

PROJETO DE CONTROLADORES ROBUSTOS VIA LMI PARA ACIONAMENTO DE MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO CONSIDERANDO INCERTEZAS

TIAGO V. ORTUNHO, JEAN M. S. RIBEIRO, MARCELO C. M. TEIXEIRA, JOSÉ P. F. GARCIA,
EDVALDO ASSUNÇÃO

*Laboratório de Pesquisa em Controle – LPC
Departamento de Engenharia Elétrica,
Universidade Estadual Paulista - UNESP
Ilha Solteira, SP – 15385-000 Brasil*

E-mails: tiago.veronese@ifsp.edu.br, jean@dee.feis.unesp.br,
marcelo@dee.feis.unesp.br, jpaulo@dee.feis.unesp.br,
edvaldo@dee.feis.unesp.br

Abstract— This research shows the development of controllers based on Linear Matrix Inequality (LMI) with parametric uncertainties of induction motor based of performed an analysis of the dynamics equation of motor modelling in vector control guided by the rotor flux. This analysis aimed to evaluate system behavior, however, for a complete and rigorous analysis of the system, with greater fidelity, was set up in Matlab/ Simulink software. This platform allows the simulation of various tests with induction motor drive, and also the implementation and result analysis using a broad class of controllers.

Keywords— Induction motor, Linear matrix inequality, Parametric uncertainties, Robust control, Vector control.

Resumo— Neste trabalho apresentam-se controladores projetados com desigualdade matriciais lineares (em inglês Linear Matrix Inequalities (LMIs)) considerando-se incertezas paramétricas em um motor de indução trifásico, utilizando as equações dinâmicas do controle vetorial com orientação pelo fluxo do rotor. Utilizando o *software* Matlab/Simulink montou-se uma plataforma que possibilita desenvolver diversos testes no acionamento do motor de indução, além de facilitar a implementação e coleta de resultados com outras topologias.

Palavras-chave— Controle robusto, Controle vetorial, Desigualdade matriciais lineares, Incertezas paramétricas, Motor de indução.

1 Introdução

O motor de indução trifásico (MIT) é considerado uma das mais importantes cargas na indústria devido à sua robustez e eficiência, tendo uma característica construtiva simples e com baixa manutenção. No entanto, o MIT possui uma complexa estrutura magnética que impõe um elevado acoplamento entre o fluxo e o torque eletromagnético, bem como a inacessibilidade de algumas variáveis do rotor (Zaafouri et al, 2013). Em acionamento de MIT, muitas técnicas de controle já estão se tornando clássicas, porém ainda existem muitas pesquisas voltadas para análise de robustez de controladores e diagnóstico quando o MIT é submetido à falhas (Karami et al, 2010; Gaied et al, 2012; Nallamekala & Sivakumar, 2016). Embora já tenha alguns resultados, como em Wang et al (2009), a utilização da ferramenta *Linear Matrix Inequality* (LMI), ainda não tem sido muito difundida em aplicações de acionamento de máquinas.

Neste trabalho utiliza-se aplicação de técnica de controle com utilização da ferramenta LMI para projetar controladores, com o intuito de analisar o comportamento deste, possibilitando assim, com novos estudos implementar sistemas de acionamento e controle mais tolerantes a incertezas.

Utilizando os dados de um motor de indução de 0,25 HP foi elaborado o projeto dos controladores considerando quatro casos de análise: i) variação da velocidade de 5 rad/s até a nominal; ii) variação da velocidade e incerteza na resistência rotórica de 3%; iii) variação na velocidade e incerteza na constante de tempo do rotor de 5%; iv) variação na velocidade e incertezas na constante de tempo do rotor de 15% e do estator de 10%.

Utilizando o *software* Matlab/Simulink foi simulado o sistema de acionamento do MIT com retificador, barramento CC/CC, conversor CC/CA e sistema de controle. Analisaram-se os controladores projetados, considerando como referência a velocidade nominal. Foi acionado o motor sem carga e decorrido 1,5 segundos aplicou-se um degrau de carga nominal, sendo medidas as correntes do MIT, as correntes de eixo direto e em quadratura, o torque eletromagnético e a velocidade.

2 Desenvolvimento

Nesta seção serão apresentados o projeto do controlador, utilizando LMI, e a modelagem do MIT.

2.1 Controlador Robusto com LMI

No projeto do controlador robusto via LMI foi considerado o sistema em espaço de estados e a lei de controle apresentados, respectivamente em (1) e (2).

$$\frac{dx(t)}{dt} = A x(t) + B_u u(t); y = C x(t) \quad (1)$$

$$u = k x(t) \quad (2)$$

Na Figura 1 é apresentado o modelo do sistema, com realimentação de estados, utilizado para o desenvolvimento do controlador.

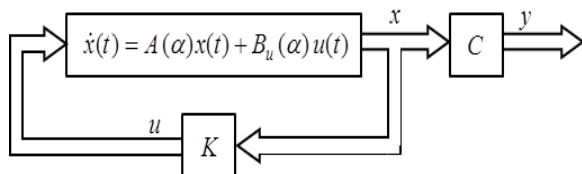


Figura 1. Sistema com realimentação de estados.

Substituindo (2) na equação da variável de estado e efetuando uma manipulação algébrica, define-se nova variável apresentada em (3).

$$A_N = A + B_u \cdot K \quad (3)$$

Aplicando a teoria de controle de Lyapunov se obtém a equação (4).

$$A_N' P + P A_N < 0; P > 0 \quad (4)$$

Substituindo (3) em (4) e efetuando uma multiplicação de P^{-1} do lado esquerdo e direito da expressão se obtém (5).

$$P^{-1} A' + P^{-1} K' B_u' + A P^{-1} + B_u K P^{-1} < 0; P > 0 \quad (5)$$

Fazendo uma alteração de variáveis $P^{-1} = W$ com $W > 0$ e considerando que $Z = KW$ obtém-se a expressão (6) e o controlador é encontrado por (7).

$$W A' + Z' B_u' + A W + B_u Z < 0; \quad (6)$$

$$W > 0$$

$$K = Z W^{-1} \quad (7)$$

2.2 Dados do Motor de Indução Trifásico

Os dados para análise do motor de indução estão representados na Tabela 1, os quais foram também utilizados no trabalho de Furtunato et al (2001).

Tabela 1. Dados do Motor de Indução Trifásico.

Dados	Valores
Resistência do Estator (Rs)	29,5012 Ω
Resistência do Rotor (RR)	17,8384 Ω
Indutância do Estator (Ls)	1,0951 H
Indutância do Rotor (LR)	1,1054 H
Indutância Mútua (Lm)	1,0417 H
Pares de Polo do Motor (p)	2
Momento de Inércia (J)	$5 \cdot 10^{-4}$ Kg.m ²
Coefficiente de Atrito Viscoso (B)	$3 \cdot 10^{-3}$ m/rad.s
Fluxo Nominal do Rotor (Φ_R)	0,93 Wb
Coefficiente de dispersão (σ)	103,5788

O motor de indução gaiola de esquilo possui potência de 0,25 HP, 4 polos, 1725 rpm, 380/220V, 60Hz.

A teoria do controlador robusto usando LMI possibilita considerar o sistema com incertezas e, desta forma, o sistema em espaço de estados apresenta a incógnita α , a qual simboliza um sistema que possui incertezas.

O trabalho desenvolveu quatro tipos de controladores, sendo estes configurados da seguinte forma: i) sistema com variação de velocidade de 5 rad/s até 2π rad/s; ii) sistema com variação de velocidade e com 3% de incerteza na resistência rotórica; iii) sistema com variação de velocidade e com 5% de incerteza na constante de tempo do rotor; iv) sistema com variação de velocidade, e com incertezas de 15% na constante de tempo do rotor e 10% na constante de tempo do estator.

O projeto dos controladores define uma região, chamada de politopo, na qual se for possível definir um controlador caracteriza-se que o sistema é factível. Desta forma, tem-se que o politopo é uma casca convexa de um conjunto finito de vértices, em que todo elemento no politopo pode ser gerado pela combinação convexa dos seus vértices. As variáveis politópicas são responsáveis pela mudança dos valores da planta, ou seja, incertezas. O número de vértices é dependente do número de incertezas da planta e, é dado por vértices = 2^μ , sendo μ o número de incertezas.

Consequentemente, os controladores foram projetados da seguinte forma, no primeiro caso o sistema possui 2 vértices, no segundo e terceiro 4 vértices e no quarto caso 8 vértices.

2.3 Modelo de Estado do Motor de Indução Trifásico

Considerando as equações dinâmicas do MIT apresentadas em (Bose, 2001; Chang et al, 2005) foi definido o sistema (1) para o MIT em (8), no qual, foi adotado o torque de carga como perturbação do sistema.

$$\frac{dx(t)}{dt} = A(\alpha)x(t) + B_u(\alpha)u(t) + B_w(\alpha)T_L(t); y = C(\alpha)x(t) \quad (8)$$

As variáveis apresentadas em (8) são descritas em (9) a (14).

$$A(\alpha) = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} a_{11} &= -\left[\frac{R_S}{\sigma L_S} + \frac{R_R(1-\sigma)}{\sigma L_R} \right]; a_{12} = w_e; \\ a_{13} &= \frac{L_m R_R}{\sigma L_S L_R^2}; a_{14} = 0; a_{21} = -w_e; \\ a_{22} &= -\frac{R_S}{\sigma L_S}; a_{23} = -\frac{w_e L_m}{\sigma L_S L_R}; a_{24} = 0; \\ a_{31} &= \frac{L_m R_R}{L_R}; a_{32} = 0; a_{33} = -\frac{R_R}{L_R}; a_{34} = 0; \\ a_{41} &= 0; a_{42} = \frac{K_t}{J}; a_{43} = 0; a_{44} = -\frac{B}{J}; \end{aligned} \quad (10)$$

$$B(\alpha) = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \\ b_{41} & b_{42} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$b_{11} = b_{22} = \frac{1}{\sigma L_S}; b_{12} = 0; \quad (12)$$

$$b_{21} = b_{31} = b_{32} = b_{41} = b_{42} = 0;$$

$$B_w(\alpha) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{J} \end{bmatrix}^T; C(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$x(t) = \begin{bmatrix} i_{ds}^e \\ i_{qs}^e \\ \phi_{dR}^e \\ w_R \end{bmatrix}; u(t) = \begin{bmatrix} V_{ds}^e \\ V_{qs}^e \end{bmatrix} \quad (14)$$

3 Resultados Obtidos

Baseando-se nos dados do MIT apresentados na Tabela 1, utilizando as variáveis de estado do sistema e o *software* Matlab/Simulink juntamente com os *toolboxes* Yalmip e Sedumi, projetaram-se os controladores para os quatro casos definidos sendo estes apresentados, respectivamente, em (15), (16), (17) e (18).

$$\begin{bmatrix} 24,3037 & 0,000415 & -767,6899 & 0,0119 \\ 0,0450 & 29,3853 & 3,6787 & 570,256 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} 19,6597 & 0,1747 & -411,1856 & 0,0458 \\ 3,0651 & 25,4405 & 62,3360 & 8741,7 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} -7,3631 & 1,6686 & 493,6084 & 3,5050 \\ 14,6294 & -27,6474 & 156,6316 & 275,5080 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} -227,7597 & 1,1843 & 2279,40 & 0,0113 \\ 19,2169 & -182,6064 & 161,2489 & 178,0258 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Utilizando o *software* Simulink foi montada uma plataforma para o desenvolvimento dos ensaios e verificação dos resultados do desempenho do sistema de controle, conforme apresentado na Figura 2.

Nesta plataforma é possível selecionar se a referência de velocidade e de torque serão valores constantes ou em degrau. Ela é constituída pelo sistema completo de acionamento com o sistema trifásico ba-

lanceado de alimentação, o retificador de onda completa trifásico, barramento de corrente contínua e o conversor CC/CA. O conversor é acionado por seis gatilhos que são produzidos pelo sistema de controle.

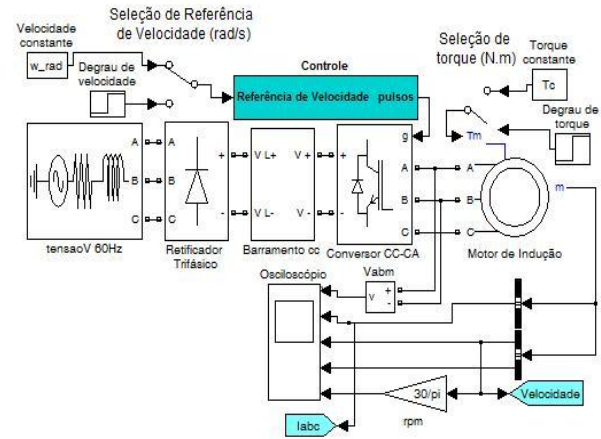


Figura 2. Plataforma para desenvolvimento de testes no Simulink.

O sistema de controle efetua a medição das correntes trifásicas e da velocidade do motor de indução, as correntes são transformadas para os eixos $dq0$. Através do valor da corrente do eixo d é calculado o fluxo e estimado o valor de teta. A partir destes, e utilizando os ganhos dos controladores é gerado o sinal de controle, as tensões nos eixos V_{dq} e estas tensões são transformadas para as coordenadas abc .

A partir das tensões trifásicas é efetuada uma comparação com uma forma de onda triangular (portadora) com frequência de 4,5 kHz e, a partir disto são produzidos os seis sinais de gatilhos. Na Figura 3 apresenta-se o bloco de controle com os ganhos dos controladores robustos projetados.

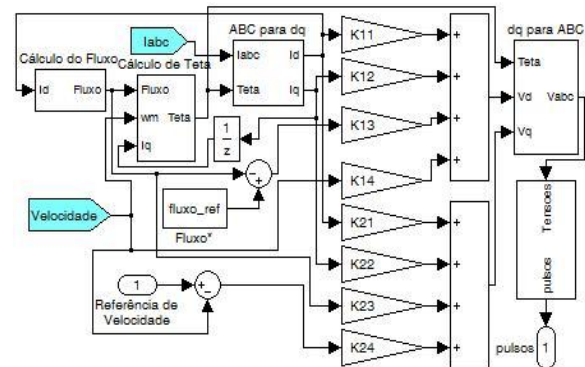


Figura 3. Bloco de controle.

Com base na plataforma e utilizando os controladores projetados foram desenvolvidos ensaios para análise dos resultados. Estes foram feitos considerando o motor com velocidade no valor nominal e sendo esta constante, com relação ao torque foi efetuada a partida a vazio e decorrido 1,5 segundos aplicado um torque nominal de 2,8 Nm. Nas Figuras de 4 a 7 são apresentadas as correntes trifásicas do MIT.

Nas Figuras 8-11 são apresentadas as correntes nos eixos dq , sendo em azul a corrente de eixo direto e

em vermelho a corrente em quadratura, do primeiro ao quarto caso.

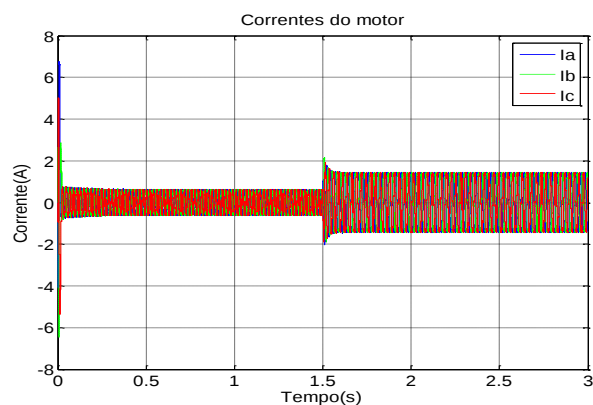


Figura 4. Corrente trifásica para o 1º caso.

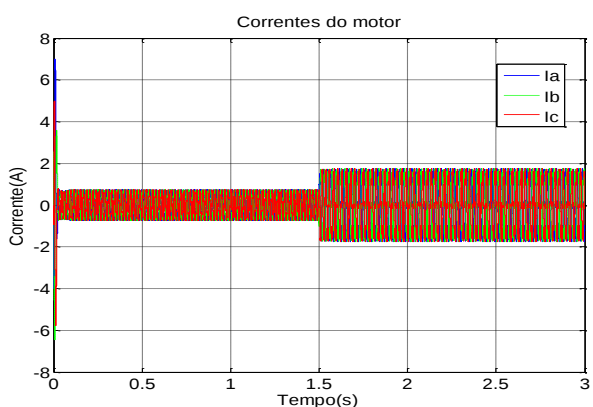


Figura 5. Corrente trifásica para o 2º caso.

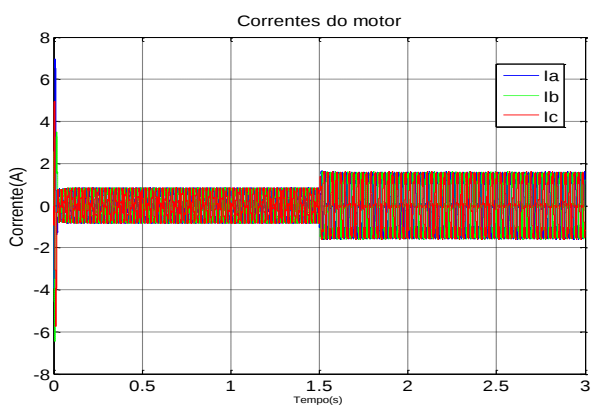


Figura 6. Corrente trifásica para o 3º caso.

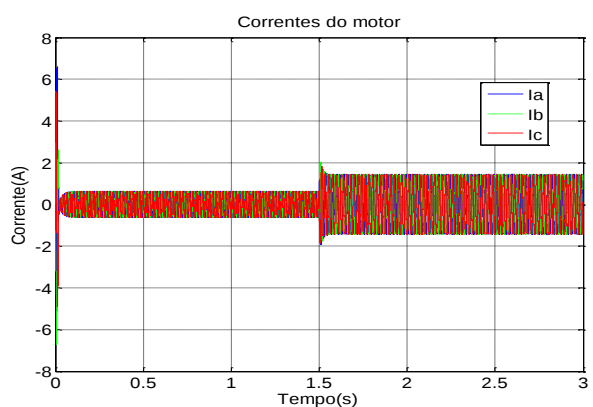


Figura 7. Corrente trifásica para o 4º caso.

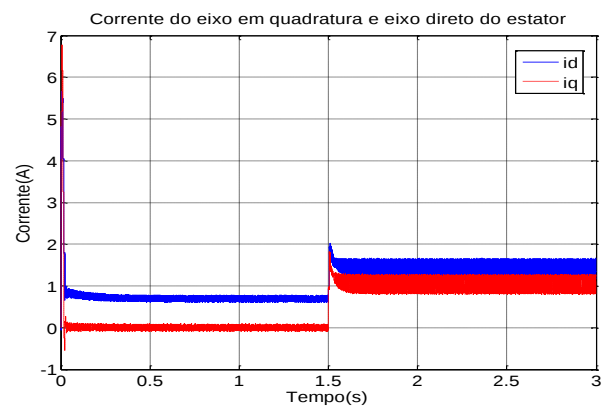


Figura 8. Corrente nos eixos dq do 1º caso.

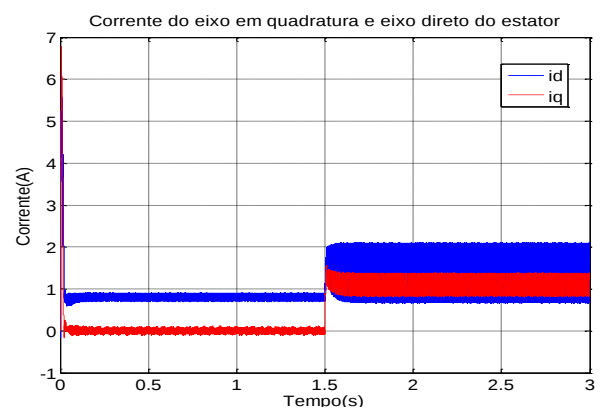


Figura 9. Corrente nos eixos dq do 2º caso.

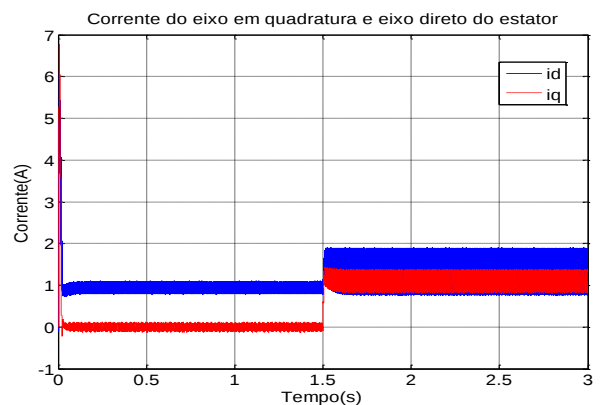


Figura 10. Corrente nos eixos dq do 3º caso.

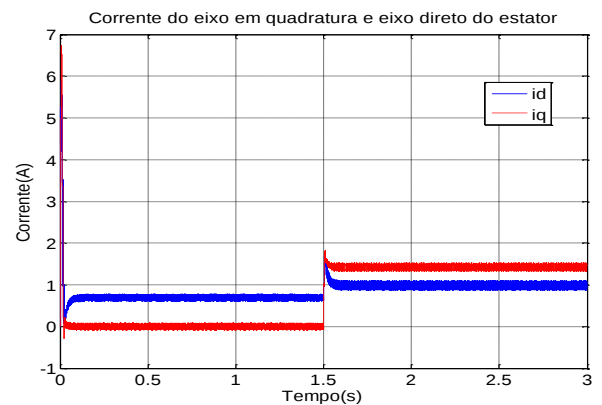


Figura 11. Corrente nos eixos dq do 4º caso.

Nas Figuras 12-15 são apresentados os resultados do torque de carga, em vermelho, e do torque eletromagnético do motor, em azul, do primeiro ao quarto caso.

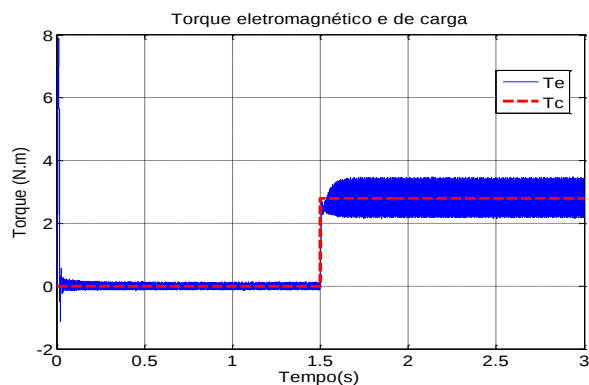


Figura 12. Torque de carga e eletromagnético do 1  caso.

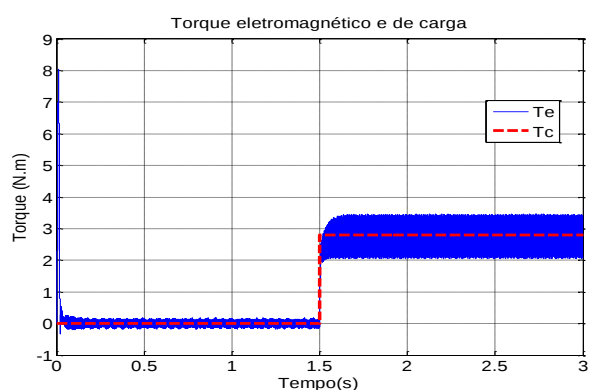


Figura 13. Torque de carga e eletromagnético do 2  caso.

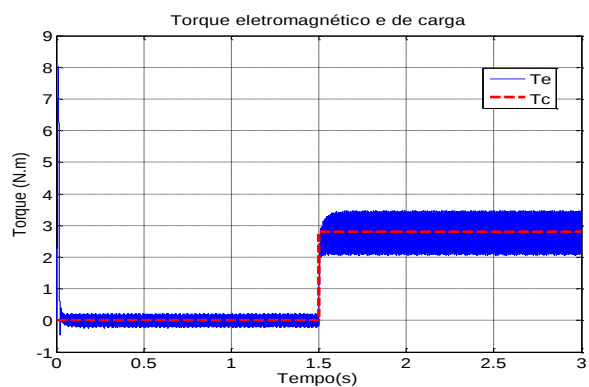


Figura 14. Torque de carga e eletromagnético do 3  caso.

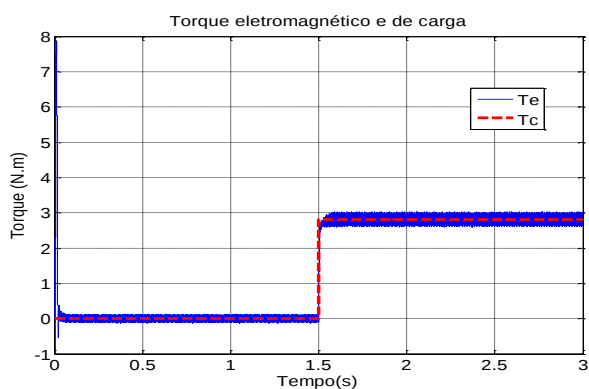


Figura 15. Torque de carga e eletromagnético do 4  caso.

Nas Figuras 16-19 são apresentadas as respostas da velocidade, sendo em vermelho o valor de referência e, em azul, a velocidade real do motor, do primeiro ao quarto caso.

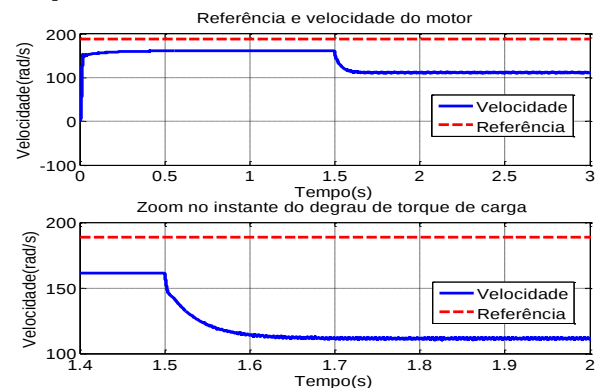


Figura 16. Velocidade de referência e do motor para o 1  caso.

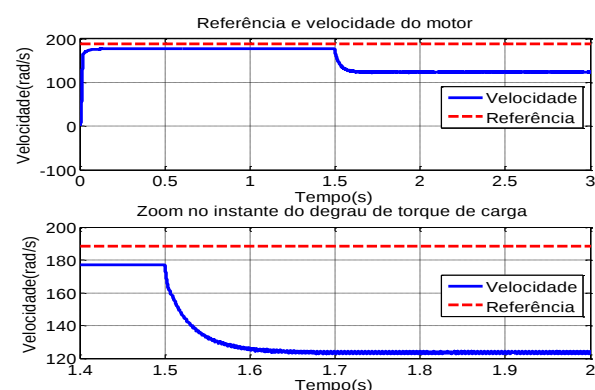


Figura 17. Velocidade de referência e do motor para o 2  caso.

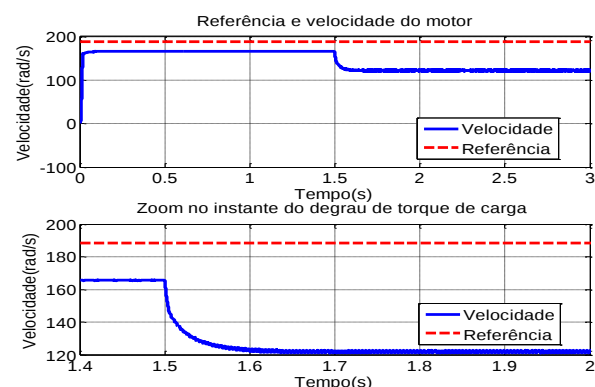


Figura 18. Velocidade de referência e do motor para o 3  caso.

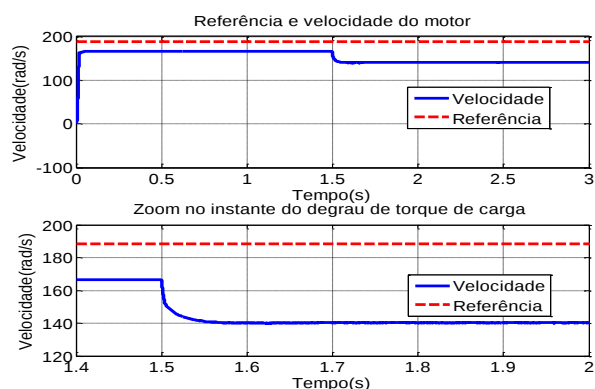


Figura 19. Velocidade de referência e do motor para o 4  caso.

Os valores mais relevantes obtidos das simulações para os quatro casos analisados são apresentados na Tabela 2 e na Tabela 3 são apresentados os significados das incógnitas utilizadas na Tabela 2.

Tabela 2. Dados mais relevantes obtidos nas simulações.

Incógnitas	1ª	2ª	3ª	4ª
I_{dp}	7	7	7	7
T_{dp}	8	8	8	8
T_o	0	0	0	0
$T_e - T_o$	0,2	0,1	0,1	0,1
T_{pc}	3	2,8	3	2,8
T_c	0,05	0,05	0,06	0,04
$T_e - T_c$	0,05	0,05	0,06	0,04
$T_e - V$	0,1	0,2	0,1	0,1
V_o	160	180	165	168
V_c	110	122	122	140

Tabela 3. Significado das incógnitas apresentadas na Tabela 2.

Incógnitas	Significado
I_{dp}	Pico da Corrente de Partida (A)
T_{dp}	Pico do Torque na Partida (N.m)
T_o	Valor do Torque Sem Carga (N.m)
$T_e - T_o$	Tempo de Estabelecimento do Torque Sem Carga (s)
T_{pc}	Pico do Torque Devido ao Degrau (N.m)
T_c	Valor do Torque Com Carga (N.m)
$T_e - T_c$	Tempo de Estabelecimento do Torque Com Carga (s)
$T_e - V$	Tempo de Estabelecimento da Velocidade (s)
V_o	Velocidade Sem Carga (rad/s)
V_c	Velocidade Com Carga (rad/s)

Considerando a simplicidade do controlador, $u = k \cdot x(t)$, e analisando as respostas obtidas dos controladores robustos projetados, se verifica que nos quatro casos as respostas das correntes trifásicas, torque eletromagnético e velocidade, estiveram dentro dos limites aceitáveis para o controle da máquina.

4 Conclusão

Evidencia-se que nos quatro casos as correntes trifásicas, a corrente de quadratura, a corrente de eixo direto e o torque eletromagnético tiveram bons comportamentos, porém, a velocidade não atingiu o valor de referência estabelecido tendo uma diferença para o valor de referência.

Embora o projeto contemple a utilização de uma ferramenta inovadora, em aplicações de acionamento eletrônico de máquinas, a técnica de controle utilizada foi bastante simples, com realimentação dos estados através de matriz de ganhos, ou seja, não era esperado que a malha de controle levasse o sistema para erro nulo de velocidade, pois sequer existe um elemento que faz a integração do erro.

Por outro lado, os controladores geraram uma resposta rápida para a partida e, também, após a aplicação do degraú de carga. Com isso, verifica-se que provavelmente, inserindo índices de desempenho, seja possível obter melhores resultados para o ajuste de velocidade.

A forte contribuição deste trabalho é aplicação da ferramenta LMI durante o projeto de controle em acionamento de motor de indução. Espera-se que a aplicação desta ferramenta, em conjunto com uma técnica de controle robusto, garanta a estabilidade do sistema para o ponto de interesse com possibilidade de obter o controlador considerando incertezas paramétricas na planta, bem como projetar limites para os sinais de interesse do sistema.

Agradecimentos

Os autores agradecem à FAPESP (Projeto Temático 2011/17610-0) e ao IFSP pelo apoio financeiro dado a esta pesquisa.

Referências Bibliográficas

- Bose, B. K. (2001). Modern power electronics and AC drives. Upper Saddle River: Prentice-Hall, pp. 711.
- Chang, Y.; Wang, Y.; Hung, M. and Chen, P. (2005). Regional stability and H_∞ performance control of an input-saturated induction motor via LMI approach. Asian Journal of Control, Beijing, vol. 7, n. 4,
- Furtunato, A. F. A.; Salazar, A. O. and Araújo, O. S. (2001). Controlador de velocidade usando modos deslizantes suaves para um motor de indução trifásico. Revista Controle & Automação: Campinas, vol. 12, n.2, pp. 148-155.
- Gaied, K. S.; Ping, H. W.; Uddin, M. N.; Khalid, M. (2012). Wavelet based prognosis for fault tolerant control of induction motor with stator and speed sensor faults. Industry Applications Society Annual Meeting (IAS). pp. 1-8.
- Karami, F.; Poshtan, J. and Poshtan, M. (2010). Model-Based Fault Detection in Induction Motors. International Conference on Control Applications. Multi-Conference on Systems and Control Yokohama, Japan. pp. 1957-1962.
- Nallamekala, K. K.; Sivakumar, K. (2016). A Fault-Tolerant Dual Three-Level Inverter Configuration for Multipole Induction Motor Drive With Reduced Torque Ripple. IEEE Transactions on Industrial Electronics. ISSN 0278-0046 pp. 1450 – 1457.
- Wang, F.; Park, S. K.; Ahn, H. K. (2009). Linear Matrix Inequality-Based Fuzzy Control for Interior Permanent Magnet Synchronous Motor with integral sliding mode control. International Conference on Electrical Machines and Systems, ICEMS, Tokyo, Japan.
- Zaafouri, A.; Farhani, F. and Chaari, A. (2013). H_∞ Based Robust Observer For High-performance Sensor-less Direct Vector Control of AC Driving Systems. Control, Decision and Information Technologies (CoDIT). International Conference on . pp. 590-594.