

MÉTODO RECURSIVO-ITERATIVO COM VARIÁVEL INSTRUMENTAL REFINADA PARA IDENTIFICAÇÃO NEBULOSA INDIRETA DE SISTEMAS NÃO-LINEARES EM MALHA-FECHADA

HUGO ALVES VELOZO*, GINALBER LUIZ DE OLIVEIRA SERRA†

*Av. dos Portugueses, s/n, Bacanga, CEP: 65001-970
Universidade Federal do Maranhão
São Luís, Maranhão, Brasil

†Av. Getúlio Vargas, 04, Monte Castelo, CEP: 65030-005
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia
São Luís, Maranhão, Brasil

havelozo@gmail.com, ginalber@ifma.edu.br

Abstract— In this paper, an algorithm based on refined instrumental variable for recursive-iterative modeling of nonlinear systems from experimental data collected in closed-loop, is proposed. For representation of the non-linear system is used a Takagi-Sugeno (TS) fuzzy inference system, where the parameters of the antecedent and the consequent are obtained by fuzzy clustering algorithm Gustafson-Kessel (GK) and a recursive-iterative refined instrumental variable algorithm, respectively. The proposed methodology is applied to thermal plant operating in closed-loop.

Keywords— Closed loop identification, Instrumental variable, Parametric estimation, Fuzzy systems.

Resumo— Neste artigo, é proposto algoritmo baseado em variável instrumental refinada para modelagem recursiva-iterativa de sistemas não-lineares a partir de dados experimentais coletados em malha fechada. Para representação do sistema não-linear utiliza-se o sistema de inferência nebuloso Takagi-Sugeno (TS), onde os parâmetros do antecedente e do consequente são obtidos por meio do algoritmo de agrupamento nebuloso Gustafson-Kessel (GK) e de um algoritmo recursivo-iterativo de variável instrumental refinada, respectivamente. A metodologia proposta é aplicada em uma planta térmica operando em malha fechada.

Palavras-chave— Identificação em malha fechada, Variável instrumental, Estimação paramétrica, Sistemas nebulosos.

1 Introdução

Apesar da existência de vários estudos sobre identificação de sistemas lineares em malha fechada, existem poucos estudos relacionados à identificação de sistemas não-lineares com dados coletados em malha fechada. Dentre estes poucos estudos, pode-se citar (Landau et al., 2001; Holcomb et al., 2014; Pal et al., 2015). Neste artigo, a principal contribuição consiste em propor um método para identificação de sistemas dinâmicos não-lineares com dados coletados em malha fechada utilizando o sistema de inferência nebuloso Takagi-Sugeno (Takagi and Sugeno, 1985) para representar a estrutura não-linear do sistema, onde os parâmetros do antecedente e consequente da regra nebulosa são estimados com algoritmo de agrupamento nebuloso e variável instrumental refinada nebulosa, respectivamente. Os parâmetros do antecedente das regras nebulosas são estimados com o algoritmo de agrupamento Gustafson-Kessel (Gustafson and Kessel, 1978), que possui métrica de distância adaptativa responsável por detectar as diferentes formas geométricas do conjunto de dados. O consequente de cada regra do sistema nebuloso Takagi-Sugeno possui um modelo Box-Jenkins, onde existe um elemento estocástico representado pelo modelo autorregressivo com média móvel (ARMA do inglês *autoregressive*

moving average) do ruído representando todas as incertezas do modelo e possibilitando uma estimativa estatisticamente ótima dos modelos Box-Jenkins de cada regra nebulosa (Young, 2015). Além disso, este modelo é utilizado para projeto de pré-filtros responsáveis pela eliminação de componentes ruidosos das variáveis instrumentais. Para estimar os parâmetros destes modelos, utilizou-se um algoritmo recursivo-iterativo nebuloso. Em contraste a maioria dos artigos em identificação em malha fechada, o presente artigo aplica a metodologia proposta em um sistema dinâmico não-linear real, trazendo-se assim novas dificuldades referente a limitação prática do sinal de excitação e a presença de ruídos.

2 Metodologia Proposta

2.1 Contextualização do Problema

Considere o sistema SISO em malha-fechada ilustrado na Figura 1. Nesse sistema, o controlador $C(\cdot)$ tem como ação de controle $u(k)$, que por sua vez é a entrada de um sistema não-linear $f(\cdot)$, que tem como saída $v(k)$. A soma desse sinal com o sinal $\xi(k)$, saída da função de transferência do ruído $H_0(q)$, permite obter o sinal de saída do sistema em malha-fechada $y(k)$. Além disso, os sinais externos $r_1(k)$ e $r_2(k)$ são assumidos não-

correlacionados com o ruído $e_0(k)$ e representados de maneira simplificada por $r(k) = r_1 + C(\cdot)r_2(k)$. Dada essas descrições, o sistema de geração de dados pode ser representado por

$$\mathcal{S} \begin{cases} y(k) = f_0(u(k)) + H_0(q)e(k) \\ u(k) = r(k) - C(z^{-1})y(k) \end{cases} \quad (1)$$

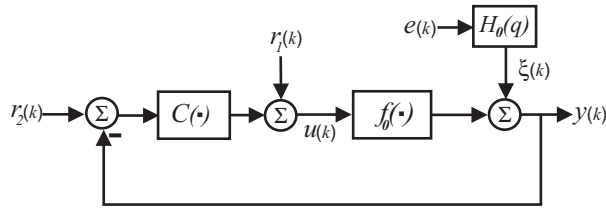


Figura 1: Sistema não-linear em malha-fechada.

Assumindo que $\xi(k)$ possui densidade espectral racional, a estrutura do modelo do ruído pode ser representada por um modelo ARMA (*autoregressive moving average*):

$$\xi_0(k) = H_0(q)e_0(k) = \frac{D_0(q^{-1})}{C_0(q^{-1})}e_0(k) \quad (2)$$

onde $C_0(q^{-1})$ e $D_0(q^{-1})$ são polinômios mônicos com coeficientes constantes e com as respectivas ordem n_c e n_d , dados por:

$$C_0(q^{-1}) = 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_{n_c}q^{-n_c} \quad (3)$$

$$D_0(q^{-1}) = 1 + d_1q^{-1} + \dots + d_{n_d}q^{-n_d} \quad (4)$$

Além disso, o modelo do ruído $H_0(q)$ é assumido ser estável e inversamente estável. Neste artigo, o controlador $C(q^{-1})$ é assumido linear e conhecido, dado por:

$$C(q) = \frac{Q(q^{-1})}{P(q^{-1})} = \frac{q_0 + q_1q^{-1} + \dots + q_mq^{-n_q}}{1 + p_1q^{-1} + \dots + p_mq^{-n_p}} \quad (5)$$

onde os polinômios $P(q^{-1})$ e $Q(q^{-1})$ são assumidos ser coprimos.

2.2 Representação do Sistema Não-Linear

O sistema de inferência nebuloso composto das regras $\mathcal{R}^i$, utilizado para identificação do sistema dinâmico não-linear, é da seguinte forma:

$$\mathcal{R}^{i|i=1,2,\dots,l} : \mathbf{SE} \ x_1 \text{ é } \mathcal{F}_1^i \ \mathbf{E} \dots \mathbf{E} \ x_q \text{ é } \mathcal{F}_q^i \quad (6)$$

$$\mathbf{ENTÃO} \ \hat{y}^i(k) = \hat{\nu}^i(k) + \hat{\xi}^i(k) \quad (6)$$

$$\hat{\nu}^i(k) = \frac{B^i(z^{-1})}{A^i(z^{-1})}z^{-\tau^i/T}u(k) \quad (7)$$

$$\hat{\xi}^i(k) = \frac{D^i(z^{-1})}{C^i(z^{-1})}\hat{e}^i(k) \quad (8)$$

onde l é o número total de regras da base de regras. No antecedente das regras nebulosas, o

vetor $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^q$ contem as variáveis linguísticas $x_j|j=1,2,\dots,q$ que são caracterizadas por seus conjuntos nebulosos $\mathcal{F}_j^i$ definido pelas funções de pertinência $\mu_{\mathcal{F}_j^i}(x_j) : \{x_j \in \mathbb{R} | \mu_{\mathcal{F}_j^i}(x_j) \in [0,1]\}$. O grau de ativação $w_i(\mathbf{x})$ da regra $\mathcal{R}^i$ é dado pela norma-t, ou seja, o produto algébrico das pertinências, dado por:

$$w_i(\mathbf{x}) = \prod_{j=1}^q \mu_{\mathcal{F}_j^i}(x_j) \quad (9)$$

O grau de ativação normalizado é dado por:

$$\gamma_i(\mathbf{x}) = \frac{w_i(\mathbf{x})}{\sum_{r=1}^l w_r(\mathbf{x})} \quad (10)$$

A saída observável $\hat{y}(k)$ do sistema é obtida por:

$$\hat{\nu}^i(k) = \sum_{n=1}^{n_a} -a_n^i y(k-n) + \sum_{n=1}^{n_b} b_n^i y(k-(n-\frac{\tau^i}{T})) \quad (11)$$

$$\hat{\xi}^i(k) = \sum_{n=1}^{n_c} -c_n^i y(k-n) + \sum_{n=1}^{n_d} d_n^i y(k-(n-1)) \quad (12)$$

$$\hat{y}^i(k) = \hat{\nu}^i(k) + \hat{\xi}^i(k) \quad (13)$$

$$\hat{y}(k) = \sum_{i=1}^l \gamma_i(\mathbf{x}) \hat{y}^i(k) \quad (14)$$

onde τ^i representa o atraso puro de tempo e T o período de amostragem.

2.3 Estimação paramétrica do antecedente

Neste artigo, para determinar as funções de pertinências $\mu_{\mathcal{F}_j^i}(x_j)$ presentes no antecedente das regras nebulosas $\mathcal{R}^i$, é utilizado um algoritmo de agrupamento nebuloso Gustafson-Kessel (Gustafson and Kessel, 1978), que possui uma norma de distância adaptativa (distância de Mahalanobis) responsável por detectar diferentes formas presentes no conjunto de dados, dada por:

$$D_{ik\mathbf{A}_i}^2 = (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i)^T \mathbf{A}_i (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i) \quad (15)$$

onde $i \in \{1 \leq i \leq c\}$ representa um *cluster*, $k \in \{1 \leq k \leq N\}$ especifica o k -ésimo objeto $\mathbf{z}_k \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{v}_i \in \mathbb{R}^n$ representa o centro do i -ésimo *cluster* e as formas dos *clusters* são determinadas pela escolha das matrizes de covariância $\mathbf{A}_i$ como variáveis de otimização. A função objetivo do algoritmo GK é definida por:

$$J(\mathbf{Z}; \mathbf{U}, \mathbf{V}, \mathbf{A}) = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^N (\mu_{ik})^m D_{ik\mathbf{A}_i}^2 \quad (16)$$

onde $\mu_{ik} \in \mathbf{U}$ representa o valor da função de pertinência do k -ésimo objeto em relação ao *clusters*

i e $\mathbf{U}$ representa a matriz de partição contendo todas as funções pertinências associadas a cada objeto $\mathbf{z}_k$. A solução desse problema de otimização pode ser obtida por:

$$(\mathbf{U}, \mathbf{V}, \mathbf{A}) = \arg \min J(\mathbf{Z}; \mathbf{U}, \mathbf{V}, \mathbf{A}) \quad (17)$$

Utilizando o método multiplicador de Lagrange, pode-se obter uma equação para $\mathbf{A}_i$:

$$\mathbf{A}_i = [\rho_i \det(\mathbf{F}_i)]^{\frac{1}{n}} \mathbf{F}_i^{-1} \quad (18)$$

onde $\mathbf{F}_i$ é a matriz de covariância nebulosa do i -ésimo *cluster* representado por:

$$\mathbf{F}_i = \frac{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik})^m (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i)(\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i)^T}{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik})^m} \quad (19)$$

Para um conjunto de dados $\mathbf{Z}$, escolhe-se o número de *clusters* $2 \leq c \leq N$ e uma tolerância ϵ para variação da matriz de partição a cada iteração. Inicializando-se a matriz de partição $\mathbf{U}$, aleatoriamente, os seguintes passos podem ser executados para implementação do algoritmo de agrupamento GK:

- i) Calcule o centro dos *clusters*:

$$\mathbf{v}_i^l = \frac{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik}^{(l-1)})^m \mathbf{z}_k}{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik}^{(l-1)})^m}, \quad m > 1$$

- ii) Calcule a matriz de covariância dos *clusters*:

$$\mathbf{F}_i = \frac{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik}^{(l-1)})^m (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i^{(l)})(\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i^{(l)})^T}{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik}^{(l-1)})^m}$$

- iii) Calcule as distâncias:

$$D_{ik\mathbf{A}_i}^2 = (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i)^T \left[\rho \det(\mathbf{F}_i)^{\frac{1}{n}} \mathbf{F}_i^{-1} \right] (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i)$$

- iv) Atualização da matriz de partição:

- Se $D_{ik\mathbf{A}_i} > 0$ para $1 \leq i \leq c$, $1 \leq k \leq N$,

$$\mu_{ik}^{(l)} = \frac{1}{\sum_{j=1}^c \left(\frac{D_{ik\mathbf{A}_i}}{D_{jk\mathbf{A}_j}} \right)^{\frac{2}{m-1}}}$$

- De outra forma:

$$\mu_{ik}^{(l)} = 0, \text{ Se } D_{ik\mathbf{A}_i} > 0$$

$$\mu_{ik}^{(l)} \in [0, 1]$$

$$\sum_{i=1}^c \mu_{ik}^{(l)} = 1$$

2.4 Estimação dos parâmetros do consequente

Neste artigo, é proposto uma adaptação para o contexto nebuloso de um algoritmo de variável instrumental refinado com objetivo de estimar os parâmetros do modelo Box-Jenkins do consequente

da base de regras do sistema de inferência TS. Considerando a estrutura Box-Jenkins do consequente da regra $\mathcal{R}^i$ em (6), pode-se representar os parâmetros dos consequentes por:

$$\boldsymbol{\rho}_i = [a_1^i \cdots a_{n_a}^i \ b_0^i \cdots b_{n_b}^i]^T \quad (20)$$

$$\boldsymbol{\eta}_i = [1 \ c_1^i \cdots c_{n_c}^i \ d_1^i \cdots d_{n_d}^i]^T \quad (21)$$

O problema de estimação dos parâmetros do consequente da regra nebulosa é encontrar $\boldsymbol{\rho}_i$ e $\boldsymbol{\eta}_i$ baseado em um conjunto de dados $Z^N = \{r(k), u(k), y(k)\}_{k=1}^N$ uniformemente amostrado. O modelo preditor do consequente de cada regra $\mathcal{R}^i$ é formado por um par de funções racionais ($G^i(z), H^i(z)$) definido da seguinte forma,

$$\mathcal{M}^i = \{ (G^i(z^{-1}, \boldsymbol{\rho}^i), H^i(z^{-1}, \boldsymbol{\eta}^i)) \mid \boldsymbol{\theta}_i \in \Theta \subset \mathbb{R}^d \} \quad (22)$$

onde $\boldsymbol{\theta}_i$ representa o conjunto de parâmetros do consequente dado por:

$$\boldsymbol{\theta}_i = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\rho}_i \\ \boldsymbol{\eta}_i \end{bmatrix} \quad (23)$$

Para obter esses parâmetros utilizando-se variável instrumental faz-se necessário obter instrumentos adequados por meio do pré-filtro:

$$f_1^i(z^{-1}, \hat{\boldsymbol{\rho}}_i^j, \hat{\boldsymbol{\eta}}_i^j) = \frac{C^i(z^{-1})}{D^i(z^{-1})A^i(z^{-1})} \quad (24)$$

que é utilizado para o projeto da variável instrumental $\hat{\phi}^i(k) = f_1^i(z^{-1}, \hat{\boldsymbol{\rho}}_i^j, \hat{\boldsymbol{\eta}}_i^j)\phi(k)$, atendendo-se as seguintes condições:

- A variável instrumental é correlacionada com o vetor de dados $\phi(k)$:

$$\mathbb{E}\hat{\phi}(k)\phi(k) \text{ é não singular}$$

- A variável instrumental é não correlacionada com ruído $\xi(k)$:

$$\mathbb{E}\hat{\phi}(k)\xi(k) = 0$$

Os parâmetros em (23) podem ser obtidos por meio do seguinte algoritmo de variável instrumental,

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_i = \left[\sum_{k=1}^N \hat{\phi}_i(k) \boldsymbol{\varphi}_i^T(k) \right]^{-1} \sum_{k=1}^N \hat{\phi}_i(k) y(k) \quad (25)$$

onde $\hat{\boldsymbol{\theta}}_i$ é obtido a cada j -ésima iteração tendo como parâmetros iniciais os obtidos na iteração anterior

$$\boldsymbol{\theta}_i^{j-1} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\rho}_i^{j-1} \\ \boldsymbol{\eta}_i^{j-1} \end{bmatrix} \quad (26)$$

onde $\boldsymbol{\rho}_i^{j-1}$ e $\boldsymbol{\eta}_i^{j-1}$ são estimados iterativamente por sub-algoritmos distintos, mas ligados por um mecanismo de pré-filtragem (*separate but linked*). A seguir, é apresentado como esses parâmetros são obtidos de forma recursiva-iterativa por meio da metodologia proposta:

Algoritmo F-RIV:

$$\hat{\rho}_i(k) = \hat{\rho}_i(k-1) + \mu^i(k)g_i(k)\zeta_i(k) \quad (27)$$

$$\zeta_i(k) = y_{f_1^i}(k) - \phi_i^T(k)\hat{\rho}_i(k-1) \quad (28)$$

$$g_i(k) = \hat{P}_\rho^i(k-1)\hat{\phi}_i(k)\Gamma_i^{-1}(k) \quad (29)$$

$$\Gamma_i(k) = \sigma^2 + \mu^i(k)\phi_i^T(k)\hat{P}_\rho^i(k-1)\hat{\phi}_i(k) \quad (30)$$

$$\hat{P}_\rho^i(k) = \hat{P}_\rho^i(k-1) - K_i(k) \quad (31)$$

$$K_i(k) = \mu^i(k)g_i(k)\phi_i^T\hat{P}_\rho^i(k-1) \quad (32)$$

Os vetores de variáveis instrumentais são formados pelos seguintes sinais,

$$\tilde{y}(k) = \frac{G^i(z^{-1}, \hat{\rho}_i^{j-1})}{1 + C(z^{-1})G^i(z^{-1}, \hat{\rho}_i^{j-1})}r(k) \quad (33)$$

$$\tilde{u}(k) = \frac{1}{1 + C(z^{-1})G^i(z^{-1}, \hat{\rho}_i^{j-1})}r(k) \quad (34)$$

onde $G^i(z^{-1}, \hat{\rho}_i^{j-1})$ representa o sub-modelo i do sistema estimado na iteração $j-1$ por meio dos parâmetros $\hat{\rho}_i^{j-1}$. O ruído é decorrelacionado desses sinais utilizando-se o pré-filtro f_1^i em (24), obtendo-se o seguinte vetor de variáveis instrumentais

$$\hat{\phi}_{f_1^i}^i(k) = f_1^i[\tilde{y}(k-1) \cdots \tilde{y}(k-n_a) \quad \tilde{u}(k) \cdots \tilde{u}(k-n_b)] \quad (35)$$

O vetor $\phi_{f_1^i}^i(k, \hat{\theta}_i^{j-1})$ é dado por:

$$\phi_{f_1^i}^i(k) = f_1^i[y(k-1) \cdots y(k-n_a) \quad u(k) \cdots u(k-n_b)] \quad (36)$$

Das equações anteriores, ressalta-se que os sub-modelos $G^i(z^{-1}, \hat{\rho}_i^{j-1})$ e $f_1^i(z^{-1}, \hat{\rho}_i^{j-1}, \hat{\eta}_i^{j-1})$ são atualizados iterativamente, obtendo assim uma estimativa dos instrumentos livre de ruído, qualificando-se assim como uma variável instrumental com características ótimas. Para estimação do modelo $H(z^{-1}, \hat{\eta}_i)$ utiliza-se o algoritmo variável instrumental refinado para o modelo ARMA descrito a seguir:

Algoritmo F-IVARMA:

$$\hat{\eta}_i(k) = \hat{\eta}_i(k-1) + \mu^i(k)g_n^i(k)\zeta_\eta^i(k) \quad (37)$$

$$\zeta_\eta^i(k) = \tilde{e}_{f_2^i}(k) - \psi^T(k)\hat{\eta}_i(k-1) \quad (38)$$

$$g_n^i(k) = \hat{P}(k-1)\hat{\psi}(k)[\Gamma_\eta^i(k)]^{-1} \quad (39)$$

$$\Gamma_\eta^i(k) = \sigma^2 + \hat{\psi}^T(k)\hat{P}_\eta(k-1)\hat{\psi}(k) \quad (40)$$

$$\hat{P}_\eta(k) = \hat{P}_\eta(k-1) - K_\eta^i(k) \quad (41)$$

$$K_\eta^i(k) = g_n^i(k)\hat{\psi}^T(k)\hat{P}_\eta(k-1) \quad (42)$$

O vetor de variável instrumental $\hat{\psi}(k)$ é definido da seguinte forma

$$\hat{\psi}(k) = [\hat{\xi}_{f_2}(k) \cdots \hat{\xi}_{f_2}(k-n_c) \quad -\hat{e}_{f_2} \cdots -\hat{e}_{f_2}(k-n_d)]^T \quad (43)$$

$$\psi(k) = [\hat{\xi}_{f_2}(k) \cdots \hat{\xi}_{f_2}(k-n_c) \quad -\hat{e}_{f_2} \cdots -\hat{e}_{f_2}(k-n_d)]^T \quad (44)$$

onde $\hat{e}(k)$ representa a estimativa do ruído de entrada do modelo $H(z^{-1}, \hat{\eta}_i)$ dado por:

$$\hat{e}(k) = \frac{\hat{C}(z^{-1})}{\hat{D}(z^{-1})}\hat{\xi}(z^{-1}) \quad (45)$$

onde os polinômios $\hat{C}(z^{-1})$ e $\hat{D}(z^{-1})$ são atualizados iterativamente. O pré-filtro para o algoritmo de variável instrumental para identificação do modelo do ruído é definido como:

$$f_2^i(z^{-1}, \hat{\eta}_i^{j-1}) = \frac{1}{D(z^{-1}, \hat{\eta}_i^{j-1})} \quad (46)$$

O pseudo-código a seguir resume, a metodologia proposta:

Algoritmo 1 Fuzzy-CLIRIV

```

1: para i ← 1 até c faça
2:   enquanto j = 1,2,... faça
3:     para k ← 1 até N faça
4:       F-RIV ↦  $G^i(z^{-1}, \hat{\rho}_i^j)$  (27),(29) e (31)
       - Estimação do Ruído
5:        $\hat{\xi}(k) = y(k) - \frac{B(z^{-1}, \hat{\rho}_i^j)}{A(z^{-1}, \hat{\rho}_i^j)}u(k)$ 
       - Estimação do Resíduo
6:        $\tilde{e}(k) = \hat{\xi}(k) - \hat{\xi}_{AR}(k)$ 
       - Estimação do Modelo do Ruído
7:       F-IVARMA ↦  $H^i(z^{-1}, \hat{\rho}_i^j)$  (37),(39) e (41)
8:     fim para
       - Projeto dos Pré-filtros
9:        $f_1^i(z^{-1}, \hat{\rho}_i^j, \hat{\eta}_i^j) = \frac{C(z^{-1}, \hat{\eta}_i^j)}{D(z^{-1}, \hat{\eta}_i^j)A(z^{-1}, \hat{\rho}_i^j)}$ 
10:       $f_2^i(z^{-1}, \hat{\eta}_i^j) = \frac{1}{D(z^{-1}, \hat{\eta}_i^j)}$ 
       -Gerando os Instrumentos:
11:      (35), (36),(43) e (44)
12:   fim enquanto
13: fim para
14: retorna  $\theta_i = \begin{bmatrix} \rho_i \\ \eta_i \end{bmatrix} \forall i \in \{1, \dots, c\}$ 

```

3 Resultados Experimentais

Neste experimento, adota-se uma planta térmica que consiste em uma torradeira monofásica de 220 AC Vots, com faixa de temperatura entre 25 °C e 200 °C. A plataforma de interface virtual é baseada no *software* LabVIEW que possui um sistema supervisor para configurar o sistema de controle e armazenamento dos dados coletados por meio do sistema de aquisição de dados. Este sistema é composto por: modulo de comunicação NI cRIO-9073, modulo de entrada analógica NI 9219 e um modulo de saída analógica NI 9263. O sensor de temperatura utilizado foi o LM35 e o atuador é

baseado no TCA 785. O experimento foi realizado com a planta térmica em malha fechada sendo controlada por um controle PID, dado por $C(z^{-1}) = \frac{2,1089 - 2,0889z^{-1} + 5 \times 10^{-5}z^{-2}}{1 - z^{-1}}$. O experimento foi configurado com tempo de amostragem $T = 0,3$ segundos e 20400 amostras. Sendo coletados os sinais de referência $r_2(k)$, ação de controle (tensão RMS) $u(k)$ e a saída do sistema em malha fechada $y(k)$ (temperatura, em graus Celsius). Para estimação dos parâmetros dos parâmetros do antecedente utilizou-se o algoritmo de agrupamento nebuloso GK descrito na subseção 2.3, onde o conjunto de dados $Z = \{z_1, z_1, \dots, z_N\}$, com $N = 20400$ amostras, é constituído pelos objetos formados pelo par temperatura e tensão RMS $z_k = \{y(k), u(k)\}$. Na Figura 2, é apresentado o gráfico representando os *clusters*, evidenciando um modelo nebuloso identificado com 4 regras, por meio da matriz de partição nebulosa $\mathbf{U}$, onde os centros dos *clusters* $\mathbf{v}_i = \{y_c(k), u_c(k)\}$, representado pelo ponto escuro, são $\mathbf{v}_1 = \{59, 77; 59, 26\}$, $\mathbf{v}_2 = \{79, 85; 80, 14\}$, $\mathbf{v}_3 = \{99, 96; 97, 38\}$ e $\mathbf{v}_4 = \{119, 9; 114, 4\}$.

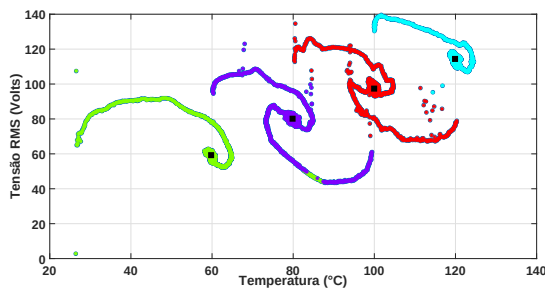


Figura 2: *Clusters* obtidos pelo algoritmo de agrupamento GK.

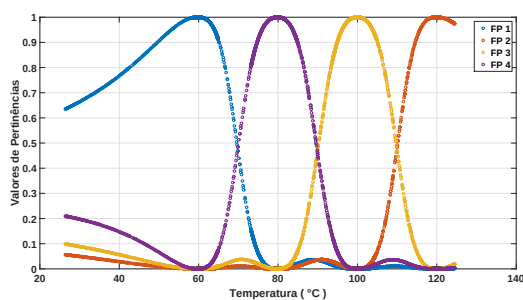
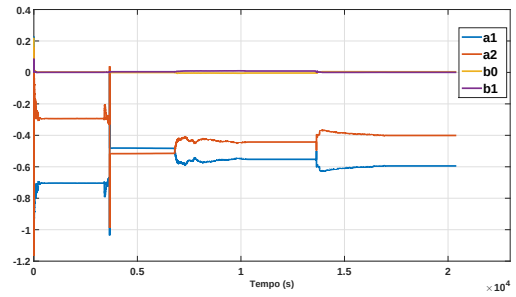


Figura 3: Funções de Pertinências para cada *cluster* obtida pela projeção na variável temperatura.

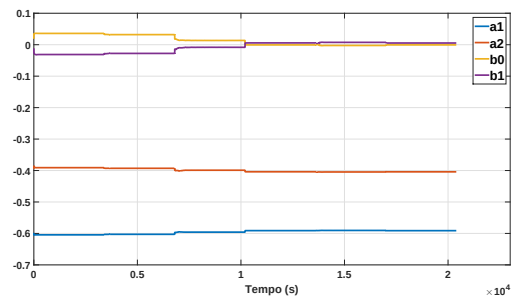
Utilizando-se matriz de partição nebulosa e a temperatura $y(k)$ como variável do antecedente, aplicou-se o método probabilístico de projeção para visualizar as funções de pertinência do antecedente, conforme é ilustrado na Figura 3.

Por questões de espaço limitado, a Figura 4 ilustra o comportamento da estimativa dos parâmetros do sub-modelo $\hat{G}^i(z^{-1}, \hat{\rho})$, apenas para a

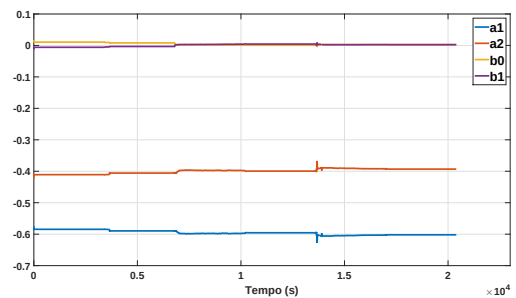
regra $i = 1$, nas quatro iterações. Como pode ser observado, a variação dos parâmetros diminui a cada iteração.



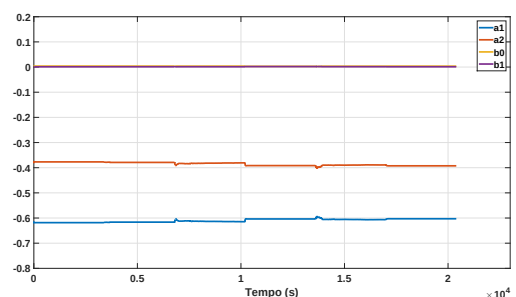
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 4: Estimação dos parâmetros a_1 , a_2 , b_0 e b_1 do consequente da regra $\mathcal{R}^1$ em: iteração 1 (a), iteração 2 (b), iteração 3 (c) e iteração 4 (d).

Os parâmetros estimados para o modelo da planta é apresentado na tabela 1. Com a finalidade de realizar-se a validação do modelo estimado com a metodologia proposta, utilizou-se a metodologia de validação dinâmica, ou seja, foi

Sub-Modelos	Parâmetros			
	a_1	a_2	b_0	b_1
Sub-modelo 1	-0,5818	-0,4141	0.0020	0.0029
Sub-modelo 2	-0,3108	-0,6828	-0.0014	0.0051
Sub-modelo 3	-0,7978	-0,1985	0.0020	0.0029
Sub-modelo 4	-1,7614	0,7620	0.0103	-0.0097

Tabela 1: Parâmetros do modelo $G^i(z^{-1}, \hat{\rho}_i)$ estimados pelo algoritmo recursivo-iterativo de variável instrumental refinada nebuloso, na última iteração.

analisado o quão bom o modelo estimado é para prever um novo conjunto de dados. Esse novo conjunto de dados foi obtido do sistema térmico não linear operando em malha aberta. O objetivo desse procedimento é garantir que o modelo estimado em malha fechada com a metodologia proposta se aproxime da resposta do sistema real operando em malha aberta. O  ndice utilizado para analisar a resposta deste modelo foi o RMSE (*Root-Mean-Square Error*), dado por:

$$RMSE = \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^N (y(k) - \hat{y}(k))^2}}{\sqrt{\sum_{k=1}^N (y(k) - \bar{y})^2}} \quad (47)$$

onde para a metodologia proposta foi de 0,0065. A comparação com o modelo obtido por meio do método direto, foi feita utilizou-se dados coletados em malha fechada $Z = \{u(k), y(k)\}$ obtidos por meio de experimento no sistema térmico não-linear descrito anteriormente. Assim como a validação da metodologia proposta, a validação dinâmica do método direto foi realizada com dados do sistema térmico não-linear operando em malha aberta. O valor de RMSE obtido pelo modelo estimado de forma direta foi 0,1347. A resposta temporal do modelo nebuloso identificado com a metodologia proposta, é ilustrada na Figura 5.

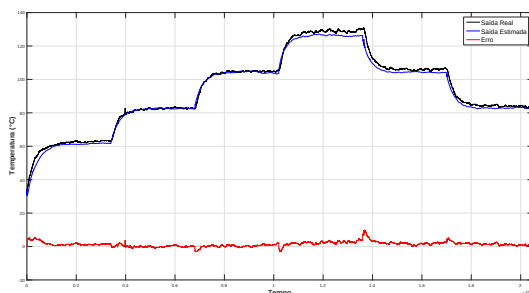


Figura 5: Comparação entre saída real do sistema (em malha aberta) e saída estimada com método proposto.

4 Conclusões

Neste artigo, foi proposta uma metodologia para identificação nebulosa de sistemas dinâmicos não-

lineares em malha-fechada. De acordo com os resultados experimentais, tem-se que a estimação dos parâmetros do antecedente e do consequente, através da metodologia proposta, evidencia a sua eficiência e aplicabilidade prática na identificação de sistemas dinâmicos não-lineares em malha-fechada.

Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer a CAPES pelo suporte financeiro, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Eletricidade (PP-GEE - UFMA) e ao Laboratório de Inteligência Computacional Aplicada para Tecnologia (ICAT - IFMA) por apoio no desenvolvimento dessa pesquisa.

Referências

- Gustafson, D. E. and Kessel, W. C. (1978). Fuzzy clustering with a fuzzy covariance matrix, *Decision and Control including the 17th Symposium on Adaptive Processes, 1978 IEEE Conference on*, pp. 761–766.
- Holcomb, C. M., de Callafon, R. A. and Bitmead, R. R. (2014). Closed-loop identification of hammerstein systems with application to gas turbines, *{IFAC} Proceedings Volumes* **47**(3): 493 – 498. 19th {IFAC} World Congress.
- Landau, I., Anderson, B. and Bruyne, F. (2001). Recursive identification algorithms for continuous-time nonlinear plants operating in closed loop, *Automatica* **37**(3): 469 – 475.
- Pal, P. S., Banerjee, S., Kar, R., Mandal, D. and Ghoshal, S. P. (2015). Parametric identification of box-jenkins structured closed-loop hammerstein systems using gravitational search algorithm, *Science and Technology (TICST), 2015 International Conference on*, pp. 243–247.
- Takagi, T. and Sugeno, M. (1985). Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics* **SMC-15**(1): 116–132.
- Young, P. (2015). Refined instrumental variable estimation: Maximum likelihood optimization of a unified box-jenkins model, *Automatica* **52**: 35–46.