

IDENTIFICAÇÃO ONLINE DE UM FILTRO DE KALMAN NEBULOSO APLICADA A SISTEMAS DINÂMICOS NÃO LINEARES VARIANTES NO TEMPO

DANÚBIA SOARES PIRES, GINALBER LUIZ DE OLIVEIRA SERRA*

**Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão - São Luís, Maranhão, Brasil*

Email: danubiapires@ifma.edu.br, ginalber@ifma.edu.br

Abstract— A strategy to Fuzzy Kalman Filter identification, is proposed. A mathematical formulation based on fuzzy Takagi-Sugeno structure is presented: the algorithm FCM (Fuzzy C-Means) estimates the fuzzy sets; from the data input and output of a dynamic system, the ERA/DC algorithm (based on clustering estimated by FCM algorithm), is applied to obtain the matrices A, B, C, and D (state matrix, input influence matrix, output influence matrix, and direct transmission matrix, respectively) to each rule of the Fuzzy Kalman Filter consequent. Computational results show the efficiency of the proposed methodology comparing it to other methodology related to tracking of states of a time-variant nonlinear dynamic system.

Keywords— Dynamic System, Fuzzy Kalman Filter, Takagi-Sugeno Fuzzy Model.

Resumo— Neste artigo é proposta uma estratégia para identificação de um Filtro de Kalman Nebuloso. É apresentada uma formulação matemática baseada em estrutura nebulosa Takagi-Sugeno: o algoritmo FCM (Fuzzy C-Means) estima os conjuntos nebulosos; a partir de dados de entrada e saída de um sistema dinâmico, o algoritmo ERA/DC (baseado nos conjuntos nebulosos estimados através do algoritmo FCM) é aplicado a fim de obter as matrizes A, B, C e D (matriz de estado, matriz de entrada, matriz de saída e matriz de transmissão direta, respectivamente) para cada regra no consequente do Filtro de Kalman Nebuloso. Resultados computacionais comprovam a eficiência da metodologia proposta comparada a outra metodologia quanto ao rastreamento dos estados de um sistema dinâmico não linear variante no tempo.

Palavras-chave— Sistema Dinâmico, Filtro de Kalman Nebuloso, Modelo Nebuloso Takagi-Sugeno.

1 Introdução

O Filtro de Kalman (FK) é um método matemático largamente utilizado em diversas áreas do conhecimento, além de ser um dos métodos para estimação de estados de um sistema dinâmico a partir de uma medição incompleta e/ou com presença de ruído. Enquanto algoritmo recursivo, requer poucos cálculos e espaço de memória para armazenagem de dados, o que torna favorável a sua utilização em aplicações a sistemas em tempo real (Fan, 2015)(Aguirre, 2015)(Moreno and Pigazo, 2009). Para aplicar o FK, faz-se necessário conhecer o modelo baseado em espaço de estados e, em general, a identificação baseada em espaço de estados através de dados de entrada e saída, não é trivial (Wu et al., 2015)(Juang, 1994). Além disso, a teoria de Filtro de Kalman é aplicada somente em sistemas lineares; para sistemas não lineares o tipo de filtro mais largamente utilizado é o FKE, contudo, é conhecido que ambos FK e FKE não são robustos em relação a modelagem de incertezas e perturbações. Isto tem motivado muitos estudos na teoria de filtragem de Kalman para problemas que requerem robustez (Inoue et al., 2016). Desde 1980, os sistemas nebulosos tem sido aplicados na modelagem e controle de sistemas dinâmicos. Entre os tipos de sistemas nebulosos, existe uma classe muito importante denominada Takagi-Sugeno (TS) (Benzaouia and Hajjaji, 2014). Recentemente, tornou-se uma poderosa ferramenta aplicada em modelagem e controle (Serra, 2012)(Vukadinovic, 2011). Isto deve

se a estrutura baseada em regras para aproximação de funções, bem como, não linearidades e incertezas (Zadeh, 1965)(Pires and Serra, n.d.). A metodologia proposta neste artigo consiste em uma estratégia para a identificação de um Filtro de Kalman Nebuloso aplicada ao rastreamento dos estados de sistemas dinâmicos não lineares variantes no tempo.

2 Metodologia para Estimação Paramétrica do Filtro de Kalman Nebuloso

2.1 Algoritmo de Agrupamento para Estimação do Antecedente

Neste artigo, os parâmetros do antecedente no modelo nebuloso TS são estimados através do algoritmo de agrupamento FCM, o qual é baseado na minimização do funcional, descrito a seguir (Babuska et al., 2010):

$$J(\mathbf{Z}; \mathbf{U}, \mathbf{V}) = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^N (\mu_{ik})^w \|\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i\|_A^2 \quad (1)$$

onde $\mathbf{U} = [\mu_{ik}] \in M_{fc}$ é a matriz de partição nebulosa da matriz de dados $\mathbf{Z} = \{\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \dots, \mathbf{z}_N\}$, onde μ_{ik} é o grau de pertinência no i -ésimo agrupamento, no instante k , e

$$M_{fc} = \left\{ \mathbf{U} \in \mathbb{R}^{c \times N} \mid \mu_{ik} \in [0, 1], \forall i, k; \right. \\ \left. \sum_{i=1}^c \mu_{ik} = 1, \forall k; 0 < \sum_{k=1}^N \mu_{ik} < N, \forall i \right\} \quad (2)$$

O vetor de protótipos dos agrupamentos (centros) é determinado por $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_c]$, $\mathbf{v}_i \in \mathbb{R}^n$. A norma da distância ao quadrado do produto interno é $D_{ikL}^2 = \|\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i\|_L^2 = (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i)^T \mathbf{L} (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i)$, onde $\|\cdot\|_L^2$ é a norma Euclidiana padrão e $\mathbf{L} = \mathbf{I}$, $\mathbf{z}_k$ representam os elementos de cada coluna da matriz de dados $\mathbf{Z}$ e $\mathbf{v}_i$ está associada com as coordenadas dos centros dos agrupamentos. O algoritmo FCM é realizado usando os seguintes passos: dado um conjunto de dados $\mathbf{Z}$ e a matriz de partição inicial $\mathbf{U}^{(0)} \in M_{fc}$, escolha o número de agrupamentos $1 < c < N$, a tolerância de erro $\alpha > 0$ e o expoente der fuzzificação $w > 1$.

Repetir para $l=1, 2, \dots$

Passo 1: Calcular os protótipos dos agrupamentos (centros):

$$\mathbf{v}_i^{(l)} = \frac{\sum_{k=1}^N \mu_{ik}^{(l-1)} \mathbf{z}_k}{\sum_{k=1}^N \left(\mu_{ik}^{(l-1)} \right)^w}, 1 \leq i \leq c \quad (3)$$

Passo 2: Calcular as distâncias:

$$D_{ikL}^2 = \left(\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i^{(l)} \right)^T \mathbf{L} \left(\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i^{(l)} \right), 1 \leq k \leq N \quad (4)$$

Passo 3: Atualizar a matriz de partição:

If $\sqrt{D_{ikL}^2} > 0$ for $1 \leq i \leq c, 1 \leq k \leq N$,

$$\mu_{ik}^{(l)} = \frac{1}{\sum_{j=1}^c (D_{ikL}/D_{jkL})^{2/(w-1)}}, \quad (5)$$

caso contrário

$$\mu_{ik}^{(l)} = 0 \text{ if } D_{ikL} > 0, \text{ and } \mu_{ik}^{(l)} \in [0, 1] \\ \text{with } \sum_{i=1}^c \mu_{ik}^{(l)} = 1.$$

Until $\|\mathbf{U}^{(l)} - \mathbf{U}^{(l-1)}\| < \alpha$.

Passo 4: Calcular o grau de pertinência normalizado da i -ésima regra.

$$\gamma_i(\mathbf{X}_L) = \frac{1}{\sum_{j=1}^c \left(\frac{D_{L_i} \mathbf{x}_L (\mathbf{X}_L, \mathbf{v}_i^{\mathbf{X}_L})}{D_{L_i} \mathbf{x}_L (\mathbf{X}_L, \mathbf{v}_j^{\mathbf{X}_L})} \right)^{2/(w-1)}} \quad (6)$$

com

$$D_{L_i} \mathbf{x}_L = \left(\mathbf{X}_{L_k} - \mathbf{v}_i^{\mathbf{X}_L} \right) L \left(\mathbf{X}_{L_k} - \mathbf{v}_i^{\mathbf{X}_L} \right)$$

e

$$\mathbf{X}_L = [y_1(k-1) \quad y_2(k-1) \quad \dots \quad y_m(k-1)]^T$$

onde $y_{[1,2,\dots,m]}$ corresponde aos dados de saída.

2.2 Algoritmo ERA/DC baseado em Agrupamento para Estimação do Consequente

O algoritmo ERA/DC (Eigensystem Realization Algorithm / Data Correlations) originalmente criado por (Juang and Pappa, 1985), apresenta a estrutura nebulosa dada pelos seguintes passos: Dado l (número de pontos), p (número apropriado de parâmetros de Markov do observador a partir do conjunto de dados de entrada e saída do sistema), $u_{r \times l}$ (dados de entrada, onde r corresponde ao número de entradas) e $y_{m \times l}$ (dados de saída, onde m corresponde ao número de saídas).

Passo 1: Calcular a matriz de regressores, denominada $\mathbf{V}$.

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_0 & \mathbf{u}_1 & \dots & \mathbf{u}_p & \dots & \mathbf{u}_{l-1} \\ 0 & \mathbf{v}_0 & \dots & \mathbf{v}_{p-1} & \dots & \mathbf{v}_{l-2} \\ 0 & 0 & \dots & \mathbf{v}_{p-2} & \dots & \mathbf{v}_{l-3} \\ 0 & 0 & \ddots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & \mathbf{v}_0 & \dots & \mathbf{v}_{l-p-1} \end{bmatrix} \quad (7)$$

onde:

$$\mathbf{v}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_k \\ \mathbf{y}_k \end{bmatrix} \quad (8)$$

$\mathbf{v}_k$ corresponde aos dados de entrada e saída no instante k .

Passo 2: Obter, a partir dos dados experimentais, os parâmetros de Markov do observador $\tilde{\mathbf{Y}}$ baseado nos conjuntos nebulosos, como segue:

$$\tilde{\mathbf{y}} = \sum_{i=1}^l \tilde{\mathbf{Y}}^i \mathbf{V} \quad (9)$$

$$\tilde{\mathbf{Y}}^i = \mathbf{y} \Gamma^i \mathbf{V}^T [\mathbf{V} \Gamma^i \mathbf{V}^T]^{-1} \quad (10)$$

onde $\mathbf{y} = [\mathbf{y}_0 \quad \mathbf{y}_1 \quad \dots \quad \mathbf{y}_p \quad \dots \quad \mathbf{y}_{l-1}]$ é a matriz de saída $m \times l$ do sistema dinâmico,

$$\Gamma^i = \begin{bmatrix} \gamma_0^i & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \gamma_1^i & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \gamma_{l-1}^i \end{bmatrix} \quad (11)$$

é a matriz diagonal de ponderação dos valores de pertinências na i -ésima regra.

$$\tilde{\mathbf{Y}}^i = \begin{bmatrix} \mathbf{D}^i(\gamma^i) \\ \mathbf{C}^i(\gamma^i) \bar{\mathbf{B}}^i(\gamma^i) \\ \mathbf{C}^i(\gamma^i) \bar{\mathbf{A}}^i(\gamma^i) \bar{\mathbf{B}}^i(\gamma^i) \\ \vdots \\ \mathbf{C}^i(\gamma^i) \bar{\mathbf{A}}^{i(p-1)}(\gamma^i) \bar{\mathbf{B}}^i(\gamma^i) \end{bmatrix}^T \quad (12)$$

corresponde aos parâmetros de Markov do observador na i -ésima regra.

Passo 3: Construir um bloco da matriz de correlação $\mathbf{N}_\tau^i$ com os elementos $\mathbf{G}_{hh_{k+\tau}}^i$, os quais correspondem ao produto entre $\mathbf{H}_\tau^i$ e $\mathbf{H}_{k+\tau}^{iT}$.

$$\mathbf{G}_{hh_{k+\tau}}^i = \mathbf{H}_{k+\tau}^i \mathbf{H}_\tau^{iT} \quad (13)$$

com $\tau = 0$

$$\mathbf{G}_{hh_k}^i = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{k+1}^i & \cdots & \mathbf{Y}_{k+\beta}^i \\ \mathbf{Y}_{k+2}^i & \cdots & \mathbf{Y}_{k+\beta+1}^i \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{Y}_{k+\alpha}^i & \cdots & \mathbf{Y}_{k+\alpha+\beta+1}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_1^i & \cdots & \mathbf{Y}_\beta^i \\ \mathbf{Y}_2^i & \cdots & \mathbf{Y}_{\beta+1}^i \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{Y}_\alpha^i & \cdots & \mathbf{Y}_{\alpha+\beta+1}^i \end{bmatrix}^T \quad (14)$$

onde $\mathbf{Y}_k^i$ é a matriz $m \times r$, onde as colunas são os parâmetros de Markov (resposta ao impulso amostrada) correspondente às m saídas. O tamanho de $\mathbf{H}_k^i$ e $\mathbf{H}_0^i$ é $\alpha m \times \beta r$, desde que o tamanho de $\mathbf{G}_{hh_k}^i$ é $\alpha m \times \alpha m$.

$$\mathbf{N}_k^i = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{hh_k}^i & \cdots & \mathbf{G}_{hh_{k+\xi\tau}}^i \\ \mathbf{G}_{hh_{k+\tau}}^i & \cdots & \mathbf{G}_{hh_{k+(\xi+1)\tau}}^i \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{G}_{hh_{k+\epsilon\tau}}^i & \cdots & \mathbf{G}_{hh_{k+(\epsilon+\xi)\tau}}^i \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\mathbf{N}_k^i = \mathbf{P}_\epsilon^i \mathbf{A}^{i^k}(\gamma^i) \mathbf{Q}_\xi^i \quad (16)$$

Passo 4: Decompor $\mathbf{N}_0^i$ usando a decomposição em valores singulares: $\mathbf{N}_0^i = \mathbf{R}^i \mathbf{\Sigma}^i \mathbf{S}^{iT}$.

Passo 5: Determinar a ordem do sistema examinando os valores singulares da matriz Hankel $\mathbf{N}_0^i$.

Passo 6: Construir uma realização de ordem mínima $[\mathbf{A}^i, \mathbf{Q}_c^i, \mathbf{P}_\alpha^i]$ usando o bloco da matriz Hankel deslocada $\mathbf{N}_1^i$.

$$\mathbf{G}_{hh_k}^i = \mathbf{H}_k^i \mathbf{H}_0^{iT} = \mathbf{P}_\alpha^i \mathbf{A}^{i^k}(\gamma^i) \mathbf{Q}_\beta^i \mathbf{Q}_\beta^{iT} \mathbf{P}_\alpha^{iT}$$

$$\mathbf{G}_{hh_k}^i = \mathbf{H}_k^i \mathbf{H}_0^{iT} = \mathbf{P}_\alpha^i \mathbf{A}^{i^k}(\gamma^i) \mathbf{Q}_c^i \quad (17)$$

Passo 7: Calcular a matriz de controlabilidade $\mathbf{Q}_\beta^i$ e determinar a realização de ordem mínima $[\mathbf{A}^i(\gamma^i), \mathbf{B}^i(\gamma^i), \mathbf{C}^i(\gamma^i)]$.

$$\mathbf{H}_0^i = \mathbf{P}_\alpha^i \mathbf{Q}_\beta^i \quad (18)$$

onde:

$$\mathbf{P}_\alpha^i = \begin{bmatrix} \mathbf{C}^i(\gamma^i) \\ \mathbf{C}^i(\gamma^i) \mathbf{A}^i(\gamma^i) \\ \mathbf{C}^i(\gamma^i) \mathbf{A}^{i^2}(\gamma^i) \\ \vdots \\ \mathbf{C}^i(\gamma^i) \mathbf{A}^{i^{\alpha-1}}(\gamma^i) \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\mathbf{Q}_\beta^i = [\mathbf{B}^i(\gamma^i) \quad \mathbf{A}^i(\gamma^i) \mathbf{B}^i(\gamma^i) \quad \cdots \quad \mathbf{A}^{i^{\beta-1}}(\gamma^i) \mathbf{B}^i(\gamma^i)] \quad (20)$$

logo

$$\mathbf{Q}_\beta^i = \mathbf{P}_\alpha^{i+} \mathbf{H}_0^i \quad (21)$$

$$\mathbf{A}^i = (\mathbf{\Sigma}^i)^{-1/2} \mathbf{R}_n^{iT} \mathbf{H}_1^i \mathbf{S}_n^i (\mathbf{\Sigma}^i)^{-1/2} \quad (22)$$

$$\mathbf{D}^i = \bar{\mathbf{Y}}_{m \times 1}^i \quad (23)$$

$$\mathbf{B}^i = \text{first } r \text{ columns of } \mathbf{Q}_\beta^i \quad (24)$$

$$\mathbf{C}^i = \text{first } m \text{ rows of } \mathbf{P}_\alpha^i \quad (25)$$

3 Algoritmo do Filtro de Kalman Nebuloso

O Filtro de Kalman nebuloso TS apresenta a $i|_{[t=1,2,\dots,l]}$ -ésima regra, dada por:

$R^{(i)}$: SE $\tilde{y}_{1_{k-1}}$ É $F_{j|\tilde{y}_{1_{k-1}}}^i$ E ... E SE $\tilde{y}_{n_{k-1}}$ É $F_{j|\tilde{y}_{n_{k-1}}}^i$ ENTÃO

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_k^i &= \mathbf{A}^i \mathbf{x}_{k-1}^i + \mathbf{K}_k^i (y_k^i - \mathbf{C}^i \mathbf{x}_k^i) \\ y_k^i &= \mathbf{C}^i \mathbf{x}_k^i + \mathbf{D}^i u_k \end{aligned} \quad (26)$$

onde $\mathbf{A}^i$, $\mathbf{C}^i$ e $\mathbf{D}^i$ são matrizes estimadas pelo algoritmo ERA/DC baseado em agrupamento nebuloso na i -ésima regra, conforme descrito na seção 2.2; e $\mathbf{K}^i$ corresponde ao ganho de Kalman na i -ésima regra. De acordo com o algoritmo de agrupamento nebuloso, descrito na seção 2.1 e o algoritmo ERA/DC baseado em agrupamento nebuloso, conforme descrito na seção 2.2, o Filtro de Kalman nebuloso é dado por:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}_k &= \sum_{i=1}^l (\mathbf{A}^i(\gamma_i) \mathbf{x}_{k-1}^i + \mathbf{K}_k^i(\gamma_i) (y_k^i - \mathbf{C}^i(\gamma_i) \mathbf{x}_k^i)) \\ \tilde{y}_k &= \sum_{i=1}^l (\mathbf{C}^i(\gamma_i) \mathbf{x}_k^i + \mathbf{D}^i(\gamma_i) u_k) \end{aligned} \quad (27)$$

Inicializar $\hat{\mathbf{x}}_0^i$, $\mathbf{P}_0^i$, $k = 1$, $i = 1$;

Enquanto (necessita estimar os estados e a saída do sistema) **Faça**

Para $i = 1, 2, \dots, l$

Atualizar o instante de tempo:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_k^{-i} &= \mathbf{A}^i(\gamma_i)\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^i \\ \mathbf{P}_k^{-i} &= \mathbf{A}^i(\gamma_i)\mathbf{P}_{k-1}^i\mathbf{A}^{iT}(\gamma_i) + \mathbf{Q}^i(\gamma_i) \\ \text{Obter a medição } y_k; \\ \text{Atualizar a medição:}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{K}_k^i &= \mathbf{P}_k^{-i}(\gamma_i)\mathbf{C}^{iT}(\gamma_i)(\mathbf{C}^i(\gamma_i)\mathbf{P}_k^{-i}(\gamma_i)\mathbf{C}^{iT}(\gamma_i) + \mathbf{R}^i(\gamma_i))^{-1} \\ \hat{\mathbf{x}}_k^i &= \hat{\mathbf{x}}_k^{-i} + \mathbf{K}_k^i(\gamma_i)(y_k - \mathbf{C}^i(\gamma_i)\hat{\mathbf{x}}_k^{-i}) \\ \tilde{\mathbf{x}}_k &= \sum_{i=1}^l \gamma^i \hat{\mathbf{x}}_k^i \\ \mathbf{P}_k^i &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k^i(\gamma_i)\mathbf{C}^i(\gamma_i))\mathbf{P}_k^{-i}(\gamma_i) \\ \hat{y}_k^i &= \mathbf{C}^i(\gamma_i)\hat{\mathbf{x}}_k^i + \mathbf{D}^i(\gamma_i)u_k \\ \tilde{y}_k &= \sum_{i=1}^l \gamma^i \hat{y}_k^i \\ i &= i + 1\end{aligned}$$

Fim para

$k = k + 1$

Fim enquanto

A matriz $\mathbf{I}$ é definida como uma matriz identidade $n \times n$; $\mathbf{K}_k^i$ é a matriz de ganho de Kalman na i -ésima regra do Filtro de Kalman Nebuloso; $\mathbf{P}_k^{-i}$ é a matriz de covariância do erro *a priori* da i -ésima regra do Filtro de Kalman Nebuloso; $\mathbf{P}_k^i = E[(x_k^i - \hat{x}_k^i)(x_k^i - \hat{x}_k^i)^T]$ é a matriz de covariância do erro *a posteriori* da i -ésima regra do Filtro de Kalman Nebuloso. A matriz de covariância do ruído do sistema e a matriz de covariância do ruído das medições, $\mathbf{Q}$ e $\mathbf{R}$, respectivamente, são dadas por:

$$\mathbf{Q}^i = \text{diag}(Q_{11}^i, Q_{22}^i, \dots, Q_{nn}^i) \quad (28)$$

com $Q_{nn}^i = (\bar{x}_{n_k} - x_{n_k}^i)^2$, onde $\bar{x}_{n_k}$ corresponde ao valor da m dia de x_{n_k} no instante de 1 até k e $x_{n_k}^i$ corresponde ao valor do estado n , no instante k , na i -ésima regra do modelo nebuloso, e

$$\mathbf{R}^i = \text{diag}(R_{11}^i, R_{22}^i, \dots, R_{nn}^i) \quad (29)$$

com $R_{nn}^i = (\bar{y}_{n_k} - y_{n_k}^i)^2$, onde $\bar{y}_{n_k}$ corresponde ao valor da m dia de y_{n_k} no instante de 1 até k e $y_{n_k}^i$ corresponde ao valor de saída n , no instante k , na i -ésima regra do modelo nebuloso.

4 Resultados Computacionais

A fim de comprovar a eficiência da metodologia proposta, utilizou-se o seguinte sistema (Chen et al., 1998):

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{k+1} &= \begin{bmatrix} 1 & v \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + e_k \\ \mathbf{y}_k &= [1 \quad 0] \mathbf{x}_k + n_k\end{aligned} \quad (30)$$

onde $x_k \in \mathbb{R}^n$ e $y_k \in \mathbb{R}^m$ são vetores de estado e saída, respectivamente, com estado inicial x_0 sendo uma Gaussiana de m dia conhecida $E\{x_0\}$

e covariância $P_0 = V\{x_0\}$; $\{e_k\}$ e $\{n_k\}$ são Gaussianas com seq ncias de ruído mutuamente independentes, com matrizes de covariância conhecidas $\{Q_k\}$ e $\{R_k\}$, respectivamente, que são totalmente independentes do estado inicial x_0 . A simulação de dados é realizada a partir de:

$$E\{x_0\} = \begin{bmatrix} x_{01} \\ x_{02} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$V\{x_0\} = \begin{bmatrix} P_{00} & P_{01} \\ P_{10} & P_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$\mathbf{Q}_k = \begin{bmatrix} q & 0 \\ 0 & q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}, R_k = r = 0.1 \quad (33)$$

$$v = [0.01, 0.012] \quad (34)$$

A fim de estimar os conjuntos nebulosos, o algoritmo FCM foi implementado para dois agrupamentos, coeficiente de fuzzificação $w = 1.2$ e tolerância $\alpha = 0.001$. Os conjuntos nebulosos obtidos são observados na Figura 1.

A partir dos dados de entrada e saída do sistema dinâmico não linear, levando em consideração os graus de pertinência dos conjuntos nebulosos, o Filtro de Kalman Nebuloso Identificado (FKNI), é dado por:

$$R^{(1)}: \text{SE } \tilde{y}_{k-1} \text{   } F_{k|\tilde{y}_{k-1}}^1 \text{ ENTÃO}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_k^1 &= \mathbf{A}^1 \mathbf{x}_{k-1}^1 + \mathbf{K}_k^1 (y_k^1 - \mathbf{C}^1 \mathbf{x}_k^1) \\ y_k^1 &= \mathbf{C}^1 \mathbf{x}_k^1 + \mathbf{D}^1 u_k\end{aligned} \quad (35)$$

$$R^{(2)}: \text{SE } \tilde{y}_{k-1} \text{   } F_{k|\tilde{y}_{k-1}}^2 \text{ ENT O}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_k^2 &= \mathbf{A}^2 \mathbf{x}_{k-1}^2 + \mathbf{K}_k^2 (y_k^2 - \mathbf{C}^2 \mathbf{x}_k^2) \\ y_k^2 &= \mathbf{C}^2 \mathbf{x}_k^2 + \mathbf{D}^2 u_k\end{aligned} \quad (36)$$

onde

$$\mathbf{x}^1 = \begin{bmatrix} x_1^1 \\ x_2^1 \end{bmatrix}, \mathbf{A}^1 = \begin{bmatrix} 1.0079 & 0.0014 \\ -0.0369 & -0.4468 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}^1 = [-40.7155 \quad 0.1236], \mathbf{D}^1 = 0.9741,$$

$$\mathbf{x}^2 = \begin{bmatrix} x_1^2 \\ x_2^2 \end{bmatrix}, \mathbf{A}^2 = \begin{bmatrix} 0.9838 & 0.0012 \\ -0.1093 & -0.7904 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}^2 = [-8.0340 \quad 0.0136], \mathbf{D}^2 = 0.7290,$$

e

$$F_1(y_k, a, b)|_{(a=-4.11; b=-3.06)} = \begin{cases} 1, & y_k \leq a \\ 1 - 2 \left(\frac{y_k - a}{b - a} \right)^2, & a \leq y_k \leq \frac{a+b}{2} \\ 2 \left(\frac{y_k - a}{b - a} \right)^2, & \frac{a+b}{2} \leq y_k \leq b \\ 0, & y_k \geq b \end{cases}$$

com $F_2 = 1 - F_1$.

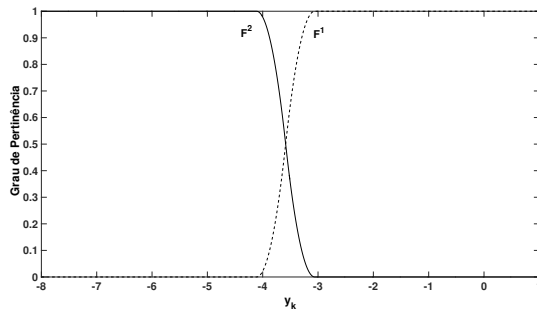


Figura 1: Funções de Pertinência obtidas através do algoritmo FCM.

A saída do modelo do sistema obtida através da metodologia proposta e o erro entre as saídas do sistema não linear e do FKNI são observados na Figura 2. É observado que o FKNI segue a resposta do sistema dinâmico não linear.

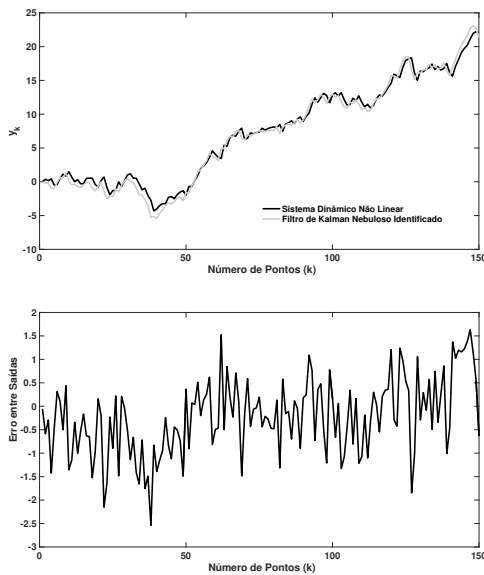


Figura 2: Saída do sistema dinâmico não linear (em preto) e saída do FKNI (em cinza). O erro entre as saídas do sistema dinâmico não linear e do FKNI.

Os estados x_1 e x_2 do sistema dinâmico não linear são comparados aos estados estimados através do Filtro de Kalman Nebuloso Identificado - FKNI (proposto neste artigo) e o *Fuzzy Kalman Filtering* - FKF (proposto em (Chen et al., 1998)) são observados na Figura 3 e na Figura 4, respectivamente. Observa-se a eficiência da metodologia proposta comparado ao FKF (Chen et al., 1998) em relação ao comportamento dos estados estimados. As métricas RMSE (do inglês *Root Mean Square Error*) e VAF (do inglês *Variance Accounted For*) foram utilizadas para avaliar o desempenho dos estados x_1 , x_2 e a saída do Filtro de Kalman Nebuloso. O FKNI apresenta valores RMSE e VAF na saída, 0.8437 e 98.7431, respectivamente. O estado x_1 de FKNI apresenta valores RMSE e VAF, 1.4868 e 95.7197, respectivamente. O estado x_2 de FKNI apresenta valores RMSE e VAF, 0.6999 e 91.2823, respectivamente. O estado x_1 de FKF (Chen et al., 1998) apresenta valores RMSE e VAF, 10.7158 e 32.3911, respectivamente. O estado x_2 de FKF (Chen et al., 1998) apresenta valores RMSE e VAF, 10.6895 e 47.2185, respectivamente. Os ganhos de Kalman K^1 e K^2 , obtidos a partir de FKNI proposto neste artigo, podem ser observados na Figura 5 e na Figura 6, respectivamente. Os graus de pertinência instantâneos podem ser observados na Figura 7.

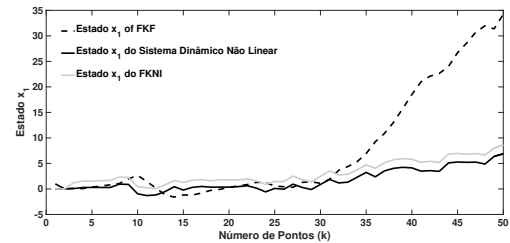


Figura 3: Estado x_1 : x_1 do sistema dinâmico não linear (linha preta), x_1 estimado pelo FKNI (linha cinza) e x_1 estimado através do FKF (linha preta tracejada).

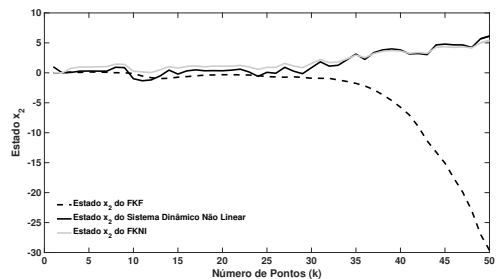


Figura 4: Estado x_2 : x_2 do sistema dinâmico não linear (em preto), x_2 estimado pelo FKNI (linha cinza) e x_2 estimado através do FKF (linha preta tracejada).

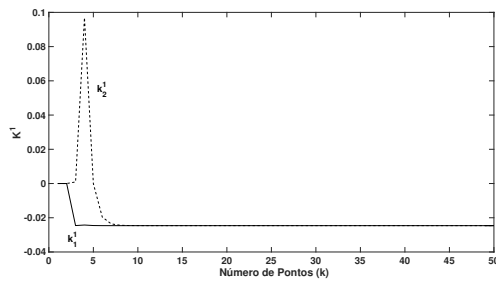


Figura 5: Ganho de Kalman $K^1 = [k_1^1 \ k_2^1]^T$ na regra 1.

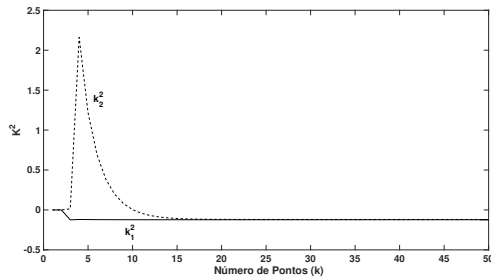


Figura 6: Ganho de Kalman $K^2 = [k_1^2 \ k_2^2]^T$ na regra 2.

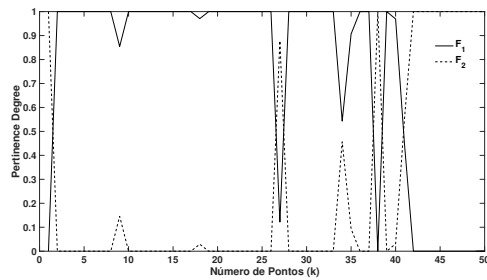


Figura 7: Graus de Pertinência Instantâneos do Filtro de Kalman Nebuloso.

5 Conclusão

A metodologia para identificação de um Filtro de Kalman Nebuloso, proposta neste artigo, mostrou-se eficiente em relação a estimação da saída e dos estados de um sistema dinâmico não linear variante no tempo. Comparada a outra metodologia disponível na literatura, a metodologia proposta mostrou melhor desempenho em relação ao rastreamento dinâmico do comportamento dos estados.

Referências

Aguirre, L. A. (2015). *Introdução à Identificação de Sistemas - Técnicas Lineares e Não-Lineares Aplicadas a Sistemas Reais*, UFMG.

Babuska, R., Schutter, B. D., Lendek, Z. and Guerra, T. M. (2010). *Stability Analysis and Nonlinear Observer Design Using Takagi-Sugeno Fuzzy Models*, Springer Publishing Company, Incorporated.

Benzaouia, A. and Hajjaji, A. (2014). *Advanced Takagi Sugeno Fuzzy Systems: Delay and Saturation*, Springer.

Chen, G., Xie, Q. and Shieh, L. S. (1998). *Fuzzy Kalman Filtering*, Journal of Information Sciences, vol.109, pp.197-209, August.

Fan, L. (2015). *Least squares estimation and Kalman filter based dynamic state and parameter estimation*, Power Energy Society General Meeting 2015 IEEE, pp.1-5, July.

Inoue, R. S., Terra, M. H. and Cerri, J. P. (2016). *Extended robust Kalman filter for attitude estimation*, IET Control Theory and Applications, vol.10, pp.162-172.

Juang, J. N. (1994). *Applied System Identification*, Prentice Hall. United States.

Juang, J. N. and Pappa, R. S. (1985). *An Eigensystem Realization Algorithm for Modal Parameter Identification and Model Reduction*, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol.8, no.5, pp.620-627.

Moreno, V. M. and Pigazo, A. (2009). *Kalman Filter Recent Advances and Applications*, InTech.

Pires, D. S. and Serra, G. L. O. (n.d.). *Robust fuzzy digital PID controller design based on gain and phase margins specifications*, Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE), 2014 IEEE International Conference on, pp.739-745, July.

Serra, G. L. O. (2012). *Frontiers in Advanced Control Systems*, InTech, Croatia.

Vukadinovic, D. (2011). *Fuzzy Control Systems*, Nova Science Publishers.

Wu, C. Y., Tsai, J. S. H., Guo, S. M., Shieh, L. S., Canelon, J. I., Ebrahimzadeh, F. and Wang, L. (2015). *A novel on-line observer Kalman filter identification method and its application to input-constrained active fault-tolerance tracker design for unknown stochastic systems*, Journal of the Franklin Institute, 352, pp. 1119-1151.

Zadeh, L. A. (1965). *Information and Control*, Fuzzy sets, vol.8, pp.338-353.