

IDENTIFICAÇÃO DE MODELOS FOPTD UTILIZANDO RESTRIÇÕES DE IGUALDADE NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

MOISÉS TAVARES DA SILVA*, PÉRICLES REZENDE BARROS[†], GEORGE ACIOLI JÚNIOR[†]

**Doutorando do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
Universidade Federal de Campina Grande
Campina Grande, Paraíba, Brasil*

*[†]Departamento de Engenharia Elétrica
Universidade Federal de Campina Grande
Campina Grande, Paraíba, Brasil*

Emails: moises.silva@ee.ufcg.edu.br, prbarros@dee.ufcg.edu.br,
georgeacioli@dee.ufcg.edu.br

Abstract— In this paper it is presented a technique for identification of first-order-plus-time-dead (FOPTD) model. The proposed techniques use standard relay experiment together with the relay integrator experiment. In addition, frequency points obtained through experiments relay are used as equality constraints to obtain the model parameters. For delay estimation, an approach by second order Taylor series approximation and an iterative procedure is used. The advantages of the approach used are present in the case studies.

Keywords— Relay feedback, Identifications system, Equality constraints.

Resumo— Neste trabalho é apresentada uma técnica de identificação de modelos primeira ordem com atraso (FOPTD) que utiliza o experimento do relé padrão em conjunto com o experimento do relé com integrador. Além disso, os pontos de frequências obtidos através dos experimentos do relé são utilizados como restrições de igualdade para obtenção dos parâmetros dos modelos. Para estimação do atraso, utiliza-se uma aproximação por série de Taylor de segunda ordem e um procedimento iterativo. As vantagens da abordagem utilizada são apresentadas nos estudos de casos.

Palavras-chave— Experimento do relé, Identificação de sistemas, Restrições de igualdade

1 Introdução

Os modelos de ordem reduzida mais utilizados para representar sistemas industriais são os modelos FOPTD (*First Order plus Time Delay*) e SOPTD (*Second Order plus Time Delay*). A ampla utilização desses modelos, especialmente para o projeto de controladores PID, deve-se à sua simplicidade e capacidade de captar as dinâmicas essenciais de vários processos industriais, mesmo que o processo real seja de ordem superior (Åström and Hägglund, 1995).

O método do relé proposto por (Åström and Hägglund, 1984) tem sido amplamente utilizado para identificação de modelos na indústria de processos. O seu uso mais comum é na geração de uma oscilação sustentada próximo da frequência crítica do sistema, fase de -180° . Com o propósito de obter informações do sistema em um ponto de frequência mais baixa do que a frequência do relé padrão, é introduzido na malha de realimentação um elemento integrador. A adição de um integrador produz uma mudança de fase, fixando em -90° .

Nos trabalhos (Wang et al., 1999) e (Arruda and Barros, 2003) foram propostas metodologias que utilizam o método do relé, a fim de melhorar a precisão na estimativa dos parâmetros do modelo do processo. Em (Scali et al., 1999), é proposta a incorporação de um atraso conhecido em série

com o relé para modificar o período de oscilação e, assim, determinar outros pontos de frequência. No trabalho de (Liu and Gao, 2008), são propostos algoritmos para a identificação dos parâmetros do modelo FOPTD a partir de um experimento do relé simétrico e assimétrico. Em (Liu et al., 2013), os principais métodos de identificação desenvolvidos nas últimas três décadas e que utilizam o método do relé são examinados.

Em (Wang et al., 2005) mostrou-se que o uso de restrições possibilita a estimação de parâmetros do modelo com uma melhor precisão quando comparados com os parâmetros estimados sem o uso de restrições.

Em (Acioli Jr et al., 2006), um método de identificação de modelos FOPTD que utiliza o experimento do relé em malha fechada e apenas a frequência de cruzamento de ganho como restrição de igualdade é apresentado.

Neste artigo é apresentada uma técnica de identificação de modelos FOPTD. Diferentemente do método de identificação apresentado em (Acioli Jr et al., 2006), a técnica proposta utiliza o experimento do relé padrão combinado com o experimento do relé com integrador em malha aberta. Além disso, as informações das frequências de -180° e -90° são utilizadas como restrições de igualdade para obtenção dos parâmetros dos modelos. Também é utilizado um aproximação por série de Taylor de segunda ordem e um

procedimento iterativo para estimação do atraso. Portanto, espera-se obter um modelo FOPTD com boa precisão em torno das frequências de -180° e -90° .

Este artigo está organizado da seguinte forma: na Seção 2, a técnica de identificação de modelos FOPTD é apresentada. Na Seção 3 são apresentados estudos de casos. Por fim, na Seção 4, são apresentadas as conclusões.

2 Identificação de Modelos FOPTD utilizando Restrições de Igualdade

O problema de otimização com restrições de igualdade no método dos mínimos quadrados é formalizado através do seguinte teorema:

Teorema 1 *Assuma os parâmetros a serem estimados como $\hat{\theta}$ e que os dados obtidos a partir do experimento do relé a serem utilizados na identificação (y e u) são agrupados nos vetores (em forma matricial) Y , Φ , o que define o vetor de regressão dado por*

$$Y = \Phi \hat{\theta}. \quad (1)$$

As restrições de igualdade são expressas como as matrizes M e ψ . Definindo um problema de otimização mínimos quadrados com restrições como:

$$\min_{\hat{\theta}} J = (Y - \Phi \hat{\theta})^T (Y - \Phi \hat{\theta}), \quad (2)$$

sujeito a

$$M \hat{\theta} = \psi. \quad (3)$$

A solução desse problema é dada por

$$\lambda^T = \{ME^{-1}M^T\}^{-1} \{\psi - ME^{-1}G\} \quad (4)$$

$$\hat{\theta} = E^{-1} (G + M^T \lambda^T),$$

onde $E = 2\Phi^T \Phi$ e $G = 2\Phi^T Y$.

Prova: Ver (Wang et al., 2005). $\square$

2.1 Identificação de Modelos FOPTD

A estimação dos parâmetros do modelo FOPTD é realizada através do procedimento de otimização com restrições formalizado no Teorema 1. Um modelo FOPTD é descrito por:

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} e^{-\tau_d s} = \frac{b}{s + a} e^{-\tau_d s}, \quad (5)$$

onde $a = 1/\tau$ e $b = K/\tau$.

Assume-se a operação em malha aberta e que a excitação aplicada ao processo é uma combinação dos métodos do relé padrão e relé com integrador, conforme apresentado em (Åström and Hägglund, 1995).

A informação utilizada como restrição no problema de otimização dos mínimos quadrados apresentado no Teorema 1 deve ser escrita na forma linear da Equação (3). Portanto, utiliza-se uma aproximação por série de Taylor de segunda ordem para o atraso do processo. O modelo, então, é dado por:

$$G(s) = \frac{b}{s+a} e^{-\tau_d s} \approx \frac{b}{s+a} \left(1 - s\tau_d + \frac{\tau_d^2 s^2}{2} \right). \quad (6)$$

Dessa forma, o modelo com a aproximação do atraso (Equação (6)) pode ser representado pela seguinte equação diferencial:

$$\dot{y}(t) + ay(t) = bu(t) - b\tau_d \dot{u}(t) + \frac{b}{2} \tau_d^2 \ddot{u}(t). \quad (7)$$

Então integrando-se a Equação (7), tem-se:

$$\begin{aligned} \int_0^t y(\tau) d\tau &= -a \int_0^t \int_0^{\tau_2} y(\tau_1) d\tau_1 d\tau_2 + \\ b \int_0^t \int_0^{\tau_2} u(\tau_1) d\tau_1 d\tau_2 &- \beta \int_0^t u(\tau) d\tau + \alpha u(t), \end{aligned} \quad (8)$$

onde $\alpha = \frac{b}{2} \tau_d^2$ e $\beta = b\tau_d$.

Define-se o vetor de regressão:

$$\gamma(t) = \phi(t) \hat{\theta}, \quad (9)$$

com

$$\phi(t) = \begin{bmatrix} -\int_0^t \int_0^{\tau_2} y(\tau_1) d\tau_1 d\tau_2 \\ \int_0^t \int_0^{\tau_2} u(\tau_1) d\tau_1 d\tau_2 \\ -\int_0^t u(\tau) d\tau \\ u(t) \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$\hat{\theta} = [a \quad b \quad \beta \quad \alpha]^T. \quad (11)$$

Utilizando todas as amostras dos sinais y e u armazenadas como resultado da aplicação da excitação baseada no método do relé padrão e relé com integrador, um sistema de equações lineares é obtido e pode-se encontrar a forma de regressão dada pela Equação (1) no Teorema 1 com Y e Φ dados por:

$$Y = [\gamma(0) \quad \gamma(1) \quad \cdots \quad \gamma(N-1)]^T \quad (12)$$

e

$$\Phi = [\phi(0) \quad \phi(1) \quad \cdots \quad \phi(N-1)]^T, \quad (13)$$

onde N é o número total de amostras do conjunto de dados utilizado para a identificação.

A restrição de igualdade é definida através da informação em frequência obtida através do uso da DFT (*Discrete Fourier Transform*) nos sinais resultantes da aplicação do experimento do relé padrão, frequência $\hat{\omega}_{180}$ e relé com integrador, frequência $\hat{\omega}_{90}$. Utilizando as informações das frequências, tem-se:

$$\hat{G}(j\hat{\omega}) = \frac{b}{j\hat{\omega} + a} \left(1 - j\hat{\omega}\tau_d - \frac{\tau_d^2 \hat{\omega}^2}{2} \right). \quad (14)$$

Reescrevendo a Equação (14) para as frequências de -180° e -90° , tem-se, respectivamente:

$$j\hat{\omega}_{180}\hat{G}(j\hat{\omega}_{180}) = -a\hat{G}(j\hat{\omega}_{180}) + b - b\tau_d j\hat{\omega}_{180} + \frac{b}{2}\tau_d^2 \hat{\omega}_{180}^2, \quad (15)$$

e

$$j\hat{\omega}_{90}\hat{G}(j\hat{\omega}_{90}) = -a\hat{G}(j\hat{\omega}_{90}) + b - b\tau_d j\hat{\omega}_{90} + \frac{b}{2}\tau_d^2 \hat{\omega}_{90}^2, \quad (16)$$

que podem ser escritas na forma da equação linear (3) do Teorema 1 que define o problema de otimização de mínimos quadrados com restrições de igualdade.

$$\Psi(\hat{\omega}) = M(\hat{\omega})\hat{\theta}, \quad (17)$$

com

$$\Psi(\hat{\omega}) = \begin{bmatrix} j\hat{\omega}_{180}\hat{G}(j\hat{\omega}_{180}) \\ j\hat{\omega}_{90}\hat{G}(j\hat{\omega}_{90}) \end{bmatrix};$$

$$M(j\hat{\omega}) = \begin{bmatrix} -\hat{G}(j\hat{\omega}_{180}) & 1 & -j\hat{\omega}_{180} & \hat{\omega}_{180}^2 \\ -\hat{G}(j\hat{\omega}_{90}) & 1 & -j\hat{\omega}_{90} & \hat{\omega}_{90}^2 \end{bmatrix};$$

$$\theta = [a \quad b \quad \beta \quad \alpha]^T.$$

A estimativa final é o vetor de parâmetros $\left\{ \hat{a}, \hat{b}, \hat{\tau}_{d1} = \hat{\beta}/\hat{b}, \hat{\tau}_{d2} = \sqrt{2\hat{\alpha}/\hat{b}} \right\}$.

O valor final do atraso é obtido através da média dos valores $\hat{\tau}_{d1}$ e $\hat{\tau}_{d2}$.

2.2 Estimação do Atraso

Para a identificação do modelo FOPTD, o atraso é aproximado por uma série de Taylor de segunda ordem, porém esta aproximação não é capaz de representar adequadamente o atraso do processo. Para melhorar a estimativa do atraso é utilizado um procedimento iterativo para refinar o atraso estimado a priori.

O procedimento consiste em utilizar uma estimativa previa do atraso e introduzi-la nos dados da entrada utilizados para estimação do modelo, conforme exemplificado na Figura 1, onde τ_e

representa a estimativa inicial do atraso. Desta forma, o atraso a ser estimado ($\tau_d - \tau_e$) será menor e a partir dos dados da entrada (u') e saída (y') os parâmetros do processo são identificados adequadamente.

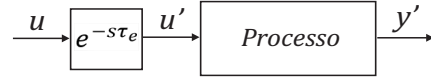


Figura 1: Diagrama do sistema equivalente com estimativa inicial do atraso.

Considerando o atraso estimado a cada iteração τ_e^k , utiliza-se o seguinte procedimento para estimação do atraso:

- Passo 1: realize o experimento do relé padrão combinado com o relé com integrador e obtenha os dados da entrada e saída;
- Passo 2: na primeira iteração ($k = 1$), faça $\tau_e = 0$. A partir dos dados de entrada e saída realize a identificação do modelo conforme descrito na Seção 2. Um modelo é identificado com valor do atraso τ_e^1 ;
- Passo 3: na segunda iteração ($k = 2$), faça $\tau_e = \tau_e^1$ e realize uma nova identificação do modelo. O valor do atraso, τ_e^2 é estimado;
- Passo 4: após k iterações, para $\tau_e = \tau_e^k$ realize a identificação do modelo. Um novo valor do atraso, τ_e , é estimado.

A cada iteração não é realizado um novo experimento, apenas os dados originais da entrada são atrasados com o valor de τ_e múltiplo do tempo de amostragem.

Assume-se como critério de parada o aumento do erro médio quadrático entre as saídas dos modelos de duas iterações sucessivas. O erro médio quadrático é dado por:

$$\epsilon = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} [y(iT_s) - \hat{y}(iT_s)]^2, \quad (18)$$

onde N é o número de pontos no tempo, $y(iT_s)$ é a saída do modelo estimado na iteração k e $\hat{y}(iT_s)$ é a saída do modelo estimado na iteração $k - 1$.

A cada iteração, usando a estimativa anterior para minimizar o valor do atraso a ser estimado, pode-se obter maior precisão no modelo do processo identificado.

3 Estudo de Casos

Nesta seção são avaliados os resultados da aplicação da estratégia de identificação proposta. Em todos os casos o tempo de amostragem é 0,1 segundos.

A validação quantitativa do desempenho dos modelos finais estimados é realizada usando a

Equação (18). Porém, $y(iT_s)$ é a saída real do processo e $\hat{y}(iT_s)$ é a saída do modelo estimado.

3.1 Exemplo 1

O primeiro sistema simulado consiste em um sistema de primeira ordem com atraso dado por:

$$G(s) = \frac{1}{5s+1}e^{-5s} = \frac{0,2}{s+0,2}e^{-5s} \quad (19)$$

O sinal de excitação utilizado foi o método do relé padrão e relé com integrador. O sinal de excitação possui amplitude igual a $u_r = 1$.

O ponto de frequência em que a fase é -180° obtido a partir do período de oscilação resultante do experimento do relé padrão é $0,4134\text{rad/s}$. Já para o ponto de frequência em que a fase é -90° é $0,1790\text{rad/s}$. Estes pontos de frequência são utilizados como restrições de igualdade conforme procedimento descrito na Seção 2.

Seguindo o procedimento iterativo para estimativa do atraso, na Tabela 1 os modelos estimados para o Exemplo 1 são apresentados.

Tabela 1: Modelos estimados - Exemplo 1

Iter.	τ_e^k	Modelo	ϵ
1	0	$\frac{0,165}{s+0,0975}e^{-3,26s}$	-
2	3,26	$\frac{0,1923}{s+0,1871}e^{-4,94s}$	0,0162
3	4,94	$\frac{0,2106}{s+0,2155}e^{-5,30s}$	0,0010
4	5,30	$\frac{0,2109}{s+0,2153}e^{-5,58s}$	0,0011

De acordo com os modelos apresentados na Tabela 1, observa-se que a parada do procedimento iterativo de estimação do atraso ocorre na quarta iteração, pois o erro médio quadrático (ϵ) entre a saída do modelo 4 e modelo 3 cresceu.

Na Figura 2 são apresentadas as respostas ao degrau unitário dos modelos identificados em conjunto com a resposta do sistema real.

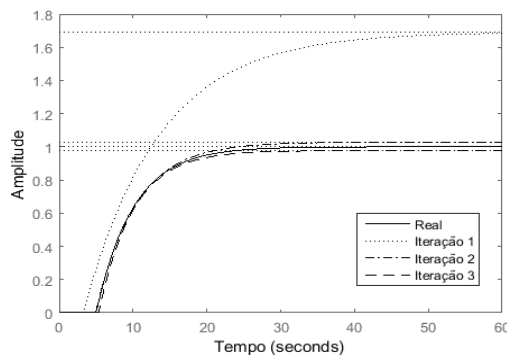


Figura 2: Curvas da resposta ao degrau unitário - Exemplo 1

Na Figura 3 é apresentado o diagrama de Nyquist para o sistema real e modelos identificados.

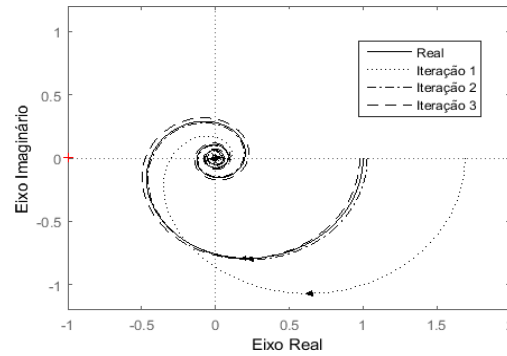


Figura 3: Diagrama de Nyquist - Exemplo 1

A validação quantitativa do desempenho do modelo no domínio do tempo é realizada usando a função custo apresentada na Equação (18). O erro do modelo final identificado, iteração 3, em relação ao processo real é $2,5987 \times 10^{-4}$.

3.2 Exemplo 2

Neste exemplo considere um sistema de quarta ordem sem atraso dado pela Equação (20). O objetivo é avaliar como o estratégia de identificação captura a dinâmica de um sistema de ordem superior.

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^4} \quad (20)$$

O sinal de excitação utilizado foi o método do relé padrão e relé com integrador. O sinal de excitação utilizado possui amplitude igual a $u_r = 1$.

O ponto de frequência em que a fase é -180° obtido a partir do período de oscilação resultante do experimento é $0,9106\text{rad/s}$. Já para o ponto de frequência em que a fase é -90° é $0,3927\text{rad/s}$. Seguindo o procedimento descrito na Seção 2, os modelos estimados são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2: Modelos estimados - Exemplo 2

Iter.	τ_e^k	Modelo	ϵ
1	0	$\frac{0,3732}{s+0,1553}e^{-1,18s}$	-
2	1,18	$\frac{0,4098}{s+0,3158}e^{-2,00s}$	0,0162
3	2,00	$\frac{0,4604}{s+0,4163}e^{-2,53s}$	0,0094
4	2,53	$\frac{0,5336}{s+0,5259}e^{-2,97s}$	0,0075
5	2,97	$\frac{0,6376}{s+0,6642}e^{-3,41s}$	0,0102

Na Figura 4 são apresentadas as respostas ao degrau unitário dos modelos identificados em conjunto com a resposta do sistema real. A parada do procedimento iterativo de estimação do atraso ocorre na quinta iteração.

Na Figura 5 é apresentado o diagrama de Nyquist para o sistema real e estimados.

Neste exemplo, o erro entre o modelo final identificado, iteração 4, e o processo real é $0,0422$.

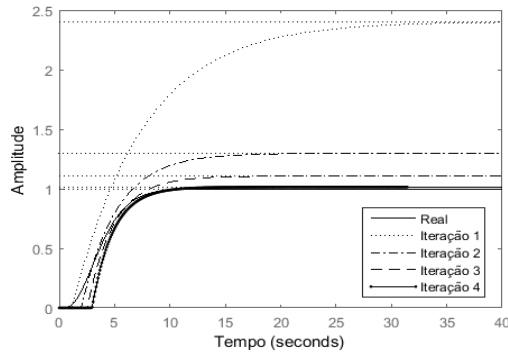


Figura 4: Curvas da resposta ao degrau unitário - Exemplo 2

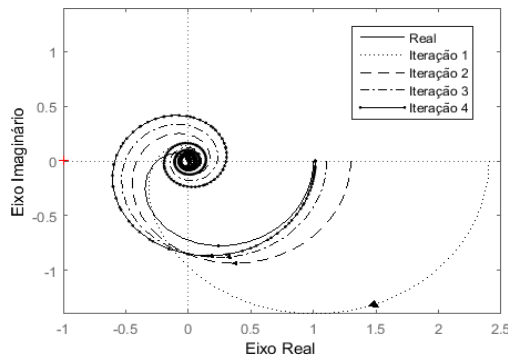


Figura 5: Diagrama de Nyquist - Exemplo 2

3.3 Exemplo 3

Considere um sistema de primeira ordem com atraso dado por:

$$G(s) = \frac{1}{2,5s + 1} e^{-1s} = \frac{0,4}{s + 0,4} e^{-1s} \quad (21)$$

Neste exemplo foi adicionado ruído na saída do processo. O ruído possui média zero e variância de 0,001. A histerese foi ajustada em 0,2. O sinal de excitação utilizado possui amplitude igual a $u_r = 1$.

Seguindo o procedimento descrito na Seção 2, o experimento do relé padrão e relé com integrador é aplicado. O ponto de frequência em que a fase é -180° obtido a partir do período de oscilação resultante do experimento é $1,428 \text{ rad/s}$. Para o ponto de frequência em que a fase é -90° é $0,537 \text{ rad/s}$. Os modelos estimados são apresentados na Tabela 3.

Tabela 3: Modelos estimados - Exemplo 3

Iter.	τ_e^k	Modelo	ϵ
1	0	$\frac{0,3656}{s+0,2369} e^{-0,864s}$	-
2	0,86	$\frac{0,3933}{s+0,3738} e^{-1,26s}$	0,0051
3	1,26	$\frac{0,3997}{s+0,3879} e^{-1,28s}$	$3,35 \times 10^{-5}$
4	1,28	$\frac{0,3997}{s+0,3879} e^{-1,31s}$	$7,13 \times 10^{-5}$

De acordo com a Tabela 3, a parada do procedimento iterativo de estimação do atraso ocorre na quarta iteração. Para avaliar os modelos identificados no domínio do tempo foi aplicado um degrau unitário conforme apresentado na Figura 6. O erro do modelo final identificado, iteração 3, em relação ao processo real é 0,0098.

Na Figura 7 é apresentado o diagrama de Nyquist para o sistema real e estimado.

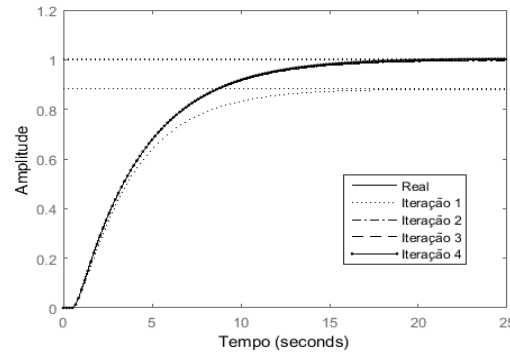


Figura 6: Curvas da resposta ao degrau unitário - Exemplo 3

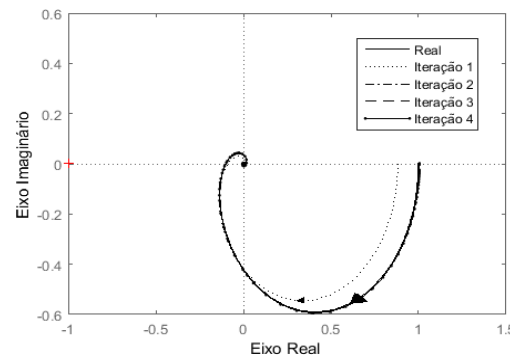


Figura 7: Diagrama de Nyquist - Exemplo 3

3.4 Exemplo 4

Considere um sistema de segunda ordem com atraso dado pela Equação (22). O objetivo é avaliar como a técnica de identificação captura as dinâmicas lenta e rápida do sistema. O sinal de excitação utilizado possui amplitude igual a $u_r = 1$.

$$G(s) = \frac{1}{(20s + 1)(2s + 1)} e^{-1s} \quad (22)$$

Seguindo o procedimento descrito na Seção 2, o experimento do relé padrão e relé com integrador é aplicado. O ponto de frequência em que a fase é -180° obtido a partir do período de oscilação resultante do experimento é $0,6221 \text{ rad/s}$. Para o ponto de frequência em que a fase é -90° é $0,1181 \text{ rad/s}$. Os modelos estimados são apresentados na Tabela 4.

Tabela 4: Modelos estimados - Exemplo 4

Iter.	τ_e^k	Modelo	ϵ
1	0	$\frac{0,04683}{s+0,01894}e^{-1,63s}$	-
2	1,63	$\frac{0,04758}{s+0,03483}e^{-2,65s}$	0,0024
3	2,65	$\frac{0,04821}{s+0,04086}e^{-3,29s}$	$3,3712 \times 10^{-4}$
4	3,29	$\frac{0,04821}{s+0,04465}e^{-3,82s}$	$2,599 \times 10^{-4}$
5	3,82	$\frac{0,04957}{s+0,04962}e^{-4,32s}$	$1,835 \times 10^{-4}$
6	4,32	$\frac{0,05064}{s+0,05527}e^{-4,86s}$	$2,036 \times 10^{-4}$

De acordo com a Tabela 4, a parada do procedimento iterativo de estim  o do atraso ocorre na sexta iteração. Para avaliar os modelos identificados no domínio do tempo foi aplicado um degrau unitário conforme apresentado na Figura 8. O erro do modelo final identificado, iteração 5, em relação ao processo real   0,0028.

Na Figura 9 é apresentado o diagrama de Nyquist para o sistema real e estimado.

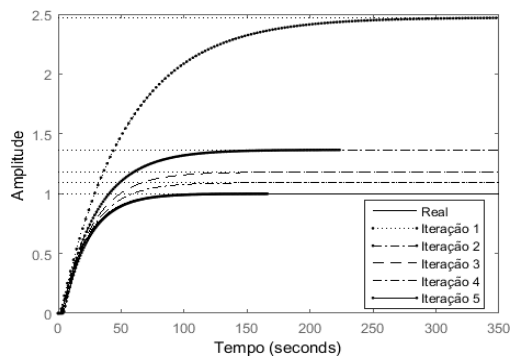


Figura 8: Curvas da resposta ao degrau unitário - Exemplo 4

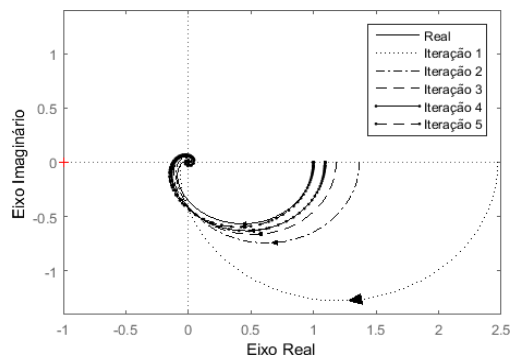


Figura 9: Diagrama de Nyquist - Exemplo 4

4 Conclusões

A identificação de modelos FOPTD foi realizada através da aplicação do experimento do relé padrão combinado com experimento do relé com integrador. A partir dos resultados obtidos nos estudos de casos, verifica-se que a utilização das infor-

ma  es das frequências de -180° e -90° como restrições de igualdade e o procedimento iterativo de estim  o do atraso aumentam significativamente a precisão do modelo estimado.

5 Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer o apoio financeiro da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal do Nível Superior (CAPES), que tornou possível o desenvolvimento deste trabalho.

Referências

- Acioli Jr, G., Berger, M. A. R. and Barros, P. R. (2006). Closed loop continuous-time foptd identification using time-frequency data from relay experiments, *IFAC International Symposium on Advanced Control of Chemical Processes*. Gramado.
- Arruda, G. H. M. and Barros, P. R. (2003). Relay-based closed loop transfer function frequency points estimation, *Automatica* **39**(2): 309–315.
- Liu, T. and Gao, F. (2008). Alternative identification algorithms for obtaining a first-order stable/unstable process model from a single relay feedback test, *Ind. Eng. Chem. Res.* **47**: 1140:1149.
- Liu, T., Wang, Q. G. and Huang, H. P. (2013). A tutorial review on process identification from step or relay feedback test, *Journal of Process Control* **23**: 1597–1623.
- Scali, C., Marchetti, G. and Semino, D. (1999). Relay with additional delay for identification and autotuning of completely unknown processes, *Ind. Eng. Chem. Res.* **38**: 1987:1997.
- Åström, K. and Hägglund, T. (1984). Automatic tuning of simple regulators with specifications on phase and amplitude margins, *Automatica* **20**: 645.
- Åström, K. and Hägglund, T. (1995). *PID Controllers: Theory, Design, and Tuning*, 2 edn, Instrument Society of America, Research Triangle Park, NC.
- Wang, L., Gawthrop, P. J. and Young, P. C. (2005). Continuous-time system identification of nonparametric models with constraints, *Proceedings of the 16th IFAC world congress*.
- Wang, Q. G., Hang, C. C. and Bi, Q. (1999). A technique for frequency response identification from relay feedback, *Control Systems Technology, IEEE Transactions on* **7**(1): 122–128.