

ALGORITMO EVOLUTIVO PARA IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS DINÂMICOS ESTOCÁSTICOS NÃO LINEARES MULTIVARIÁVEIS NÃO ESTACIONÁRIOS

ORLANDO DONATO ROCHA FILHO, GINALBER LUIZ DE OLIVEIRA SERRA*,[†]

**Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão
Departamento de Eletroeletrônica
Laboratório de Inteligência Computacional Aplicada à Tecnologia
São Luís, Maranhão, Brasil*

[†]

Emails: {orlando.rocha,ginalber}@ifma.edu.br,

Abstract— This paper presents a fuzzy clustering algorithm based on maximum likelihood with participatory learning. The adopted methodology is based on an online fuzzy inference system with Takagi–Sugeno evolving structure, which employs an adaptive distance norm based on the maximum likelihood criterion with instrumental variable recursive parameter estimation. The application and performance analysis of the proposed algorithm is based on black box modeling of a 2DOF Helicopter with errors in variables.

Keywords— Evolving Fuzzy Systems, Instrumental Variable, Recursive Estimation, Maximum Likelihood, Black Box Modeling.

Resumo— Este artigo apresenta um algoritmo de agrupamento evolutivo–recursivo nebuloso baseado no critério de máxima verossimilhança com a aprendizagem participativa. A metodologia adotada é baseada em um sistema de inferência nebuloso *online* na estrutura de Takagi–Sugeno, que emprega uma norma distância adaptativa com base no critério da máxima verossimilhança e o uso do método de variável instrumental na estimativa paramétrica recursiva. A análise da aplicação e desempenho do algoritmo proposto é baseado na modelagem de caixa preta de um helicóptero com 2 graus de liberdade inserido em uma ambiente com erros nas variáveis.

Palavras-chave— Sistemas Nebulosos Evolutivos, Variável Instrumental, Estimação Paramétrica Recursiva, Máxima Verossimilhança, Modelagem Caixa-Preta.

1 Introdução

Algoritmos de agrupamento nebuloso em batelada desempenham um papel importante na modelagem de dados experimentais. Contudo, estes algoritmos requerem uma condição inicial fornecida pelo especialista, isto é, o número inicial de agrupamentos nebulosos é dado para que se possa realizar a tarefa de agrupamento (Lendek et al., 2010). Além disso, as diversas áreas da engenharia como manufatura, controle, predição, processamento de sinais e identificação, buscam novas metodologias para modelagem computacional que se baseiem em agrupamentos de dados (Dovzan et al., 2015). Um problema importante no agrupamento de dados é a estimativa do número de grupos (*clusters*) a partir de um conjunto de dados não estacionário, o que não é uma questão nova, por isso há várias obras abrangentes na literatura que lidam com sistemas dinâmicos adaptativos e evolutivos no que diz respeito ao agrupamento com relação à detecção de grupos com o volume variável, formas incertas, tamanhos desiguais e densidades variáveis (Angelov, 2013; Dovzan et al., 2015). Atualmente, pesquisas sobre sistemas de agrupamentos evolutivos inteligentes, especialmente com sistemas evolutivos inseridos no contexto nebuloso, tem-se desenvolvido para melhorar a capacidade de alterar a estrutura e os parâmetros evolutivos dos modelos dinâmicos de dados a medida que um novo dado é lido em um fluxo de dados di-

nâmicos (Liu et al., 2013; Angelov, 2013; Costa et al., 2015; Lughofer et al., 2015; Skrjanc, 2015; Dovzan et al., 2015). Neste artigo um algoritmo evolutivo baseado no critério de máxima verossimilhança com a aprendizagem participativa, inserido na estrutura nebulosa *Takagi–Sugeno*, utilizando estimação paramétrica recursiva com variável instrumental, para identificação de sistemas não-lineares estocásticos multivariáveis não estacionários, é proposto. As principais contribuições da metodologia proposta podem ser consideradas como segue: um modelo nebuloso inicial com base na estimativa paramétrica a partir de um conjunto de dados em batelada, que melhora significativamente a robustez e qualidade da identificação *online* de sistemas dinâmicos não lineares e não estacionários; uma estratégia para identificar a similaridade de duas ou mais regras nebulosas, a fim garantir a interpretabilidade e transparência do modelo nebuloso; o uso da variável instrumental para estimação paramétrica do consequente a fim de garantir a robustez na presença de ruído correlacionado; aprendizagem participativa evolutiva baseada em uma norma adaptativa, diferente dos modelos de aprendizagem participativa; norma de distância adaptativa baseado no critério de máxima verossimilhança (Serra and Bottura, 2009; Young, 2015).

2 Formulação do Algoritmo de Agrupamento Nebuloso Evolutivo Híbrido

Nesta seção, serão apresentados a formulação e os passos para implementação do algoritmo de agrupamento nebuloso evolutivo proposto. Seja c o número de grupos, com $2 \leq c \leq N$, onde N é o total de dados experimentais obtidos do sistema a ser identificado, que podem ser representados por um conjunto de protótipos $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_c]$, $\mathbf{v}_i \in \mathbb{R}^{p+1}$, com $i = 1, 2, \dots, c$, onde p é a dimensionalidade do vetor de entrada de dados que representa as variáveis medidas. A matriz de regressores, a ser utilizada pelo algoritmo de agrupamento nebuloso em batelada é dada por $\mathbf{Z} = [\mathbf{X}, \mathbf{y}]$, $\mathbf{Z} = [\mathbf{z}^{(1)}, \mathbf{z}^{(2)}, \dots, \mathbf{z}^{(N)}]^T$ com $\mathbf{z}^{(j)} \in \mathbb{R}^{p+1}$, onde $\mathbf{X} = [\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}^{(2)}, \dots, \mathbf{x}^{(N)}]$ com a matriz de dados de entrada representada por $\mathbf{x}^{(j)} \in \mathbb{R}^p$, e $\mathbf{y} = [y^{(1)}, y^{(2)}, \dots, y^{(N)}]^T$ com vetor de dados de saída, $y^{(j)} \in \mathbb{R}$, para $\forall j = 1, 2, \dots, N$. A metodologia proposta consiste em duas etapas definidas: **estimação inicial** e **estimação evolutiva**. A etapa inicial (estimação inicial) desempenha a tarefa de obtenção dos parâmetros iniciais do vetor de protótipos, matriz de covariância nebulosa, matriz de partição nebulosa e parâmetros do consequente que são os parâmetros iniciais do estágio de estimação evolutiva. Neste artigo, a estimação inicial é baseada no algoritmo de agrupamento nebuloso baseado no *Gustafson-Kessel*. A etapa evolutiva é descrita na subseção 2.1.

2.1 Agrupamento Nebuloso: estimação evolutiva

O algoritmo evolutivo atualiza o vetor de protótipo $\mathbf{V}_{rci}^{(k)}$, a matriz de covariância nebulosa $\mathbf{A}_{\Sigma_{rc}}$ e a matriz de partição nebulosa $\mathbf{U}_{rc}^{(k)}$ a partir de um novo ponto lido no instante de tempo k , $\mathbf{z}_{rc}^{(k)}$. A similaridade entre um novo ponto em relação aos grupos existentes é mensurada com base na norma de distância de máxima verossimilhança. Os parâmetros iniciais do vetor de protótipos $\mathbf{V}_{rc}^{(0)}$, matriz de covariância nebulosa $\mathbf{A}_{\Sigma_{rc}}^{(0)}$, matriz de partição nebulosa $\mathbf{U}_{rc}^{(0)}$, e parâmetros do consequente $\Theta_i^{(0)}$ são obtidos a partir da estimação inicial do algoritmo. Neste artigo, a probabilidade *a priori* evolutiva de se selecionar o i^o grupo é definida a partir de um procedimento denominado de coeficiente evolutivo-recursivo $C_{r0}^{(i)}$, de um novo ponto lido, $\mathbf{z}_{rc}^{(k)}$, mensurado a partir das distâncias deste aos centros dos grupos existentes, conforme segue: **SE** $D_{(i)k} > 0 \quad \forall i, k$,

$$C_{r0}^{(i)} = \frac{1}{\sum_{j=1}^c \left(\frac{D_{(i)k}}{D_{(j)k}} \right)^{2/(m-1)}}, \quad (1)$$

SENÃO-SE $D_{(i)k} = 0 \quad \forall i, k$,

$$C_{r0}^{(i)} = 1 \text{ e } C_{r0}^{(j)} = 0 \quad \forall j \neq i \text{ e } j = 1, 2, \dots, c \quad (2)$$

FIM SE

A distância de um ponto lido computada para a probabilidade *a priori* é dada por,

$$D_{(i)k}^2 = \mathbf{D}_{(i)} \left(\mathbf{A}_{\Sigma_{rc(i)}}^{(k-1)} \right)^{-1} \mathbf{D}_{(i)}^T \quad (3)$$

$$D_{(j)k}^2 = \mathbf{D}_{(j)} \left(\mathbf{A}_{\Sigma_{rc(j)}}^{(k-1)} \right)^{-1} \mathbf{D}_{(j)}^T \quad (4)$$

onde

$$\mathbf{D}_{(i)} = \left(\mathbf{z}_{rc}^{(k)} - \mathbf{v}_{rci}^{(k-1)} \right) \quad (5)$$

$$\mathbf{D}_{(j)} = \left(\mathbf{z}_{rc}^{(k)} - \mathbf{v}_{rcj}^{(k-1)} \right) \quad (6)$$

e $C_{r0}^{(i)} \in [0, 1]$ com $\sum_{i=1}^c C_{r0}^{(i)} = 1$, satisfazendo aos axiomas de probabilidade, com $i = 1, 2, \dots, c$, no instante k . As distâncias do ponto lido, $\mathbf{z}_{rc}^{(k)}$, a partir dos i^o grupos, baseado no critério da máxima verossimilhança, do vetor de protótipos $\mathbf{v}_{rci}^{(k-1)}$, são dados por:

$$D_{ikA_{\Sigma_{rc}}}^2 = \frac{(2\pi)^{p/2} \sqrt{\mathbf{A}_{\Sigma_{rc}}^{(k-1)}}}{C_{r0}^{(i)}} \exp \left[\frac{1}{2} \mathbf{D}_{(i)} \left(\mathbf{A}_{\Sigma_{rc}}^{(k-1)} \right)^{-1} \mathbf{D}_{(i)}^T \right] \quad (7)$$

A similaridade entre um novo ponto lido $\mathbf{z}_{rc}^{(k)}$ no instante k em relação a cada c grupos identificados é estimada a partir da norma de distância máxima verossimilhança usando a equação (7). A distância mínima do grupo próximo g_0 , é dado por: $g_0 = \arg \min \left(\sqrt{D_{ikA_{\Sigma_{rc}}}^2} \right)$, $i = 1, 2, \dots, c$. O raio do grupo próximo $\mathbf{v}_{g_0}$, no instante k , é dado por: $r_{g_0} = \arg \max \left\| \mathbf{v}_{g_0} - \mathbf{z}^{(j)} \right\|_{A_{\Sigma_{g_0}}}$ onde $\forall \mathbf{z}_{rc}^{(j)} \in g_0$ e $\mu_{g_0j} > \mu_h$ $j = 1, 2, \dots, k$. Neste artigo, $\| \cdot \|_{A_{\Sigma_{g_i}}}$ é a norma de distância que permite mensurar o raio de um grupo baseado nas seguintes condições de restrições: $\forall \mathbf{z}_{rc}^{(j)} \in g_0$ e $\mu_{g_0j} > \mu_h$ com $j = 1, 2, \dots, k$.

O raio do grupo próximo é computado como se segue:

$$\left\| \mathbf{v}_{g_0} - \mathbf{z}^{(j)} \right\|_{A_{\Sigma_{g_0}}} = \left[\mathbf{D}_{zg_0} \left(\mathbf{A}_{\Sigma_{g_0}} \right)^{-1} \mathbf{D}_{zg_0}^T \right] \quad (8)$$

onde

$$\mathbf{D}_{zg_0} = \left(\mathbf{z}_{rc}^{(j)} - \mathbf{v}_{g_0} \right) \quad (9)$$

Neste artigo, a atualização do vetor de protótipos, $\mathbf{v}_{rci}^{(k)}$, a matriz de covariância nebulosa $\mathbf{A}_{\Sigma_{rc}}^{(k)}$, e a matriz de partição nebulosa $\mathbf{U}_{rc}^{(k)}$ dos grupos identificados é baseado nas regras de *Kohonen* com um fator de aprendizagem participativo (Soleimani-B et al., 2010; Lemos et al., 2011; Silva et al., 2014). A atualização dos parâmetros é dada por:

$$\mathbf{v}_{rci}^{(k)} = \mathbf{v}_{rci}^{(k-1)} + \alpha \mathbf{D}_{zv} \quad (10)$$

$$\mathbf{A}_{\Sigma_{rc}}^{(k)} = (1 - \alpha)\mathbf{A}_{\Sigma_{rc}}^{(k-1)} + \alpha\mathbf{D}_{zv}^T\mathbf{D}_{zv} \quad (11)$$

$$\mathbf{U}_{rc}^{(k)} = \tilde{h}\left(\mathbf{z}_{rc}^{(k)}, c, \mathbf{U}_{rc}^{(k-1)}\right) \quad (12)$$

A função $\tilde{h}\left(\mathbf{z}_{rc}^{(k)}, c, \mathbf{U}_{rc}^{(k-1)}\right)$ é atualizada a partir da matriz de partição nebulosa com c grupos, no instante k , conforme segue:

SE $D_{ikA_{\Sigma_{rc}}} > 0$ para $1 \leq i \leq c$ e $\forall k$,

$$\mu_{rc_i}^{(k)} = \frac{1}{\sum_{j=1}^c \left(\frac{D_{ikA_{\Sigma_{rc}}}}{D_{jkA_{\Sigma_{rc}}}}\right)^{1/(m-1)}} \quad (13)$$

SENÃO-SE $D_{ikA_{\Sigma_{bt}}} = 0$ para $1 \leq i \leq c$ e $1 \leq k \leq N_{rc}$,

$$\mu_{rc_i}^{(k)} = 1 \text{ and } \mu_{rc_j}^{(k)} = 0 \quad (14)$$

$$\forall j \neq i \text{ and } j = 1, 2, \dots, c$$

FIM SE

com, $m > 1$, e $\mu_{rc_i}^{(k)(l)} \in [0, 1]$ para $\sum_{i=1}^c \mu_{rc_i}^{(k)(l)} =$

1. O fator de aprendizado utilizado neste artigo, é dado por:

$$\alpha = \lambda \rho_k^{1-(1-\beta)a_{k-1}+\beta(1-\rho_k)} \quad (15)$$

onde $\lambda \in [0, 1]$ e $\beta \in [0, 1]$ são taxas de aprendizagem; a variável ρ_k   o fator de compatibilidade da observação atual $\mathbf{z}^{(k)}$, como se segue:

$$\rho_k = \exp\left[-\frac{1}{2}\mathbf{D}_{zv}\left(\mathbf{A}_{\Sigma_{rc}}^{(k-1)}\right)^{-1}\mathbf{D}_{zv}^T\right] \quad (16)$$

O critério que define a atualização e junção dos grupos similares é baseado num fator de compatibilidade que é mensurado a partir de dois ou mais grupos similares (Lendek et al., 2010), como se segue: $s_{ij}^1 = \|\boldsymbol{\varphi}_{ip}^T \boldsymbol{\varphi}_{jp}\| \geq k_1$ e $s_{ij}^2 = \|\mathbf{v}_{vi}^* - \mathbf{v}_{vj}^*\| \leq k_4 \forall i, j = 1, 2, \dots, p$, onde $\boldsymbol{\varphi}_{ip}^T$ e $\boldsymbol{\varphi}_{jp}^T$ são autovetores dos grupos i e j a serem computados; as constantes k_1 e k_4 são definidas a partir do especialista; $\mathbf{v}_{vi}^*$ e $\mathbf{v}_{vj}^*$ são os centros dos grupos normalizados. As matrizes dos critérios de agregação são definidos por:

$$\mathbf{S}^1 = \begin{bmatrix} s_{11}^1 & \dots & s_{1p}^1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ s_{p1}^1 & \dots & s_{pp}^1 \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{S}^2 = \begin{bmatrix} s_{11}^2 & \dots & s_{1p}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ s_{p1}^2 & \dots & s_{pp}^2 \end{bmatrix} \quad (17)$$

As matrizes do critério de agregação refinado usados para determinar os grupos a serem agregados, são definidas por:

$$\tilde{\mathbf{S}}^1 = \begin{bmatrix} \tilde{s}_{11}^1 & \dots & \tilde{s}_{1p}^1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{s}_{p1}^1 & \dots & \tilde{s}_{pp}^1 \end{bmatrix} \text{ e } \tilde{\mathbf{S}}^2 = \begin{bmatrix} \tilde{s}_{11}^2 & \dots & \tilde{s}_{1p}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{s}_{p1}^2 & \dots & \tilde{s}_{pp}^2 \end{bmatrix} \quad (18)$$

onde $\tilde{s}_{ij}^1 = \exp^{-(s_{ij}^1)^2}$ e $\tilde{s}_{ij}^2 = \exp^{-(s_{ij}^2)^2} \forall i, j = 1, 2, \dots, p$. Os elementos $\tilde{s}_{ij}^1$ e $\tilde{s}_{ij}^2$ são combinados a partir de uma matriz similar, baseados na m dia geométrica como um operador de agregação compensador (Lendek et al., 2010), é dado por: $s_{ij}^0 = \sqrt{\tilde{s}_{ij}^1 \tilde{s}_{ij}^2} \forall i, j = 1, 2, \dots, p$. O fator limiar de agregação que indica quais grupos a serem agregados γ_c (Lendek et al., 2010), é dado por:

$$s_{ij}^{\gamma_c} = \begin{cases} 1 & \text{SE } s_{ij}^0 \geq \gamma_c \\ 0 & \text{CASO CONTRÁRIO} \end{cases} \quad (19)$$

onde γ_c corresponde a fator limiar de agregação $\gamma_c \in (0, 1)$. A matriz de peso nebulosa da estimação paramétrica do consequente   obtida a partir da matriz de partição nebulosa, como se segue:

$$\mathbf{W}_{rc_i} = \text{diag}\left(\mu_{rc_i}^{(1)}, \mu_{rc_i}^{(2)}, \dots, \mu_{rc_i}^{(N_{rc})}\right) \quad (20)$$

O método da variável instrumental auxiliar consiste na saída filtrada do sistema dinâmico a ser identificado, e se baseia numa estrutura auxiliar auto-regressivo com entrada externas nebuloso (Serra and Bottura, 2009), como se segue:

$$R_{i|i=1,2,\dots,c} \text{SE } y_{rc}^{(k-1)} \text{   } F_i^1 \text{ E } \dots, \text{ E } y_{rc}^{(k-n_y)} \text{   } F_i^{n_y}$$

$$\text{E } u_{rc}^{(k-1)} \text{   } F_i^1 \text{ E } \dots \text{ E } u_{rc}^{(k-n_u)} \text{   } F_i^{n_u} \text{ ENTÃO}$$

$$\hat{q}_i^{(k)} = \sum_{j=1}^{n_y} \gamma_{y_i}^{(k-j)} y_{rc}^{(k-j)} + \sum_{j=1}^{n_u} \gamma_{u_i}^{(k-j)} u_{rc}^{(k-j)} \quad (21)$$

onde $\hat{q}_i^{(k)}$   saída auxiliar filtrada no instante k ; as variáveis γ_{y_i} e γ_{u_i} são os parâmetros do consequente estimados recursivamente a partir do método dos mínimos quadrados do modelo nebuloso auxiliar.

A estimação recursiva dos parâmetros do consequente do modelo auxiliar da saída filtrada, baseado no método dos mínimos quadrados, é dada por:

$$\mathbf{P}_{rc_i}^{(k)} = \frac{\mathbf{P}_{rc_i}^{(k-1)} - \mathbf{K}_{rc_i}^{(k)} \mathbf{z}_{rc}^{(k)T} \mathbf{P}_{rc_i}^{(k-1)}}{(\lambda_0 \delta(k-1) + (1 - \lambda_0) \xi)} \quad (22)$$

$$\mathbf{K}_{rc_i}^{(k)} = \frac{w_{rc_i}^{(k)} \mathbf{P}_{rc_i}^{(k-1)} \mathbf{z}_{rc}^{(k)}}{(\lambda_0 \delta(k-1) + (1 - \lambda_0) \xi + w_{rc_i}^{(k)} \mathbf{z}_{rc}^{(k)T} \mathbf{P}_{rc_i}^{(k-1)} \mathbf{z}_{rc}^{(k)})} \quad (23)$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_i^{(k)} = \boldsymbol{\Gamma}_i^{(k-1)} + \mathbf{K}_{rc_i}^{(k)} \left(y_{rc}^{(k)} - \mathbf{z}_{rc}^{(k)T} \boldsymbol{\Gamma}_i^{(k-1)} \right) \quad (24)$$

where

$$\boldsymbol{\Gamma}_i^{(k)} = [\gamma_{y_i}^{(k-1)}, \dots, \gamma_{y_i}^{(k-n_y)}, \gamma_{u_i}^{(k-1)}, \dots, \gamma_{u_i}^{(k-n_u)}] \quad (25)$$

com $i = 1, 2, \dots, c$, $k = 1, 2, \dots, N_{rc}$ e $\boldsymbol{\Gamma}_i^{(0)} = \boldsymbol{\Gamma}_{bt_i}$, $\delta^{(k)}$   o fator de esquecimento do algoritmo que atualizado no instante k ; as variáveis $y_{rc}^{(k)}$ e $\hat{q}_i^{(k)}$ são as saídas filtrada e real no instante k , respectivamente; os parâmetros λ_0 , δ_0 e ξ são definidos pelo especialista: valores t picos são $\lambda_0 = 0.99$, $\delta_0 = 0.95$ e $\xi \in [0, 1]$ (Young, 2015). A matriz de

variável instrumental, no instante k , do modelo a ser identificado é dada por:

$$\mathbf{Q}^{(k)} = [\hat{\mathbf{q}}^{(k-1)}, \dots, \hat{\mathbf{q}}^{(k-n)}, \mathbf{u}_{rc}^{(k-1)}, \dots, \mathbf{u}_{rc}^{(k-n)}]^T \quad (26)$$

A estimação recursiva ótima dos parâmetros do consequente do modelo evolutivo nebuloso, baseado em variável instrumental, é dada por:

$$\mathbf{P}_i^{(k)} = \frac{\mathbf{P}_i^{(k-1)} - \mathbf{K}_i^{(k)} \mathbf{z}^{(k)T} \mathbf{P}_i^{(k-1)}}{\eta^{(k)}} \quad (27)$$

$$\mathbf{K}_i^{(k)} = \frac{w_{rc_i}^{(k)} \mathbf{P}_i^{(k-1)} \mathbf{Q}^{(k)}}{(\eta^{(k)} + w_{rc_i}^{(k)} \mathbf{z}^{(k)T} \mathbf{P}_i^{(k-1)} \mathbf{Q}^{(k)})} \quad (28)$$

$$\boldsymbol{\Theta}_i^{(k)} = \boldsymbol{\Theta}_i^{(k-1)} + \mathbf{K}^{(k)} (\mathbf{y}_{rc}^{(k)} - \mathbf{z}^{(k)T} \boldsymbol{\Theta}_i^{(k-1)}) \quad (29)$$

onde

$$\eta^{(k)} = \lambda_0 \delta(k-1) + (1 - \lambda_0) \xi + \sigma^{(k-1)} \quad (30)$$

com $i = 1, 2, \dots, c$ e $k = 1, 2, \dots$, $\eta^{(k)}$ é o fator de esquecimento do modelo ótimo de variável instrumental incrementado no instante k e $\sigma^{(k)}$ é variância da estimação do erro a partir da máxima verossimilhança, no instante k , como se segue: $\sigma^{(k)} = \text{VAR}(\mathbf{y}_{rc}^{(k)} - \hat{\mathbf{y}}_{rc}^{(k)})$ onde, $\mathbf{y}_{rc}^{(k)}$ e $\hat{\mathbf{y}}_{rc}^{(k)}$, são as saídas real e estimada do modelo no instante k , respectivamente. Os parâmetros de aprendizagem inicializados no modelo são a taxa de aprendizagem participativa, a constante do critério de agregação e fator limiar de agregação definidos pelo especialistas.

3 Resultados Experimentais

Nesta seção, um Helicóptero com dois graus de liberdade, é apresentado na Figura 1. Os sinais utilizados para modelagem do Helicóptero 2DOF são: ângulo de elevação $\vartheta^{(k)} > 0$ para $F_p > 0$; o ângulo de azimuth $\varphi^{(k)} > 0$ para $F_y > 0$ (Zaeri et al., 2012; Rahman and Shoumy, 2012). A modelagem caixa preta do helicóptero 2DOF, mostrado na Figura 2, com erro nas variáveis para ilustrar o desempenho do algoritmo de identificação *online* baseado na variável instrumental nebulosa evolutiva, é apresentada. O helicóptero tem duas variáveis de entrada, isto é, o rotor principal u_φ e o rotor de cauda u_ϑ ; e duas variáveis de saída, isto é, o ângulo de azimuth y_φ e o ângulo de elevação y_ϑ (Vishnupriyan et al., 2014).

Os sinais de entrada e saída são obtidos do helicóptero 2DOF e então corrompidos por um ruído correlacionado. Conjunto de dados experimentais de 220 pontos de entrada-saída foram obtidos a partir do helicóptero 2DOF, com $\sigma^2 \in [0, 0.20]$ o qual é equivalente a uma relação de sinal/ruído (SNR) de $[5, 45]$ dB (Young, 2015). Este conjunto de dados é submetido ao algoritmo proposto, modelo evolutivo nebuloso de variável instrumental

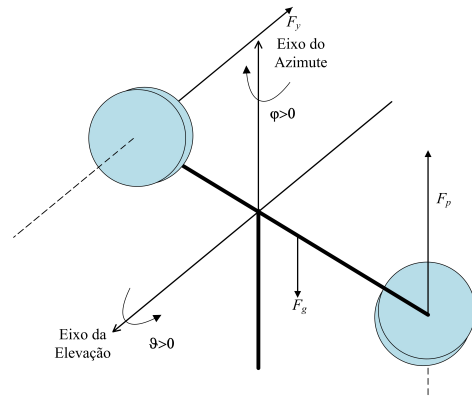


Figura 1: Diagrama de corpo livre do Helicóptero 2DOF.

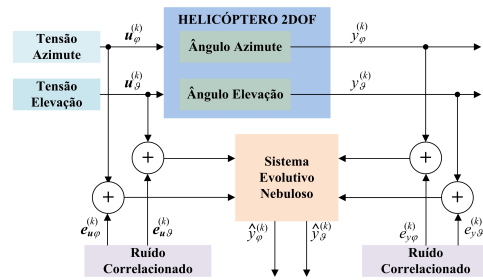


Figura 2: Diagrama de bloco da modelagem caixa preta do Helicóptero 2DOF.

(EFIV), e o algoritmo baseado no método dos mínimos quadrados recursivo (RLS). Dois critérios, amplamente utilizados na literatura são utilizados na análise dos dados experimentais: variance accounted for (VAF(%)) e a raiz do erro quadrático médio(RMSE). Uma vez que estes valores são obtidos, uma análise comparativa é realizada entre os algoritmos utilizados. Na Figura 3, pode-se observar que ao incrementar a relação de sinal/ruído (SNR) percebe-se que o algoritmo proposto neste trabalho é mais robusto ao ruído do que o método dos mínimos quadrados (RLS).

A i^o regra nebulosa do modelo evolutivo, é dada por:

R^i :

$$\text{SE} \begin{bmatrix} u_{\vartheta}^{(k-2)} \\ u_{\vartheta}^{(k-1)} \\ u_{\vartheta}^{(k-2)} \\ u_{\varphi}^{(k-1)} \\ u_{\varphi}^{(k-2)} \\ y_{\vartheta}^{(k-1)} \\ y_{\vartheta}^{(k-2)} \\ y_{\varphi}^{(k-1)} \\ y_{\varphi}^{(k-2)} \end{bmatrix} \text{ É } \begin{bmatrix} \Lambda_{u_{\vartheta}}^i{}^{(k-2)} \\ \Lambda_{u_{\vartheta}}^i{}^{(k-1)} \\ \Lambda_{u_{\varphi}}^i{}^{(k-2)} \\ \Lambda_{u_{\varphi}}^i{}^{(k-1)} \\ \Lambda_{y_{\vartheta}}^i{}^{(k-2)} \\ \Lambda_{y_{\vartheta}}^i{}^{(k-1)} \\ \Lambda_{y_{\varphi}}^i{}^{(k-2)} \\ \Lambda_{y_{\varphi}}^i{}^{(k-1)} \end{bmatrix} \text{ SENÃO } \dots$$

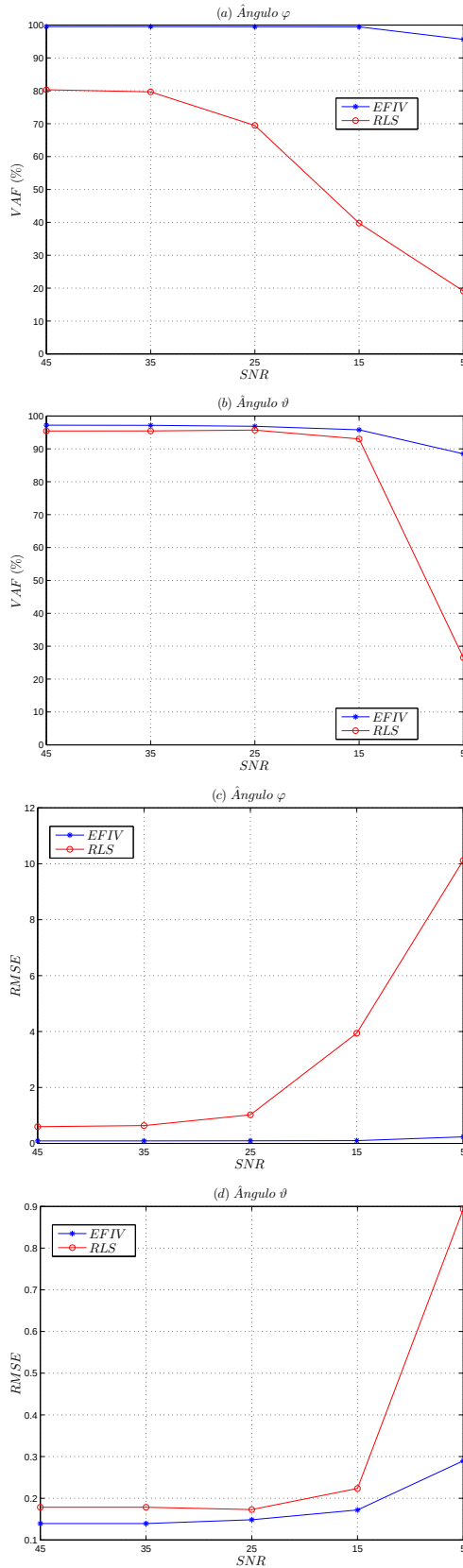


Figura 3: Análise de robustez usada no VAF(%) (a) Ângulo de Azimute e (b) Ângulo de Elevação; RMSE (c) Ângulo de Azimute e (d) Ângulo de Elevação.

$$\begin{bmatrix} \hat{y}_{\varphi}^{(k)} \\ \hat{y}_{\vartheta}^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_{\varphi 1}^i & \theta_{\vartheta 1}^i \\ \theta_{\varphi 2}^i & \theta_{\vartheta 2}^i \\ \theta_{\varphi 3}^i & \theta_{\vartheta 3}^i \\ \theta_{\varphi 4}^i & \theta_{\vartheta 4}^i \\ \theta_{\varphi 5}^i & \theta_{\vartheta 5}^i \\ \theta_{\varphi 6}^i & \theta_{\vartheta 6}^i \\ \theta_{\varphi 7}^i & \theta_{\vartheta 7}^i \\ \theta_{\varphi 8}^i & \theta_{\vartheta 8}^i \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} u_{\varphi}^{(k-2)} \\ u_{\varphi}^{(k-1)} \\ u_{\vartheta}^{(k-2)} \\ u_{\vartheta}^{(k-1)} \\ y_{\vartheta}^{(k-2)} \\ y_{\vartheta}^{(k-1)} \\ y_{\varphi}^{(k-2)} \\ y_{\varphi}^{(k-1)} \end{bmatrix} \quad (31)$$

A evolução do número de regras do modelo proposto, é mostrado na Figura 4. A regra 3 é criada após a aquisição do 38°; a regra 4 é criada após a aquisição do 55° ponto; a regra 5 é criada após a aquisição do 68°; a regra 6 é criada após a aquisição do 81° ponto; a regra 7 é criada após a aquisição do 86° ponto; a regra 8 é criada após a aquisição do 112° ponto, a regra 9 é criada após a aquisição do 148° ponto; a regra 10 é criada após a aquisição do 176° ponto; a regra 11 é criada após a aquisição do 181° ponto e modelo finaliza com 12 regras após a aquisição do 185° ponto.

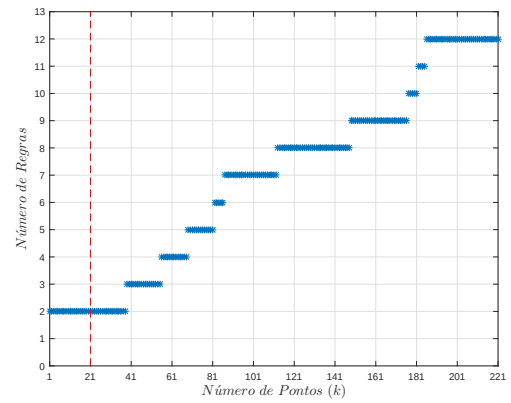


Figura 4: Evolução do número de regras do modelo.

A análise de robustez do modelo validado para os Ângulos de Azimute e Elevação, é apresentada na Figura 5. Claramente, percebe-se, que a metodologia proposta apresenta melhor desempenho em relação à metodologia comparada.

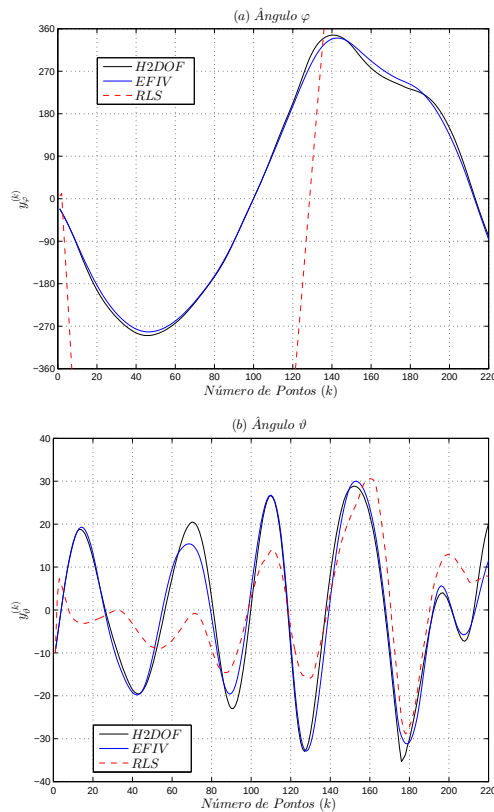


Figura 5: Validação do modelo para o (a) Ângulo de Azimute e (b) Ângulo de Elevação com SNR de 5 dB.

4 Conclusões

Neste artigo, um algoritmo de agrupamento evolutivo nebuloso baseado no critério de máxima verossimilhança com aprendizado participativo com estimação paramétrica recursiva baseada em variável instrumental, foi proposto. Os resultados apresentados demonstram a eficiência da metodologia proposta na modelagem caixa preta de um Helicóptero 2DOF, quando comparado com o método de mínimos quadrados em um ambiente que as variáveis foram corrompidas com ruído correlacionado.

Referências

- Angelov, P. (2013). *Autonomous Learning Systems: From Data Streams to Knowledge in Real-time*, IEEE Press Series on Computational Intelligence, Wiley.
- Costa, B. S. J., Angelov, P. P. and Guedes, L. A. (2015). Fully unsupervised fault detection and identification based on recursive density estimation and self-evolving cloud-based classifier, *Neurocomputing* **150, Part A**: 289–303.
- Dovzan, D., Logar, V. and Skrjanc, I. (2015). Implementation of an evolving fuzzy model (efumo) in a monitoring system for a wastewater treatment process, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* **23**(5): 1761–1776.
- Lemos, A., Caminhas, W. and Gomide, F. (2011). *Multivariable Gaussian Evolving Fuzzy Modeling System*, Vol. 19.
- Lendek, Zs., Guerra, T., Babuška, R. and De Schutter, B. (2010). *Stability Analysis and Nonlinear Observer Design Using Takagi-Sugeno Fuzzy Models*, Vol. 262 of *Studies in Fuzziness and Soft Computing*, Springer Publishing Company, Incorporated.
- Liu, Y., Zhang, W. and Zhang, Y. (2013). Data driven modeling of human welder intelligence: A neuro-fuzzy approach, pp. 663–668.
- Lughofer, E., Cernuda, C., Kindermann, S. and Pratama, M. (2015). Generalized smart evolving fuzzy systems, *Evolving Systems* **6**(4): 269–292.
- Rahman, R. Z. A. and Shoumy, N. J. (2012). Neural network controller for two-degree-freedom helicopter control system, pp. 101–106.
- Serra, G. and Bottura, C. (2009). *Fuzzy Instrumental Variable approach for nonlinear discrete-time systems identification in a noisy environment*, Vol. 160.
- Silva, A., Caminhas, W., Lemos, A. and Gomide, F. (2014). Real-time nonlinear modeling of a twin rotor mimo system using evolving neuro-fuzzy network, pp. 1–8.
- Skrjanc, I. (2015). Evolving fuzzy-model-based design of experiments with supervised hierarchical clustering, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* **23**(4): 861–871.
- Soleimani-B, H., Lucas, C. and Araabi, B. N. (2010). Recursive gath-geva clustering as a basis for evolving neuro-fuzzy modeling, pp. 1–7.
- Vishnupriyan, J., Manoharan, P. S. and Ramalakshmi, A. P. S. (2014). Uncertainty modeling of nonlinear 2-dof helicopter model, pp. 1–6.
- Young, P. (2015). Refined instrumental variable estimation: maximum likelihood optimization of a unified box-jenkins model, *Automatica* **52**: 35–46.
- Zaeri, A. H., Mohd-Noor, S. B., Isa, M. M., Taip, F. S. and Marnani, A. E. (2012). Disturbance rejection for a 2-dof nonlinear helicopter model by using mimo fuzzy sliding mode control with boundary layer, pp. 411–416.