

FLUXO DE POTÊNCIA POLAR INTERVALAR BASEADO NA EXPANSÃO DA SÉRIE DE TAYLOR

LETÍCIA L. S. DE SOUSA*, VANDER M. DA COSTA*

**Departamento de Circuitos Elétricos, Universidade Federal de Juiz de Fora
Campus Universitário Martelos, Juiz de Fora, MG, Brasil*

Emails: leticia.lacerda@engenharia.ufjf.br, vander.costa@ufjf.edu.br

Abstract— The constant growth of electric energy consumption coupled with the use of intermittent sources, propitiates active and reactive power injections are uncertain variables. Thus, this paper proposes a method of solving the power flow equations expressed in terms of polar coordinates of bus voltages, considering uncertainties associated with the power injections. IEEE-14 and IEEE-57 bus test systems are used for simulation of the results. The Monte Carlo method and Interval Power Flow are used to validate the proposed method.

Keywords— Electrical Power Systems, Interval Power Flow, Uncertainties.

Resumo— O constante crescimento do consumo de energia elétrica aliado à utilização de fontes intermitentes, propicia que as injeções de potência ativa e reativa sejam variáveis incertas. Assim, este artigo propõe um método de solução das equações do fluxo de potência expressas em termos das coordenadas polares das tensões nas barras, considerando as incertezas associadas às injeções de potência. Sistemas testes IEEE-14 e IEEE-57 barras são utilizados para a simulação dos resultados. O método de Monte Carlo e Fluxo de Potência Intervalar são utilizados para validar o método proposto.

Palavras-chave— Fluxo de Potência Intervalar, Incertezas, Sistema Elétrico de Potência.

1 Introdução

A análise de fluxo de potência ao longo dos anos tem sido uma ferramenta de suma importância para os engenheiros no planejamento e operação de sistemas elétricos de potência. Através do cálculo de fluxo de potência é possível determinar os fluxos nos ramos da rede e as tensões nas barras, dadas as condições de geração e de carga. A modelagem do sistema é representada por um conjunto de equações e inequações algébricas, que podem ser expressas em coordenadas polares e coordenadas retangulares de tensão nas barras (Monticelli, 1983; Stagg and El-Abiad, 1968).

O cálculo convencional de fluxo de potência utiliza métodos determinísticos, isto é, as variáveis calculadas são valores únicos para uma dada informação de geração e carga. Todavia, devido o aumento dos recursos integrados de energia renovável nas redes elétricas, variações nas cargas/geração, diferentes distúrbios, alterações na topologia do sistema, entre outras, incertezas são geradas. Dessa forma, as informações obtidas pelo cálculo do fluxo de potência determinístico não condiz com a realidade do sistema (Pareja, 2009; de Souza Pereira et al., 2012). Portanto, é necessário aplicar métodos mais eficientes para a inclusão de incertezas nas simulações dos problemas de fluxo de potência, de modo a gerar resultados mais próximos da realidade.

O método clássico é a simulação de Monte Carlo que utiliza séries de amostras aleatórias para representar as variáveis incertas. A precisão do resultado final depende do número de simulações. Apesar do esforço computacional, essa metodolo-

gia ainda é utilizada devido a sua flexibilidade de representação de modelos de componentes e condições operativas do sistema (Hajian et al., 2013).

Os métodos mais citados na literatura que incorporam as incertezas nos dados de entrada do fluxo de potência são fluxo de potência probabilístico (FPP), fluxo de potência *fuzzy* (FPF) e fluxo de potência intervalar (FPI). O FPP considera as incertezas presentes nos dados de entrada como variáveis aleatórias de natureza probabilística. Baseia-se em repetições de eventos ou em dados experimentais (Hajian et al., 2013; Usola, 2009; Hu and Wang, 2006). Os cálculos de FPF são considerados mais simples que o FPP. As cargas e as gerações são representadas como números *fuzzy* através de distribuições de possibilidades (Bijwe et al., 2005). O FPI utiliza a aritmética intervalar para considerar os dados incertos do sistema. Comparado aos métodos anteriores, é mais simples e prático para avaliação de segurança do sistema de energia elétrica (de Souza Pereira and da Costa, 2014).

Existem ainda vários estudos que trabalham com as incertezas no fluxo de potência, onde a busca de métodos de alta precisão e fácil programação tem sido alvo constante na literatura (Wang and Alvarado, 1992; Bijwe et al., 2005; Pareja, 2009; de Souza Pereira and da Costa, 2014; Araújo and da Costa, 2016). Dessa forma, o método proposto em Liao et al. (2017) considera as equações do fluxo de potência expressas em termos das coordenadas retangulares das tensões nas barras e, além disso, considera a inclusão do termo referente à derivada de segunda ordem da série de Taylor, no sentido de melhor quantificar o efeito das incertezas, presentes nos dados de entrada, na

saída dos resultados. Neste contexto, o método utiliza, além da matriz Jacobiana, a matriz Hessiana referente às equações do fluxo de potência. As incertezas em estudo são as potências ativa e reativa injetadas em cada barra.

O método apresentado em Liao et al. (2017) e em de Mesquita Quintanilha and da Costa (2017) expande as equações de fluxo de potência em coordenadas retangulares em termos da série de Taylor. No entanto, o artigo aqui proposto faz a mesma expansão, só que com as equações de fluxo de potência expressas em coordenadas polares. Além disso, propõe avaliar a precisão e eficiência dos resultados em comparação a simulação de Monte Carlo e Fluxo de Potência Intervalar, quando as incertezas nas injeções de potência ativa e reativa em cada barra são consideradas.

2 Equações de Fluxo de Potência com Variáveis Intervalares

As equações básicas de injeção de potência em coordenadas polares são dadas por:

$$P_k = V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (1)$$

$$Q_k = V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (2)$$

De (1) e (2), $(G_{km} + jB_{km})$ é o termo da matriz admitância de barras referente à posição $k - m$, V_k e V_m são os módulos das tensões nas barras k e m , respectivamente, $\theta_{km} = \theta_k - \theta_m$ onde θ_k e θ_m são os ângulos de fase das tensões nas barras k e m , respectivamente. Ω_k é o conjunto de barras adjacentes à barra k , incluindo a própria.

As incertezas estão relacionadas às cargas e as fontes intermitentes, que podem ser representadas usando o conceito simples da aritmética intervalar, onde cada intervalo representa um número real fixo entre os limites inferior e superior do intervalo fechado, expresso como: $[x] = [\underline{x}, \bar{x}] = \{x \in R : \underline{x} \leq x \leq \bar{x}\}$. Dessa maneira, as incertezas nas potências ativa e reativa demandadas em uma barra k são dadas por:

$$[P_L k] = P_{Lk}(1 + [\xi_{pk}]) \quad (3)$$

$$[Q_L k] = Q_{Lk}(1 + [\xi_{qk}]) \quad (4)$$

A faixa de variação nas injeções de potência ativa e reativa de cada barra k , com k variando de 1 a n -barras, respectivamente é determinada por ξ_{pk} e ξ_{qk} .

O modelo matemático de fluxo de potência com variáveis intervalares é representado pela combinação das equações (1), (2), (3) e (4).

$$\Delta P_k = P_{Gk} - P_{Lk}(1 + [\xi_{pk}]) - V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (5)$$

$$\Delta Q_k = Q_{Gk} - Q_{Lk}(1 + [\xi_{qk}]) - V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (6)$$

Onde: ΔP_k e ΔQ_k são resíduos de potência ativa e reativa na devida ordem e P_{Gk} e Q_{Gk} são potências ativa e reativa geradas respectivamente.

O conjunto solução do modelo matemático obtido por meio das equações algébricas não lineares (5) e (6) podem ser agrupadas da seguinte forma:

$$\mathbf{F}(x, [\xi]) = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P}(x, [\xi]) \\ \Delta \mathbf{Q}(x, [\xi]) \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (7)$$

No conjunto de equações (7), x representa o vetor da variável de estado e $[\xi]$ o vetor das incertezas associado às potências ativa e reativa injetadas nas barras.

3 Expansão em Série de Taylor

A série de Taylor oferece uma alternativa para calcular o valor da função em um ponto em termos do valor da função e suas derivadas em um outro ponto. A função real f é representada pela função intervalar $[f]$ se $f(x) \in [f]([a, b]) \forall x \in [a, b]$.

Uma função f pode ser expressa em termos de suas primeiras $n+1$ derivadas contínuas em um intervalo $[x]$, da seguinte forma:

$$[f]([x]) = f(x_c) + f'(x_c)[\Delta x] + \dots + \frac{1}{n!} f^{(n)}(x_c)[\Delta x]^n + \frac{1}{(n+1)!} f^{(n+1)}(x_c)[\Delta x]^{n+1} \quad (8)$$

onde: $x_c = \frac{x+\bar{x}}{2}$, $[\Delta x] = [-\frac{x-\bar{x}}{2}, \frac{x-\bar{x}}{2}]$.

Portanto, expandindo [7] em relação a ξ e levando em consideração a equação (8), é possível afirmar que:

$$\begin{aligned} \mathbf{0} = \mathbf{F}(x_c, \xi_c) &+ \sum_{j=1}^m \left(\sum_{i=1}^N \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x_i} \frac{\partial x_i}{\partial \xi_j} \right) \bigg|_{(x_c, \xi_c)} \Delta \xi_j + \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \left(\sum_{p=1}^N \sum_{q=1}^N \frac{\partial^2 \mathbf{F}}{\partial x_p \partial x_q} \frac{\partial x_p}{\partial \xi_i} \frac{\partial x_q}{\partial \xi_j} + \right. \\ &+ 2 \sum_{p=1}^N \frac{\partial^2 \mathbf{F}}{\partial x_p \partial \xi_i} \frac{\partial x_p}{\partial \xi_j} + \sum_{p=1}^N \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x_p} \frac{\partial^2 x_p}{\partial \xi_i \partial \xi_j} + \\ &\left. + \frac{\partial^2 \mathbf{F}}{\partial \xi_i \partial \xi_j} \right) \bigg|_{(x_c, \xi_c)} \Delta \xi_i \Delta \xi_j \end{aligned} \quad (9)$$

A equação (9) é satisfeita quando:

$$\mathbf{F}(x_c, \xi_c) = \mathbf{0} \quad (10)$$

$$\sum_{j=1}^m \left(\sum_{i=1}^N \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x_i} \frac{\partial x_i}{\partial \xi_j} \right) \bigg|_{(x_c, \xi_c)} \Delta \xi_j = \mathbf{0} \quad (11)$$

$$\left(\sum_{p=1}^N \sum_{q=1}^N \frac{\partial^2 \mathbf{F}}{\partial x_p \partial x_q} \frac{\partial x_p}{\partial \xi_i} \frac{\partial x_q}{\partial \xi_j} + 2 \sum_{p=1}^N \frac{\partial^2 \mathbf{F}}{\partial x_p \partial \xi_i} \frac{\partial x_p}{\partial \xi_j} + \sum_{p=1}^N \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x_p} \frac{\partial^2 x_p}{\partial \xi_i \partial \xi_j} + \frac{\partial^2 \mathbf{F}}{\partial \xi_i \partial \xi_j} \right) \bigg|_{(x_c, \xi_c)} \Delta \xi_i \Delta \xi_j = \mathbf{0} \quad (12)$$

A equação de Taylor basicamente é dividida em três conjuntos. A equação (10) é a solução do fluxo de potência tradicional onde $\xi_c = 0$ e x_c é a solução do problema (tensão e ângulo das barras do sistema). A solução do fluxo de potência é feita pelo método padrão de Newton-Raphson expresso em (13).

$$\begin{cases} -\mathbf{J}_k \Delta x_k = \Delta \mathbf{F}_k \\ x_{k+1} = x_k + \Delta x_k \end{cases} \quad (13)$$

onde $\mathbf{J}_k$ é a matriz Jacobiana na iteração k , $\Delta \mathbf{F}_k$ e Δx_k são os vetores resíduos e de correção das variáveis de entrada, respectivamente.

O segundo conjunto de equações representado pela equação (11) é a solução da expansão matricial da equação (13) e pode ser vista em (14) para $j = 1, 2, \dots, m$.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1} & \frac{\partial F_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_1}{\partial x_N} \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_1} & \frac{\partial F_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_2}{\partial x_N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_N}{\partial x_1} & \frac{\partial F_N}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_N}{\partial x_N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial \xi_j} \\ \frac{\partial x_2}{\partial \xi_j} \\ \vdots \\ \frac{\partial x_N}{\partial \xi_j} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial \xi_j} \\ \frac{\partial F_2}{\partial \xi_j} \\ \vdots \\ \frac{\partial F_N}{\partial \xi_j} \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (14)$$

De maneira simplificada:

$$\frac{\partial x}{\partial \xi_j} = -(\mathbf{J}_k)^{-1} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \xi_j} \quad (15)$$

O resultado obtido $\frac{\partial x}{\partial \xi}$ é a solução da derivada primeira, calculada a partir da matriz Jacobiana do fluxo de potência determinístico.

O terceiro conjunto de equações representado pela equação (12) é a solução da derivada segunda, pode ser visto de forma expandida matricialmente na equação (16).

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1} & \frac{\partial F_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_1}{\partial x_N} \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_1} & \frac{\partial F_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_2}{\partial x_N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_N}{\partial x_1} & \frac{\partial F_N}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_N}{\partial x_N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 x_1}{\partial \xi_i \partial \xi_j} \\ \frac{\partial^2 x_2}{\partial \xi_i \partial \xi_j} \\ \vdots \\ \frac{\partial^2 x_N}{\partial \xi_i \partial \xi_j} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left[\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi_j} \right]^T \mathbf{H}(F_1) \left[\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi_j} \right] \\ \left[\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi_j} \right]^T \mathbf{H}(F_2) \left[\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi_j} \right] \\ \vdots \\ \left[\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi_j} \right]^T \mathbf{H}(F_N) \left[\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi_j} \right] \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (16)$$

onde $\mathbf{H}(F_p)$, representa a matriz Hessiana da função de F_p para $p = 1, 2, \dots, N$ e $\frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2}$ a solução da derivada segunda.

A equação (16) reduzida para $j = 1, 2, \dots, m$, onde m é o número de barras do sistema, pode ser expressa:

$$-\mathbf{J} \frac{\partial^2 x}{\partial \xi_i \partial \xi_j} = \left[\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi_j} \right]^T \mathbf{H}(F_1) \left[\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi_j} \right] \quad (17)$$

A soma dos três conjuntos apresentados expressam portando as soluções intervalares $[x]$ da forma apresentada:

$$[x] = x_c + \frac{\partial x}{\partial \xi} [\Delta \xi] + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} \begin{bmatrix} [\Delta \xi_1 \Delta \xi] \\ [\Delta \xi_2 \Delta \xi] \\ \vdots \\ [\Delta \xi_m \Delta \xi] \end{bmatrix} \quad (18)$$

O Apêndice apresenta detalhes a respeito das matrizes Jacobiana e Hessiana polares.

4 Resultados

Essa sessão é destinada a apresentação dos resultados obtidos pelo método estudo para dois sistemas: IEEE-14 barras e IEEE-57 barras. O método foi desenvolvido no ambiente MATLAB. A tolerância adotada para a convergência dos fluxos determinísticos é de 10^{-5} .

Incertezas aleatórias nas demandas de potência ativa e reativa das barras são consideradas, respeitando o limite do máximo carregamento do sistema.

O método será comparado com a simulação de Monte Carlo, com número de 1000 amostras. As siglas FPPI e MC referem-se aos métodos de fluxo de potência polar intervalar e Monte Carlo, respectivamente.

4.1 Comparação de precisão de cálculo

As incertezas são valores aleatórios escolhidos e nesse artigo $\pm 10\%$ são consideradas nas potência ativa e reativa demandadas, tanto no sistema IEEE-14 quanto IEEE-57 barras.

Nas Tabelas 1, 2 e 3 são apresentados os resultados intervalares de módulo das tensões, de ângulo de fase das tensões e do fluxo de potência ativa em ramos, respectivamente. As segundas colunas de cada uma das tabelas apresentam os respectivos valores determinísticos.

Tabela 1: Resultado intervalar do módulo da tensão - IEEE-14 barras

Barra	Magnitude de Tensão (pu)		
	V	FPPI	MC
		$[V, \bar{V}]$	$[V, \bar{V}]$
1	1,060	[1,060; 1,060]	[1,060; 1,060]
2	1,045	[1,045; 1,045]	[1,045; 1,045]
3	1,010	[1,010; 1,010]	[1,010; 1,010]
4	1,018	[1,015; 1,021]	[1,016; 1,020]
5	1,020	[1,017; 1,022]	[1,019; 1,021]
6	1,070	[1,070; 1,070]	[1,070; 1,070]
7	1,062	[1,059; 1,064]	[1,060; 1,064]
8	1,090	[1,090; 1,090]	[1,090; 1,090]
9	1,056	[1,051; 1,060]	[1,053; 1,060]
10	1,051	[1,047; 1,055]	[1,048; 1,054]
11	1,057	[1,054; 1,060]	[1,055; 1,059]
12	1,055	[1,053; 1,057]	[1,054; 1,056]
13	1,050	[1,048; 1,053]	[1,049; 1,052]
14	1,036	[1,030; 1,041]	[1,032; 1,039]

Tabela 2: Resultado intervalar do ângulo de fase - IEEE-14 barras

Barra	Ângulo de fase da Tensão (°)		
	θ	FPPI	MC
		$[\theta, \bar{\theta}]$	$[\theta, \bar{\theta}]$
1	0,00	[-0,00; -0,00]	[-0,00; -0,00]
2	-4,98	[-5,66; -4,31]	[-5,43; -4,49]
3	-12,73	[-14,24; -11,21]	[-13,83; -11,47]
4	-10,31	[-11,51; -9,11]	[-11,09; -9,44]
5	-8,77	[-9,81; -7,74]	[-9,44; -8,06]
6	-14,22	[-15,85; -12,59]	[-15,26; -13,28]
7	-13,36	[-14,86; -11,85]	[-14,32; -12,32]
8	-13,36	[-14,86; -11,86]	[-14,32; -12,32]
9	-14,94	[-16,61; -13,24]	[-15,99; -13,81]
10	-15,10	[-16,78; -13,41]	[-16,15; -13,97]
11	-14,79	[-16,46; -13,12]	[-15,83; -13,76]
12	-15,08	[-16,79; -13,36]	[-16,18; -14,08]
13	-15,16	[-16,88; -13,44]	[-16,27; -14,17]
14	-16,03	[-17,83; -14,23]	[-17,18; -14,88]

Nas Figuras 1 e 2 são apresentados os resultados intervalares de limites inferiores e superiores do módulo das tensões e de ângulo de fase das tensões, respectivamente, para o sistema IEEE-57 barras dos três métodos: FPPI, FPI e MC.

Como desejado, em ambos os sistemas é possível observar que os valores intervalares gerados pelo método MC estão contidos nos respectivos

Tabela 3: Resultado intervalar do fluxo de potência ativa - IEEE-14 barras

Linha	Fluxo de potência ativa (MW)		
	P_{km}	FPPI	MC
		$[P_{km}, \bar{P}_{km}]$	$[P_{km}, \bar{P}_{km}]$
1-2	156,88	[136,56; 177,27]	[144,34; 171,10]
1-5	75,51	[66,92; 84,07]	[70,52; 81,07]
2-3	73,24	[65,62; 80,86]	[67,35; 79,32]
2-4	56,13	[50,64; 61,60]	[52,75; 59,69]
2-5	41,52	[37,57; 45,45]	[39,46; 43,58]
3-4	-23,29	[-25,51; -21,05]	[-25,86; -20,73]
4-5	-61,16	[-67,26; -54,98]	[-66,56; -55,87]
4-7	28,07	[25,38; 30,73]	[26,36; 29,10]
4-9	16,08	[14,55; 17,59]	[15,90; 16,64]
5-6	44,09	[39,40; 48,74]	[41,46; 45,34]
6-11	7,35	[6,47; 8,24]	[6,19; 8,47]
6-12	7,79	[6,96; 8,61]	[7,22; 8,08]
6-13	17,75	[15,85; 19,64]	[16,09; 18,84]
7-8	0,00	[-0,02; 0,02]	[0,00; 0,00]
7-9	28,07	[25,35; 30,75]	[26,39; 29,03]
9-10	5,23	[4,83; 5,62]	[5,22; 5,29]
9-14	9,43	[8,57; 10,26]	[9,11; 9,97]
10-11	-3,79	[-4,29; -3,27]	[-4,59; -3,15]
12-13	1,61	[1,41; 1,81]	[1,23; 1,84]
13-14	5,64	[4,95; 6,33]	[4,97; 6,16]

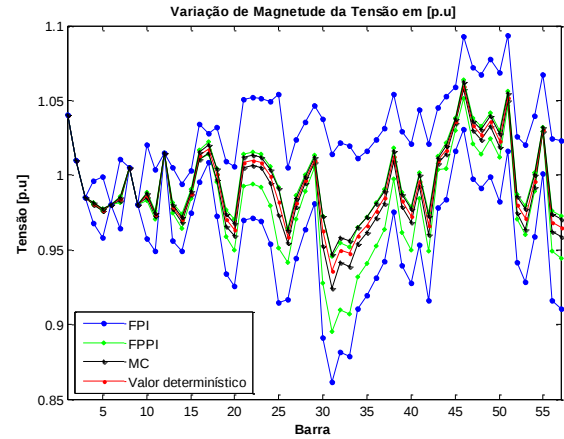


Figura 1: Resultado intervalar do módulo da Tensão - IEEE-57 barras

valores intervalares gerados pelo método proposto FPPI. Além disso, é possível observar que as faixas geradas por ambos os métodos são diferentes. Estas diferenças podem ser quantificadas tomando o método MC como referência. Assim, por exemplo, para o módulo de tensão na barra 10 do sistema IEEE-14 barras, um desvio absoluto percentual de 0,095% pode ser observado tanto para o limite inferior quanto para o limite superior da faixa. Da mesma forma, desvios de 1,49% e 4,25% podem ser observados para os limites inferior e superior da faixa do fluxo de potência ativa no ramo 6-13.

As faixas geradas pelo método FPPI, além de contemplarem integralmente as respectivas faixas geradas pelo método MC, são menores que aquelas constituídas pelo método FPI.

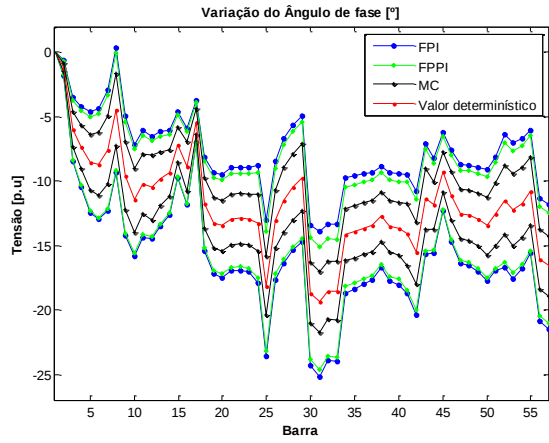


Figura 2: Resultado intervalar do ângulo da tensão - IEEE-57 barras

4.2 Impacto do nível de incertezas ξ nos resultados intervalares

Nas Figuras 3 e 4 são apresentados os resultados intervalares de módulo das tensões e de ângulo de fase das tensões, respectivamente, para o sistema IEEE-14 barras, à medida que o nível de incertezas das injeções de potência é aumentado. Como observado, as faixas dos resultados intervalares geradas aumentam em função do aumento do nível de incerteza.

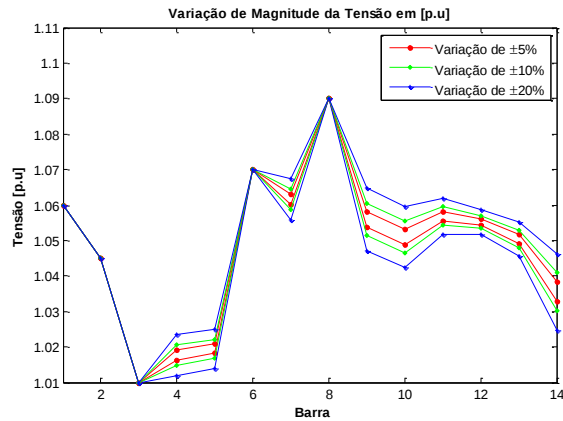


Figura 3: Resultado intervalar do módulo de tensão em função de ξ IEEE-14 barras

4.3 Impacto do nível de carregamento do sistema nos resultados intervalares

Seja o sistema IEEE-57 barras submetido a um aumento de 50% em todas as cargas ativa e reativa. O nível de incerteza aleatório considerado para as demandas de potência ativa e reativa é ± 10 . Nas Figuras 5 e 6 são apresentados os resultados intervalares de módulo das tensões e de ângulo de fase das tensões, respectivamente.

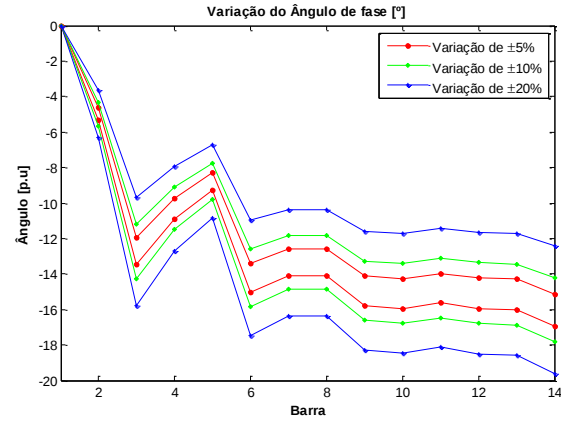


Figura 4: Resultado intervalar do ângulo da tensão em função de ξ IEEE-14 barras

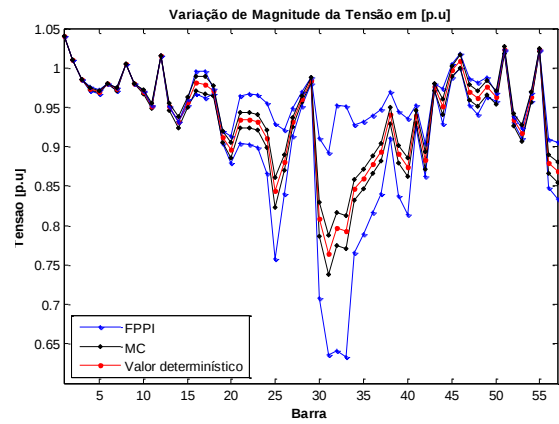


Figura 5: Resultado intervalar do módulo de tensão - IEEE-57 barras - carga pesada

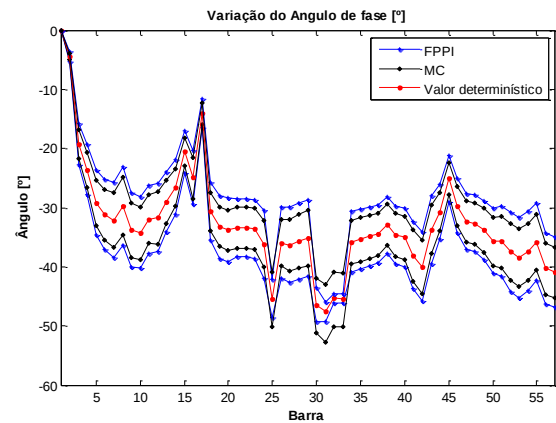


Figura 6: Resultado intervalar do ângulo da tensão - IEEE-57 barras - carga pesada

Das Figuras 5 e 6 é possível observar que com incremento de carga, ambos os métodos geram um aumento na faixa do módulo da tensão. Além disso, os valores intervalares gerados pelo método MC estão contidos nos respectivos valores gera-

dos pelo método proposto FPPI. Por outro lado, os valores intervalares de ângulo de fase das tensões geradas pelo método MC estão contidos nos respectivos valores gerados pelo método proposto FPPI, com exceção das barras 25, 30, 31, 32 e 33. No entanto, tal fato pode também ser observado no artigo referência (Liao et al., 2017), com relação ao módulo das tensões nas barras calculado para o caso base e com um nível de incerteza de ± 20 .

4.4 Comparação de tempo computacional

O método FPPI é testado em diferentes sistemas, incluindo os sistemas IEEE 14-barras, IEEE 57-barras, IEEE 300-barras e 1768 barras. Considerando que a precisão do cálculo do método de MC está intimamente relacionada aos números de amostragem; 1000 amostras são utilizadas para todos os sistemas. Os testes realizados para a variação das incertezas do sistema IEEE-300 barras respeitou o limite do máximo carregamento apresentado em Leite and da Costa (2003).

Os tempos de computação totais para os dois métodos em diferentes níveis de variação são apresentados na Tabela 4.

Tabela 4: Comparação do tempo computacional em relação a ξ

Sistema teste	Variação %	Tempo de simulação, (s)	
		FPPI	MC
IEEE-14	5	0,094	5,297
	10	0,125	5,093
	20	0,094	5,374
IEEE-57	5	0,125	12,608
	10	0,141	12,374
	20	0,125	13,473
IEEE-300	1,5	1,562	97,775
	2	1,913	103,934
	3	1,960	106,122
1768 barras	5	152,422	2019,779
	10	153,895	2037,607
	20	159,149	2037,607

Como esperado, o tempo computacional mostrado na Tabela 4 requerido pelo método FPPI é muito inferior quando comparado ao tempo da simulação de MC.

5 Conclusões

Este trabalho propõe um método de solução de fluxo de potência em coordenadas polares, através da expansão da série de Taylor, quando as incertezas nas demandas de potência ativa e reativa são consideradas.

O FPPI por meio dos cálculos apresentados produz resultados com faixas próximas dos resultados obtidos via MC, e, além disso, com melhor tempo computacional. As faixas geradas pelo método proposto para as variáveis contemplam in-

tegralmente as respectivas faixas geradas pela simulação de MC e são menores que aquelas constituídas pelo método FPI. Em todos as simulações pode ser observado que o valor determinístico de uma determinada grandeza está dentro da faixa gerada pelo método proposto.

Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer a UFJF pela disponibilidade dos laboratórios.

Referências

- Araújo, B. M. C. and da Costa, V. M. (2016). Aritméticas intervalares aplicadas à solução do problema de fluxo de potência via equações de injeção de corrente, *Juiz de Fora, Minas Gerais, Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Juiz de Fora - UFJF*.
- Bijwe, P. R., Hanmandlu, M. and Pande, V. N. (2005). Fuzzy power flow solutions with reactive limits and multiple uncertainties, *Electrical Power Systems Research* **76**(3): 145–152.
- de Mesquita Quintanilha, L. and da Costa, V. M. (2017). Método intervalar de fluxo de potência baseado na expansão completa em série de Taylor, *The 12th Latin-American Congress on Electricity Generation and Transmission - CLAGTEE 2017*.
- de Souza Pereira, L. E. and da Costa, V. M. (2014). Interval analysis applied to the maximum loading point of electric power systems considering load data uncertainties, *International Journal of Electrical Power and Energy Systems* **54**(1): 334–340.
- de Souza Pereira, L. E., da Costa, V. M. and Rosa, A. L. S. (2012). Interval arithmetic in current injection power flow analysis, *International Journal of Electrical and Energy Systems* **43**(1): 1106–1113.
- Hajian, M., Rosehart, W. and Zareipour, H. (2013). Probabilistic power flow by monte carlo simulation with supercube sampling, *IEEE Transactions on Power Systems* **2**(5): 1550–1559.
- Hu, Z. and Wang, X. (2006). A probabilistic load flow method considering branch outages, *IEEE Transactions on Power Systems* **21**(2): 507–514.
- Leite, L. C. G. and da Costa, V. M. (2003). Fluxo de potência continuado via equação de injeção de corrente, *Revista Controle e Automação* **14**(4).

Liao, X., Liu, K., Zhang, Y., Wang, K. and Qin, L. (2017). Interval method for uncertain power flow analysis based on taylor inclusion function, *IET Generation, Transmission and Distribution* **11**(5): 1270–1278.

Monticelli, A. J. (1983). *Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica*, Edgard Blücher, São Paulo, SP.

Pareja, L. A. G. (2009). Fluxo de potência em redes de distribuição de energia elétrica considerando incertezas, *Ilha Solteira, São Paulo, Brasil. Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho - UNESP*.

Stagg, G. W. and El-Abiad, A. H. (1968). *Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica*, Guanabara Dois S.A, Rio de Janeiro, RJ.

Usaola, J. (2009). Probabilistic load flow with wind production uncertainty using cumulants and cornish-fisher expansion, *International Journal of Electrical Power and Energy System* **31**(2): 474–481.

Wang, Z. and Alvarado, F. L. (1992). Interval arithmetic in power flow analysis, *IEEE Transactions on Power Systems* **7**(3): 1341–1349.

Apêndice

A matrix Jacobiana **J** pode ser escrita da forma:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta \mathbf{P}}{\partial \theta} & \frac{\partial \Delta \mathbf{P}}{\partial V} \\ \frac{\partial \Delta \mathbf{Q}}{\partial \theta} & \frac{\partial \Delta \mathbf{Q}}{\partial V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{N} \\ \mathbf{M} & \mathbf{L} \end{bmatrix} \quad (19)$$

Os elementos das submatrizes **H**, **N**, **M** e **L** são dados por:

$$H_{km} = V_k V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (20)$$

$$H_{kk} = -Q_k - V_k^2 B_{kk} \quad (21)$$

$$N_{km} = V_k (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (22)$$

$$N_{kk} = \frac{P_k + V_k^2 G_{kk}}{V_k} \quad (23)$$

$$M_{km} = -V_k V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (24)$$

$$M_{kk} = P_k - V_k^2 G_{kk} \quad (25)$$

$$L_{km} = V_k (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (26)$$

$$L_{kk} = \frac{Q_k - V_k^2 B_{kk}}{V_k} \quad (27)$$

A matriz Hessiana **H** é otida por dois blocos **H_{Pk}** **H_{Qk}**, que representam as derivadas em relação a potência ativa *P* e reativa *Q* em cada barra *k* respectivamente, como:

$$\mathbf{H}_{P_k} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 P_k}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 P_k}{\partial x_1 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 P_k}{\partial x_1 \partial x_N} \\ \frac{\partial^2 P_k}{\partial x_2 \partial x_2} & \frac{\partial^2 P_k}{\partial x_1^2} & \dots & \frac{\partial^2 P_k}{\partial x_2 \partial x_N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 P_k}{\partial x_N \partial x_1} & \frac{\partial^2 P_k}{\partial x_N \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 P_k}{\partial x_N^2} \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$\mathbf{H}_{Q_k} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 Q_k}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 Q_k}{\partial x_1 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 Q_k}{\partial x_1 \partial x_N} \\ \frac{\partial^2 Q_k}{\partial x_2 \partial x_2} & \frac{\partial^2 Q_k}{\partial x_1^2} & \dots & \frac{\partial^2 Q_k}{\partial x_2 \partial x_N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 Q_k}{\partial x_N \partial x_1} & \frac{\partial^2 Q_k}{\partial x_N \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 Q_k}{\partial x_N^2} \end{bmatrix} \quad (29)$$

onde:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \frac{\partial^2 P_k}{\partial \theta_k^2} = 0, & \frac{\partial^2 P_k}{\partial \theta_k \partial \theta_m} = -M_{km}, \\ \frac{\partial^2 P_k}{\partial \theta_k \partial V_k} = 0, & \frac{\partial^2 P_k}{\partial \theta_k \partial V_m} = L_{km} \\ \frac{\partial^2 P_k}{\partial \theta_m \partial \theta_k} = 0, & \frac{\partial^2 P_k}{\partial \theta_m^2} = M_{km}, \\ \frac{\partial^2 P_k}{\partial \theta_m \partial V_k} = 0, & \frac{\partial^2 P_k}{\partial \theta_m \partial V_m} = -L_{km} \\ \frac{\partial^2 P_k}{\partial V_k^2} = -\frac{P_k}{V_k^2}, & \frac{\partial^2 P_k}{\partial V_k \partial V_m} = \frac{N_{km}}{V_k}, \\ \frac{\partial^2 P_k}{\partial V_k \partial \theta_k} = -2V_k B_{kk}, & \frac{\partial^2 P_k}{\partial V_k \partial \theta_m} = \frac{H_{km}}{V_k} \\ \frac{\partial^2 P_k}{\partial V_m \partial \theta_k} = 0, & \frac{\partial^2 P_k}{\partial V_m \partial \theta_m} = \frac{H_{km}}{V_m}, \\ \frac{\partial^2 P_k}{\partial V_m \partial V_k} = 0, & \frac{\partial^2 P_k}{\partial V_m^2} = 0 \end{array} \right. \quad (30)$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_k^2} = 0, & \frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_k \partial \theta_m} = H_{km}, \\ \frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_k \partial V_k} = 0, & \frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_k \partial V_m} = -N_{km} \\ \frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_m \partial \theta_k} = 0, & \frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_m^2} = -H_{km}, \\ \frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_m \partial V_k} = 0, & \frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_m \partial V_m} = N_{km} \\ \frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_k^2} = -\frac{Q_k}{V_k^2}, & \frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_k \partial V_m} = \frac{L_{km}}{V_k}, \\ \frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_k \partial \theta_k} = -2V_k G_{kk}, & \frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_k \partial \theta_m} = \frac{M_{km}}{V_k} \\ \frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_m \partial \theta_k} = 0, & \frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_m \partial \theta_m} = \frac{M_{km}}{V_m}, \\ \frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_m \partial V_k} = 0, & \frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_m^2} = 0 \end{array} \right. \quad (31)$$