

## CONTROLE REPETITIVO APLICADO A MANIPULADORES ROBÓTICOS COM ERRO DE ESTRUTURA DE MODELO

ISRAEL GONÇALVES DE OLIVEIRA\*, WALTER FETTER LAGES\*

\*Dept. de Sistemas Elétricos de Automação e Energia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Av. Osvaldo Aranha 103, 90035-190  
Porto Alegre, Rio Grande do Sul, Brasil

Emails: israel@ece.ufrgs.br, fetter@ece.ufrgs.br

**Abstract**— This work presents a repetitive control strategy applied to robotic manipulators. The goal in using this controller is the tracking of periodic trajectories in the joint space. The controller synthesis is based on the internal model principle with the addition of a repetitive structure and a stabilizing state feedback. The design of the repetitive controller gains is done through a convex optimization problem with linear matrix inequalities (LMI) constraints. The formulation of the optimization problem is based on the Lyapunov stability theory using a Lyapunov-Krasovskii functional and a restriction to limit the controller gains. A comparison between the computed-torque control and the repetitive controller applied to the manipulator is presented to validate of the proposed repetitive controller. The Robot Operating System (ROS) is used to implement the controller and simulate the robot with error in the structure of the model.

**Keywords**— Robot control, manipulator robot, repetitive control, computed-torque control, linear matrix inequalities, Robot Operating System

**Resumo**— Este trabalho apresenta um controlador repetitivo aplicado a manipuladores robóticos. O objetivo é que o manipulador siga uma trajetória de referência periódica no espaço das juntas. A síntese do controlador parte do princípio do modelo interno com a adição de uma estrutura repetitiva e uma realimentação de estados estabilizante. O projeto dos ganhos do controlador repetitivo é feito através de um problema de otimização convexa com restrições na forma de inequações matriciais lineares (LMIs). A formulação do problema de otimização parte da teoria de estabilidade de Lyapunov com um funcional Lyapunov-Krasovskii, com adição de um custo quadrático, para ajuste de desempenho, e de uma restrição para limitar os ganhos do controlador. É apresentada a comparação entre a estratégia de controle repetitivo proposto e a estratégia de torque calculado. O sistema ROS (*Robot Operating System*) é usado para implementar os controladores e simular o manipulador com perturbações geradas por erro de estrutura de modelo.

**Palavras-chave**— Controle de robôs, manipulador robótico, controle repetitivo, controle por torque calculado, inequações matriciais lineares, sistema ROS

### 1 Introdução

O presente trabalho propõem o uso da estratégia de controle repetitivo (Hara et al., 1988) para manipuladores robóticos seguirem referências de trajetórias periódicas e, eventualmente, rejeição de perturbações periódicas que podem surgir devido a erros de modelagem.

Uma origem comum de erros de modelagem em robótica é quando se faz uma linearização por realimentação (Slotine and Li, 1991) do modelo do robô. O erro de linearização pode ocorrer, de forma geral, por erro paramétrico no cálculo da linearização e/ou por diferença entre as estruturas do modelo do manipulador e do modelo na linearização. Na prática, a exatidão absoluta na linearização não é possível e o erro no seguimento de referência tende a ser maior quanto maiores forem os erros na linearização. O erro paramétrico ocorre quando os parâmetros do modelo utilizados no cálculo da linearização são imprecisos. O erro de estrutura de modelo pode ocorrer quando, por exemplo, há atrito nas juntas e tal atrito não é levado em consideração na estrutura do modelo utilizado na linearização.

Em Kasac et al. (2008) é apresentado um controle com múltiplos modos ressonantes aplicado

no espaço das juntas a um manipulador planar de dois graus de liberdade. A compensação das não linearidades é feita através de uma série de *Fourier* cujas componentes frequenciais são estimadas, e tal compensação é dada no cálculo do torque. É garantida estabilidade assintótica através da adição de um termo não linear derivativo no cálculo do torque. O autor utiliza um empilhamento de modos ressonantes chamando-o de um repetitivo de dimensão finita. É apresentado em Omata et al. (1987) um esquema de controle repetitivo para uma classe de sistemas não lineares. Garante-se estabilidade no sentido  $\mathcal{L}_2$  aplicando o teorema de passividade para sistemas não lineares. Tal formulação aplicada a um manipulador robótico demanda o conhecimento pleno da matriz de inércia. Tsai et al. (1988) apresenta uma análise e implementação experimental de um esquema de controle repetitivo em tempo discreto para um manipulador robótico. O controlador proposto pelos autores utiliza o controle repetitivo em paralelo com o controle por torque calculado, podendo compensar possíveis erros paramétricos na linearização do modelo dinâmico do manipulador. Em Wang et al. (2015) é oferecida uma implementação do controle repetitivo para uso em um manipulador bípede utilizado na re-

abilitação da caminhada. Os autores propõem o uso do controle repetitivo em série com um controle PD (Proporcional-Derivativo) a fim de garantir estabilidade assintótica.

No presente artigo se propõe usar uma realimentação linearizante para obter-se um modelo linear do robô e considerar as não linearidades não compensadas como perturbações e erros de modelagem. Supondo uma referência periódica, estas perturbações são formadas principalmente por sinais periódicos e portanto, um controlador repetitivo é usado para rejeitá-las. O problema de projetar os ganhos do controlador repetitivo é formulado como um problema de otimização convexa com custo quadrático nos estados e restrições para limitar os ganhos do controlador a valores seguros, além de garantir a estabilidade assintótica.

O artigo está organizado como segue. Na seção 2 são apresentados o modelo dinâmico do manipulador e a sua linearização por realimentação. Na seção 3 é apresentada a estratégia de controle repetitivo proposta, bem como a forma de aplicação ao manipulador e o projeto dos ganhos. É apresentada brevemente a estratégia de controle por torque calculado na seção 4. Alguns detalhes da simulação e implementação são apresentados na seção 5. Os resultados das simulações e comparações entre as estratégias de controle repetitivo e torque calculado são apresentados na seção 6. A seção 7 apresenta a conclusão do presente trabalho.

## 2 Modelagem do manipulador robótico

Utiliza-se o manipulador WAM da Barrett (Barrett Technology, Inc., 2011), mostrado na figura 1, que possui sete graus de liberdade. O Modelo dinâmico no espaço das juntas de um manipulador robótico com  $n$  graus de liberdade pode ser obtido através do formalismo de Lagrange (Fu et al., 1987) e é dado por:

$$\tau = M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + V(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + G(\mathbf{q}) \quad (1)$$

onde  $\tau \in \mathbb{R}^n$  é o torque aplicado nas juntas;  $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^n$  são as variáveis de junta;  $M(\cdot) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  é a matriz de inércia;  $V(\cdot) \in \mathbb{R}^n$  é o vetor de forças centrífugas e de Coriolis e  $G(\cdot) \in \mathbb{R}^n$  é o vetor de forças gravitacionais.

Como o controlador repetitivo proposto supõe uma planta linear, e considerando que o modelo do manipulador é não linear e fortemente acoplado, é desejável que se faça uma linearização. Aqui será feita uma linearização por realimentação, resultando em um sistema linear com desacoplamento entre as juntas do manipulador. Tomando o modelo (1), pode-se utilizar a seguinte realimentação de estados linearizante:

$$\tau = \hat{M}(\mathbf{q})\nu + \hat{V}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \hat{G}(\mathbf{q}) \quad (2)$$



Figura 1: Manipulador Barrett WAM.

onde:  $\hat{M}(\cdot)$  é a matriz de inércia nominal;  $\hat{V}(\cdot)$  é o vetor de forças centrífugas e Coriolis;  $\hat{G}(\cdot)$  é o vetor de forças gravitacionais nominal; e  $\nu \in \mathbb{R}^N$ : é a nova entrada de controle que será utilizada para estabilizar o sistema linearizado.

Supondo que não haja descasamento de modelo e que não haja erro paramétrico, tem-se  $M(\mathbf{q}) = \hat{M}(\mathbf{q})$ ,  $V(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \hat{V}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ ,  $G(\mathbf{q}) = \hat{G}(\mathbf{q})$  e, então, obtém-se o seguinte modelo linear do manipulador entre as variáveis de junta ( $\mathbf{q}$ ) e a entrada de controle  $\nu$ :

$$\ddot{\mathbf{q}} = \nu \quad (3)$$

Valendo-se do desacoplamento do modelo dinâmico linear do manipulador (3), é conveniente representar a dinâmica de cada variável de junta separadamente no espaço de estados. Considerando separadamente cada uma das juntas tem-se para a  $i$ -ésima variável de junta,  $i = 1, 2, \dots, n$ , o seguinte modelo linear:

$$\ddot{q}_i = \nu_i \quad (4)$$

Definindo

$$\mathbf{x}_i(t) \triangleq [q_i(t) \quad \dot{q}_i(t)]^T \text{ e } u_i(t) \triangleq \nu_i(t) \quad (5)$$

a dinâmica linearizada de cada junta, representada no espaço de estados, é dada por

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_i(t) = A\mathbf{x}_i(t) + Bu_i(t) \\ y_i(t) = C\mathbf{x}_i(t) \end{cases} \quad (6)$$

sendo:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ e } C = [1 \quad 0]$$

## 3 Estratégia de controle repetitivo

O princípio básico que norteia o controle repetitivo é a aplicação do princípio do modelo interno

(Francis and Wonham, 1976). O princípio do modelo interno consiste em incluir na malha de controle um bloco com dinâmica igual a da referência. No domínio da frequência, equivale a incluir os polos no semiplano direito (SPD) fechados existentes na transformada de Laplace da referência (Francis and Wonham, 1976). No presente caso, deseja-se seguir/rejeitar sinais per dicos genéricos, com período  $L_{Ref}$ , cujas componentes frequenciais são múltiplos infinitos de uma frequência fundamental ( $2\pi/L_{Ref}$ ). Para tanto, uma estratégia de controle que atende o seguimento/rejeição de sinais per dicos genéricos é o uso do controle repetitivo (Hara et al., 1988). Tal modelo, cujos polos estão nas harm nicas  $k2\pi/L_{Ref}$  para  $k \in \mathbb{N}$ , pode ser obtido a partir de um elemento de atraso e considerando o tempo de atraso  $L$  igual ao sinal de interesse  $L = L_{Ref}$ , sendo  $E(s)$  e  $Y_{rc}(s)$ , as transformadas de Laplace do erro ( $e(t)$ ) de seguimento do sinal per dico e da saída do controlador ( $y_{rc}(t)$ ), respectivamente, obtém-se à seguinte função de transferência:

$$H_{rc}(s) = \frac{Y_{rc}(s)}{E(s)} = \frac{1}{1 - e^{-sL}} \quad (7)$$

Neste caso, têm-se  $|H_{rc}(jk2\pi/L)| \rightarrow \infty \forall k \in \mathbb{N}$ , ou seja,  $H_{rc}(s)$  apresenta infinitos polos sobre o eixo  $j\omega$  que coincidem com as frequências harm nicas do sinal de interesse. A introdução desse modelo no controlador acrescenta infinitos polos sobre o eixo imaginário, tornando impossível estabilizar o sistema com tal modelo em seu controlador. Para tornar possível estabilizar o sistema com o controle repetitivo, introduz-se um filtro passa-baixas de primeira ordem em série com o elemento de atraso (Hara et al., 1988), conforme representado na figura 2, sendo  $\omega_c$  a frequência de corte do filtro passa-baixas. A função de transferência do controlador repetitivo com o filtro  , então, dada por:

$$H_{rc}(s) = \frac{Y_{rc}(s)}{E(s)} = \frac{1}{1 - \frac{\omega_c}{s + \omega_c} e^{-sL}} \quad (8)$$

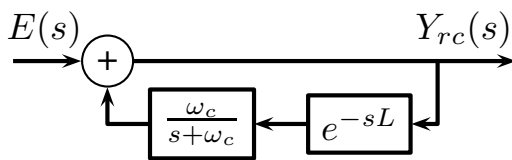


Figura 2: Diagrama do controlador  $H_{rc}$  com filtro passa-baixas.

Uma possível representação no espaço de estados para  $H_{rc}(s)$  é dada na seguinte forma (Bonan et al., 2011):

$$\begin{cases} \dot{x}_{rc}(t) = \omega_c(-x_{rc}(t) + x_{rc}(t-L) + e(t-L)) \\ y_{rc}(t) = x_{rc}(t) + e(t) \end{cases} \quad (9)$$

O sistema com o controlador  $H_{rc}$  com filtro passa-baixas   estabilizável ao custo de um erro no seguimento/rejeição de sinais per dicos o qual está relacionado com a frequência de corte: quanto maior a frequência de corte menor será tal erro. A introdução do filtro passa-baixas em série com o elemento de atraso causa um deslocamento de fase e um ganho finito nas frequências fundamental e harm nicas da referência (Lorenzini et al., 2015). Uma das formas de se contornar tal problema é na correção do tempo de atraso ( $L$ ) em (8), considerando o período da referência  $L_{Ref}$ , o atraso deve, então, ser calculado como (Lorenzini et al., 2015):

$$L = \frac{L_{Ref}}{2\pi} \left( 2\pi - \arctan \left( \frac{2\pi}{\omega_c L_{Ref}} \right) \right) \quad (10)$$

Tendo como objetivo controlar o manipulador robótico, o uso do controle repetitivo parte da aplicação direta no sistema linearizado (6). Neste caso, considera-se um controlador  $H_{rc}(s)$  e uma realimentação de estados est tica para estabilizar o sistema em malha fechada; com  $r_i(t)$  sendo a referência de posição da  $i$ -ésima variável de junta,  $K_x$  como o ganho dos estados e  $K_{rc}$  sendo o ganho do controlador repetitivo. Uma possível representação no espaço de estados do sistema com o controlador proposto em malha fechada é dada por

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_i(t) = A\mathbf{x}_i(t) + B u_i(t) \\ y_i(t) = C\mathbf{x}_i(t) \\ \dot{x}_{rc}(t) = \omega_c(-x_{rc}(t) + x_{rc}(t-L) + e_i(t-L)) \\ y_{rc}(t) = x_{rc}(t) + e_i(t) \\ u_i(t) = K_x \mathbf{x}_i(t) + K_{rc} y_{rc}(t) \\ e_i(t) = r_i(t) - y_i(t) \end{cases} \quad (11)$$

Observa-se que o projeto dos ganhos é feito considerando o sistema linearizado e desacoplado entre as variáveis de junta. Portanto, para aliviar a not  o, a formulação que segue não carrega o  ndice respectivo a  $i$ -ésima variável de junta. Os mesmos ganhos obtidos podem ser utilizados nos controladores de todas as variáveis de junta. Para projetar os ganhos  $K_x$  e  $K_{rc}$  pode-se utilizar a teoria de Lyapunov a fim de se obter estabilidade assintótica. Para tanto, rescreve-se o sistema (11) como um sistema aumentado, primeiramente definindo:

$$\bar{\mathbf{x}}(t) \triangleq [\mathbf{x}(t) \quad x_{rc}(t)]^T \quad (12)$$

Neste caso, o ganho de realimentação do sistema aumentado pode ser escrito como:

$$\bar{K} \triangleq [(K_x - K_{rc}C) \quad K_{rc}] = [\bar{K}_1 \quad \bar{K}_2 \quad \bar{K}_3] \quad (13)$$

Portanto, o sistema aumentado pode ser representado como:

$$\begin{cases} \dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) = \bar{A}\bar{\mathbf{x}}(t) + \bar{A}_d\bar{\mathbf{x}}(t-L) + \bar{B}u(t) \\ u(t) = \bar{K}\bar{\mathbf{x}}(t) + K_{rc}r(t) \end{cases} \quad (14)$$

com:

$$\bar{A}_d = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 3} & \\ -\omega_c & 0 & \omega_c \end{bmatrix}, \bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 2} & -\omega_c \end{bmatrix} \text{ e } \bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}$$

No projeto dos ganhos é considerado um argumento de estabilidade e que a referência é limitada, portanto é apropriado considerar  $r(t) = 0$ .

Seja, agora, um funcional Lyapunov-Krasovskii candidato (Gu et al., 2012) dado por:

$$\Xi(\bar{x}(t)) = \bar{x}^T(t)P\bar{x}(t) + \int_{t-L}^t \bar{x}^T(\zeta)Q\bar{x}(\zeta)d\zeta \quad (15)$$

De acordo com a teoria de Lyapunov-Krasovskii (Gu et al., 2012), para que o sistema aumentado (14) seja estável deve-se ter  $\dot{\Xi}(\bar{x}) < 0$ , com  $P = P^T > 0$  e  $Q = Q^T > 0$ .

A fim de considerar o custo da energia dos estados e do controle, um funcional quadrático é utilizado como critério de desempenho:

$$J(\bar{x}, u) = \int_0^\infty \frac{1}{\lambda} (\bar{x}^T E \bar{x} + u^T F u) dt \quad (16)$$

com  $E = E^T \geq 0$  e  $F = F^T \geq 0$ .

Considerando este critério, se

$$\dot{\Xi}(\bar{x}) + \lambda^{-1}(\bar{x}^T E \bar{x} + u^T F u) < 0 \quad (17)$$

integrando (17) em  $t \in [0, +\infty)$  obtém-se que:

$$\int_0^\infty (\bar{x}^T E \bar{x} + u^T F u) dt < \lambda \Xi(\bar{x}(0)) \quad (18)$$

Valendo-se da formulação LMI em de Oliveira (2016), obtém-se o seguinte problema de otimização, com a restrição de estabilidade e a restrição dos autovalores do sistema com realimentação de estados por região:

$$\{W^*, Y^*\} = \arg \min_{\lambda, W, S, Y} \lambda, \quad (19)$$

sujeito à:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \text{He}\{\bar{A}W + \bar{B}Y\} + S & * & * & * \\ W\bar{A}_d^T & -S & * & * \\ F^{\frac{1}{2}}Y & 0 & -\lambda & * \\ E^{\frac{1}{2}}W & 0 & 0 & -\lambda I \end{bmatrix} < 0 \\ \begin{bmatrix} \text{He}\{\bar{A}W + \bar{B}Y\} + 2(c-\rho)W & * \\ (\bar{A}W + \bar{B}Y + (c-\rho)W)^T & -\rho W \end{bmatrix} < 0 \end{cases}$$

E, então, a partir da solução ótima de (19) obtém-se  $\bar{K} = YW^{-1}$ , e os ganhos do controlador repetitivo e da realimentação de estados são calculados, a partir de (13), com  $K_{rc} = \bar{K}_3$  e  $K_x = [\bar{K}_1 \ \bar{K}_2] + K_{rc}C$ , respectivamente. Lembrando que com estes ganhos garante-se que o sistema (11) é assintoticamente estável, que  $J(\bar{x}, u) \leq \lambda \Xi(\bar{x}(0))$  e, adicionalmente, um limite para os autovalores de  $(\bar{A} + \bar{B}\bar{K})$ .

#### 4 Estratégia de controle por torque calculado

Na estratégia de controle por Torque Calculado, após a linearização por realimentação, é feita uma transformação de variáveis de forma que a origem do novo sistema seja a referência (Fu et al., 1987)  $r_i$  para a  $i$ -ésima variável e utiliza-se um controlador PD para levar o erro para zero. Assim, o controlador por torque calculado é equivalente à seguinte lei de controle para o sistema linearizado por realimentação (6):

$$u_i(t) = \ddot{r}_i(t) + K_D \dot{e}_i(t) + K_P e_i(t) \quad (20)$$

o que leva as expressões  $K_P = \omega_n^2$  e  $K_D = 2\omega_n\xi$ , para os ganhos proporcional e derivativo, respectivamente; sendo  $\omega_n$  a frequência natural e  $\xi$  o coeficiente de amortecimento.

#### 5 Simulação

O controlador proposto foi utilizado apenas na junta de número 2, sendo utilizado o controle por torque calculado nas demais juntas, em todas as simulações denominadas **RC**. Nas simulações denominadas **CT**, foi utilizado o controle por torque calculado em todas as juntas. Em todos os experimentos o tempo de simulação foi de 60s, passo de integração de  $100\mu s$ , taxa de atualização do controlador de 1ms e 500 iterações no método Gauss-Seidel.

A implementação das simulações ocorreu no *Robot Operating System* (Barros, 2014). O simulador utilizado foi o Gazebo (Koenig and Howard, 2004) utilizando a biblioteca a *Open Dynamics Engine* (ODE).

Para simular o erro de modelo, o torque de atrito na junta foi modelado por:

$$D(q_2, \dot{q}_2) = -d_0 \dot{q}_2 - (d_1 |\sin(q_2 R_2)|) \dot{q}_2 \quad (21)$$

com  $R_2 = 28,25$  a redução no motor da junta de número 2 e os coeficientes de atrito  $d_0$  e  $d_1$ . A modelagem da força de atrito como apresentada é composta de duas partes. A primeira com  $-d_0 \dot{q}_2$  modela com aproximação de primeira ordem um atrito viscoso no sentido contrário de rotação. O segundo termo em (21), modela de forma simplificada um atrito viscoso no atuador dependente também da variável de posição da junta. Tal modelo de torque soma-se ao torque aplicado na junta ( $\tau_2$ ). Sendo  $\tau_{c2}$  o torque calculado pela realimentação linearizante, tem-se como efeito:

$$\tau_2 = \tau_{c2} + D(q_2, \dot{q}_2) \quad (22)$$

reproduzindo um erro de estrutura de modelo.

Para o controlador por torque calculado, foram escolhidos os seguintes parâmetros: coeficiente de amortecimento de  $\xi = 1$  e frequência natural  $\omega_n = 8\text{rad/s}$ . Portanto, os ganhos proporcional e derivativo são  $K_P = 64$  e  $K_D = 16$ , respectivamente. Quanto ao controlador repetitivo

com realimentação de estados, partindo do projeto de seus ganhos em 3, optou-se pelos ajustes a seguir. A frequência de corte do filtro passa-baixas  $\omega_c = 20\pi$  rad/s; o atraso obtido pela correção (10) e usado na simulação foi  $L = 0,984$ s. Para as ponderações  $E$  e  $F$  no custo (16), optou-se por  $E = \text{diag}(0, 0, 1)$  e  $F = 0$ . Objetiva-se com tais ponderações que se penalize apenas o estado do controlador ( $x_{rc}$ ) no sinal de controle, obtendo o ganho máximo permitido pela segunda restrição em (19). Foi identificado em experimentos prévios os limites aceitáveis para os ganhos da realimentação de estados, resultando na escolha de  $c = 0$  e  $\rho = 5,35(\omega_c) = 107,00\pi$ . Através da solução do problema (19), com os ajustes apresentados, obtém-se o ganho da realimentação de estados  $K_x = [-7414, 0 \quad -485, 0]$  e o ganho do controlador repetitivo  $K_{rc} = 8,30 \times 10^4$ .

O vetor de referência  $\mathbf{r}(t)$  para as variáveis de junta utilizado nas simulações é dada por:

$$\mathbf{r}(t) = \begin{cases} 0 & t \in [0 \ 2)\text{s} \\ \alpha \text{pol}_5(t-2) & t \in [2 \ 7)\text{s} \\ \alpha & t \in [7 \ 12)\text{s} \\ \alpha + \sigma(t) \text{pol}_5(t-12) & t \in [12 \ 17)\text{s} \\ \alpha + \sigma(t) & t \in [17 \ 60)\text{s} \end{cases} \quad (23)$$

com  $\alpha = [0 \ 0,75 \ 0 \ 1,5 \ 0 \ 0,9 \ 0]^T$  e  $\sigma(t) = [0 \ \sin(2\pi t) \ 0 \ \dots \ 0]^T$ .

Deseja-se obter uma movimentação suave do manipulador com uso do vetor de referências acima. A função  $\text{pol}_5(t)$  em  $\mathbf{r}(t)$  é um polinômio de quinto grau para suavizar a trajetória, partindo de 0 e indo a 1 em 5 segundos:  $\text{pol}_5(t) = 10t^3/125 - 15t^4/625 + 6t^5/3125 \in [0, 1] \forall t \in [0, 5]\text{s}$ .

## 6 Resultados

A Tabela 1 estrutura os resultados das simulações, variando os valores de  $d_0$  e  $d_1$ , com as integrais do sinal de controle e do erro para os controladores repetitivo (indicado como RC) e torque calculado (indicado como CT). No segundo e terceiro par de colunas, estão as integrais do erro ( $e_2$ ) e do sinal de controle ( $u_2$ ) a partir de 17s de simulação a partir do qual a referência é periódica.

Tabela 1: Desempenho dos controladores.

| $d_0$ | $d_1$ | $\int_{17s}^{60s}  e_2(t)  dt$ |        | $\int_{17s}^{60s}  u_2(t)  dt$ |        |
|-------|-------|--------------------------------|--------|--------------------------------|--------|
|       |       | RC                             | TC     | RC                             | TC     |
| 0     | 0     | 0,0071                         | 0,0804 | 324,54                         | 322,33 |
| 0     | 0,01  | 0,0071                         | 0,2197 | 324,58                         | 316,33 |
| 0     | 0,1   | 0,0071                         | 0,2696 | 325,01                         | 314,76 |
| 0,01  | 0     | 0,0071                         | 0,2228 | 324,60                         | 316,22 |
| 0,01  | 0,01  | 0,0071                         | 0,2284 | 324,64                         | 316,04 |
| 0,1   | 0     | 0,0071                         | 0,3009 | 325,23                         | 313,82 |
| 0,1   | 0,1   | 0,0071                         | 0,3553 | 325,85                         | 312,28 |

Observa-se a diferença no seguimento da referência entre os controladores, com o sistema com **CT** com erro no seguimento maior que o sistema com controlador **RC**. O sinal de erro no seguimento de referência pelo tempo do sistema utilizando os controladores **RC** e **CT** estão na figura 3. Observa-se a diferença no erro de seguimento da referência entre os controladores, com o sistema com controlador **CT** tendo maior erro no seguimento de referência que o sistema com controlador **RC**, em regime permanente. Na figura 4 são apresentados os valores do torque  $\tau_2$  pelo tempo do sistema utilizando os controladores **RC** e **CT**. De forma semelhante aos demais experimentos, é evidente que o custo de torque é semelhante quando comparado o uso dos dois controladores.

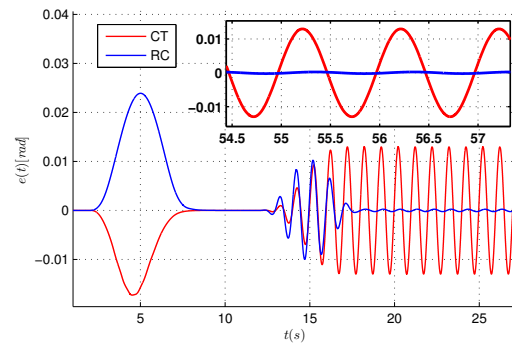


Figura 3: Erro no seguimento de referência.

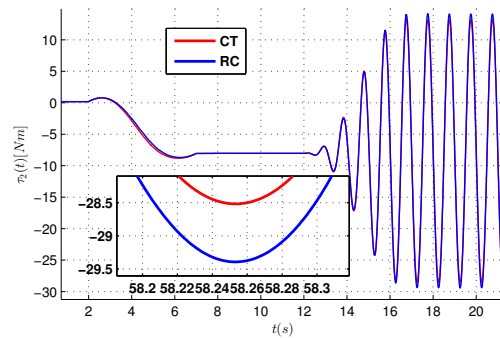


Figura 4: Sinal de controle.

## 7 Conclusão

No presente trabalho apresentou-se uma síntese e uma forma de implementar o controlador repetitivo aplicado a manipuladores robóticos genéricos. Para o controlador repetitivo os ganhos foram determinados através de um problema de otimização convexa sujeito a LMIs garantindo estabilidade interna, desempenho conforme custo quadrático e com limitação dos ganhos. As simulações no sistema ROS com o Gazebo foram apresentadas. A comparação entre as estratégias de controle por

torque calculado e repetitivo serviram para evidenciar possíveis diferenças no desempenho. Conforme resultados, é evidente a maior robustez do controlador baseado na estratégia de controle repetitivo em comparação ao controlador baseado na estratégia de controle torque calculado.

### Agradecimentos

À CAPES (bolsa de mestrado - Israel G. de Oliveira) e à FAPERGS (processo 2119-2551/13- 5, Edital PqG 2013 - Walter Fetter Lages).

### Referências

- Barrett Technology, Inc. (2011). *WAM User Manual*, Barrett Technology, Inc., Cambridge, MA.
- Barros, T. T. T. (2014). *Modelagem e implementação no ROS de um controlador para manipuladores móveis*, Dissertação (mestrado em engenharia elétrica), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS. Orientador: Walter Fetter Lages.
- Bonan, G., Coutinho, D., Pereira, L. F. A., Vieira, J. F. and Gomes da Silva Jr., J. M. (2011). Repetitive controller design for uninterruptible power supplies: An lmi approach, *Proceedings of the IECON 2011-37th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society*, IEEE, IEEE, Melbourne, Vic, Australia, pp. 704–709.
- de Oliveira, I. G. (2016). *Comparação entre as estratégias de controle por torque calculado e controle repetitivo aplicados a manipuladores robóticos*, Dissertação (mestrado em engenharia elétrica), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS. Orientador: João Manoel Gomes da Silva Jr. Coorientador: Walter Fetter Lages.
- Francis, B. A. and Wonham, W. M. (1976). The internal model principle of control theory, *Automatica* **12**(5): 457–465.
- Fu, K. S., González, R. C. and Lee, C. S. G. (1987). *Robotics: control, sensing, vision, and intelligence*, McGraw-Hill series in CAD/CAM robotics and computer vision, McGraw-Hill, New York.
- Gu, K., Kharitonov, V. L. and Chen, J. (2012). *Stability of Time-Delay Systems*, Control Engineering, Birkhäuser, Boston, MA.
- Hara, S., Yamamoto, Y., Omata, T. and Nakano, M. (1988). Repetitive control system: a new type servo system for periodic exogenous signals, *IEEE Transactions on Automatic Control* **33**(7): 659–668.
- Kasac, J., Novakovic, B., Majetic, D. and Brezak, D. (2008). Passive finite-dimensional repetitive control of robot manipulators, *Transactions on Control Systems Technology* **16**(3): 570–576.
- Koenig, N. and Howard, A. (2004). Design and use paradigms for gazebo, an open-source multi-robot simulator, *Proceedings of the International Conference on Intelligent Robots and Systems*, IEEE/RSJ, Sendai, Japan, pp. 2149–2154.
- Lorenzini, C., Flores, J. V., Pereira, L. F. A., Salton, A. T. and Castro, R. S. (2015). Repetitive controller with low-pass filter compensation applied to uninterruptible power supplies (ups), *Proceedings of the IECON 41st Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, IEEE, IEEE, pp. 003551–003556.
- Omata, T., Hara, S. and Nakano, M. (1987). Non-linear repetitive control with application to trajectory control of manipulators, *Journal of Robotic systems* **4**(5): 631–652.
- Slotine, J. J. E. and Li, W. (1991). *Applied Non-linear Control*, Prentice-Hall International Editions, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- Tsai, M. C., Anwar, G. and Tomizuka, M. (1988). Discrete time repetitive control for robot manipulators, *Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation*, IEEE, IEEE, Philadelphia, PA, pp. 1341–1346 vol.3.
- Wang, P., Li, L., Yan, M., Ru, F. and Ju, Y. (2015). Repetitive control for the periodic walking training in a gait rehabilitation robot, *Artificial Life and Robotics* pp. 1–7.