

PROJETO DE UM CONTROLADOR LONGITUDINAL PARA VEÍCULO AUTÔNOMO BASEADO EM SISTEMAS LINEARES SUJEITOS A SALTOS MARKOVIANOS

LUCAS BARBOSA MARCOS*, MARCO HENRIQUE TERRA*

*Av. Trabalhador São-Carlense, 400
Universidade de São Paulo
São Carlos, São Paulo, Brasil

Emails: lucasbmarcos@usp.br, terra@sc.usp.br

Abstract— In this paper we present the modeling and control of the longitudinal dynamics of an autonomous truck. The controller is designed according to Markov-jump linear systems control theory. System parameters have been identified via gradient descent algorithm. Simulation results are presented. The performance of the controller is further discussed.

Keywords— Markov chain, Autonomous control, Vehicle modeling.

Resumo— Neste artigo apresentamos a modelagem e o controle da dinâmica longitudinal de um caminhão autônomo. O controlador é projetado de acordo com a teoria de sistemas lineares sujeitos a saltos Markovianos. Os parâmetros do sistema foram identificados por um algoritmo de gradiente descendente. Apresentam-se resultados de simulações. O desempenho do controlador é discutido.

Palavras-chave— Cadeia de Markov, Controle autônomo, Modelagem veicular.

1 Introdução

O controle autônomo de veículos tem sido pesquisado por diversos autores devido às muitas vantagens esperadas para aumentar a segurança da mobilidade urbana. Por exemplo, um veículo autônomo tem potencial para diminuir acidentes e facilitar o deslocamento de idosos e pessoas com necessidades especiais (Wu et al., 2015), além de fornecer meios de transporte mais lucrativos para indústrias e procedimentos de transporte mais eficientes para o meio militar (Fu et al., 2015).

Vários métodos distintos têm sido usados para resolver o problema do controle veicular autônomo, como controladores *fuzzy* em (Shen and Wang, 2015), Proporcional Integral Derivativo em (Levinson et al., 2011) e (Dias et al., 2015), adaptativos em (Wu et al., 2015) etc.

Neste artigo, nós propomos uma estratégia alternativa para tratar deste problema com relação ao controle longitudinal de veículos autônomos. É proposta uma abordagem baseada em reguladores robustos recursivos de sistemas lineares sujeitos a saltos Markovianos (SLSM) (Terra et al., 2014). Descreve-se o sistema como sendo formado por diversos modos Markovianos de operação, que estão relacionados com cada marcha do veículo autônomo. Os modos variam entre si de acordo com probabilidades conhecidas. Os parâmetros dos respectivos modos Markovianos são identificados através do gradiente descendente (Ioannou and Fidan, 2006). Os dados para modelagem são obtidos de um caminhão semi-reboque.

O artigo está organizado da seguinte maneira: a Seção 2 mostra a modelagem longitudinal do automóvel em espaço de estado, identificando pa-

râmetros, entradas e cada uma das variáveis de estado; a Seção 3 apresenta o algoritmo de identificação do sistema utilizado para obter a representação em espaço de estado de cada modelo; a Seção 4 apresenta a teoria de sistemas lineares sujeitos a saltos Markovianos (Cerri and Terra, 2012), (Cerri et al., 2010b), (Cerri et al., 2010a), (Terra et al., 2014); a Seção 5 mostra os resultados das aplicações do método de identificação e da estratégia de controle; a Seção 6 traz as conclusões.

2 Modelagem longitudinal do veículo

Em (Kiencke and Nielsen, 2005) é feita uma dedução passo-a-passo do modelo matemático em espaço de estado do *drivetrain* (a cadeia cinemática do veículo, ou seja, o conjunto que vai desde o motor até as rodas) quando está acelerando.

2.1 O modelo de espaço de estado

O modelo de espaço de estado (1) considera a flexibilidade nos semieixos, desprezando a diferença de velocidade entre os pneus do lado esquerdo e do lado direito:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + Hl \\ x &= \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{CS}/i_t i_f - \alpha_w \\ \dot{\alpha}_{CS} \\ \dot{\alpha}_w \end{bmatrix}, \\ l &= r_{stat} m_{CoG} (c_{r1} + g \sin(\chi_{road})), \\ A &= \begin{bmatrix} 0 & 1/i & -1 \\ -k/i J_1 & -(d_1 + d/i^2) J_1 & d/i J_1 \\ k/J_2 & d/i J_2 & -(d + d_2)/J_2 \end{bmatrix}, \\ B &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1/J_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1/J_2 \end{bmatrix}, \\ i &= i_t i_f, \end{aligned} \quad (1)$$

$$J_1 = J_e + J_t/i_t^2 + J_f/i_f^2, \quad J_2 = J_w + m_{CoG}r_{stat}^2, \\ d_1 = d_t/i_t^2 + d_f/i_f^2, \quad d_2 = d_w + m_{CoG}c_{r2}r_{stat}^2,$$

sendo que α_{CS} é o ângulo do eixo de manivelas [rad], obtido por meio da integral da velocidade do motor $\dot{\alpha}_{CS}$ [rad/s]; i_t é a relação de transmissão correspondente a cada uma das marchas; i_f é a relação de diferencial; α_w é o ângulo das rodas em [rad], obtido por meio da integral da velocidade das rodas $\dot{\alpha}_w$ [rad/s]; r_{stat} é o raio da roda do veículo [m]; m_{CoG} é a massa do veículo [kg]; c_{r1} [m/s²] e c_{r2} [s⁻¹] são constantes características da resistência de rolagem dos pneus do veículo; g é a aceleração da gravidade [m/s]; χ_{road} é a inclinação da pista [rad]; k é a rigidez do semieixo [$N \cdot m/rad$]; d é o coeficiente de amortecimento do semieixo [$N \cdot m \cdot s/rad$]; J_e é a inércia do motor [$N \cdot m^2$]; J_t é a inércia da transmissão [$N \cdot m^2$], J_f é a inércia do diferencial [$N \cdot m^2$]; J_w é a inércia das rodas [$N \cdot m^2$]; d_t é o amortecimento da transmissão [$N \cdot m \cdot s/rad$], d_f é o amortecimento do diferencial [$N \cdot m \cdot s/rad$] e D_w é o amortecimento das rodas [$N \cdot m \cdot s/rad$].

A entrada u refere-se ao torque de saída do motor [$N \cdot m$].

2.2 Freios

De acordo com (Kiencke and Nielsen, 2005), o torque de frenagem na base dos pneus é uma função da pressão de freio aplicada:

$$T_{Br} = F_{Br}r_{stat} = r_{Br}\mu_{Br}A_{Br}p_{Br} = r_{stat}k_{br}p_{Br}. \quad (2)$$

em que F_{Br} é a força aplicada nos freios [N], r_{Br} é o raio do disco de freio [m], μ_{Br} é o coeficiente de atrito nos freios, A_{Br} é a área da superfície do disco de freio [m²], p_{Br} é a pressão aplicada sobre o freio [N/m^2] e k_{br} é uma constante característica do sistema de frenagem.

3 Método de identificação

Considere um modelo em espaço de estado genérico:

$$\dot{x} = A_p x + B_p u, \quad (3)$$

em que $x \in \mathbb{R}^n$ é o estado, $u \in \mathbb{R}^m$ é o vetor de entrada e $A_p \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B_p \in \mathbb{R}^{n \times m}$ são matrizes constantes desconhecidas. Suponha que x, u estão disponíveis para medição. Pode-se estimar os elementos de A_p, B_p escrevendo (3) como um conjunto de n equações diferenciais escalares e então gerar n modelos paramétricos, que de forma compacta podem ser escritos como:

$$z = \theta^{*T} \phi, \quad (4)$$

em que $\theta^* \in \mathbb{R}^n$ é um vetor com todos os parâmetros desconhecidos, $z \in \mathbb{R}, \phi \in \mathbb{R}^n$ são sinais disponíveis para medição. Este é um modelo paramétrico estático (SPM), porque a correlação entre

Tabela 1: Algoritmo de identificação via gradiente descendente

Condições iniciais: Defina:

$$\Gamma_1 = \Gamma_1^T > 0,$$

$$\lambda_{max}(\Gamma_1) < 2\lambda_{min}(\Gamma_1),$$

$$\theta_0 \text{ e } \alpha > 0.$$

Loop: Para cada k -ésima amostra no instante kT , $k = 1, \dots, N$:

$$m_s^2(k) = 1 + \alpha \phi(k) \phi^T(k),$$

$$m^2(k) = m_s^2(k) + \phi(k) \Gamma_1 \phi^T(k),$$

$$\epsilon(k) = \frac{z(k) - \theta(k-1) \phi(k)}{m^2(k)},$$

$$\theta(k) = \theta(k-1) + \Gamma_1 \epsilon(k) \phi(k).$$

seus parâmetros não inclui um operador diferencial.

Seja T o tempo de amostragem do sistema com N amostras. Como descrito em (Ioannou and Fidan, 2006), um algoritmo de identificação baseado em gradiente descendente é mostrado na Tabela 1. A identificação do Modelo (1) será realizada segundo o seguinte SPM:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} u, \quad (5)$$

$$\dot{x}_i = \begin{bmatrix} A_i & b_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ u \end{bmatrix}, i = 1, 2, 3, \quad (6)$$

em que A_1, A_2 e A_3 representam, respectivamente, a primeira, a segunda e a terceira linhas da matriz A . Também, b_1, b_2 e b_3 representam a primeira, a segunda e a terceira linhas da matriz B .

Note que é possível fazer uma comparação direta entre (6) e o modelo SPM definido em (4), então é possível identificar θ^{*T} . Uma vez identificado o sistema em tempo contínuo, aplica-se um método de discretização (Chen, 2006) para encontrar o sistema discretizado.

4 Controle de sistemas lineares sujeitos a saltos Markovianos

Considere o seguinte SLSM incerto (Cerri and Terra, 2012), (Cerri et al., 2010b), (Cerri et al., 2010a), (Terra et al., 2014):

$$x_{k+1} = (F_{\theta_k, k} + \delta F_{\theta_k, k})x_k + (G_{\theta_k, k} + \delta G_{\theta_k, k})u_k, \quad (7)$$

sendo $x_k \in \mathbb{R}^n$ o vetor de estado, $u_k \in \mathbb{R}^m$ o vetor de entrada de controle e $F_{\theta_k, k} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ e

$G_{\theta_k,k} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ as matrizes de parâmetros nominais, com $k = 0, 1, \dots, N-1$. As matrizes de incertezas $\delta F_{\theta_k,k} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ e $\delta G_{\theta_k,k} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ são modeladas da seguinte forma

$$\begin{bmatrix} \delta F_{\theta_k,k} & \delta G_{\theta_k,k} \end{bmatrix} = H_{\theta_k,k} \Delta_{\theta_k,k} \begin{bmatrix} E_{F_{\theta_k,k}} & E_{G_{\theta_k,k}} \end{bmatrix} \quad (8)$$

para todo $k = 0, \dots, N-1$, no qual $H_{\theta_k,k} \in \mathbb{R}^{n \times k}$ (matriz não-nula), $E_{F_{\theta_k,k}} \in \mathbb{R}^{l \times n}$, $E_{G_{\theta_k,k}} \in \mathbb{R}^{l \times m}$ são todas consideradas conhecidas e $\Delta_{\theta_k,k} \in \mathbb{R}^{k \times l}$ é uma matriz de contração arbitrária, $\|\Delta_{\theta_k,k}\| \leq 1$. Ainda, θ_k corresponde ao parâmetro de salto admitindo valores a cada instante k no conjunto finito $\Theta := \{1, \dots, s\}$. O processo $\{\theta_k\}_{k=0}^N$ é modelado como um processo de Markov com matriz de probabilidade de transição de estados definida por $\mathbb{P} = [p_{ij}] \in \mathbb{R}^{s \times s}$, com suas entradas satisfazendo:

$$\text{Prob}[\theta_{k+1} = j \mid \theta_k = i] = p_{ij}, \text{Prob}[\theta_0 = i] = \pi_i,$$

$$\sum_{j=1}^s p_{ij} = 1, \quad 0 \leq p_{ij} \leq 1.$$

Suponha as condições iniciais x_0 e θ_0 conhecidas e x_k e θ_k observados a cada instante k . Em razão da natureza incerta do modelo (7)-(8), o projeto do regulador robusto consistirá na obtenção da melhor sequência de ações de controle $U_r = \{u_0^*, \dots, u_{N-1}^*\}$ em contrapartida à máxima influência de incertezas.

O problema de controle robusto é definido com base em um problema de minimização irrestrita:

Problema de Controle Robusto: Para cada $\mu > 0$ fixado, determinar a sequência ótima $\{(x_{\mu,k+1}^*, u_{\mu,k}^*)\}_{k=0}^{N-1}$ segundo o problema de otimização min-max

$$\min_{x_{k+1}, u_k} \max_{\delta F_{i,k}, \delta G_{i,k}} \left\{ \tilde{J}_k^\mu(x_{k+1}, u_k, \delta F_{i,k}, \delta G_{i,k}) \right\}, \quad (9)$$

para cada $k = N-1, \dots, 0$ e $\theta_k = i \in \Theta$, sendo $\tilde{J}_k^\mu(x_{k+1}, u_k, \delta F_{i,k}, \delta G_{i,k})$ o funcional quadrático regularizado penalizado incerto definido por

$$\tilde{J}_k^\mu(x_{k+1}, u_k, \delta F_{i,k}, \delta G_{i,k}) = \begin{bmatrix} x_{k+1} \\ u_k \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Psi_{i,k+1} & 0 \\ 0 & R_{i,k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{k+1} \\ u_k \end{bmatrix} + \quad (10)$$

$$\left(\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ I & -G_{i,k}^\delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{k+1} \\ u_k \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -I \\ F_{i,k}^\delta \end{bmatrix} x_k \right)^T \begin{bmatrix} Q_{i,k} & 0 \\ 0 & \mu I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bullet \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\text{com } F_{i,k}^\delta := (F_{i,k} + \delta F_{i,k}), G_{i,k}^\delta := (G_{i,k} + \delta G_{i,k}), \Psi_{i,k+1} = \sum_{j=1}^s P_{j,k+1} p_{ij}, R_{i,k} \succ 0 \text{ e } Q_{i,k} \succ 0.$$

4.1 Solução do Problema RLQ

A solução ótima robusta recursiva é estabelecida no resultado a seguir.

Tabela 2: Algoritmo do Regulador Robusto Recursivo para SLSM

Condições iniciais:

Defina $x_0, \theta_0, \mathbb{P}$ e $P_i(N) \succ 0, \forall i \in \{1, \dots, s\}$.

Passo 1: (Para trás)

Calcule para todo $k = N-1, \dots, 0$:

$$\Psi_{i,k+1} := \sum_{j=1}^s P_{j,k+1} p_{ij},$$

$$\begin{bmatrix} L_{i,k}^r \\ K_{i,k}^r \\ P_{i,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -I \\ 0 & 0 & \hat{F}_{i,k} \\ I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Psi_{i,k+1}^{-1} & 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & R_{i,k}^{-1} & 0 & 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & Q_{i,k}^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \hat{I} - \hat{G}_{i,k} & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 & \hat{I}^T & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & -\hat{G}_{i,k}^T & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -I \\ \hat{F}_{i,k} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Passo 2: (Para frente)

Obtenha para cada $k = 0, \dots, N-1$:

$$\begin{bmatrix} x^*(k+1) \\ u^*(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{\theta_k}^r(k) \\ K_{\theta_k}^r(k) \end{bmatrix} x^*(k).$$

Teorema 1 A sequência ótima $\{(x_{k+1}^*, u_k^*)\}_{k=0}^{N-1}$ derivada do problema de otimização min-max (9)-(10) é dada por

$$\begin{bmatrix} x_{k+1}^* \\ u_k^* \\ \tilde{J}_k(x_{k+1}^*, u_k^*) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & x_k^* \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} L_{\theta_k,k} \\ K_{\theta_k,k} \\ P_{\theta_k,k} \end{bmatrix} x_k^*, \quad k=0, \dots, N-1, \quad (12)$$

com $\theta_k = i \in \Theta$ e $L_{i,k}, K_{i,k}$ e $P_{i,k}$ dados por

$$\Psi_{i,k+1} = \left(\sum_{j=1}^s P_{j,k+1} p_{ij} \right), \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} L_{i,k} \\ K_{i,k} \\ P_{i,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -I \\ 0 & 0 & \hat{F}_{i,k} \\ I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Psi_{i,k+1}^{-1} & 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & R_{i,k}^{-1} & 0 & 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & Q_{i,k}^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \hat{I} - \hat{G}_{i,k} & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 & \hat{I}^T & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & -\hat{G}_{i,k}^T & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -I \\ \hat{F}_{i,k} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

e (14) para todo $k = N-1, \dots, 0$ e os blocos $\hat{I}, \hat{F}_{i,k}$ e $\hat{G}_{i,k}$ definidos em

$$\hat{I} = \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{F}_{i,k} = \begin{bmatrix} F_{i,k} \\ E_{F_{i,k}} \end{bmatrix}, \quad \hat{G}_{i,k} = \begin{bmatrix} G_{i,k} \\ E_{G_{i,k}} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

O custo total ótimo é $\tilde{J}^*(\theta_0, x_0, u^*) = x_0^T P_{\theta_0,0} x_0$.

O regulador robusto recursivo projetado para SLSM incertos é proposto na Tabela 2.

5 Resultados

Os ensaios de captura de dados correspondem às voltas dadas pelo caminhão em um circuito fechado definido nas ruas do Campus II da USP - São Carlos. Para cada volta, foram gravados

os dados do barramento CAN (*Controller Area Network*) que serviram de entrada para o algoritmo de identificação já apresentado. Os modos Markovianos do sistema foram modelados em função de cada marcha do caminhão.

Os dados do CAN foram pré-processados e rearranjados de maneira a se tornarem tratáveis pelo *software* MATLAB. Tais pré-processamentos foram feitos com auxílio de *scripts* em linguagem Python. Por exemplo, as figuras 1 e 2 mostram como ficam alguns dos dados relevantes para a identificação do modelo longitudinal quando arranjados em MATLAB na forma de gráficos.

Note que a descrição do Modelo (1) considera a entrada u como sendo o torque de saída do motor. No procedimento de identificação dos modelos, considera-se a entrada u como sendo o curso do pedal de aceleração (de 0 a 100%). Assim, as matrizes A e B encontradas na modelagem incorporam os efeitos das relações não-lineares entre o curso do acelerador e o torque de saída do motor.

Para a modelagem do caminhão durante a frenagem, é adotado um procedimento análogo. Por (2), percebe-se que a ação do pedal do freio corresponde a uma entrada de torque no veículo. Por consequência, pode-se usar o Modelo (1), com a entrada u sendo o curso do pedal de freio (0-100%) para descrever os modos em que o veículo está freando, uma vez que as matrizes A e B encontradas na modelagem pelo modelo SPM acabam incorporando os efeitos dos parâmetros de frenagem.

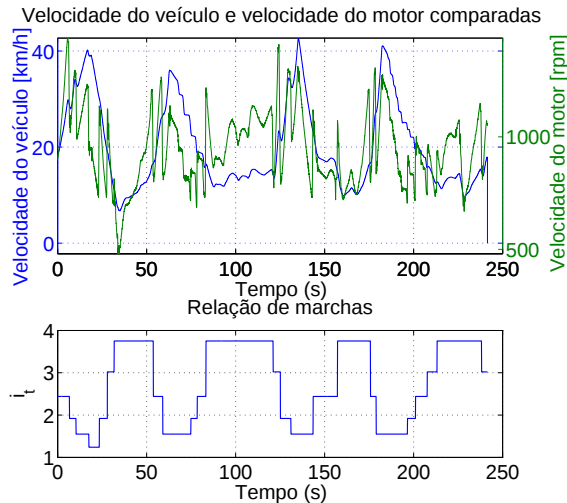


Figura 1: Organização no MATLAB dos dados amostrados - valores de velocidades e de relação de marcha

Utilizando estes dados para identificação e definindo $\Gamma_1 = 1000 \cdot I$ (em que I é a matriz identidade) e $\alpha = 1$, com θ_0 medido no instante $t = 0$, os resultados encontrados para cada modo i de (1), $x_{k+1} = F_i x_k + G_i u_k$ referente ao controle longitu-

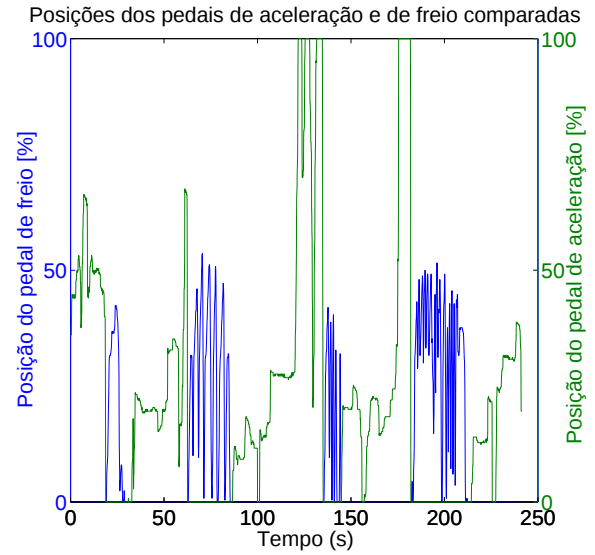


Figura 2: Organização no MATLAB dos dados amostrados - valores das entradas

dinal foram:

$$\begin{aligned}
 F_1 &= \begin{bmatrix} 0,9998 & 0,0014 & -0,0218 \\ -0,0053 & 1,0181 & -0,3213 \\ 0,0023 & 0,0063 & 0,9008 \end{bmatrix}, & G_1 &= \begin{bmatrix} -0,0000 \\ 0,0116 \\ -0,0007 \end{bmatrix}, \\
 F_2 &= \begin{bmatrix} 1,0000 & 0,0016 & -0,0204 \\ 0,0033 & 1,0149 & -0,2098 \\ 0,0013 & 0,0090 & 0,8844 \end{bmatrix}, & G_2 &= \begin{bmatrix} -0,0000 \\ 0,0090 \\ -0,0008 \end{bmatrix}, \\
 F_3 &= \begin{bmatrix} 0,9998 & -0,0000 & 0,0006 \\ -0,0011 & 1,0155 & -0,1717 \\ -0,0019 & 0,0086 & 0,9108 \end{bmatrix}, & G_3 &= \begin{bmatrix} 0,0000 \\ 0,0063 \\ -0,0003 \end{bmatrix}, \\
 F_4 &= \begin{bmatrix} 1,0000 & -0,0001 & 0,0008 \\ 0,0093 & 0,9826 & 0,1319 \\ -0,0008 & 0,0037 & 0,9695 \end{bmatrix}, & G_4 &= \begin{bmatrix} 0,0000 \\ 0,0065 \\ 0,0003 \end{bmatrix}, \\
 F_5 &= \begin{bmatrix} 1,0001 & 0,0006 & -0,0041 \\ -0,0214 & 0,8863 & 0,7586 \\ -0,0024 & -0,0148 & 1,0984 \end{bmatrix}, & G_5 &= \begin{bmatrix} -0,0000 \\ 0,0098 \\ 0,0013 \end{bmatrix}, \\
 F_6 &= \begin{bmatrix} 1,0000 & 0,0012 & -0,0191 \\ 0,0043 & 0,9961 & 0,0413 \\ 0,0004 & 0,0036 & 0,9422 \end{bmatrix}, & G_6 &= \begin{bmatrix} -0,0000 \\ -0,0034 \\ 0,0001 \end{bmatrix}, \\
 F_7 &= \begin{bmatrix} 1,0001 & 0,0020 & -0,0254 \\ -0,0235 & 1,0014 & -0,0288 \\ 0,0014 & 0,0064 & 0,9163 \end{bmatrix}, & G_7 &= \begin{bmatrix} 0,0000 \\ -0,0045 \\ 0,0003 \end{bmatrix}, \\
 F_8 &= \begin{bmatrix} 1,0006 & 0,0024 & -0,0252 \\ -0,0639 & 1,0244 & -0,2521 \\ 0,0037 & 0,0085 & 0,9096 \end{bmatrix}, & G_8 &= \begin{bmatrix} 0,0000 \\ -0,0041 \\ 0,0003 \end{bmatrix}, \\
 F_9 &= \begin{bmatrix} 1,0000 & 0,0024 & -0,0203 \\ -0,0162 & 1,0095 & -0,0855 \\ -0,0011 & 0,0024 & 0,9786 \end{bmatrix}, & G_9 &= \begin{bmatrix} 0,0000 \\ -0,0054 \\ -0,0001 \end{bmatrix}, \\
 F_{10} &= \begin{bmatrix} 1,0000 & 0,0029 & -0,0196 \\ 0,0181 & 0,9891 & 0,0498 \\ 0,0011 & 0,0005 & 0,9936 \end{bmatrix}, & G_{10} &= \begin{bmatrix} -0,0000 \\ -0,0034 \\ 0,0002 \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

A Tabela 3 mostra como identificar em qual modo i o caminhão está operando.

A Figura 3 compara o resultado das medições feitas diretamente no caminhão com o resultado estimado com uso do modelo encontrado pelo modelo de identificação SPM. O caso em questão refere-se à 6ª marcha, caminhão acelerando.

Para a aplicação do algoritmo para o regulador robusto recursivo para SLSM, adotaram-se

Tabela 3: Identificação dos modos do caminhão

Marcha	Acelerando	Freando
6 ^a ou inferior	Modo 1	Modo 6
7 ^a	Modo 2	Modo 7
8 ^a	Modo 3	Modo 8
9 ^a	Modo 4	Modo 9
10 ^a ou superior	Modo 5	Modo 10

Comparação de velocidade angular dos pneus do veículo (x_3)

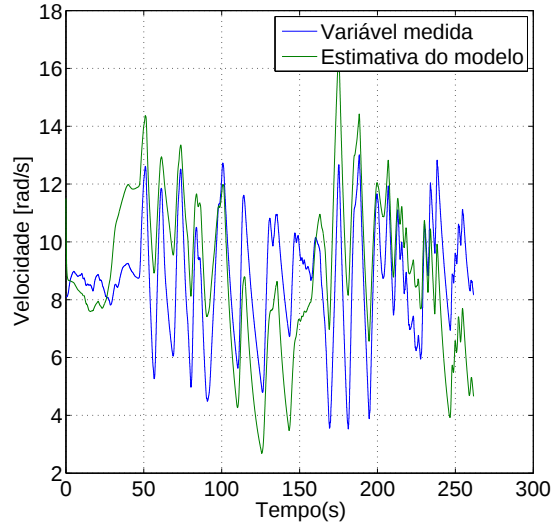


Figura 3: Comparação das velocidades dos pneus - modo 1 (6^a marcha, acelerando)

os seguintes erros de modelagem E_{F_i} e E_{G_i} para cada modo i :

$$E_{F_i} = 0,01\max(|F_i|), E_{G_i} = 10\max(|G_i|),$$

com $E_{F_i} \in R^{1 \times n}$ e $E_{G_i} \in R^{1 \times p}$.

As matrizes de ponderação são $Q_i = 100I_n$ e $R_i = 0,1266$, $i = 1, 2, \dots, 10$. A matriz de probabilidade de transição de estados é dada por (16):

Encontram-se então os seguintes ganhos do controlador para cada um dos modos:

$$\begin{aligned} K_1 &= [-0,0860 - 0,0876 - 0,0775], \\ K_2 &= [-0,1106 - 0,1122 - 0,0978], \\ K_3 &= [-0,1590 - 0,1615 - 0,1449], \\ K_4 &= [-0,1538 - 0,1512 - 0,1491], \\ K_5 &= [-0,1022 - 0,0905 - 0,1122], \\ K_6 &= [-0,2940 - 0,2929 - 0,2770], \\ K_7 &= [-0,2207 - 0,2210 - 0,2022], \\ K_8 &= [-0,2428 - 0,2486 - 0,2207], \\ K_9 &= [-0,1850 - 0,1868 - 0,1810], \\ K_{10} &= [-0,2975 - 0,2943 - 0,2956]. \end{aligned}$$

A Figura 4 mostra a atuação do controlador para regulação da planta.

6 Conclusões

As equações dinâmicas do veículo mostram que existe uma boa correspondência entre as características longitudinais da dinâmica do caminhão e

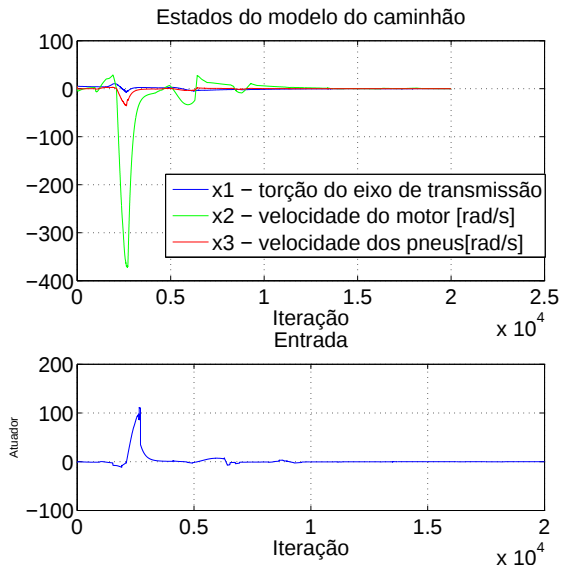


Figura 4: Atuação do regulador na planta simulada do caminhão

a descrição de um sistema linear sujeito a saltos Markovianos, sendo bem identificáveis a característica linear dos modos, bem como as mudanças na dinâmica. Melhoras no modelo podem ser feitas a partir da investigação de métodos analíticos. A estimativa dos parâmetros do modelo, no entanto, se mostrou satisfatória e apropriada para este tipo de aplicação. A eficácia do regulador robusto Markoviano será testada em um caminhão autônomo, como trabalho futuro.

Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio recebido da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) via processo 2015/05228-5, além do edital e-Science 2014/08432-0.

Referências

- Cerri, J. P. and Terra, M. H. (2012). Control of discrete-time Markovian jump linear systems subject to known and unknown chains, *2012 American Control Conference - Montreal, Canada*.
- Cerri, J. P., Terra, M. H. and Ishihara, J. Y. (2010a). Controle ótimo de sistemas lineares discretos sujeitos a saltos Markovianos, *Congresso Brasileiro de Automática- Bonito, MS*.
- Cerri, J. P., Terra, M. H. and Ishihara, J. Y. (2010b). Recursive robust regulator for discrete-time Markovian jump linear systems via penalty game approach, *49th IEEE Conference on Decision and Control - Atlanta, USA*.

$$\mathbb{P} = \begin{bmatrix} 0,9985 & 0,0004 & 0,0004 & 0 & 0 & 0,0007 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,9946 & 0 & 0,0027 & 0 & 0 & 0,0027 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,9969 & 0,0008 & 0,0015 & 0 & 0 & 0,0008 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,9958 & 0,0042 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,9967 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,0033 \\ 0,0118 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,9882 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,0043 & 0,9957 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0014 & 0 & 0 & 0,0028 & 0,0014 & 0,9945 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,0016 & 0,0032 & 0,9952 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,0006 & 0,0011 & 0,9983 \end{bmatrix} \quad (16)$$

Chen, C.-T. (2006). *Linear Systems Theory and Design.*, 3rd edn, Oxford University Press.

Dias, J. E., Pereira, G. A. S. and Palhares, R. M. (2015). Longitudinal model identification and velocity control of an autonomous car., *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, vol. 16, no. 2, April .

Fu, M., Zhang, K., Yang, Y., Zhu, H. and Wang, M. (2015). Collision-free and kinematically feasible path planning along a reference path for autonomous control, *IEEE Intelligent Vehicles Symposium* .

Ioannou, P. and Fidan, B. (2006). *Adaptive Control Tutorial.*, 1st edn, SIAM Society for Industrial and Applied Mathematics.

Kiencke, U. and Nielsen, L. (2005). *Automotive Control Systems. For Engine, Driveline, and Vehicle.*, 2nd edn, Springer-Verlag, Berlin.

Levinson, J., Askeland, J., Becker, J., Dolson, J., Held, D., Kammel, S., Kolter, J. Z., Langer, D., Pink, O., Pratt, V., Sokolski, M., Stanek, G., Stavens, D., Teichman, A., Werling, M. and Thrun, S. (2011). Towards fully autonomous driving: Systems and algorithms., *IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV), Baden-Baden, Germany* .

Shen, H. and Wang, W. (2015). A T-S fuzzy logic design to lateral control of autonomous vehicles, *International Conference on Mechanic Automation and Control Engineering (MACE)* .

Terra, M. H., Cerri, J. P. and Ishihara, J. Y. (2014). Optimal robust linear quadratic regulator for systems subject to uncertainties, *IEEE Transactions on Automatic Control* **59**: 2586–2591.

Wu, N., Huang, W., Song, Z., Wu, X., Zhang, Q. and Yao, S. (2015). Adaptive dynamic preview control for autonomous vehicle trajectory following with ddp based path planner, *IEEE Intelligent Vehicles Symposium* .