor for o valor do índice RMSE, mais acurado será o modelo estimado. A Equação (12) também pode ser utilizada para validação da característica estática do sistema.

3 Descrição da Planta de Nível SMAR PD3-F

A planta PD3-F (tecnologia FOUNDATION Fieldbus) tem como objetivo mostrar, de forma didática, a operação de malhas de controle utilizando instrumentos de campo e *softwares*. Visando, futuramente, aplicar técnicas de controle no processo de nível de tal planta, este trabalho dedica-se à identificação de modelos que representem tanto a característica estática quanto dinâmica do processo.

A Figura 3 apresenta um diagrama esquemático do sistema a ser identificado. O processo executado pelo sistema baseia-se no bombeamento da água do tanque de abastecimento TA ao tanque de aquecimento T1 por meio da bomba B1. A abertura da válvula FY-31 (variável de entrada) define a vazão de entrada FIT-31 e consequentemente o nível de água no tanque T1 (saída de interesse). O valor do nível é medido por meio do medidor LIT-31. O fundo do tanque T1 ainda conta com uma abertura que simula o consumo de água. Vale ressaltar que todo o processo de identificação ocorre com o sistema operando em malha aberta.

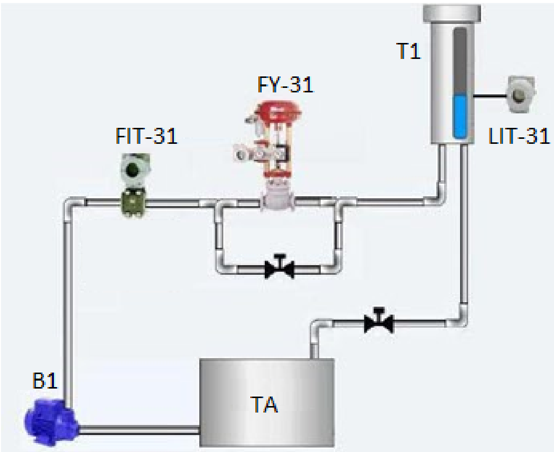

Figura 3: Diagrama esquemático da Planta de Nível SMAR PD3-F. Para a identificação do sistema, considera-se que o mesmo opera em malha aberta. A entrada $u(k)$ do sistema é a abertura da válvula FY-31 e a saída $y(k)$ é o sinal de nível de LIT-31. Adaptado de Lopes et al. (2012).

4 Identificação da Planta de Nível e Resultados

Seguindo as instruções apresentadas na Subseção 2.1, foram realizados ensaios dinâmicos e estáticos com o sistema. Os ensaios estáticos consistiram na aplicação de degraus consecutivos, de amplitude crescente, com percentagens de abertura da válvula FY-31 de 53%, 55%, 57%, 59%, 61% , 63%, 65%, 67% e 69%. A cada degrau aplicado na entrada $\bar{u}$ do sistema, registra-se o valor da saída $\bar{y}$ no regime permanente. A curva em preto (–), apresentada na Figura 6, mostra a relação estática entre $\bar{u}$ e $\bar{y}$. Como forma de determinar uma representação paramétrica para curva estática $f(\cdot)$ dos modelos de Hammerstein e Wiener, obtém-se um modelo polinomial por meio dos sinais estáticos de entrada $\bar{u}$ e saída $\bar{y}$

$$f(\bar{u}) = 0{,}0197\bar{u}^3 - 3{,}9156\bar{u}^2 + 260{,}8509\bar{u} - 5738{,}0454. \quad (13)$$

Por meio dos ensaios estáticos, obtém-se, também, as constantes de tempo do sistema para o projeto do sinal PRBS. Desta forma, projetou-se o PRBS para operar entre os intervalos $-V = 57\%$ e $+V = 63\%$. Nesse intervalo, a menor constante de tempo obtida é $\tau_{min} = 107$s. Sendo assim, de acordo com (1), $10{,}7s \leq T_b \leq 35{,}667$s. Escolhendo $T_b = 35{,}667s$ e considerando o tempo de acomodação τ_{min}, para $N = 4$, a desigualdade $N \times T_b \geq 4 \times 107$ é atendida. A Figura 4 apresenta os sinais obtidos por meio do ensaio dinâmico com o sistema, em que a entrada $u(k)$ é a abertura de FY-31, em %, e a saída $y(k)$ é o nível de T1, em %, dado por LIT-31. Ressalta-se que a taxa inicial de amostragem dos dados é de 1s. No entanto, após a aplicação de (4), verificou-se a necessidade de decimar os dados, de modo que a nova taxa de amostragem passa a ser de 8s. Os dados do ensaio dinâmico foram divididos em duas partes, sendo a primeira metade destinada à identificação do sistema e a segunda metade para a validação.

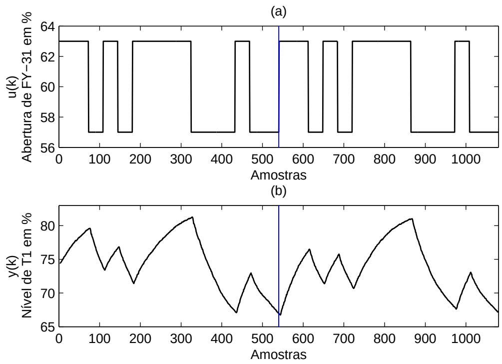

Figura 4: (a) Sinal PRBS de entrada $u(k)$ e (b) sinal de saída $y(k)$. A barra vertical (–), em azul, separa os dados de identificação (à esquerda) dos dados de validação (à direita).

Uma vez concluídas as etapas de projeto de sinais e estimação da curva estática do sistema verdadeiro, o próximo passo consiste em determinar as estruturas dos modelos dinâmicos. Conforme descrito na Subseção 2.3, para esta tarefa utilizam-se os critérios AIC e ERR. A Tabela 1 apresenta os resultados provenientes da aplicação desses critérios aos modelos.

Por meio dos sinais de entrada $u(k)$ e saída $y(k)$ obtidos no ensaio dinâmico e da curva estática (13) estimada para o sistema, é possível determinar os sinais intermediários $v(k)$ dos modelos de Hammerstein e de Wiener conforme as instruções apresentadas na Subseção 2.4.

Tabela 1: Sequência de comandos para seleção de estrutura considerando $n_u = 2$ e $n_y = 2$ e $\ell = 2$.

Modelo	1. Ω_{cand}	2. n_{cand}	3. $AIC(n)$	4. $Termos_{ERR}$
ARX	$\{\Omega_y,\Omega_u\}$	4	2	$\{y(k-1), y(k-2), u(k-1), u(k-2)\}$
NARX	$\{\Omega_y,\Omega_u,\Omega_{y^2},\Omega_{uy},\Omega_{u^2}\}$	14	3	$\{y(k-1),u(k-1), u(k-1)u(k-1)\}$
Hammerstein	$\{\Omega_y,\Omega_u\}$	4	2	$\{y(k-1),u(k-1)\}$
Wiener	$\{\Omega_y,\Omega_u\}$	4	2	$\{y(k-1),u(k-1)\}$

Ω_{cand} - Agrupamentos de termos candidatos.
n_{cand} -Número de termos candidatos.
$Termos_{ERR}$ - Termos selecinados pelo critério ERR.

De posse das estruturas selecionadas dos modelos dinâmicos e das informações dos sinais intermediários $v(k)$, é possível concluir a etapa de estimação de parâmetros. A Tabela 2 apresenta os parâmetros estimados para os modelos selecionados e os índices RMSE obtidos por meio dos dados de validação. A Figura 5, por sua vez, apresenta a validação por simulação livre dos quatro modelos dinâmicos estimados.

As funções estáticas, para cada um dos modelos, obtidas por meio dos agrupamentos de termos dos modelos da Tabela 2 são apresentadas na Tabela 3. Essa tabela também apresenta os índices RMSE das aproximações estáticas. Um comparativo entre as curvas estáticas estimadas para os quarto modelos é mostrado na Figura 6.

Analisando a Figura 5 bem como as tabelas 2 e 3 pode-se concluir que o desempenho inferior do modelo ARX, em comparação aos demais, deve-se, possivelmente, ao fato dos testes dinâmicos terem sido aplicados em regiões não lineares de operação do sistema. Como pode-se observar, na Figura 6, o modelo ARX descreve apenas um ponto fixo do sistema (em torno de 70% de T1). Ademais, esse argumento é reforçado quando analisa-se a evolução temporal do modelo NARX, que apresenta o melhor desempenho, descrevendo uma região de pontos fixos considerável (em torno de 58% a 64% de T1).

Embora os modelos de Hammerstein e de Wiener tenham apresentado uma evolução temporal quase equivalente e pouco inferior ao modelo NARX, seus desempenhos estacionários são superiores a este último. Esse fato era previsto, uma vez que a informação auxiliar da característica estática do sistema foi inserida nos modelos de Hammerstein e de Wiener. Em situações nas quais deseja-se obter um modelo que represente o sistema em uma faixa maior de operação, os modelos de blocos interconectados configuram uma boa alternativa.

5 Conclusões

Neste trabalho foi realizado um estudo com intuito de encontrar modelos matemáticos adequados ao sistema de controle de nível da planta didática PD3-F da SMAR. Como forma de atingir esse objetivo, foram apresentados os passos fundamentais da teoria de identificação caixa preta e caixa cinza para estimação de modelos ARX, NARX, e os modelos de blocos interconectados de Hammerstein e de Wiener.

Dos resultados obtidos pôde-se observar que o sistema de nível em estudo possui dinâmica não linear, tendo em vista que seu comportamento em estado estacionário, para diferentes pontos de operação, não é regulado pela mesma dinâmica linear. No que diz repeito à reprodução das características estáticas do sistema, a identificação caixa cinza apresenta ser a alternativa mais viável.

Como propostas de continuação deste trabalho, pretende-se realizar aplicações em controle como forma de verificar a viabilidade dos modelos obtidos.

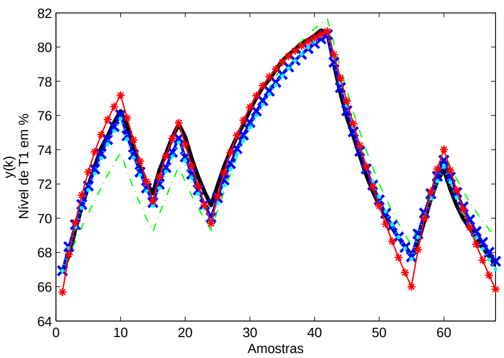

Figura 5: Validação por simulação livre dos modelos dinâmicos. Em (–) tem-se a saída do sistema verdadeiro, em (-.-) a saída estimada pelo modelo ARX, em (– × –) a saída do modelo NARX, em (– ∗ –) a saída do modelo de Wiener e em (– • –) a saída do modelo de Hammerstein.

Referências

Aguirre, L. A. (2015). *Introdução à Identificação de Sistemas: Técnicas Lineares e Não-Lineares Aplicadas a Sistemas: Teoria e Aplicação*, 4a edn, Editora UFMG.

Barbosa, A. M., Takahashi, R. H. C. and Aguirre, L. A. (2015). Equivalence of Non-Linear Model Structures Based on Pareto Uncertainty, *IET Control Theory Applications* **9**: 2423–2429.

Tabela 2: Comparativo entre os modelos dinâmicos estimados.

Tipo de Modelo	Modelos Estimados	$RMSE_v$
ARX	$y(k) = 1{,}9106y(k-1) - 0{,}9156y(k-2) + 0{,}2854u(k-1) - 0{,}2792u(k)$	0,3969
NARX	$y(k) = 0{,}9144y(k-1) - 0{,}1013u(k-1) + 0{,}0034u(k-1)u(k-1)$	0,1432
Hammerstein	(13) e $y(k) = 0{,}9253y(k-1) + 0{,}0756u(k-1)$	0,1751
Wiener	$y(k) = 0{,}9079y(k-1) + 0{,}0914u(k-1)$ e (13)	0,1761

$RMSE_v$ - RMSE dinâmico dos dados de validação.

Tabela 3: Comparativo entre os modelos estáticos estimados.

Tipo de Modelo	Modelos Estimados	$RMSE_e$
ARX	$\bar{y} = 1{,}2469\bar{u}$	0,6341
NARX	$\bar{y} = 0{,}0398\bar{u}^2 - 1{,}1827\bar{u}$	0,4961
Hammerstein	$\bar{v} = f(\bar{u})$ e $\bar{y} = 1{,}0122\bar{v}$	0,1421
Wiener	$\bar{v} = 0{,}9931\bar{u}$ e $\bar{y} = f(\bar{v})$	0,1318

$RMSE_e$ - RMSE estático.

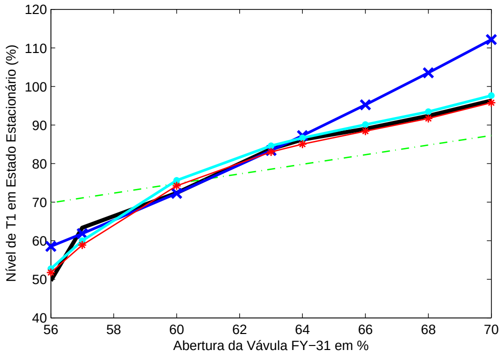

Figura 6: Comparativo entre a curva estática do sistema verdadeiro (–) e as curvas estáticas estimadas pelos modelos ARX (-.-), NARX ($-\times-$), Wiener ($-*-$) e Hammerstein ($-\bullet-$).

Bertachi, A. H., Biagi Silva, L. R., Sumar, R. R., Angélico, B. A. and Goedtel, A. (2013). Controle de um Processo Multivariável em uma Planta Didática Industrial Utilizando Redes Neurais, *XI Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente–SBAI. Fortaleza, CE* .

Eskinat, E., Johnson, S. H. and Luyben, W. L. (1993). Use of Auxiliary Information in System Identification, *Industrial & Engineering Chemistry Researc* **32**: 1981–1992.

Garcia, C. (2009). *Modelagem e Simulação de Processos Industriais e de Sistemas Eletromecânicos*, 2a edn, Edusp.

Lopes, J. C. S., Rocha, K. P., Panoeiro, N. M., Carmo, M. L., Oliveira, A. R., Júnior, L. O. A. and Carvalho, J. R. (2012). Identificação de um Sistema Dinâmico Assimétrico por Redes Neurais, *Anais do XIX Congresso Brasileiro de Automática* pp. 2599–2604.

Silva, M. T. d., Lima, R. B. C., Moreira, L. J. d. S., Baltar, R. d. M. S. M. and Barros, P. R. (2015). Modelagem, Simulação, Identificação e Controle de uma Planta Didática com Variáveis de Nível e Temperatura, *XII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente* .

Teixeira, B. O. and Aguirre, L. A. (2011). Using Uncertain Prior Knowledge to Improve Identified Nonlinear Dynamic Models, *Journal of Process Control* **21**(1): 82–91.

Tôrres, A. G., Nicacio, J. V., Domingos, N. B. and Morais, C. R. R. d. (2017). Planta Didática Smar PD3: Ajuste Dos Parâmetros do Controlador PI do Tanque de Aquecimento–Parte B, *The Journal of Engineering and Exact Sciences* .