

UM AMBIENTE DIDÁTICO PARA PROJETOS DE CONTROLE PID E MPC EM UM SISTEMA *BALL-BALANCER*

IGOR M. L. PATARO*, THAIS S. BENEVIDES*, MARCUS V. AMERICANO DA COSTA F^{O*}

**Departamento de Engenharia Química
Universidade Federal da Bahia - 40210910
Salvador, BA, Brasil*

Emails: igor.pataro@yahoo.com.br, tsbenevides@gmail.com, marcus.americano@ufba.br

Abstract— This work presents an didatic enviroment to develope projects and systems implementation of classic and advanced control. The enviroment is made by a Ball-Balancer system integrated with a *Hardware in the Loop* settings with PID and MPC control strategies. Besides, a graphic interface was developed in GUIDE/MATLAB language in order to assist the analisys, studies and systems projects. The Ball-Balancer system consists in a sphere over a platform which, to keep the balancer in a certain set-point, is required an efficient control technique that manipulates the inclinations of axis x and y of the structure. As a result, modelings and experiments are presented in this paper.

Keywords— Ball-Balancer, Modeling, Simulation, GUIDE, MPC

Resumo— Este trabalho apresenta um ambiente didático para projetos e implementação de sistemas de controle clássico e avançado. O ambiente é composto por um sistema Ball Balancer integrado mediante uma configuração *Hardware in the Loop* com as estratégias de controle PID e MPC. Ainda, uma interface gráfica foi desenvolvido na linguagem GUIDE do Matlab a fim de auxiliar as análises, estudos e projetos do sistema. O sistema Ball-Balancer consiste em uma esfera sobre uma plataforma que, para se manter em equilíbrio a uma determinada referência, é necessário uma técnica de controle eficiente que manipula as inclinações do eixo x e do eixo y da estrutura. Como parte dos resultados, modelagens e experimentos são apresentados neste artigo.

Palavras-chave— Ball Balancer, Modelagem, Simulação, GUIDE, MPC

1 Introdução

Como parte da proposta de formação ampla do Engenheiro de Controle e Automação, cada vez mais as instituições de ensino procuram estender a teoria aos conhecimentos práticos na capacitação de seus estudantes. Com isso, além de plantas em escala de bancada, as universidades investem em ambientes e ferramentas didáticos para consolidar conhecimentos e aprimorar a experiência prática dos seus alunos.

Notadamente, a utilização de ferramentas computacionais, tais como *softwares* de simulação e interfaces gráficas, auxilia na aprendizagem, treinamento, capacitação, pesquisa e solução de projetos, sendo uma abordagem ascendente no ramo da engenharia e em ambientes de ensino acadêmico (Unlusu et al., 2004; Guzmán et al., 2008; Silva et al., 2004; Duro et al., 2008). Particularmente, na área de controle automático muitos resultados podem ser obtidos facilmente por meio de ferramentas de simulação (Americano-daCosta e Normey-Rico, 2009; Guzmán et al., 2016). Além disso, a simulação de processos é amplamente utilizada para avaliar o desempenho e rendimento das técnicas de controle bem como para estimular a aplicação de novas estratégias (Americano-daCosta et al., 2014).

Devido ao constante aumento da competitividade nos setores produtivos, simuladores associados às plantas didáticas são comumente utilizadas nas instituições de ensino e pesquisa com a fina-

lidade de obter experimentos mais realísticos e, portanto, aproximando das situações de mercado e da indústria. Aliada a toda essa metodologia de ensino prático e pesquisa, encontra-se a técnica de simulação do tipo *Hardware in the Loop* (HIL). Trata-se de uma forma de experimento quando uma parte do sistema não encontra-se disponível, neste caso, sendo substituída por um modelo matemático implementado em um ambiente computacional. Essa técnica permite testes mais realísticos de protótipo ou projeto dentro de um contexto de aplicabilidade industrial (Americano-daCosta et al., 2012).

O Kit didático *2DOF Ball-Balancer* fabricado pela Quanser (2011), escolhido como estudo de caso deste trabalho, foi utilizado como material para outros trabalhos. Destaca-se aqui o estudo de Alves et al. (2014), cujo objetivo do trabalho apresentado foi a utilização de preditores de estado em cascata para minimização dos efeitos de atraso. Com isso, demonstrou-se também que a aplicação de estratégias de controle avançado é possível nesse tipo de sistema, tendo sido comprovado por simulações e testes não-destrutivos. Ainda, é possível citar alguns estudos voltados para controle de sistema de equilíbrio de esfera sobre uma plataforma, a partir dos quais ficou comprovado um melhor desempenho dos controles LQG (*Linear Quadratic Gaussian*) e ADCR (*Auto-Disturbance Rejection Controller*) em PID (Proporcional, Integral e Derivativo) (Waldvogel, 2010; Liu et al., 2009).

Dessa forma, neste trabalho é proposto um ambiente didático que permite simulações e aplicações de controle PID e MPC (*Model Predictive Control*) em um sistema Ball-Balancer. O ambiente foi desenvolvido na plataforma Guide (nome em inglês) do Matlab e configurado para simulações *Hardware in the Loop* aplicadas ao sistema *Ball-Balancer* da Quanser. Ou seja, a metodologia de ensino resultante deste trabalho oferece ao operador uma interface gráfica amigável para estudos de cunho teórico ao passo que permite aplicações práticas no sistema *Ball-Balancer*, propiciando uma aproximação com a realidade industrial. Contudo, o usuário poderá dispor de informações que o levem ao melhor entendimento do sistema bem como ao projeto de controlador sem que haja necessidade do equipamento físico, permitindo, além disso, realizações de testes não destrutivos como forma de avaliação do método de controle utilizado.

O trabalho está organizado como segue: na seção 2 será explicada as características do Sistema Ball-Balancer, suas variáveis e a sua proposta de funcionamento. Na seção 3 será explanada a modelagem fenomenológica do sistema e a sua devida representação em função de transferência. Na seção 4 serão apresentados os aspectos de implementação da ferramenta didática bem como os projetos de controle e, finalmente, na seção 5, analisa-se o estudo de caso do sistema Ball-Balancer.

2 Descrição do Processo

O sistema Ball-Balancer (esfera-plataforma), representado pela Fig. 1, consiste em uma plataforma (prato) de formato quadrangular, cuja esfera posicionada sobre este pode mover-se livremente no plano. Este sistema é um aprimoramento do sistema Ball-Beam (Esfera-Haste), do mesmo fabricante (Quanser, 2011), cuja finalidade é equilibrar a esfera na posição desejada limitando-se somente a um eixo.

A finalidade do Sistema Ball-Balancer é manter a esfera em uma posição pré-determinada ou seguir uma trajetória definida, permitindo absorver perturbações dentro dos limites do sistema. A medição da posição da esfera é realizada mediante a leitura da imagem da plataforma por de uma câmera digital colocada sobre a plataforma. Para posicionar a bola na local desejado são utilizados dois motores de corrente contínua sob a plataforma. Esses motores estão acoplados à plataforma por uma haste posicionada na extremidade central de dois lados adjacentes, permitindo que a plataforma se incline em dois eixos. São utilizados *encoders* em cada servo-motor, que irão realizar a leitura da posição do ângulo do eixo do motor. Quando submetidos a uma determinada tensão, os motores irão elevar ou abaixar a plataforma causando um movimento da esfera devido

à ação gravitacional.

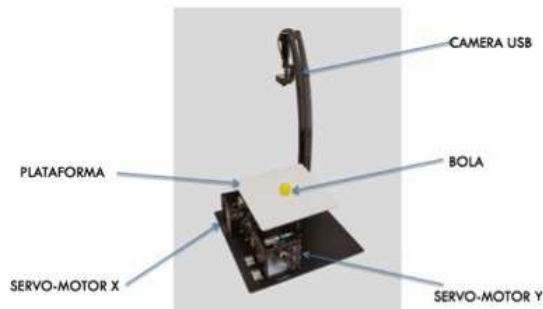


Figura 1: sistema ball balancer

No sistema *Ball-Balancer*, tem-se como variável principal de processo a posição da bola em cada eixo. Para atingir o objetivo de controle é manipulada a tensão aplicada em cada servomotor. O grande sucesso para o funcionamento do controle do sistema Ball-Balancer é sensoriamento da posição da esfera. No caso do kit-didático utilizado, a aquisição da imagem da plataforma permite a leitura da posição da esfera por um método de baixo custo e fácil aquisição. Entretanto, o método de leitura por meio da imagem da esfera possui alto tempo de amostragem e necessita de um processamento computacional da imagem para a determinação da posição.

2.1 Modelagem fenomenológica

Para a realização da modelagem do sistema, representado na Fig. 2 foram considerados dois subsistemas. O primeiro considera o comportamento dinâmico entre a esfera e a plataforma. O segundo subsistema considera o movimento de giro do motor e a tensão aplicada na sua entrada. Para a realização dos cálculos mostrados neste trabalho foram consideradas as seguintes hipóteses:

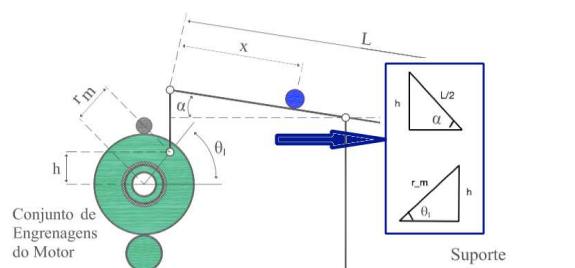


Figura 2: relação esquemática do sistema *Ball-Balancer* do movimento no eixo x

1. Não existe atrito entre a bola e o prato.
2. A bola gira sobre a superfície do prato, ou seja, a bola não desliza.
3. Quando é aplicada uma tensão positiva no servomotor, o motor gira no sentido anti-horário, o que gera um ângulo positivo na

leitura do encoder, fazendo a bola se movimentar em sentido positivo da esquerda para direita, logo causa : $tensão > 0 \rightarrow \hat{ângulo} > 0 \rightarrow velocidade > 0$.

4. Pode-se considerar que o alinhamento do acoplamento de cada servo está localizado perfeitamente com seu respectivo eixo. Logo, a atuação do servo-motor x não irá afetar a posição da bola no eixo y , como também a atuação do servo-motor y não irá afetar a posição da bola no eixo x . Desse modo, assumindo que as dimensões da plataforma são simétricas em relação aos eixos, pode-se realizar a modelagem de dois sistemas desacoplados, um para o movimento da bola no eixo x e outro para o movimento da bola sobre o eixo y . Sendo assim, por similaridade, ao desenvolver o modelo para o eixos x , assume-se os mesmos cálculos para o eixo y .

Foram utilizadas as Equações de Euler-Lagrange para realização dos cálculos das equações de movimento da esfera sobre a plataforma. Dessa forma, a Energia Cinética da bola e do prato pode ser escrita, respectivamente, como:

$$T_b = \frac{1}{2}mb(\dot{x}_b^2 + \dot{y}_b^2) + \frac{1}{2}I_b(\omega_x^2 + \omega_y^2), \quad (1)$$

$$T_p = \frac{1}{2}(I_b + I_p)(\dot{\alpha}^2 + \dot{\beta}^2), \quad (2)$$

em que m_b é a massa da bola, x_b é a posição da bola no eixo x , y_b é a posição da bola no eixo y , I_b é o momento de inércia da bola, ω_x e ω_y são as velocidades, I_p é o momento de inércia do prato; α e β são os ângulos de giro do eixo de carga do motor para os motores do eixo x e y , respectivamente. A Energia Potencial do sistema será representada somente pela posição da bola, pois a variação de altura do prato é mínima e se torna irrelevante para os cálculos:

$$V = -m_bgh = -m_bg(x_b \sin \alpha + y_b \sin \beta), \quad (3)$$

na qual g é a aceleração da gravidade. Finalmente, aplicando a Equação de Euler-Lagrange, tem-se as equações que descrevem o movimento da bola nos eixos x e y :

$$(m_b + I_b/r_b^2)\ddot{x}_b(t) - (m_b g \sin \alpha(t)) = 0 \quad (4a)$$

$$(m_b + I_b/r_b^2)\ddot{y}_b(t) - (m_b g \sin \beta(t)) = 0 \quad (4b)$$

sendo r_b o raio da bola.

A modelagem de um motor DC utiliza dois conjuntos de equações: (i) elétricas e (ii) mecânicas. O circuito elétrico pode ser representado dinamicamente pela seguinte equação:

$$V_c - R_c I_c - k_e \omega_c(t) = 0, \quad (5)$$

na qual V_c é a tensão de entrada, R_c é a resistência do circuito, L_c é a indutância da bobina, I_c é

a corrente do circuito e ω_c a velocidade angular do eixo da carga, sendo k_e a constante de proporcionalidade eletromagnética do motor. Para descrever o comportamento do motor, no que se refere ao movimento angular de cada eixo, tanto no eixo de carga quanto no eixo do motor, pode-se utilizar as seguintes equações:

$$J_s \frac{d\omega_s(t)}{dt} + B_s \omega_s(t) = \tau_s(t) \quad (6a)$$

$$J_c \frac{d\omega_c(t)}{dt} + B_c \omega_c(t) + \tau_{sc}(t) = \tau_c(t) \quad (6b)$$

em que J_c e J_s são os momentos de inércia, B_c e B_s são o coeficientes de viscosidade, τ_c e τ_s são os torques externos do eixo do circuito motor e do eixo da carga o sistema respectivamente; ω_s é a velocidade angular do eixo da carga e τ_{sc} é o torque do eixo do motor exercido no eixo de carga. $\tau_s(t) = \eta_c K_g \tau_{sc}(t)$ poder ser obtida a partir da eficiência das engrenagens do motor, η_c , e da relação entre as engrenagens K_g .

Considerando a relação entre a velocidade angular do eixo do motor e a velocidade angular do eixo da carga, $\omega_c(t) = K_g \omega_s(t)$, é possível, após manipular as equações elétricas e mecânicas, obter a seguinte expressão:

$$J_{eq} \frac{d\omega_c(t)}{dt} + B_{eq} \omega_c(t) = G_m V_c(t), \quad (7)$$

em J_{eq} representa o momento de inércia equivalente, B_{eq} o coeficiente de viscosidade equivalente e G_m representa o ganho do motor. Os parâmetros detalhados do sistema podem ser encontrados no próprio manual da Quanser (2011).

2.2 Representação por Função de Transferência

Como pode ser constatado nas equações apresentadas, os modelos utilizados representam um movimento linear da bola nos respectivos eixos da plataforma. sendo conveniente encontrar as suas funções de transferência que representam o sistema.

Deseja-se, portanto, obter a função de transferência que relaciona a tensão aplicada no motor ao ângulo de giro do eixo de carga, mediante a transformada de Laplace na Eq. 7, com $\omega_c(t) = \frac{d\theta}{dt}$:

As variações nos ângulos dos eixos dos servomotores e da plataforma são pequenas dadas pelo fabricante, podendo assumir que $\sin \alpha \approx \alpha$, $\sin \beta \approx \beta$ e $\sin \theta \approx \theta$. Dessa forma, manipulando as relações trigonométricas da Fig. 2 tem-se a seguinte equação linear:

$$\ddot{x}_b(t) = \frac{2r_m r_b^2 m_b g}{L(r_b^2 m_b + I_b)} \theta(t) \quad (8)$$

sendo h a altura deslocada da plataforma, r_m o raio do motor e L o comprimento total da plataforma. Aplicando a Transformada de Laplace na Eq. 8, tem-se:

$$G_2(s) = \frac{x_b(s)}{\theta(s)} = \frac{K_b}{s^2} \quad (9)$$

em que $K_b = \frac{2 \cdot r_m \cdot r_b^2 \cdot m_b \cdot g}{L(r_b^2 \cdot m_b + I_b)}$

Para a validação do modelo, foram aplicados dois sinais do tipo degrau: uma tensão de 3V no motor em $t = 0,1$ s e, após 0,2 s, uma nova tensão de -3V, conforme é mostrado na Fig. 3. É possível constatar que quanto maior o sinal de entrada, mais elevada será a inclinação da plataforma e, portanto, maior a velocidade atingida pela esfera. Nota-se que a dinâmica do posicionamento da bola no eixo x da plataforma está muito bem representada pelo modelo, uma vez que a diferença é muito pequena se comparada com a do processo real, o que vale dizer que a aproximação linear para os ângulos supracitados não compromete as predições dadas pelas equações desenvolvidas. Ressalta-se que o movimento da bola no eixo y possui o mesmo comportamento.

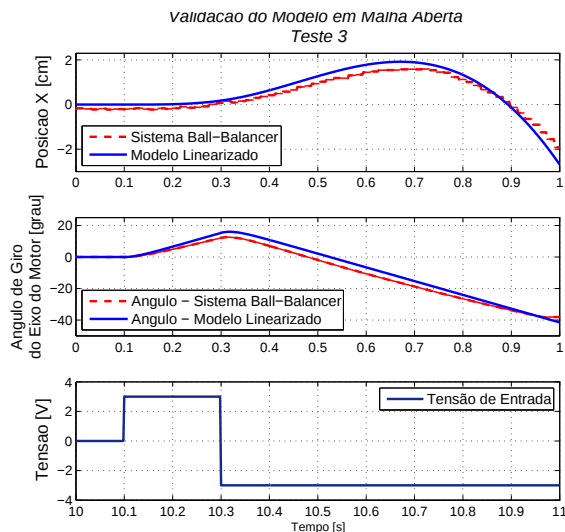


Figura 3: validação do modelo

3 O Ambiente Didático

A utilização de recursos computacionais como o MatLab® envolve cálculos matemáticos, modelagem, simulação, controle, confecção de protótipos, gráficos científicos e de engenharia, além de desenvolvimento de aplicações, incluindo a elaboração de interfaces gráficas com o usuário por meio da ferramenta GUIDE (*Graphical User Interface Development Environment*). Vale destacar o QUARC Toolbox, biblioteca criada pela Quanser para comunicação do MatLab/Simulink com a placa de aquisição de dados que faz a interface entre o computador/controlador e o sistema *ball balancer*, a fim de tornar o desenvolvimento e implantação de técnicas de controle em tempo real.

3.1 Interface gráfica

No intuito de simular possíveis erros de modelagem e verificar se o controle é robusto o suficiente para atenuar esses erros, o usuário também poderá alterar o modelo do sistema, sabendo-se que $G_1(s)$ está inserido na malha interna (escrava) e, portanto, possui dinâmica mais rápida do que $G_2(s)$ (malha externa/mestre): ambos possuem pólos na origem, o que os caracterizam como integradores. Na intenção de simular possíveis situações do ambiente real, foram inseridos campos onde o usuário pode adicionar ruídos ou/e distúrbio do tipo pulso ao sistema.

Finalmente, o usuário poderá selecionar o tipo de controle que irá atuar: PID ou MPC, como também poderá utilizar os dois a fim de comparar seus desempenhos. Dessa forma, foram inseridos nesta interface três critérios de desempenho: ISE (Integral do quadrado do erro), ITAE (Integral do tempo multiplicado pelo valor absoluto do erro) e ITSE (Integral do tempo multiplicado pelo quadrado do erro), sendo muito útil também na avaliação dos parâmetros de sintonia dos controladores.

3.2 Projeto do PID

O sistema de controle original para a posição da esfera consiste em uma configuração do tipo cascata composta por duas malhas, conforme a ilustração da Fig. 4. A malha interna com o contro-

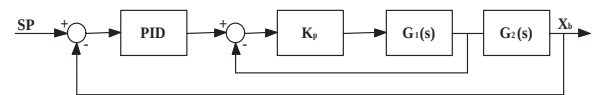


Figura 4: sistema de controle PID

lador proporcional realiza o controle do ângulo de giro do eixo do motor, enquanto a malha externa com o PID controla a posição da esfera. O sinal (MV) gerado pelo controlador PID aplicado neste sistema *ball balancer* é expresso como:

$$MV(t) = K_p \left[E(t) + \frac{1}{K_i} \int_0^t E(t)dt + K_d \frac{dE(t)}{dt} \right] \quad (10)$$

na qual K_p é o ganho proporcional, K_i é o ganho integrativo K_d é o ganho derivativo. $E(t)$ é o erro entre a referência (*Setpoint* SP) e a variável do processo medida.

3.3 Projeto do MPC

O MPC não é uma estratégia de controle específica, mas é o nome dado a um conjunto de métodos de controle que foram desenvolvidos considerando o conceito de predição e a obtenção do sinal de controle a partir da minimização de uma determinada função objetivo. Essa função considera

o erro futuro e pode considerar as restrições nas variáveis de processo e/ou de controle. Para a predição do comportamento das variáveis no futuro é necessário que o modelo represente o mais próximo possível a dinâmica do sistema. A representação por função de transferência fornece informações suficientes para descrever o sistema, tanto para processos estáveis quanto instáveis (Normey-Rico e Camacho, 2007).

Normalmente, a sintonia é feita de forma heurística, baseada em tentativa e erro, sendo largamente aplicada quando se trata de processos estáveis em malha aberta (Sanchotene et al., 2011). O processo estudado neste trabalho é instável em malha aberta, porém a disponibilidade de um modelo virtual permite realizar testes não destrutivos para assegurar o desempenho do controle no ambiente real. O modelo utilizado foi o apresentado na Seção 2.2. Dessa forma, tem-se a seguinte equação que representa o comportamento do sistema:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_b \\ \dot{Y}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1114}{s^4 + 40s^3 + 861s^2} & 0 \\ 0 & \frac{1114}{s^4 + 40s^3 + 861s^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix} \quad (11)$$

em que X_b e Y_b são as posições da esfera referentes a cada eixo (x, y); e V_x e V_y são as tensões dos seus respectivos motores.

A primeira análise de desempenho do MPC foi feita utilizando dois sinais de referência para um estudo servo, sendo a posição da esfera alterada para 2 cm e depois para 1 cm, com a inclusão do distúrbio de amplitude igual 0,25 cm em $t = 15$ s. Vale ressaltar que diversas simulações foram realizadas de modo a aproveitar o ambiente desenvolvido neste trabalho e obter um projeto satisfatório na aplicação real. Assim, foi escolhido a combinação de parâmetro com menor índice de desempenho ITSE, representado na Fig. 5.

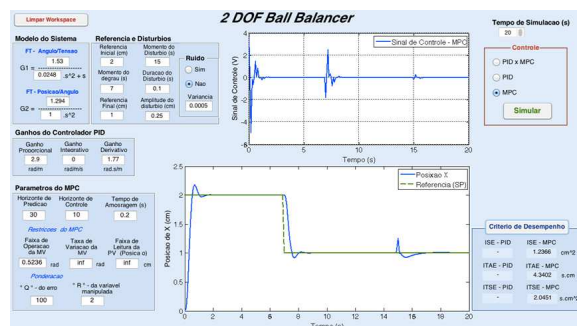


Figura 5: simulação para projeto do MPC

Outros experimentos foram realizados com aplicação de ruídos e erros de modelagem. Casos com erros de até 10% nos parâmetros do modelo em relação ao processo simulado foram considerados a fim de garantir a estabilidade do sistema na planta real. Um desses ensaios encontra-se ilustrado na Fig. 6.

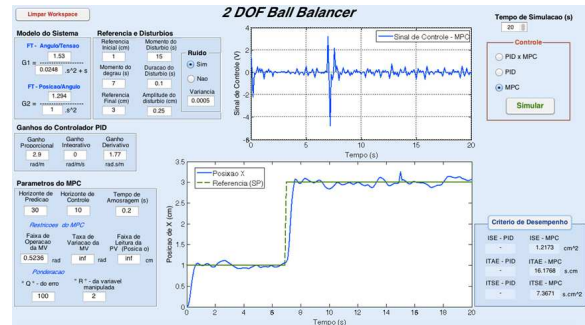


Figura 6: simulação para projeto do MPC

4 Estudo de Caso

Para a implementação do MPC na planta, foi aplicado o modelo representado pela Eq. 11 e a configuração ilustrada na Fig. 7.

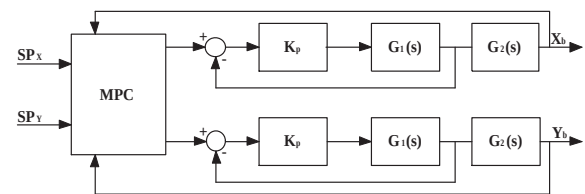


Figura 7: configuração do controlador MPC aplicado

Para o estudo de caso, foram feitas variações tanto no eixo x quanto no eixo y , conforme ilustrados nas Figs. 8 e 9. O gráfico da Fig. 8 apresenta um problema servomecanismo onde há a variação do setpoint de -3 cm para 3 cm na posição da esfera no eixo x . O sinal de controle da MV ilustra o comportamento da tensão aplicada ao servo motor do eixo x , sendo que este sinal satura em torno de 15 V, devido à restrição utilizada no projeto de controle do MPC. Igualmente, de forma desacoplada, esse tipo de comportamento pode ser verificado no eixo y . Nota-se que, para um sistema

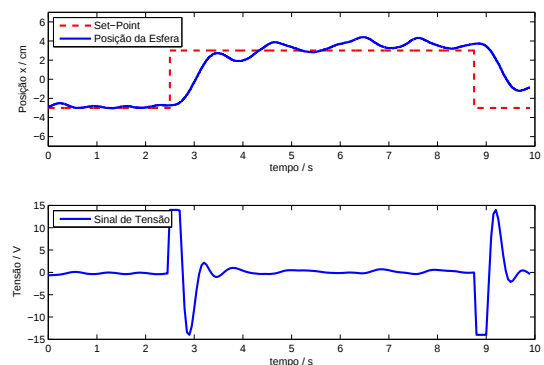


Figura 8: desempenho do sistema no eixo x

extremamente sensível a variações na plataforma

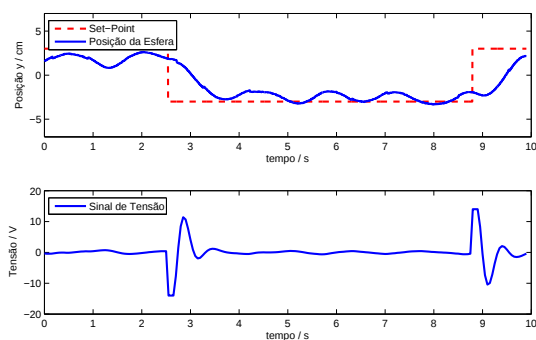


Figura 9: desempenho do sistema no eixo y

e em escala de bancada, o MPC mantém a trajetória da bola em uma região adequada.

5 Conclusões

O artigo apresentou um ambiente didático para simulações e projetos reais de controle PID e MPC. O ambiente é composto por um processo *Ball Balancer* e seus respectivos sistemas de controle implementados numa configuração do tipo *Hardware in the Loop*. Além disso, foi desenvolvida uma interface gráfica que serve de auxílio para o ensino didático tanto para formulações acadêmicas quanto para demonstrações de cunho industrial.

O trabalho engloba técnicas de modelagem, implementações de controles clássico e avançado, o que traz uma perspectiva de extrapolar os resultados obtidos para outros tipos de processo.

Referências

- Alves, U. N. L. T., Garcia, J. P. F., Teixeira, M. C. M., Crnkowise, S. e Rodrigues, F. B. (2014). Controle em sistemas com atraso na rede de comunicação utilizando preditores de estado, *Congresso Brasileiro de Automática*, Belo Horizonte, Brasil, pp. 3313–3319.
- Americano-daCosta, M. V. e Normey-Rico, J. E. (2009). An interactive tool to design controllers for processes with dead time, *IFAC Proceedings Volumes* **42**(14): 189 – 194. 8th IFAC Workshop on Time-Delay Systems.
- Americano-daCosta, M. V., Normey-Rico, J. E. e Elyoussef, E. S. (2014). Uma plataforma computacional para sistemas de controle avançado: Um estudo de caso aplicado a destilaria do etanol, *Congresso Brasileiro de Automática*, Belo Horizonte, Brasil, pp. 4068–4075.
- Americano-daCosta, M. V., Pasamontes, M., Normey-Rico, J. E., Guzmán, J. L. e Berenguel, M. (2012). Aplicação da técnica hardware in the loop em uma planta solar que auxilia um sistema de controle avançado para unidade de fermentação alcoólica, *Congresso Brasileiro de Automática*, Campina Grande, Brasil, pp. 2179–2185.
- Duro, N., Dormido, R., Vargas, H., Dormido-Canto, S., Sánchez, J., Farias, G., Esquembre, F. e Dormido, S. (2008). An integrated virtual and remote control lab: The three-tank system as a case study, *Computing in Science Engineering* **10**(4): 50–59.
- Guzmán, J. L., Astrom, K. J., Dormido, S., Hagglund, T., Berenguel, M. e Piguet, Y. (2008). Interactive learning modules for pid control [lecture notes], *IEEE Control Systems* **28**(5): 118–134.
- Guzmán, J. L., Costa-Castello, R., Dormido, S. e Berenguel, M. (2016). An interactivity-based methodology to support control education: How to teach and learn using simple interactive tools [lecture notes], *IEEE Control Systems* **36**(1): 63–76.
- Liu, D., Tian, Y. e Duan, H. (2009). Ball and plate control system based on sliding mode control with uncertain items observe compensation, *Intelligent Computing and Intelligent Systems, 2009. ICIS 2009. IEEE International Conference on*, Vol. 2, pp. 216–221.
- Normey-Rico, J. E. e Camacho, E. F. (2007). *Control of Dead-time Processes*, Springer, London, England.
- Quanser (2011). Student workbook, rotary servo base unit experiment for matlab/simulink users.
- Sanchotene, F. B., de Almeida, G. M. e Salles, J. L. F. (2011). *Computação Evolucionária em Problemas de Engenharia*, 1 edn, Omnipax, Curitiba, PR. 385 p.
- Silva, J. G. S., de Lima, L. R. O., Ferreira, A. R., da Silva, S. M. e da Rocha Mattos, A. (2004). Uma experiência didática com base no emprego do matlab nos cursos de graduação da faculdade de engenharia da uerj, *World Congress on Engineering and Technology Education*, Santos, Brazil.
- Unlusu, B., Sunol, A. e Joseph, B. (2004). Integrating virtual laboratory exercises into chemical engineering, Department of Chemical Engineering, University of South Florida.
- Waldvogel, R. (2010). *Mpc control of a ball on plate system: Theory and implementation*, Master thesis, Automatic Control Laboratory, Zurich, Switzerland.