

UM NOVO MÉTODO PARA A SOLUÇÃO DO FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO AC EM SISTEMAS DE TRANSMISSÃO BASEADO EM PROGRAMAÇÃO LINEAR SUCESSIVA

JOSÉ NICOLÁS MELCHOR*, LEONARDO H. MACEDO*, JOHN F. FRANCO*,
MARCOS J. RIDER†, RUBÉN A. ROMERO*

**Laboratório de Planejamento de Sistemas de Potência
Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual Paulista
Av. Professor José Carlos Rossi, 1370 - Campus II, 15385-000, Ilha Solteira, SP, Brasil*

*† Laboratório de Sistemas de Energia Elétrica,
Departamento de Sistemas e Energia, Universidade Estadual de Campinas
Av. Albert Einstein 400, 13083-852, Campinas, SP, Brasil*

E-mails: jnmelchorg@hotmail.com, leohfmp@gmail.com, jffranco@gmail.com,
mjrider@dsee.fee.unicamp.br, ruben@dee.feis.unesp.br

Abstract—The optimal power flow (OPF) is a widely used tool in problems of operation and expansion planning of electric transmission systems. Usually, the AC-OPF is formulated as a nonlinear programming problem that minimizes the cost of generation. However, nonlinear formulations for the AC-OPF may present performance issues for complex problems (e.g., expansion planning, dispatch of generating units, contingency analysis) when applied in large systems. In this paper, a new method for the solution of the AC-OPF for transmission systems using successive linear programming is developed. The method adapts the *Branch Flow* formulation to represent the power flow and applies the second Kirchhoff's law considering the phase angle of the voltage. Furthermore, power losses and voltage variation are considered. The proposed method was tested using the IEEE systems of 14 and 118 buses and was compared with another existing linearized AC-OPF presented in the literature. The results obtained show that the proposed method presents a better performance in terms of convergence and computational effort, suggesting its potential in the formulation of complex problems in transmission systems.

Keywords—AC optimal power flow, successive linear programming, transmission systems.

Resumo—O fluxo de potência ótimo (FPO) é uma ferramenta amplamente usada em problemas de planejamento da operação e expansão de sistemas de transmissão de energia elétrica. Usualmente, o FPO-AC é formulado como um problema de programação não linear em que é minimizado o custo de geração. Entretanto, formulações não lineares para o FPO-AC podem apresentar problemas de desempenho para problemas complexos (e.g., planejamento da expansão, despacho de unidades geradoras, análise de contingências) quando aplicadas em sistemas de grande porte. Neste artigo, um novo método para a solução do FPO-AC em sistemas de transmissão baseado em programação linear sucessiva é desenvolvido. O método proposto adapta a formulação *Branch Flow* para representar os fluxos de potência ativa e reativa e aplica a segunda lei de Kirchhoff considerando a variação da magnitude e o ângulo de fase da tensão, assim como as perdas de potência nos ramos. O método proposto foi testado nos sistemas IEEE de 14 e 118 barras e foi comparado com outro método linear para o FPO-AC existente na literatura. Os resultados obtidos demonstram que o método proposto apresenta melhor desempenho em termos de convergência e esforço computacional, indicando seu potencial na formulação de problemas complexos em sistemas de transmissão.

Palavras-chave—Fluxo de potência ótimo AC, programação linear sucessiva, sistemas de transmissão.

1 Introdução

O fluxo de potência ótimo (FPO) é uma ferramenta amplamente usada em problemas de planejamento da operação e da expansão de sistemas de transmissão de energia elétrica. O objetivo do FPO é determinar o custo mínimo da energia gerada para atender a demanda do sistema elétrico de potência. A solução obtida corresponde à operação de custo mínimo em que são satisfeitas as restrições operacionais do sistema. Estas restrições consideram os limites associados às magnitudes e ângulos das tensões, aos fluxos de potência e de corrente, assim como às potências de saída dos geradores

Uma formulação para o FPO que modela os fluxos de potência (ativa e reativa) e suas relações com as magnitudes e ângulos de fase das tensões, assim como as perdas de potência, é considerada um FPO-AC. Devido à natureza dessas relações, o FPO-AC é um problema não convexo com um alto número de ótimos locais. Usualmente, o FPO-AC é formulado

como um problema de programação não linear. Entretanto, formulações não lineares para o FPO-AC podem apresentar problemas de desempenho para problemas complexos (e.g., planejamento da expansão, despacho de unidades geradoras, análise de contingências) quando aplicadas em sistemas de grande porte.

O problema do FPO foi formulado pela primeira vez por Carpentier no ano 1962. Um dos primeiros métodos de resolução do FPO empregou a técnica do gradiente (Dommel & Tinney, 1968). O problema do FPO tem sido extensamente estudado e, um grande número de métodos e algoritmos foi proposto para sua solução. Entre esses métodos estão programação linear, relaxação Lagrangeana, métodos de ponto interior, programação quadrática, programação não linear, algoritmos genéticos, *Particle Swarm Optimization*, entre outros (Surender Reddy & Bijwe, 2016), (M.A. Abido, 2002), (Abou El Ela et al., 2010), (M.A. Abido, 2002), (Roa-Sepulveda & Pavez-Lazo, 2003), (Castillo et al., 2015).

Diferentes formulações do problema de FPO têm sido desenvolvidas em termos de injeções de correntes ou de potências; além disso, as abordagens têm usado representação polar ou retangular das leis de Kirchhoff (Tinney & Hart, 1967), (Martins, 1999), (Castillo et al. 2015). Linearizações dos modelos têm sido feitas usando séries de Taylor e linearização de funções por partes (Castillo et al., 2015), (Coffrin & Van Hentenryck 2014). Outros trabalhos apresentam formulações convexas do FPO (Low, 2014).

Neste artigo é desenvolvido um novo método para a solução do FPO-AC em sistemas de transmissão baseado em Programação Linear Sucessiva (PLS). O método proposto adapta a formulação *Branch Flow* para representar os fluxos de potência ativa e reativa e aplica a segunda Lei de Kirchhoff considerando a variação das magnitudes e os ângulos de fase das tensões, assim como as perdas de potência nos ramos. O método proposto foi testado nos sistemas IEEE de 14 e 118 barras e foi comparado com o método de solução apresentado em (Castillo et al., 2015). Os resultados obtidos demonstram que o método proposto apresenta um bom desempenho em termos de convergência e esforço computacional, indicando que pode ser usado na resolução de problemas mais complexos no planejamento de sistemas de transmissão.

2 Modelos para o Fluxo de Potência Ótimo AC

Nesta seção são descritos dois modelos de FPO-AC em que a função objetivo minimiza o custo de geração (representado por uma função quadrática). O primeiro dos modelos, proposto por Castillo et al. (2015), é formulado em termos da corrente (I) e da tensão (V); esse modelo é chamado de IV-FPO-AC. O segundo modelo representa as restrições do sistema em termos dos fluxos de potência ativa e reativa pelos ramos (*Branch Flow*), sendo definido como a formulação BF-FPO-AC. Em sequência, é proposta uma linearização do BF-FPO-AC e é descrito um método baseado em PLS para sua solução.

2.1 Modelo IV-FPO-AC

O modelo IV-FPO-AC, definido por (1)–(20), é formulado em termos das partes real e imaginária das correntes e das tensões (Castillo et al., 2015). Nesse modelo, são aplicadas séries de Taylor nas restrições com o intuito de obter um conjunto de restrições lineares. Estas linearizações são feitas em torno a um ponto de operação que é atualizado mudando os valores das restrições em cada iteração. Uma explicação mais detalhada do modelo, assim como da metodologia de linearização, pode ser encontrada no trabalho de Castillo et al. (2015).

No modelo, C_n^{g2} , C_n^{g1} e C_n^{g0} são os custos de geração da função quadrática. Os parâmetros G_n^{sh} e B_n^{sh} são a condutância e a susceptância *shunt* ligadas à barra n . Os parâmetros G_{nm} , B_{nm} e B_{nm}^{sh} são a condutância, susceptância e a susceptância *shunt* do ramo nm . Os parâmetros a_n e φ_n são a relação de transformação e o valor do desfasamento angular no lado

do transformador ligado à barra n . As variáveis v_n , v_n^r , v_n^j , i_n^r e i_n^j representam o fasor da tensão, as partes real e imaginária da tensão e as partes real e imaginária da corrente injetada na barra n . $i_{nm}^{de,r}$, $i_{nm}^{de,j}$, $i_{nm}^{para,r}$ e $i_{nm}^{para,j}$ são as variáveis relacionadas às partes real e imaginária da corrente do ramo nm e do ramo mn . p_n^g e q_n^g são as variáveis de geração das potências ativa e reativa na barra n e, P_n^d e Q_n^d representam as potências ativa e reativa demandadas na barra n . Os parâmetros P_n^{min} , P_n^{max} , Q_n^{min} e Q_n^{max} são os limites mínimo e máximo de geração de potência ativa, os limites mínimo e máximo de geração de potência reativa. Os limites mínimo e máximo de tensão na barra n são v_n^{min} e v_n^{max} . Além disso, o limite térmico de corrente nas linhas é dado por i_{nm}^{max} . A função objetivo do problema pode ser descrita como $\mathcal{F}(p_n^g, p_n^{gf}, q_n^{gf}) = \sum_{n \in \Omega_g} (C_n^{g2} (p_n^g)^2 + C_n^{g1} p_n^g + C_n^{g0}) + \Psi \sum_{n \in \Omega_d} (p_n^{cc} + q_n^{cc})$, onde p_n^{cc} e q_n^{cc} são as variáveis de corte de potência ativa e reativa nas barras de demanda e Ψ penaliza o correspondente corte de carga.

$$\min \mathcal{F}(p_n^g, p_n^{cc}, q_n^{cc}) \quad (1)$$

sujeito a:

$$i_{nm}^{de,r} = \mathcal{RE}(Y_{11}^{nm} v_n + Y_{12}^{nm} v_m) \quad (2)$$

$$i_{nm}^{de,j} = \mathcal{IM}(Y_{11}^{nm} v_n + Y_{12}^{nm} v_m) \quad (3)$$

$$i_{nm}^{para,r} = \mathcal{RE}(Y_{21}^{nm} v_n + Y_{22}^{nm} v_m) \quad (4)$$

$$i_{nm}^{para,j} = \mathcal{IM}(Y_{21}^{nm} v_n + Y_{22}^{nm} v_m) \quad (5)$$

$$i_n^r = \sum_{\substack{nm \in \Omega_l \\ n < m}} i_{nm}^{de,r} + \sum_{\substack{nm \in \Omega_l \\ n > m}} i_{nm}^{para,r} + G_n^{sh} v_n^r - B_n^{sh} v_n^j \quad (6)$$

$$i_n^j = \sum_{\substack{nm \in \Omega_l \\ n < m}} i_{nm}^{de,j} + \sum_{\substack{nm \in \Omega_l \\ n > m}} i_{nm}^{para,j} + G_n^{sh} v_n^j + B_n^{sh} v_n^r \quad (7)$$

$$p_n^g - (v_n^r i_n^r + v_n^j i_n^j) = P_n^d - p_n^{cc} \quad (8)$$

$$q_n^g - (v_n^j i_n^r - v_n^r i_n^j) = Q_n^d - q_n^{cc} \quad (9)$$

$$P_n^{min} \leq p_n^g \leq P_n^{max} \quad (10)$$

$$Q_n^{min} \leq q_n^g \leq Q_n^{max} \quad (11)$$

$$0 \leq p_n^{cc} \leq P_n^d \quad (12)$$

$$0 \leq q_n^{cc} \leq Q_n^d \quad (13)$$

$$(v_n^{min})^2 \leq (v_n^r)^2 + (v_n^j)^2 \leq (v_n^{max})^2 \quad (14)$$

$$(i_{nm}^{de,r})^2 + (i_{nm}^{de,j})^2 \leq (i_{nm}^{max})^2 \quad (15)$$

$$(i_{nm}^{para,r})^2 + (i_{nm}^{para,j})^2 \leq (i_{nm}^{max})^2 \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} Y_{11}^{nm} & Y_{12}^{nm} \\ Y_{21}^{nm} & Y_{22}^{nm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |\tau_n|^2 (Y_{nm} + Y_{nm}^{sh}) & -\tau_n \tau_m^* (Y_{nm} + Y_{nm}^{sh}) \\ -\tau_n^* \tau_m (Y_{nm} + Y_{nm}^{sh}) & |\tau_m|^2 (Y_{nm} + Y_{nm}^{sh}) \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$Y_{nm} = G_{nm} + jB_{nm} \quad (18)$$

$$Y_{nm}^{sh} = jB_{nm}^{sh}/2 \quad (19)$$

$$\tau_n = a_n e^{j\varphi_n} \quad (20)$$

A função objetivo (1) minimiza o custo da potência gerada, enquanto que (2)–(5) representam a corrente no ramo nm em ambos os sentidos. As restrições (6) e (7) permitem calcular a corrente injetada na barra n . Os balanços, de potência ativa e reativa, são representados por (8) e (9). Os limites de geração, tensão, corrente e corte de carga são definidos em (10)–(16). Adicionalmente, (17)–(20) são equações

auxiliares para a definição do modelo de corrente-tensão.

2.2 Modelo BF-FPO-AC

O modelo não linear para o FPO-AC representado por (21)–(32) é formulado em termos das magnitudes e dos ângulos de fase das tensões, assim como dos fluxos de potência ativa e reativa. As restrições deste modelo representam a aplicação das leis de Kirchhoff na rede de transmissão, resultando em uma formulação não linear.

$$\min \mathcal{F}(p_n^g, p_n^{cc}, q_n^{cc}) \quad (21)$$

sujeito a:

$$p_n^g - G_n^{sh} v_n^2 + \sum_{mn \in \Omega_l} P_{mn} - \sum_{nm \in \Omega_l} (P_{nm} + R_{nm} i_{nm}^2) = P_n^d - p_n^{cc} \quad (22)$$

$$q_n^g + B_n^{sh} v_n^2 + \sum_{mn \in \Omega_l} (Q_{mn} + B_{nm}^{sh} v_n^2) - \sum_{nm \in \Omega_l} (Q_{nm} + X_{nm} i_{nm}^2 - B_{nm}^{sh} v_n^2) = Q_n^d - q_n^{cc} \quad (23)$$

$$a_{nm}^2 v_n^2 - v_m^2 = 2(R_{nm} P_{nm} + X_{nm} Q_{nm}) + Z_{nm}^2 i_{nm}^2 \quad (24)$$

$$a_{nm} v_n v_m \sin(\theta_n - \theta_m + \varphi_{nm}) = X_{nm} P_{nm} - R_{nm} Q_{nm} \quad (25)$$

$$v_m^2 i_{nm}^2 = P_{nm}^2 + Q_{nm}^2 \quad (26)$$

$$P_n^{min} \leq p_n^g \leq P_n^{max} \quad (27)$$

$$Q_n^{min} \leq q_n^g \leq Q_n^{max} \quad (28)$$

$$0 \leq p_n^{cc} \leq P_n^d \quad (29)$$

$$0 \leq q_n^{cc} \leq Q_n^d \quad (30)$$

$$v_n^{min} \leq v_n^{sq} \leq v_n^{max} \quad (31)$$

$$|i_{nm}| \leq i_{nm}^{max} \quad (32)$$

Nesse modelo os parâmetros R_{nm} , X_{nm} e Z_{nm} são a resistência, reatância e a impedância do ramo nm . v_n^{sq} e θ_n representam a magnitude e o ângulo de fase da tensão na barra n . Por sua vez, as variáveis P_{nm} , Q_{nm} e i_{nm} correspondem aos fluxos de potências ativa e reativa, e à magnitude da corrente pelo ramo nm . Os produtos $R_{nm} i_{nm}^2$ e $X_{nm} i_{nm}^2$ representam as perdas no ramo nm . Os balanços, de potência ativa e reativa nas barras, são representados por (22) e (23), o que corresponde à aplicação da primeira lei de Kirchhoff. Além disso, (24)–(26) são escritas usando a segunda lei de Kirchhoff.

No modelo não linear (21)–(32) são feitas as seguintes mudanças de variáveis: $v_n^{sq} = v_n^2$ e $i_{nm}^2 = i_{nm}^{sq}$. Assim, as equações (22)–(24) são expressadas usando (33)–(35).

$$\sum_{mn \in \Omega_l} P_{mn} - \sum_{nm \in \Omega_l} (P_{nm} + R_{nm} i_{nm}^{sq}) + p_n^g - G_n^{sh} v_n^{sq} = P_n^d - p_n^{cc} \quad (33)$$

$$q_n^g + B_n^{sh} v_n^{sq} + \sum_{mn \in \Omega_l} (Q_{mn} + B_{nm}^{sh} v_n^{sq}) - \sum_{nm \in \Omega_l} (Q_{nm} + X_{nm} i_{nm}^{sq} - B_{nm}^{sh} v_n^{sq}) = Q_n^d - q_n^{cc} \quad (34)$$

$$a_{nm}^2 v_n^{sq} - v_m^{sq} = 2(R_{nm} P_{nm} + X_{nm} Q_{nm}) + Z_{nm}^2 i_{nm}^{sq} \quad (35)$$

Para linearizar (25) é assumido que a diferença angular entre as barras nm é pequena, portanto o seno desse ângulo pode ser aproximado usando o mesmo ângulo. Além dessa aproximação, o valor da magnitude de tensão é definido como um parâmetro que é modificado iterativamente. Assim, (25) se torna linear como mostrado em (36).

$$a_{nm} \sqrt{\hat{v}_n^{sq} \hat{v}_m^{sq}} (\theta_n - \theta_m + \varphi_{nm}) = X_{nm} P_{nm} - R_{nm} Q_{nm} \quad (36)$$

A restrição (26) é linearizada aplicando séries de Taylor no seu lado esquerdo, enquanto que no lado direito é utilizada uma função que representa o quadrado de uma variável (f_{sq}) usando partições, como mostrado por Franco et al. (2013).

$$\hat{v}_m^{sq} i_{nm}^{sq} + i_{nm}^{sq} v_m^{sq} - \hat{v}_m^{sq} i_{nm}^{sq} = f_{sq}(P_{nm,l}) + f_{sq}(Q_{nm,l}) \quad (37)$$

Além das linearizações feitas nas restrições do modelo, é necessário linearizar a função objetivo quadrática para obter um modelo completamente linear. Para linearizar $\mathcal{F}(p_n^g, p_n^{cc}, q_n^{cc})$ é usada uma linearização por partes usando partições como descrito por Castillo et al. (2015). A função objetivo linear é apresentada em (38).

$$\min \sum_{n \in \Omega_g} \sum_{l \in L} (C_{n,l}^g p_{n,l}^g + C_n^0) + \psi \sum_{n \in \Omega_d} (p_n^{cc} + q_n^{cc}) \quad (38)$$

O cálculo dos novos parâmetros de custo em (38) é feito empregando (39)–(41).

$$C_{n,l}^g = S_B C_n^{g1} + S_B^2 C_n^{g2} (2P_n^{min} + 2lP_n^g + P_n^g) \quad (39)$$

$$C_n^0 = C_n^{g2} (P_n^{min} S_B)^2 + C_n^{g1} P_n^{min} S_B \quad (40)$$

$$P_n^g = (P_n^{max} - P_n^{min}) / |L| \quad (41)$$

Além da mudança na função objetivo do modelo, é necessário adicionar (42) e (43), as quais estão associadas à linearização.

$$p_n^g = \sum_{l \in L} p_{n,l}^g + P_n^{min} \quad (42)$$

$$p_{n,l}^g \leq P_n^g \quad (43)$$

Dessa forma, a aplicação de diferentes técnicas de linearização permite obter o modelo linearizado BF-FPO-AC descrito por (33)–(43). Na próxima seção é descrita a aplicação da PLS na resolução do modelo BF-FPO-AC.

3 Método de PLS para o BF-FPO-AC

Para resolver o modelo BF-FPO-AC é usada uma técnica de PLS que segue o diagrama de fluxo descrito na Figura 1. O método de solução inicializa os parâmetros das séries de Taylor e das tensões como $\hat{v}_m^{sq} = \hat{v}_n = 1$ e $\hat{i}_{nm}^{sq} = 0$. Após esta inicialização, o modelo gerado é resolvido usando programação linear, obtendo o valor da função objetivo (f_{oh} para a iteração $h=1$). Na iteração seguinte ($h=2$) é

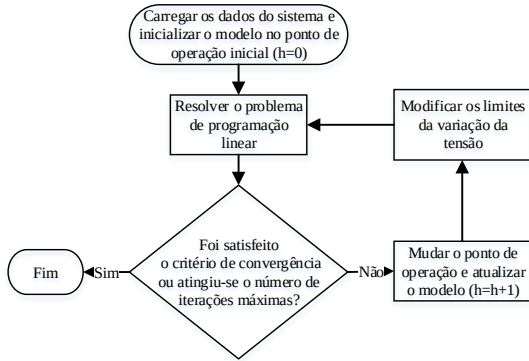


Figura 1. Diagrama de fluxo para o método BF-FPO-AC.

avaliado se a diferença, da função objetivo atual e a função objetivo na iteração anterior, é menor que a tolerância permitida (critério de convergência): $|f_{o_h} - f_{o_{h-1}}| \leq \Delta f_o$. Se essa condição não é satisfeita, então o ponto de operação é atualizado assim: $\hat{v}_n^{sq} = v_n^{sq}$ e $\hat{i}_{nm}^{sq} = i_{nm}^{sq}$. Em sequência, é inserido um limite para a variação da tensão de uma iteração para outra, usando as expressões matemáticas apresentadas no trabalho de Castillo et al. (2015). Esse limite é definido em (44).

$$|v_n^{sq} - \hat{v}_n^{sq}| \leq \Delta V_n^{max} \quad (44)$$

Na equação anterior, o valor do parâmetro ΔV_n^{max} é calculado usando (45)–(49).

$$\gamma = |f_o - f_o^{ant}| / (|f_o - f_o^{ant}| + f_o) \quad (45)$$

$$\beta = -a \log \gamma + b \quad (46)$$

$$\delta = 1 - [10\gamma]/10 \quad (47)$$

$$\alpha = \delta/\beta \quad (48)$$

$$\Delta V_n^{max} = \alpha |v_n^{max}|^2 / h^\beta \quad (49)$$

Nas equações (46)–(49), os valores de a e b são definidos externamente e o parâmetro h é o contador de iterações do algoritmo. Assim, o problema é resolvido iterativamente até atingir o critério de convergência ou o número máximo de iterações h^{max} .

4 Testes e Resultados

O método de PLS proposto na seção 3 para resolver o problema do FPO-AC foi testado nos sistemas IEEE de 14 e 118 barras. Adicionalmente, o problema foi resolvido usando o modelo IV-FPO-AC descrito na seção 2.1.

Os modelos de fluxo de potência não lineares e a suas linearizações foram escritos na linguagem de modelagem matemática AMPL (Fourer et al. 1993). A ferramenta usada para resolver os modelos linearizados foi o *solver* CPLEX (Anon, 2010). Os testes foram feitos num computador com processador Intel Core i7-4790 de 3.6 GHz.

Os modelos resolvidos consideram os limites de corrente para os ramos do sistema definidos por Castillo et al. (2015). Para o sistema IEEE-14 é definido o limite de 26,75 MVA e para o sistema IEEE-118 o limite de 114 MVA. O cálculo da correspondente corrente máxima é feito considerando tensões iguais a 1 pu. Em relação aos parâmetros do algorit-

mo de PLS, a variação da função objetivo usada no critério de parada é 0,01; $a = 0,5$ e $b = 1,5$.

As Figuras 2-9 apresentam a convergência dos métodos para a magnitude e ângulo de fase da tensão, enquanto as Tabelas 1-4 mostram os valores da função objetivo. Com o objetivo de observar a convergência nos casos mais críticos, as figuras apresentam resultados para os três nós com a maior variação em cada caso. Foi apresentado o comportamento considerando 50 partições na função objetivo de ambos os métodos, e também foram usadas 50 partições para linearizar o fluxo de potência na função f_{sq} . No modelo IV-FPO-AC foram feitos os cálculos da magnitude e do ângulo de fase da tensão, ao final do processo, usando (50) e (51).

$$v_n = \sqrt{(v_n^r)^2 + (v_n^i)^2} \quad (50)$$

$$\theta_n = \arctan(v_n^i/v_n^r) \quad (51)$$

Nas Figuras 2 e 3 é apresentada a variação da tensão (magnitude e ângulo de fase) em cada uma das iterações do método IV-FPO-AC para o sistema IEEE de 14 barras. Pode-se observar que o método requer um número de iterações relativamente alto para alcançar convergência. O ângulo apresentou convergência lenta; particularmente entre as iterações 3 e 4 houve uma grande variação. Um comportamento similar é observado na magnitude da tensão.

A variação da magnitude e o ângulo de fase tensão no método BF-FPO-AC para o sistema IEEE de 14 barras é mostrada nas Figuras 4 e 5. Neste caso, o processo de convergência é suave, precisando menos iterações que o método IV-FPO-AC. De fato, a partir da terceira iteração, a variação da tensão é pequena (considerando que nas figuras são mostradas as tensões nas barras com maiores variações). Pode-se observar que o método BF-FPO-AC demandou metade das iterações necessárias no método IV-FPO-AC (5 e 10 respectivamente).

Em relação aos valores da função objetivo, foi calculado um valor de referência usando o modelo não linear BF-FPO-AC apresentado na seção 2.2. Esse modelo foi resolvido usando o *solver* IPOPT (Wächter & Biegler, 2006). O valor do custo de referência de geração no sistema IEEE-14 foi 9267,72.

Os resultados, em termos da função objetivo, para o sistema IEEE-14 usando os métodos IV-FPO-AC e BF-FPO-AC são mostrados nas Tabelas 1 e 2; nesses testes, foram considerados diferentes valores no número de partições. Em ambos os métodos, a precisão do valor calculado para o custo de geração é incrementado com o número de partições. Contudo, pode-se notar que o número de iterações necessárias para resolver o problema pode aumentar no método IV-FPO-AC, incrementado também o correspondente esforço computacional.

O comportamento da tensão obtida pela aplicação do método IV-FPO-AC no sistema IEEE-118 é mostrado nas Figuras 6 e 7; são representadas as tensões das três barras com maior variação. Para este sistema, e devido ao seu maior tamanho e número de

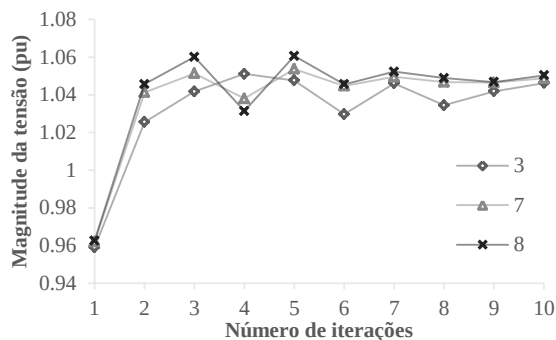


Figura 2. Variação na magnitude da tensão no sistema IEEE-14 usando o método IV-FPO-AC.

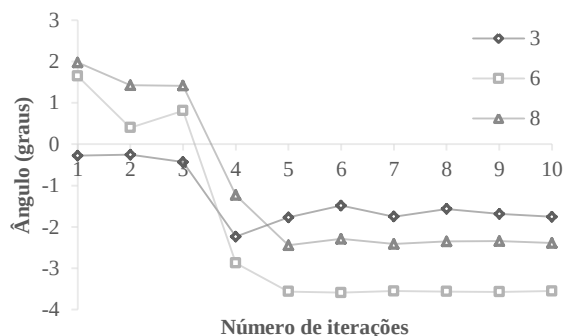


Figura 3. Variação no ângulo de fase da tensão no sistema IEEE-14 usando o método IV-FPO-AC.

geradores, são necessárias mais iterações para obter a convergência do método. Pode ser observado que durante as primeiras 10 iterações, a tensão (magnitude e ângulo) apresenta uma variação significativa. Por outro lado, o método BF-FPO-AC apresentou novamente uma melhor convergência (Figuras 8 e 9). Nesse teste, o número de iterações para obter a convergência foi igual a 6, o que representa quase a terceira parte do número requerido pelo método IV-FPO-AC (17 iterações); além disso, a partir da terceira iteração, os valores para a tensão obtidos pelo método BF-FPO-AC apresentam uma variação relativamente pequena.

Para o sistema IEEE-118, O valor do custo de referência de geração obtido resolvendo o modelo não linear BF-FPO-AC foi 133135,89. As diferenças dos valores obtidos usando os métodos lineares IV-FPO-AC e BF-FPO-AC em relação a esse valor de referência são mostradas nas Tabelas 3 e 4 respectivamente. Em termos da função objetivo de custo de geração, o método BF-FPO-AC mostrou um melhor desempenho. Embora houvesse uma diferença de 0,55% usando 10 partições, incrementando esse número para 20, a correspondente diferença caiu para 0,23%, o que dependendo das aplicações consideradas, pode ser um valor relativamente pequeno.

Os resultados mostram que o método proposto (BF-FPO-AC resolvido usando PLS) pode ser aplicado usando 20 partições nas discretizações da função objetivo e do fluxo de potência, obtendo uma convergência com um número reduzido de iterações.

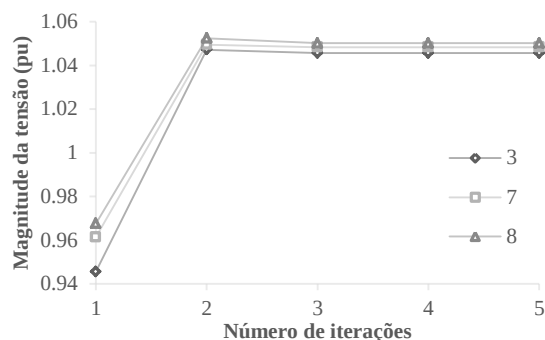


Figura 4. Variação na magnitude da tensão no sistema IEEE-14 usando o método proposto BF-FPO-AC.

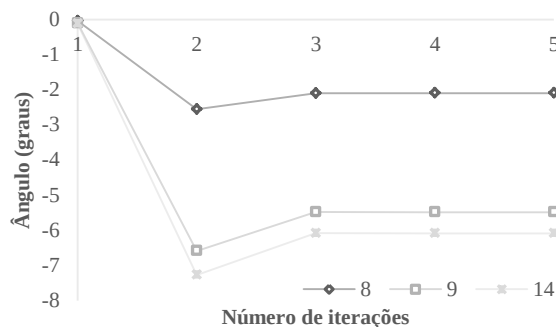


Figura 5. Variação no ângulo de fase da tensão no sistema IEEE-14 usando o método proposto BF-FPO-AC.

Tabela 1. Resultados para o sistema IEEE-14 usando o método IV-FPO-AC.

Número de partições	Iterações	Custo	Diferença com o custo de referência (%)
10	6	9283,96	+0,18
20	8	9285,31	+0,19
50	10	9271,88	+0,04
100	9	9271,50	+0,04

Tabela 2. Resultados para o sistema IEEE-14 usando o método proposto BF-FPO-AC.

Número de partições	Iterações	Custo	Diferença com o custo de referência (%)
10	5	9283,55	+0,17
20	5	9270,27	+0,03
50	5	9268,90	+0,01
100	5	9268,28	+0,01

5 Conclusões

Um novo método para a solução do fluxo de potência ótimo (FPO-AC) em sistemas de transmissão baseado em programação linear sucessiva foi proposto neste artigo. O método adapta a formulação *Branch Flow* para representar os fluxos de potência ativa e reativa e aplica a segunda lei de Kirchhoff considerando a variação da magnitude e o ângulo de fase da tensão e as perdas de potência nos ramos.

O método proposto foi testado nos sistemas IEEE de 14 e 118 barras e comparado com outro método linear para o FPO-AC existente na literatura. Os valores da função objetivo (custo de geração) apresentam uma diferença pequena em relação à solução de referência (modelo não linear). Os resultados obtidos demonstram que o método desenvolvido neste trabalho apresenta melhor desempenho em termos de convergência e esforço computacional, indicando seu potencial na formulação de problemas complexos em sistemas de transmissão.

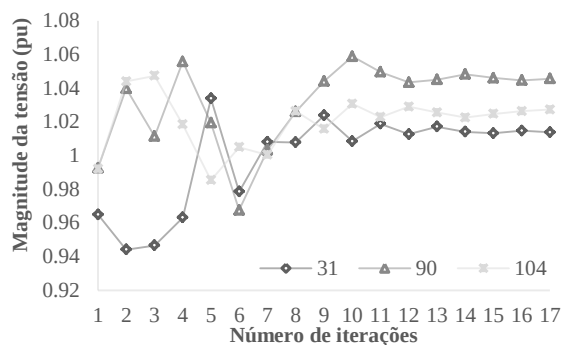


Figura 6. Variação na magnitude da tensão no sistema IEEE-118 usando o método IV-FPO-AC.

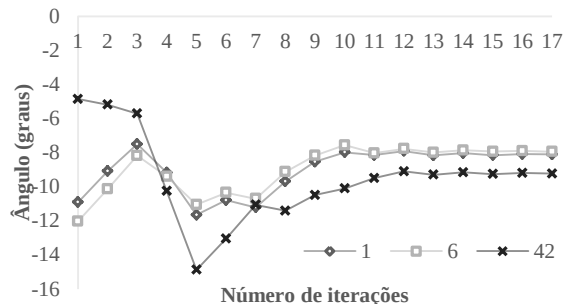


Figura 7. Variação no ângulo de fase da tensão no sistema IEEE-118 usando o método IV-FPO-AC.

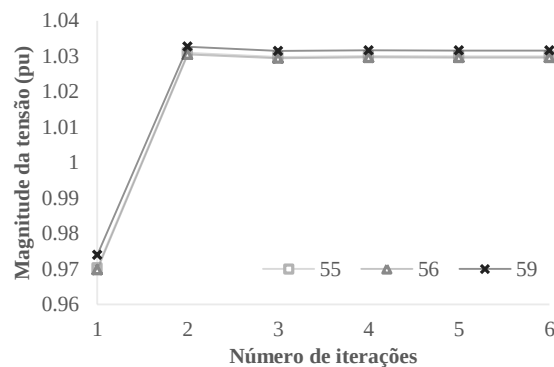


Figura 8. Variação na magnitude da tensão no sistema IEEE-18 usando o método proposto BF-FPO-AC.

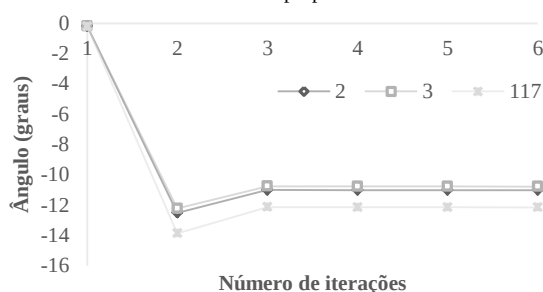


Figura 9. Variação no ângulo de fase da tensão no sistema IEEE-118 usando o método proposto BF-FPO-AC.

Referências Bibliográficas

- Abido, M.A., 2002. Optimal power flow using particle swarm optimization. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 24(7), pp. 563–571.
- Abido, M.A., 2002. Optimal Power Flow Using Tabu Search Algorithm. *Electric Power Components and Systems*, (May 2001), pp. 469–483.
- Abou El Ela, A.A., Abido, M.A. and Spea, S.R., 2010. Optimal power flow using differential evolution algorithm. *Electric Power Systems Research*, 80(7), pp. 878–885.
- Anon, 2010. IBM ILOG CPLEX Optimizer.
- Capitanescu, F., 2015. Critical review of recent advances and further developments needed in AC optimal power flow. *Electric Power Systems Research*, 136, pp. 57–68.
- Castillo, A. et al., 2015. A Successive Linear Programming Approach to solving the IV-ACOPF. *IEEE Transactions on Power Systems*, pp. 1–12.
- Coffrin, C. and Van Hentenryck, P., 2014. A linear-programming approximation of AC power flows. *INFORMS Journal on Computing*, 26(4), pp.718–734.
- Dommel, H. and Tinney, W., 1968. Optimal Power Flow Solutions. *IEEE Trans. Power App. Syst.*, PAS-87(10), pp. 1866–1876.
- Fourer, R., Gay, D.M. and Kernighan, B.W., 1993. *Ampl*, Boyd & Fraser.
- Franco, J.F. et al., 2013. A mixed-integer LP model for the optimal allocation of voltage regulators and capacitors in radial distribution systems. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, 48(1), pp. 123–130.
- Low, S.H., 2014. Convex Relaxation of Optimal Power Flow—Part I: Formulations and Equivalence. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 1(1),

Tabela 3. Resultados para o sistema IEEE-118 usando o método IV-FPO-AC.

Número de partições	Iterações	Custo	Diferença com o custo de referência (%)
10	17	135698,71	+1,92
20	17	135276,97	+1,61
50	17	135074,73	+1,46
100	18	135020,59	+1,42

Tabela 4. Resultados para o sistema IEEE-118 usando o método proposto BF-FPO-AC.

Número de partições	Iterações	Custo	Diferença com o custo de referência (%)
10	5	133872,60	+0,55
20	9	133436,66	+0,23
50	6	133222,84	+0,07
100	6	133173,53	+0,03

pp. 15–27.

- Martins, N., 1999. Developments in the newton raphson power flow formulation based on current injections. *IEEE Transactions on Power Systems*, 14(4), pp. 1320–1326.
- Roa-Sepulveda, C. and Pavez-Lazo, B.J., 2003. A solution to the optimal power flow using simulated annealing. *International Journal of Electrical Power&Energy Systems*,25,pp. 47–57.
- Surender Reddy, S. and Bijwe, P.R., 2016. Efficiency improvements in meta-heuristic algorithms to solve the optimal power flow problem. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 82, pp. 288–302.
- Tinney, W. and Hart, C., 1967. Power Flow Solution by Newton's Method. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-86(11), pp. 1449–1460.
- Wächter, A. and Biegler, L.T., 2006. On the Implementation of a Primal-Dual Interior Point Filter Line Search Algorithm for Large-Scale Nonlinear Programming. *Mathematical Programming*, 106, pp. 25–57.