

PREVISÃO ESPACIAL DE DEMANDA POR ALIMENTADOR UTILIZANDO A REGRESSÃO COM SUAVIZAÇÃO DE HOLT

TIAGO M. G. LIMA¹, JOEL D. MELO², EDGAR M. CARRENO³, ANTONIO PADILHA-FELTRIN¹

1. *Universidade Estadual Paulista, UNESP, Campus de Ilha Solteira*

Av. Brasil 56, Ilha Solteira, SP, BRASIL

E-mails: tiago.manhani.galego@gmail.com, padilha@dee.feis.unesp.br

2. *Centro de Engenharia, Modelagem e Ciências Sociais Aplicadas, Universidade Federal do ABC – UFABC*

Av. dos Estados 5001, Santo André, SP, BRASIL

E-mail: joel.melo@ufabc.edu.br

3. *CECE – UNIOESTE, CAMPUS DE FOZ DO IGUAÇU/PR*

Av. Tarquinio Joslin do Santos, 1300, Foz do Iguaçu, PR, BRASIL

E-mail: edgar.franco@unioeste.br

Abstract— Spatial load forecasting studies provide maps that show the spatial distribution of the expected demand by region or subarea. This forecast class has gained particular interest in cities with rapid urban growth in order to improve the financial planning of investments necessary to expand the power distribution network. Thus, in recent years, simulation models have been developed to characterize the dynamic growth of the load. However, the large amount of information and further processing to associate the expected load with the elements of the distribution network may hinder the application of such models in spatial forecast for medium-term. In order to overcome these difficulties, this paper presents a spatial load forecasting method based on feeder that uses the Holt's linear trend method to characterize the temporal growth of the load and simple rules to identify the subareas proximity to the feeder that will have an increase in its load. The proposed method was used to perform the spatial load forecasting of the distribution feeders of a medium-sized city in Brazil. Comparison of the results of proposal with a simulation model shows that their percentage errors are similar in a 5 year forecast horizon.

Keywords— Spatial load forecasting, medium term, distribution network planning, trend method, regression smoothing Holt

Resumo— Os estudos de previsão espacial de carga fornecem mapas que mostram a distribuição espacial da demanda elétrica esperada por região. Esta classe de previsão tem ganhado interesse em cidades com rápido crescimento urbano, a fim de melhorar o planejamento financeiro dos investimentos necessários para expansão da rede elétrica. Desta forma, nos últimos anos, modelos de simulação têm sido desenvolvidos para caracterizar o crescimento dinâmico da carga. Porém, a grande quantidade de informações e o processamento adicional para associar a carga prevista com os elementos da rede elétrica, podem dificultar a aplicação de tais modelos na previsão espacial em médio prazo. Com objetivo de superar essas dificuldades, neste artigo apresenta-se um método de previsão espacial por alimentador que utiliza a regressão com suavização de Holt para caracterizar o crescimento temporal da carga e regras simples para identificar as subáreas próximas ao alimentador que terão um incremento em sua carga. O método proposto foi utilizado para realizar a previsão espacial de carga dos alimentadores do sistema de distribuição de uma cidade de porte médio do Brasil. A confrontação dos resultados da proposta com um modelo de simulação, mostram que seus erros percentuais são semelhante para um horizonte de previsão de 5 anos.

Palavras-chave— Previsão espacial, médio prazo, planejamento da rede de distribuição, método de tendência, regressão com suavização de Holt

1 Introdução

As concessionárias de distribuição de energia elétrica devem garantir o fornecimento da demanda futura de seus clientes. Assim, os responsáveis pelo planejamento das redes elétricas precisam determinar as grandezas de demanda e a localização geográfica das cargas elétricas, a fim de definir os reforços ou expansão dos sistemas de distribuição. Tais questões podem ser determinadas por meio de uma previsão com caráter espacial, conhecida como previsão espacial de demanda elétrica (Willis, 2002).

As metodologias de previsão espacial de carga podem ser classificadas em métodos de tendência e simulação (Willis, 2002). Também, pode-se realizar uma combinação destes, sendo conhecidos como métodos híbridos. Os modelos de simulação e híbridos precisam de uma grande quantidade de informações para sua implementação em comparação aos métodos

de tendência. Um critério para escolha de alguma dessas metodologias é sua eficácia para um determinado horizonte de previsão.

O horizonte de estudo da previsão de carga para expansão dos sistemas de distribuição pode ser dividido em médio e longo prazo. No caso específico do Brasil, as leis descritas nos Procedimentos de Distribuição (PRODIST) impõem na Seção 3 do módulo 2, que tal horizonte para expansão do sistema de distribuição de média tensão é de cinco anos (médio prazo). Tal planejamento consiste na previsão de novos alimentadores de distribuição e reforços na rede elétrica existente (ANEEL, 2015).

Em Willis (2002) demonstrou-se que os métodos de tendência podem ter resultados semelhantes aos modelos de simulação para um horizonte de médio prazo. Adicionalmente, uma vantagem dos métodos de tendência é que mostram o crescimento por cada área de serviço dos elementos da rede, porém sem

identificar o crescimento de carga nas subáreas próximas. Para caracterizar tal crescimento, precisa-se de realizar uma divisão em uma menor escala dentro de cada área de serviço dos alimentadores, o qual obtém-se com uma estratégia adequada de divisão de grade, utilizando ferramentas disponíveis nos SIGs (Moura, 2014).

O tamanho da grade pode trazer dificuldades para caracterizar o crescimento temporal da carga, pois quanto menor for o tamanho da quadrícula, a forma de sua curva de crescimento será mais semelhante a uma forma de “S” (Willis, 2002). Assim, modelos de previsão linear não podem ser utilizados para caracterizar tal crescimento. Para caracterizar a forma de “S”, neste trabalho propõe-se utilizar a regressão com suavização de Holt (Holt, 2004).

Neste artigo, apresenta-se um método de previsão de tendência que caracteriza o crescimento nas subáreas próximas aos alimentadores de distribuição para um horizonte de 5 anos, procurando melhorar a caracterização de seu crescimento da carga em forma de “S”. Os resultados demonstram similares no erro espacial com técnicas de simulação mais complexas que utilizam uma quantidade de dados maior. Assim, a técnica apresentada neste trabalho obtém resultados similares a outras técnicas da literatura, com uma quantidade de dados reduzida e menor esforço computacional.

2 Previsão Espacial por Alimentador

Esta classe de previsão consiste em determinar o crescimento de carga por cada área de serviço dos alimentadores de distribuição. Em geral, essas áreas de serviço são extensas, resultando em um crescimento temporal da carga mais semelhante a uma função linear. Desta forma, modelos de previsão linear podem ser utilizados como: método de regressão múltipla e de tendência com transferência de carga de acoplamento (Willis, 2002), modelos de previsão cinza (LIU e LIN, 2010), método da regressão ponderada geograficamente (Brunsden et al 1998), entre outros. No entanto, estas metodologias não caracterizam o crescimento em subáreas próximas dos alimentadores. A determinação desse crescimento é importante, a fim de determinar os planos de expansão da rede elétrica.

Com o intuito de descobrir o crescimento em locais próximos aos alimentadores, a zona de estudo deve ser dividida por uma grade regular, resultando em um conjunto de quadrículas quadradas que sejam associados aos alimentadores.

Em Willis (2002) foi apresentado um método de regressão múltipla para realizar a previsão de carga por alimentador, utilizando um SIG para dividir a zona de estudo em quadrículas, através da superposição de dois mapas: um com a distribuição espacial dos alimentadores e o outro com a divisão da zona de estudo por quadrículas quadradas. A área de serviço do alimentador está formada por aquelas quadrículas que o alimentador atravessa. Conforme recomendação dos autores, neste trabalho foi escolhido quadrícula que

apresenta uma alta resolução espacial de forma que a mesma se encontre associada ou atravessada por um alimentador.

Dependendo do tamanho das quadrículas (resolução espacial) que formam parte da área de serviço do alimentador, modelos de previsão linear não podem ser utilizados, pois o crescimento da carga na quadrícula será mais próximo a uma curva de “S”, isto é, o crescimento será não linear, como se mostra na Figura 1.

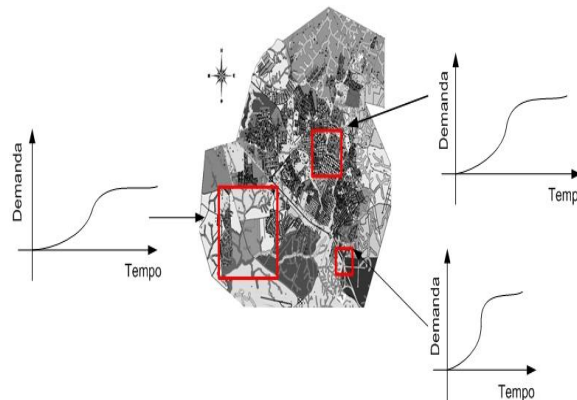


Figura 1— Três diferentes resoluções espaciais e suas respectivas curvas em forma de “S” (Melo et al, 2014).

Na curva em forma de “S” podem se identificar três períodos: Primeiro um período sem carga ou inativo, período antes da chegada de consumidores na região; depois um crescimento em rampa ou assentamento dos usuários, neste período o crescimento da demanda é rápido, como consequência da compra de aparelhos elétricos por parte dos novos usuários que ocuparam a região; e finalmente uma saturação ou estabilização dos usuários, o crescimento da demanda é baixo comparado com o período anterior, porque os usuários não desejam adquirir novos aparelhos devido ao atendimento de suas necessidades ou por não ter mais solo disponível para construção de infraestruturas urbanas.

Para encontrar o crescimento em “S” nas quadrículas associadas ao alimentador, algumas técnicas de agrupamento podem ser utilizadas considerando o crescimento médio dos três últimos anos de cada alimentador (Willis, 2002). No entanto, dependendo do tamanho da área de serviço, podem-se ter alimentadores com um alto número de quadrículas e outros com um baixo número de quadrículas, o qual dificulta a realização de tais agrupamentos.

A consideração de uma base reduzida de dados para realizar previsões, restringe uma grande quantidade de métodos de previsão que podem ser aplicados, pois a maioria das metodologias de previsão temporal de carga requer de uma série histórica grande para obter resultados mais exatos.

Uma série histórica de carga é uma série temporal (Hillier e Lieberman, 2001). Em geral, é difícil determinar a função que gerou esta série, por tal motivo, utilizam-se modelos aproximados que são escolhidos segundo os padrões da série. Segundo a forma da ge-

ração, tais padrões podem ser agrupados em três grupos: a) padrão I, com valor constante superposto a flutuações aleatórias; b) padrão II, gerada por processo linear superposto a flutuações aleatórias; c) padrão III, com valor constante superposto a variações sazonais e flutuações aleatórias. Na Figura 2, apresenta-se um exemplo para cada padrão supracitado.

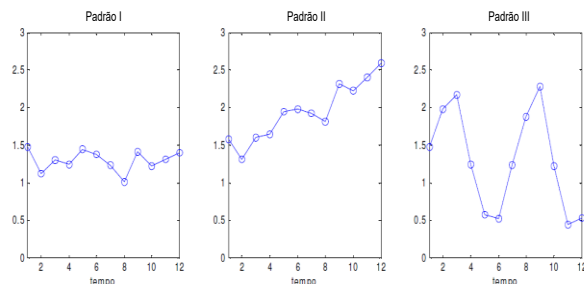


Figura 2 – Padrões típicos das séries temporais.

Uma adequada identificação do padrão presente nos dados históricos da série permitirá escolher o método mais apropriado para fazer as previsões dos valores futuros da série (Hillier e Lieberman, 2001). Comparando as Figuras 1 e 2, pode-se observar que o padrão II caracteriza melhor o crescimento da curva de “S”. Tal padrão pode ser caracterizada por meio do método de previsão com suavização exponencial de Holt (Holt, 2004).

3 Método Proposto

A metodologia proposta considera que a zona de estudo está dividida por quadrículas. Cada quadrícula está associada aos alimentadores que atravessam ou cortam algum de seus lados. Para caracterizar o crescimento espaço-temporal, dois módulos foram desenvolvidos. No primeiro, determina-se o crescimento temporal para cada alimentador através do método de suavização exponencial de Holt para cada ano do horizonte de estudo. Já no segundo, divide-se o crescimento calculado no módulo anterior, nas quadrículas que formam parte da área de serviço do alimentador. Depois de ter realizado tal divisão, os resultados são apresentados em mapas temáticos para visualizar o crescimento de carga por quadrícula, com a finalidade de indicar as regiões que necessitam de reforços.

3.1 Dados de Entrada

Para implementação do método proposto precisa-se de pelo menos: a identificação das quadrículas que forma parte da área de serviço de cada alimentador e sua série histórica de crescimento de carga.

Para dividir e associar as quadrículas com os alimentadores podem ser utilizados ferramentas disponíveis em SIG. Por exemplo, o Terraview 4.2 (Terraview, 2010) dispõe de comandos para atribuir algumas características ou informações em nível de quadrículas. Igualmente, os passos apresentados em tra-

balhos que realizam a previsão espacial por alimentador através do método de regressão múltipla podem ser utilizados. Como é difícil obter uma resolução espacial, na qual uma quadrícula se encontre associada a um alimentador, neste trabalho considera-se que podem existir quadrículas que formam parte de mais de uma área de serviço.

O tamanho da série histórica deve ser aquele que permita caracterizar o período do crescimento do alimentador. Depois de realizar várias experiências, com diferentes tamanhos de séries históricas, descobriu-se que os quatro últimos anos de crescimento melhor representa o período da curva de “S”, por meio da estatística descritiva. Recomenda-se uma série histórica de quatro anos, no entanto, o modelo proposto pode trabalhar com outros tamanhos de série histórica segundo os critérios dos planejadores.

3.2 Módulo Temporal

Para determinar o crescimento temporal da carga em nível de alimentador, utiliza-se o método de suavização exponencial de Holt. Esse método é uma extensão dos modelos de previsão com suavização exponencial, a fim de realizar previsões em séries temporais com tendência (Holt, 2004), utilizando as seguintes expressões:

$$L_t = aD_t + (1 - a)(L_{t-1} + T_{t-1}) \quad (1)$$

$$T_t = b(L_t - L_{t-1}) + (1 - b)T_{t-1} \quad (2)$$

$$P_{t+n} = L_t + nT_t \quad (3)$$

Sendo: D_t , o valor da demanda no tempo t ; L_t , o valor da componente de nível; T_t , o valor da componente de tendência; a , a constante de suavização da componente de nível; b , a constante de suavização da componente de tendência; n , os períodos de tempo considerados; e P_{t+n} , o valor da previsão da demanda para o período de tempo $t + n$. Em geral, os valores das constantes a e b encontram-se entre 0 e 1. No caso que não exista uma forte influência de algumas componentes, podem-se utilizar valores iguais (Hillier e Lieberman, 2001). Para uma estimativa conservadora do crescimento da carga, o valor apropriado para essas constantes seria igual a 0,5. Outros critérios para calibrar tais constantes são explicados em Holt (2004).

A expressão (1), calcula para cada passo de tempo t , o valor da componente de nível (L_t) como a média ponderada entre o valor da demanda (D_t) e o resultado da soma dos valores das componentes de nível (L_{t-1}) e tendência (T_{t-1}), previstos para o passo tempo anterior ($t - 1$). Já, a expressão (2) incorpora a tendência no modelo de previsão através do resultado da diferença de $L_t - L_{t-1}$. Para utilização das expressões supracitadas é necessário conhecer o valor inicial de L_0 e T_0 . Depois de ter realizado diversas experiências para caracterizar o período de crescimento de rampa da curva em forma de “S” determinou-se que os valores iniciais para essas constantes são iguais a D_1 e $D_2 - D_1$ para L_0 e T_0 , respectivamente, valores conhecidos pelas séries históricas.

3.3 Módulo Espacial

Considera-se que todas as quadrículas que pertencem a uma mesma área de serviço terão o mesmo valor de crescimento. Desta forma, o crescimento previsto através da expressão (3) para cada alimentador é dividido em todas as quadrículas que formam parte de sua área de serviço.

No caso que uma quadrícula seja parte de duas ou mais áreas de serviços, sua carga será o somatório dos valores previstos para tais áreas.

3.4 Algoritmo proposto

Na Figura 3 ilustra-se o fluxograma do método de tendência proposto. Os dados de entrada são: a série histórica da carga do alimentador (D_t); o horizonte de previsão (H); e os valores de a e b . O algoritmo é executado para cada alimentador da zona de estudo.

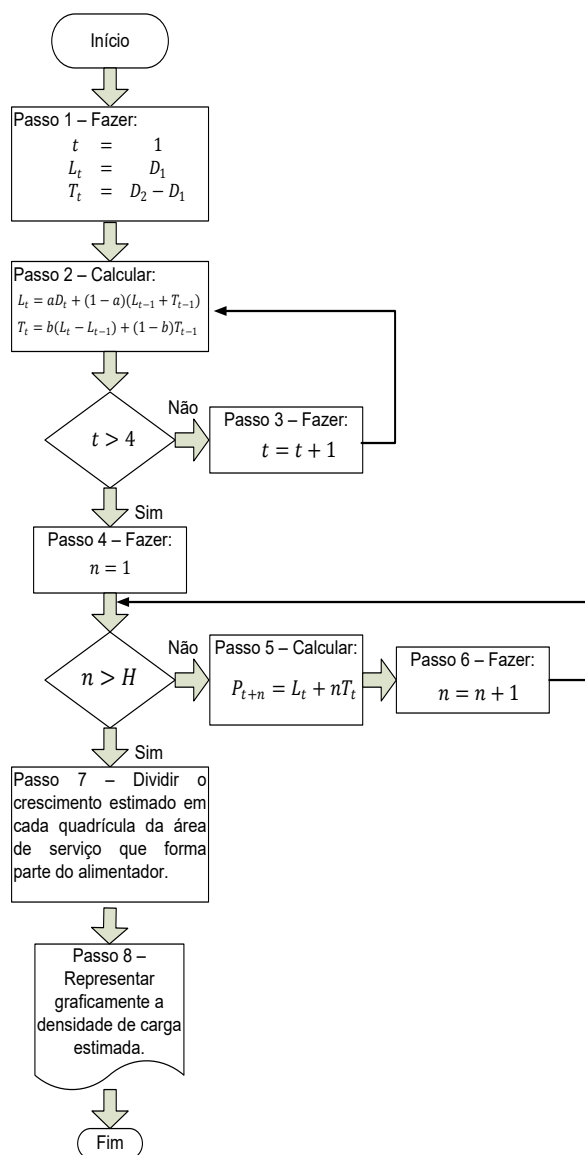


Figura 3 – Algoritmo proposto.

O método poderia ser aplicado em nível de subestação, no entanto, realizar uma estimativa do crescimento da carga nesse nível poderia esconder alguns

padrões do crescimento espacial das subáreas. Entenda-se como crescimento espacial, o período da curva em forma de “S” em que uma subárea se encontra. Por outro lado, realizar previsões em escalas menores (como: em nível de transformadores ou consumidores) pode incrementar o erro aleatório do modelo, resultando em estimativas pouco precisas. Portanto, no caso que os planejadores só tenham disponível o crescimento histórico da carga para realizar um estudo de previsão espacial, recomenda-se aplicar o método de tendência proposto em nível de alimentador.

4 Resultados

O método de tendência proposto foi aplicado em uma cidade de porte médio do estado de São Paulo com aproximadamente 200 mil habitantes, sendo implementado no *software* livre R (2011) versão 2.13.2 e executados em um computador com processador Intel core 2 duo processador, 2.99 GHz de frequência e 3,5 GB de RAM. O sistema de distribuição dessa cidade está composto de 4 subestações e 32 alimentadores.

O método proposto considera como mínimo uma série histórica de 4 anos. O horizonte de previsão é igual a 5 anos e os valores de α e β são iguais a 0,5 para realizar uma estimativa conservadora. O crescimento da carga nesse horizonte de estudo foi de 28,76 MVA.

Os resultados obtidos pelo módulo temporal da proposta foram comparados com um modelo de previsão cinza GM (1,1) (Lui e Lin, 2010). Este modelo foi escolhido porque utiliza uma base reduzida de dados de entrada para realizar previsões de curto e médio prazo.

Em geral, o erro médio percentual absoluto (EMPA), conhecido em inglês como *mean absolute percentage error* – MAPE, é utilizado na área de previsão para quantificar o erro cometido em modelos de previsão, sendo calculado através de:

$$EP_t = \frac{100(Dem_t - Prev_t)}{Dem_t} \quad (4)$$

$$EMPA = \frac{1}{H} \sum_{t=1}^H |EP_t| \quad (5)$$

Em que Dem_t é o valor da demanda no período t ; $Prev_t$ é o valor da previsão para o período t ; $|EP_t|$ é o valor absoluto do erro percentual EP_t ; e H é o horizonte de previsão.

Na Tabela 1 são apresentados os valores de EMPA para o modelo GM (1,1) e o método proposto neste trabalho. Nesta tabela, a primeira coluna representa o código do alimentador. Nesse código, o número que acompanha a letra S e A representam o identificador da subestação e alimentador, respectivamente. Por exemplo, o código S1A4 é o alimentador número 4 da subestação 1.

Tabela 1 – Valores de EMPA para o modelo cinza GM(1,1) e método de tendência proposto.

Alimentador	EMPA para o Modelo Cinza GM(1,1) (%)	EMPA para o Método Proposto (%)
S1A1	5,534	12,001
S1A2	31,544	7,215
S1A3	50,488	8,305
S1A4	34,101	31,021
S1A5	58,656	5,235
S1A6	12,186	2,309
S1A7	37,483	33,294
S1A8	63,662	19,036
S2A1	88,093	10,014
S2A2	144,328	24,818
S2A3	327,803	58,062
S2A4	56,02	48,198
S2A5	100,805	21,084
S2A6	314,566	39,447
S2A7	522,687	39,914
S2A8	81,395	23,815
S2A9	204,442	46,177
S3A1	218,192	46,131
S3A2	68,455	18,229
S3A3	172,942	44,481
S3A4	348,706	39,062
S3A5	245,967	16,412
S3A6	92,913	10,924
S3A7	6,906	5,065
S3A8	43,269	10,674
S3A9	479,347	18,51
S3A10	2270,378	22,541
S4A1	9,894	4,201
S4A2	8,783	5,204
S4A3	231,258	56,691
S4A4	197,312	10,103
S4A5	221,742	13,224
S4A6	202,584	24,822

Comparando os valores de EMPA da Tabela 1, observa-se que na linha do alimentador S1A1, o valor de EMPA do modelo GM (1,1) é menor do que do método proposto. Já, para os 32 alimentadores restantes o valor de EMPA da proposta é menor. Dentre estes alimentadores, 17 alimentadores contam com valores de EMPA menores a 20 %, os outros apresentam erros superiores devido a maior proximidade do período de saturação da curva em forma de “S”. Embora os valores de EMPA sejam muitos altos em comparação aos valores do método proposto, o valor previsto para os primeiros anos do horizonte previsão pelo modelo GM (1,1) apresenta menores valores de $|EP_t|$ em relação ao da proposta, como se mostra na Tabela 2.

Tabela 2 – Valores absolutos de EP para o modelo cinza GM(1,1) e método de tendência proposto.

		EP ₁ (%)	EP ₂ (%)	EP ₃ (%)	EP ₄ (%)	EP ₅ (%)
S1A1	GM (1,1)	1,421	5,607	5,111	8,492	7,038
	Método Proposto	5,069	10,612	11,659	16,262	16,405
S2A2	GM (1,1)	6,287	9,814	27,946	46,547	67,124
	Método Proposto	17,205	10,172	5,476	2,653	0,571
S2A3	GM (1,1)	26,291	40,977	57,372	75,672	79,79
	Método Proposto	27,218	39,163	51,109	63,054	60,444

Nos estudos de previsão espacial o erro não é analisado em forma global, ele é distribuído na zona de estudo, com o intuito de visualizar as regiões em que o modelo caracteriza adequadamente o crescimento da densidade de carga. O erro espacial utilizado é calculado da seguinte forma (Willis, 2002):

Passo 1: realizar a diferença entre o valor estimado e a densidade de carga inicial. O resultado desta diferença é a distribuição do crescimento estimado da densidade de carga.

Passo 2: calcular a diferença entre o valor real e a densidade de carga inicial, resultando na distribuição do crescimento real da carga.

Passo 3: determinar o valor absoluto do erro percentual entre o crescimento estimado e real da carga, utilizando equação (4).

A densidade de carga inicial mencionada nos passos supracitados é o valor da carga antes de aplicar o método de previsão. Esta forma de cálculo pondera o erro só nas quadrículas que tiveram um crescimento de carga.

Na Figura 4, ilustra-se a comparação entre os mapas da carga real do ano 2009 e a carga estimada pelo método tendência proposto, para um período de 5 anos. Visualmente, pode-se observar que nas regiões próximas ao centro da cidade na direção sul, o método proposto realizou uma subestimação do crescimento da carga. No entanto, o crescimento periférico foi caracterizado adequadamente.

Para quantificar o erro cometido na carga estimada, calculou-se o valor absoluto do EP em cada quadrícula, tanto para o método proposto como para o método apresentado em (Melo et al, 2015), ilustrando sua distribuição de frequência nas Figuras 5 e 6. Observa-se que a quantidade de quadrículas com erros menores a 20% são aproximadamente iguais, mas o método de simulação apresenta um número maior de quadrículas com erro superior a 90%. Portanto, para esta aplicação com horizonte de previsão de 5 anos, os métodos de tendência e simulação apresentam estimativas de carga próximas.

As Figuras 5 e 6 demonstram que com uma base reduzida de dados, a proposta pode encontrar um resultado similar ao de outro método mais complexo para o estudo de previsão de carga.

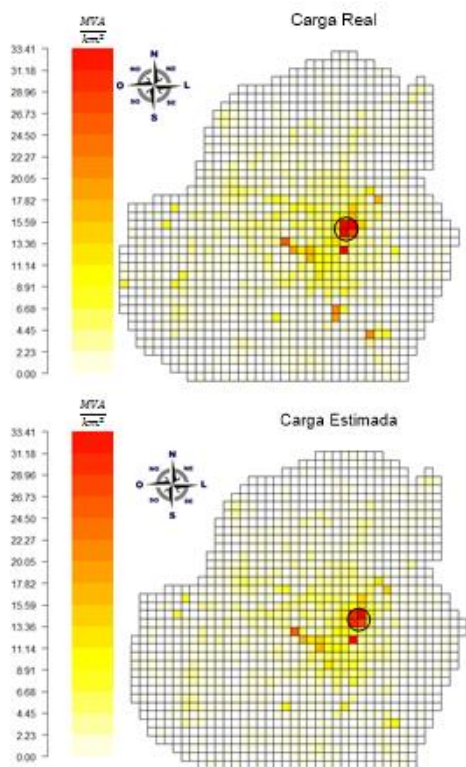


Figura 4 – Comparação entre a distribuição espacial da densidade de carga real do ano 2009 e a estimada pelo método de tendência proposto.

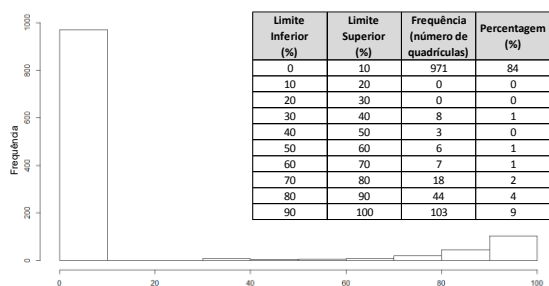


Figura 5 – Histograma dos valores absoluto de EP da carga estimada pelo método de tendência proposto em cada quadrícula.

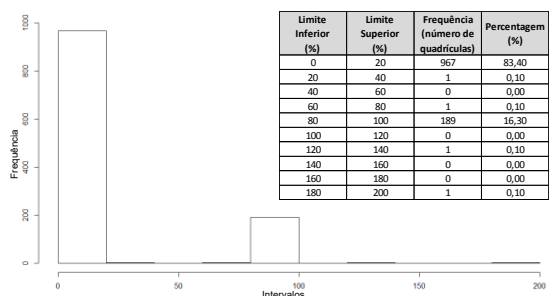


Figura 6 – Histograma dos valores absoluto de EP da carga estimada pelo método de simulação apresentado em Melo et al. (2015) proposto em cada quadrícula.

5 Conclusão

Neste trabalho, apresentou-se um método de previsão de tendência que caracteriza o crescimento nas subáreas próximas aos alimentadores de distribuição

para um horizonte de 5 anos, procurando melhorar a caracterização de seu crescimento da carga em forma de “S”.

O método proposto, utiliza-se como dados uma série histórica de 4 anos para realizar as previsões. Os parâmetros que caracterizam as componentes de nível e tendência podem ser calibrados dependendo da taxa de crescimento inicial e o valor final da demanda da série histórica.

Na aplicação do método, observou-se que a distribuição de carga prevista foi estimada corretamente em 84 % das quadrículas e seu erro percentual foi semelhante ao de um modelo que utilizou a mesma base de dados da série histórica da demanda através de um método de simulação para um horizonte de previsão de 5 anos. Nota-se que o método proposto tem um bom desempenho para previsões espaciais de curto e médio prazo utilizando menos dados e um procedimento simplificado.

Agradecimentos

Ao CNPq pelo apoio financeiro.

Referências Bibliográficas

- AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA – ANEEL. Procedimentos de distribuição - PRODIST. Brasília: ANEEL, 15 Dezembro 2015. Disponível em: <www.aneel.gov.br>. Acesso em: 15 de abril de 2016.
- Brunsdon, C., Fotheringham, S. and Charlton, M. (1998), Geographically Weighted Regression. *Journal of the Royal Statistical Society: Series D (The Statistician)*, 47: 431–443. doi: 10.1111/1467-9884.00145
- Hilier, F. S.; Lieberman, G. J. 2001, Introduction to operations research. 7th ed. Ed New York: McGraw-Hill.
- Holt, C. C. (2004), Forecasting seasonals and trends by exponentially weighted moving averages. *International Journal of Forecasting*, v. 20, n.1, p. 5-10, 2004.
- Liu, S.; Lin, Y. 2010, Grey System: theory and applications. Chennai: Springer.
- Melo, J. D., Carreno, E. M., Padilha-Feltrin, A., and Minussi, C. R. (2015) Grid-based simulation method for spatial electric load forecasting using power-law distribution with fractal exponent. *Int. Trans. Electr. Energ. Syst.*, doi: 10.1002/etep.2151.
- Moura, A. C. M. 2014, Geoprocessamento na gestão e planejamento. 3ra. Ed. Rio de Janeiro: Interciência.
- R version 2.13.0 (2011-04-13) Copyright (C) 2011. The R Foundation for Statistical Computing
- TERRAVIEW 4.2.0. TerraView, São Jose dos Campos, January 2010. Disponível em: <www.dpi.inpe.br/terraview. (In Portuguese)>.
- Willis, H. L. 2002, Spatial Electric Load Forecasting. 2. Ed. New York: Marcel Dekke