

IDENTIFICAÇÃO SEMI-PARAMÉTRICA DE SISTEMAS MIMO DO TIPO WIENER POR MEIO DE SINAIS HARMÔNICOS E MÉTODOS DE SUBESPAÇOS

MARCUS V. DE PAULA*, RODRIGO A. RICCO[†], BRUNO O. S. TEIXEIRA*

*Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)
Av. Antônio Carlos, 6627, 31270-901, Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil

[†]Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas, Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP)
Rua Trinta e Seis, 115, 35931-022, João Monlevade, Minas Gerais, Brasil

marcusdepaula@ufmg.br, ricco@deelt.ufop.br, brunoot@ufmg.br

Abstract— This work aims at estimating Wiener models for MIMO nonlinear systems. Our method is based on two steps, namely: 1) to estimate nonparametric models for static nonlinearities by means of a phase-shifted procedure using harmonic inputs; 2) to estimate the linear dynamic state-space model by means of the subspace identification methods using persistently exciting inputs. The method presented here is applied in a simulated level system.

Keywords— block-structured models, multivariable Wiener models, subspace identification.

Resumo— Este trabalho tem como objetivo estimar modelos de Wiener para sistemas não lineares do tipo MIMO. A metodologia aqui proposta é dividida em duas etapas, a saber: 1) estimar as curvas estáticas não lineares do modelo, de forma não paramétrica, por meio do método de deslocamento de fase, aplicando sinais harmônicos nas entradas; 2) estimar a parcela dinâmica linear do modelo no espaço de estados por meio de sinais de entrada persistentemente excitantes. O método aqui apresentado é aplicado em um sistema de nível simulado.

Palavras-chave— modelos de blocos interconectados, modelos de Wiener multivariáveis, identificação por subespaços.

1 Introdução

Os modelos de blocos interconectados são uma forma de representar sistemas não lineares, descrevendo o sistema por meio de um bloco dinâmico linear e um bloco estático não linear. Existem várias vantagens em se representar um sistema desta forma, como a facilidade em incorporar informações auxiliares no modelo e a simplicidade em analisar a estabilidade do sistema por meio dos pólos da parcela linear (Pearson and Pottmann, 2000).

No entanto, os trabalhos disponíveis na literatura sobre identificação de sistemas não lineares por meio de modelos de blocos interconectados abordam, em sua grande maioria, o caso de sistemas SISO (do inglês *Single-Input Single-Output*). Este trabalho nasce do interesse de obter modelos de Wiener para sistemas MIMO (do inglês *Multiple-Input Multiple-Output*).

O trabalho de (Gómez and Baeyens, 2005), por exemplo, utiliza a abordagem da identificação por subespaços para identificar modelos de Hammerstein e Wiener, formulando o problema de modo a transformar um modelo SISO não linear em um modelo MISO (do inglês *Multiple-Input Single-Output*) linear. Sendo assim, em uma única etapa, estimam-se os parâmetros da curva estática e as matrizes de estado do modelo.

Uma outra abordagem para identificar modelos de Wiener é proposta por (Reyland, 2011). Em seu trabalho o autor propõe representar a parcela dinâmica linear por meio de modelos FIR (do inglês *Finite Impulse Response*) ou IIR (do inglês

Infinite Impulse Response). A parte estática não linear do modelo é conhecida à priori, o que classifica o método em questão como caixa cinza.

Em (de Paula et al., 2015) é apresentada uma metodologia para identificação de modelo de Hammerstein e Wiener para sistemas multivariáveis. As curvas não lineares são estimadas por meio de ensaios estáticos, aplicando diversos degraus de amplitudes crescentes nas entradas do sistema. Numa segunda etapa, estima-se a parcela dinâmica linear do modelo por meio da identificação por subespaços.

Uma quarta abordagem é a metodologia proposta por (D'Amato et al., 2011). Os autores utilizam neste trabalho o método da simetria de sinais para calcular o deslocamento de fase e assim determinar a curva estática do modelo, de forma não paramétrica, excitando o sistema com uma entrada harmônica. De posse das curvas estáticas, estima-se a parcela dinâmica linear do modelo por meio do método RCO (do inglês *Retrospective Cost Optimization*).

Neste trabalho, conserva-se a ideia de (D'Amato et al., 2011) em utilizar o método da simetria de sinais para estimar as curvas estáticas, com algumas pequenas alterações, de modo a adequar a metodologia para sistemas MIMO. No entanto, a parte dinâmica linear do modelo é identificada de forma semelhante ao proposto em (de Paula et al., 2015), por meio dos métodos clássicos de subespaços. Estes métodos utilizam dados de entrada e saída para estimar modelos lineares

na representação de espaço de estados.

Existem diversos algoritmos de identificação por subespaços. Aqueles que aparecem com maior frequência na literatura são o N4SID (do inglês *Numerical Algorithms for Subspace State Space System Identification*), proposto por (Van Overschee and De Moor, 1994) e o MOESP (do inglês *Multivariable Output Error State Space*) proposto por (Verhaegen and Dewilde, 1992). Neste trabalho, utiliza-se o método MOESP por ser relativamente robusto a ruídos de processo e de medição (Ricco, 2012). É importante destacar que os métodos de subespaços não assumem que os estados sejam mensuráveis.

2 Formulação do problema

A Figura 1a ilustra uma possível configuração de um modelo de Wiener MIMO. O primeiro bloco descreve a parcela dinâmica linear do modelo $\mathcal{L} = \{A, B, C, D\}$ e os m blocos posteriores $N_i(\cdot)$, $i = 1, \dots, m$ representam a parcela estática não linear. Neste modelo $u_{j,k}$, $j = 1, \dots, p$ são os sinais de entrada do sistema, $v_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$ são sinais intermediários entre blocos, os quais são assumidamente desconhecidos, e $y_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$ são sinais de saída.

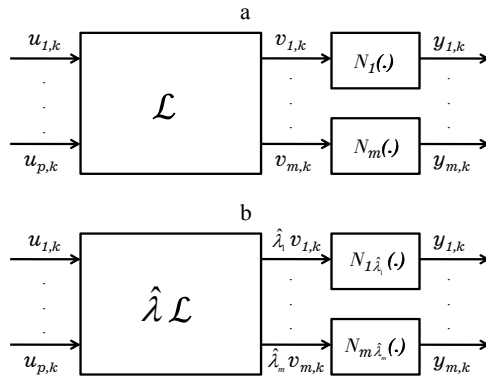


Figura 1: Representação de um possível modelo de Wiener MIMO. a) O bloco $\mathcal{L}$ descreve a parte dinâmica linear multivariável do modelo enquanto os m blocos posteriores $N_i(\cdot)$, $i = 1, \dots, m$ são as curvas estáticas não lineares. b) Modelo equivalente ao representado em (a) modificado em escala. Os valores de $\hat{\lambda} = [\hat{\lambda}_1, \dots, \hat{\lambda}_m]$ representam os ganhos estimados do modelo linear multivariável. Os ganhos reais $\lambda = [\lambda_1, \dots, \lambda_m]$ do bloco linear não podem ser identificados.

Considerando a representação de Wiener ilustrada na Figura 1a, a metodologia apresentada neste trabalho tem como objetivo identificar este modelo em duas etapas. A primeira delas consiste em utilizar entradas harmônicas senoidais para estimar as curvas estáticas, aplicando o método da simetria de sinais usado em (D'Amato et al., 2011) e revisado na Seção 3. Vale ressaltar que as curvas estáticas são representadas, segundo a metodologia aqui exposta, de forma não paramétrica, por um conjunto de pontos como

$$\begin{aligned} \hat{N}_i(\hat{v}_{i,k}) &= \{(\hat{v}_{i,1}, y_{i,1}), \dots, (\hat{v}_{i,M}, y_{i,M})\}, \\ i &= 1, \dots, m, \end{aligned} \quad (1)$$

em que $\hat{N}_i(\cdot)$, $i = 1, \dots, m$ são as curvas estáticas estimadas, $\hat{v}_{i,k}$ e $y_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$ são as seqüências de sinais intermediários estimados e de saída, e M refere-se à quantidade de amostras presentes em um período dos sinais.

A segunda etapa do processo de identificação consiste em determinar uma representação em espaço de estados, por meio do método de subespaços, para a parcela dinâmica linear do modelo. Nesta etapa, realiza-se um segundo teste, aplicando desta vez sinais persistentemente excitantes nas entradas do sistema. De posse desses novos dados, as curvas estáticas identificadas na primeira parte da metodologia são utilizadas para estimar as seqüências de sinais intermediários $\hat{v}_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$. Estes sinais são calculados de forma numérica, uma vez conhecida a estimativa não paramétrica das curvas estáticas não lineares $\hat{N}_i(\cdot)$, $i = 1, \dots, m$ e as seqüências de sinais de saída $y_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$. Deste modo, não é necessário que as curvas estáticas sejam invertíveis, como ocorre na identificação de modelos paramétricos.

Uma vez obtida a estimativa dos sinais intermediários, estimam-se as matrizes $\hat{A} \in R^{n \times n}$, $\hat{B} \in R^{n \times p}$, $\hat{C} \in R^{m \times n}$ e $\hat{D} \in R^{m \times p}$, por meio do algoritmo MOESP, utilizando as seqüências de dados de entrada $u_k = [u_{1,k}, \dots, u_{p,k}]$ e de saída $\hat{v}_k = [\hat{v}_{1,k}, \dots, \hat{v}_{m,k}]$ do bloco linear, de modo que

$$\hat{x}_{k+1} = \hat{A}\hat{x}_k + \hat{B}u_k, \quad (2)$$

$$\hat{v}_k = \hat{C}\hat{x}_k + \hat{D}u_k. \quad (3)$$

em que $\hat{x}_k \in R^n$ é uma estimativa do vetor de estados do sistema.

3 Método da simetria de sinais para estimação de curvas estáticas

O método da simetria de sinais (D'Amato et al., 2011) é uma maneira de identificar as curvas estáticas não lineares do modelo de Wiener, de forma não paramétrica, por meio de ensaios com sinais harmônicos. Esta seção tem como finalidade ilustrar brevemente o método e propor algumas alterações que serão utilizadas neste artigo.

Como passo inicial, aplicam-se sinais harmônicos senoidais idênticos em todas as p entradas do sistema simultaneamente,

$$u_{j,k} = A_0 \sin(\Omega_o k), \quad j = 1, \dots, p, \quad (4)$$

em que A_0 é a amplitude do sinal e Ω_o é a frequência da onda (em rad/amostra).

Como consequência da aplicação dos p sinais senoidais nas entradas tem-se que os m sinais intermediários devem ser sinais senoidais de mesma frequência, porém com alterações de amplitude e fase de modo que

$$v_{i,k} = |\lambda_i| A_0 \sin(\Omega_o k + \gamma_i), \quad i = 1, \dots, m, \quad (5)$$

em que $|\lambda_i|$, $i = 1, \dots, m$ são os módulos dos ganhos do bloco linear multivariável e γ_i , $i = 1, \dots, m$ são os deslocamentos de fase entre os sinais de entrada e cada um dos sinais intermediários $v_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$. Vale ressaltar que tanto os módulos dos ganhos quanto os deslocamentos de fase dependem da frequência Ω_o dos sinais de entrada, dado que a parte linear do modelo de Wiener tem a função de um filtro passa-baixas.

No entanto, para obter os sinais intermediários $v_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$, como mostrado em (5) é necessário conhecer o bloco linear, e esta informação não está disponível no início do processo de identificação. Porém, existem formas de contornar essa falta de informação e estimar os sinais intermediários $\hat{v}_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$. Os deslocamentos de fase γ_i , $i = 1, \dots, m$ entre os sinais de entrada e intermediários $v_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$ podem ser medidos utilizando como referência os sinais de saída $y_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$. Sabe-se que os sinais de saída do modelo de Wiener são escritos da seguinte forma

$$y_{i,k} = N_i(v_{i,k}), \quad i = 1, \dots, m. \quad (6)$$

Considerando que $N_i(\cdot)$, $i = 1, \dots, m$ são curvas não lineares estáticas, as alterações que ocorrem dos sinais intermediários $v_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$ para os sinais de saída $y_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$ são em sua forma de onda, sendo as saídas $y_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$ sinais periódicos, porém não harmônicos. No entanto, não há deslocamento de fase entre os sinais intermediários $v_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$ e seus respectivos sinais de saída $y_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$. Sendo assim, o deslocamento de fase entre os sinais de entrada e os sinais intermediários $v_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$ é igual ao deslocamento de fase entre os sinais de entrada e os sinais de saída $y_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$.

Esta última informação e o fato de todos os sinais envolvidos no processo de identificação serem simétricos em relação a determinados pontos são fundamentais para se calcular os deslocamentos de fase γ_i , $i = 1, \dots, m$ e identificar as m curvas estáticas. Estes pontos são elucidados no Exemplo 3.1. Um algoritmo detalhado de como efetuar o cálculo do deslocamento de fase entre os sinais de entrada e de saída pode ser visto em (D'Amato et al., 2011). Uma vez calculados os valores de γ_i , $i = 1, \dots, m$, e atribuindo ganhos estimados $|\hat{\lambda}_i|$, $i = 1, \dots, m$ para a parcela dinâmica linear do modelo, é possível estimar os sinais intermediários $\hat{v}_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$ do seguinte modo

$$\hat{v}_{i,k} = |\hat{\lambda}_i| A_0 \sin(\Omega_o k + \gamma_i), \quad i = 1, \dots, m. \quad (7)$$

Ao atribuir ganhos $|\hat{\lambda}_i|$, $i = 1, \dots, m$ para a parcela linear multivariável do modelo, consequentemente as curvas estáticas estimadas $\hat{N}_i(\cdot)$, $i = 1, \dots, m$ tem seus ganhos alterados em relação às

curvas reais $N_i(\cdot)$, $i = 1, \dots, m$. Este fato implica que o modelo identificado é modificado em escala, como mostra a Figura 1b. Os valores reais dos ganhos $\lambda = [\lambda_1, \dots, \lambda_m]$ não podem ser calculados durante o processo de identificação, uma vez que com as únicas informações disponíveis (dados de entrada e saída) somente é possível calcular os ganhos do modelo de Wiener como um todo. Após a modificação de escala, tem-se que

$$N_i(v_{i,k}) \approx N_{i\hat{\lambda}_i}(\hat{\lambda}_i v_{i,k}) \approx \hat{N}_i(\hat{v}_{i,k}), \quad i = 1, \dots, m. \quad (8)$$

De posse dos sinais intermediários estimados $\hat{v}_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$ e dos sinais de saída $y_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$ é possível estimar de forma não paramétrica as m curvas estáticas conforme mostrado em (1). Como forma de ilustrar tudo o que foi explicado nesta seção, propõem-se um exemplo para elucidar a metodologia.

Exemplo 3.1: Considere o seguinte sistema de Wiener MIMO, baseado na Figura 1a, para o qual

$$A = \begin{bmatrix} 0,3 & -0,9 \\ 0,5 & 0,3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0,4 & 0,6 \\ 0,7 & 1,0 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$C = \begin{bmatrix} 0,2 & -0,3 \\ 0,3 & -0,6 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0,0 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$N_1(v_{1,k}) = 2,3 + 1,5v_{1,k} - 1,3v_{1,k}^2 + v_{1,k}^3, \quad (11)$$

$$N_2(v_{2,k}) = -2,5 + 3v_{2,k}^2. \quad (12)$$

em que a taxa de amostragem dos sinais é de 1s, $A_0 = 2$ e $\Omega_0 = 0,0873$ rad/amostra em (4).

As Figuras 2 e 3 apresentam a aplicação de dois sinais harmônicos $u_{1,k} = u_{2,k}$ (+) nas entradas do sistema. Percebe-se que há um deslocamento de fase entre os sinais de entrada e os sinais intermediários $v_{1,k}$ e $v_{2,k}$ (o). O mesmo não ocorre entre os sinais intermediários $v_{1,k}$ e $v_{2,k}$ e os sinais de saída $y_{1,k}$ e $y_{2,k}$ (□). As propriedades da simetria de sinais são ilustradas nestas figuras.

Considerando $|\hat{\lambda}_1| = |\hat{\lambda}_2| = 1$ e calculando o deslocamento de fase entre os sinais de entrada e saída por meio da propriedade de simetria, $\gamma_1 = \gamma_2 = 3,0$ rad, é possível estimar os sinais intermediários $\hat{v}_{1,k}$ e $\hat{v}_{2,k}$ e assim, determinar as estimativas não paramétricas das curvas estáticas.

A Figura 4 mostra a forma das curvas estáticas $\hat{N}_1(\hat{v}_{1,k})$ e $\hat{N}_2(\hat{v}_{2,k})$ para as duas saídas do modelo, utilizando os pares ordenados de $(\hat{v}_{1,k}, y_{1,k})$ e $(\hat{v}_{2,k}, y_{2,k})$, respectivamente, conforme (1).

4 Metodologia

Esta seção objetiva apresentar uma metodologia para a obtenção de modelos de Wiener aplicada a sistemas multivariáveis do tipo MIMO. O algoritmo em questão é subdividido em duas etapas. A primeira etapa é destinada a obter as curvas estáticas não lineares do modelo e a segunda, a parcela dinâmica linear, conforme subseções a seguir.

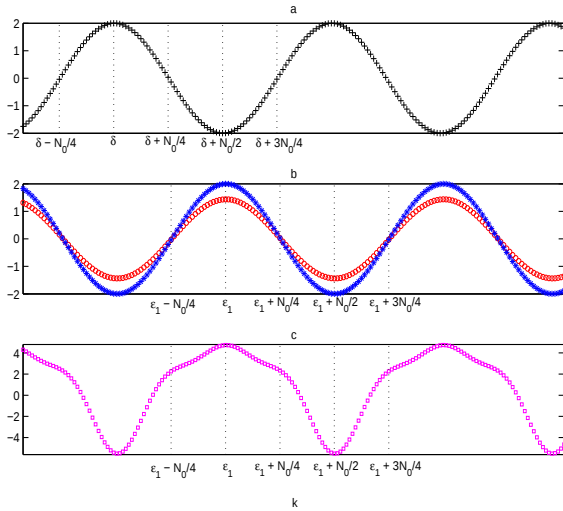


Figura 2: Sinais referentes à identificação da curva est tica $\hat{N}_1(\cdot)$. a) Sinais harmônicos de entrada $u_{1,k}$ e $u_{2,k}$ (+) em preto. Nota-se que estes sinais são simétricos em relação aos pontos δ no intervalo $[\delta - \frac{N_0}{4}, \delta + \frac{N_0}{4}]$ e $\delta + \frac{N_0}{2}$ no intervalo $[\delta + \frac{N_0}{4}, \delta + \frac{3N_0}{4}]$, em que N_0 é o período dos sinais. b) Sinal intermediário real $v_{1,k}$ (o) em vermelho, estimado $\hat{v}_{1,k}$ (*) em azul e c) sinal da primeira saída $y_{1,k}$ ( ) em magenta. Na curva est tica $N_1(\cdot)$, que não é classificada como função par ou ímpar, os sinais intermediários e de saída são simétricos em relação a dois pontos em um período N_0 : ε_1 no intervalo $[\varepsilon_1 - \frac{N_0}{4}, \varepsilon_1 + \frac{N_0}{4}]$ e $\varepsilon_1 + \frac{N_0}{2}$ no intervalo $[\varepsilon_1 + \frac{N_0}{4}, \varepsilon_1 + \frac{3N_0}{4}]$.

4.1 Estimação das Curvas Estáticas

Passo 1: Aplicar sinais senoidais idênticos $u_{j,k} = A_0 \sin(\Omega_0 k)$, $j = 1, \dots, p$ em todas as p entradas do sistema simultaneamente. Deve-se atentar para o fato de que a amplitude A_0 do sinal não ultrapasse os valores nominais de operação do sistema.

Passo 2: Por meio dos deslocamentos de fase γ_i , $i = 1, \dots, m$ calculados entre os sinais de entrada e cada uma das m saídas $y_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$, estimam-se os sinais intermediários $\hat{v}_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$ por meio de (7) - veja Seção 3.

Passo 3: Estimar, de forma não paramétrica, as m curvas estáticas não lineares por meio dos pares ordenados associados aos sinais $\hat{v}_{i,k}$ e $y_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$, conforme (1).

4.2 Identificação do Modelo Linear

Passo 4: Aplicar sinais persistentemente excitantes e descorrelacionados nas p entradas do sistema $u_{j,k}$, $j = 1, \dots, p$ e coletar os m sinais de saída $y_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$. Nesta etapa também deve-se atentar para o fato de que a amplitude dos sinais não ultrapassem os limites de operação do sistema.

Passo 5: Por meio da estimativa das m curvas estáticas, calculadas no passo 3, determinar os sinais intermediários $\hat{v}_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$, de forma numérica, utilizando os sinais de saída $y_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$.

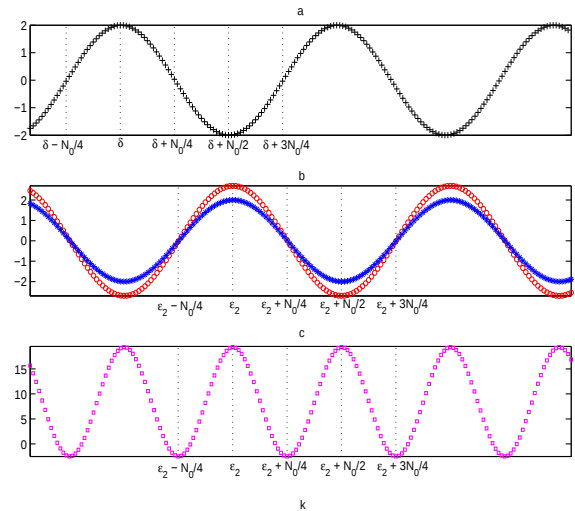


Figura 3: Sinais referentes à identificação da curva est tica $\hat{N}_2(\cdot)$. a) Sinais harmônicos de entrada $u_{1,k}$ e $u_{2,k}$ (+) em preto. Nota-se que estes sinais são simétricos em relação aos pontos δ no intervalo $[\delta - \frac{N_0}{4}, \delta + \frac{N_0}{4}]$ e $\delta + \frac{N_0}{2}$ no intervalo $[\delta + \frac{N_0}{4}, \delta + \frac{3N_0}{4}]$. b) Sinal intermediário real $v_{2,k}$ (o) em vermelho, estimado $\hat{v}_{2,k}$ (*) em azul e c) sinal da segunda saída $y_{2,k}$ ( ) em magenta. A curva est tica $N_2(\cdot)$ é uma função par, sendo os sinais intermediários e de saída simétricos em relação a três pontos em um período N_0 : ε_2 no intervalo $[\varepsilon_2 - \frac{N_0}{4}, \varepsilon_2 + \frac{N_0}{4}]$, $\varepsilon_2 + \frac{N_0}{2}$ no intervalo $[\varepsilon_2, \varepsilon_2 + \frac{N_0}{2}]$ e $\varepsilon_2 + \frac{N_0}{4}$ no intervalo $[\varepsilon_2 + \frac{N_0}{4}, \varepsilon_2 + \frac{3N_0}{4}]$.

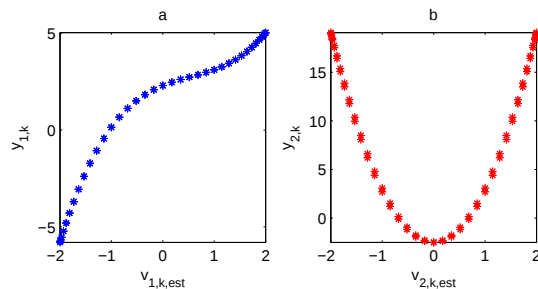


Figura 4: Curvas estáticas não lineares estimadas para o modelo de Wiener MIMO. a) $\hat{N}_1(\hat{v}_{1,k})$ e b) $\hat{N}_2(\hat{v}_{2,k})$.

Caso a curva est tica não seja injetora, como mostrado, por exemplo, na Figura 4b, escolhe-se os valores de $\hat{v}_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$, positivos, uma vez que os ganhos atribuídos às saídas dos blocos dinâmicos lineares são positivos.

Passo 6: Por meio das seq ncias de dados de entrada $u_k = [u_{1,k}, \dots, u_{p,k}]$ e saída $\hat{v}_k = [\hat{v}_{1,k}, \dots, \hat{v}_{m,k}]$ do bloco dinâmico, estima-se a parcela linear do modelo ($\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$ e $\hat{D}$) fazendo uso do método MOESP de subespaços. A ordem n do modelo também   determinada pelo algoritmo MOESP no decorrer do processo de estimação das matrizes de estado. Por brevidade, as equações do método MOESP não são apresentadas, porém podem ser consultadas em (Verhaegen and Dewilde, 1992).

5 Resultados Simulados

Nesta seção é apresentado um exemplo simulado como forma de ilustrar a aplicabilidade da metodologia exposta na seção anterior. O modelo de Wiener abaixo representa um sistema de nível multivariável, identificado por (de Paula et al., 2015), em que

$$A = \begin{bmatrix} 0,9938 & -0,0166 & 0,0036 \\ -0,0007 & 0,9244 & 0,0017 \\ 0,0743 & -0,0635 & 0,7831 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0,0025 & 0,0003 \\ 0,0054 & -0,0054 \\ -0,0217 & -0,0129 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 2,1824 & 0,8996 & -0,0765 \\ 2,1722 & -0,8378 & -0,0810 \\ 2,1803 & -0,0089 & 0,1436 \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} 0,0036 & -0,0012 \\ 0,0028 & -0,0011 \\ 0,0022 & -0,0005 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

$$N_1(v_{1,k}) = 0,004 + 0,011v_{1,k} + 0,261v_{1,k}^2, \quad (14)$$

$$N_2(v_{2,k}) = -0,063 + 0,011v_{2,k} + 0,261v_{2,k}^2, \quad (15)$$

$$N_3(v_{3,k}) = 0,015 - 0,022v_{3,k} + 0,265v_{3,k}^2. \quad (16)$$

Como mencionado na seção anterior, o processo de identificação é dividido em duas etapas: estimação das curvas estáticas e determinação do modelo dinâmico linear.

5.1 Estimação das curvas estáticas

Considere duas entradas senoidais idênticas ($u_{1,k}$ e $u_{2,k}$) com uma taxa de amostragem unitária, $A_0 = 10$ e $\Omega_o = 0,06$ rad/amostra em (4). A Figura 5 mostra a aplicação destas duas entradas ($u_{1,k}$ e $u_{2,k}$) no sistema, de forma simultânea, os valores de regime permanente das saídas ($y_{1,k}$, $y_{2,k}$ e $y_{3,k}$) e os sinais intermediários estimados ($\hat{v}_{1,k}$, $\hat{v}_{2,k}$ e $\hat{v}_{3,k}$). Durante as simulações são acrescidos ruídos Gaussianos brancos de processo e de medição aos sinais. Essas sequências de ruído tem média nula e desvio padrão $\sigma_p = \sigma_m = 0,003$. Por meio destas informações, é possível estimar cada uma das curvas estáticas do sistema ($\hat{N}_1(\hat{v}_{1,k})$, $\hat{N}_2(\hat{v}_{2,k})$ e $\hat{N}_3(\hat{v}_{3,k})$). Na Figura 6 é apresentada a estimativa não paramétrica de cada uma delas.

5.2 Ensaio dinâmico e validação

Nesta etapa, é necessário excitar o sistema com entradas persistentemente excitantes. Utilizam-se então dois sinais PRBS, ambos com amplitudes de 3 e 12, com número de pontos $N = 15000$ e número de bits $b = 18$. A taxa de amostragem escolhida é de 1s. A Figura 7 mostra a resposta das três saídas do sistema quando o mesmo é excitado pelos sinais PRBS em questão. Durante as simulações são acrescidos ruídos Gaussianos brancos de processo e de medição aos sinais. Ambos

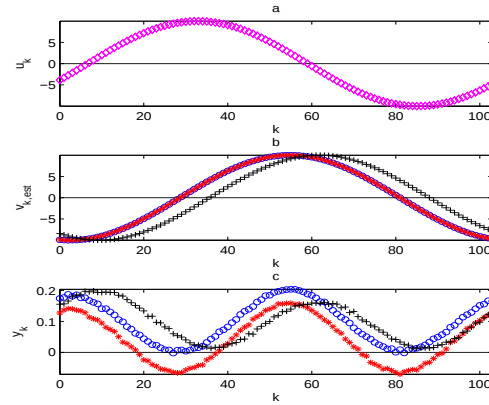


Figura 5: a) Sinais harmônicos de entrada $u_{1,k}$ e $u_{2,k}$ ($\diamond$) em magenta. b) Sinais intermediários estimados $\hat{v}_{1,k}$ ($\circ$) em azul, $\hat{v}_{2,k}$ ($*$) em vermelho e $\hat{v}_{3,k}$ ($+$) em preto. c) Sinais de saída $y_{1,k}$ ($\circ$) em azul, $y_{2,k}$ ($*$) em vermelho e $y_{3,k}$ ($+$) em preto.

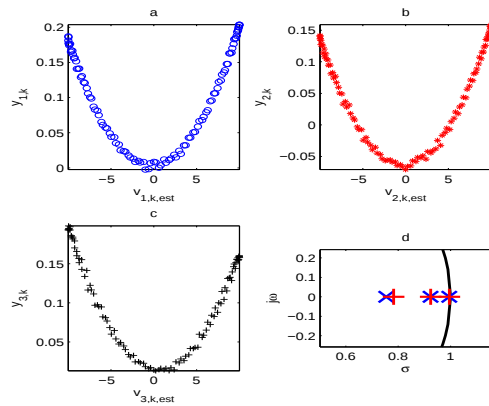


Figura 6: Curvas estáticas a) $\hat{N}_1(\hat{v}_{1,k})$, b) $\hat{N}_2(\hat{v}_{2,k})$, c) $\hat{N}_3(\hat{v}_{3,k})$ e d) comparação entre os pólos da parte dinâmica linear do modelo estimado pela metodologia exposta neste trabalho ($+$), em vermelho, e pela metodologia proposta por (de Paula et al., 2015) ($\times$), em azul.

os ruídos apresentam média nula e desvio padrão $\sigma_p = 0,03$ e $\sigma_m = 0,3$, respectivamente.

Por meio do método MOESP, identifica-se o modelo linear utilizando os dados de entrada $u_{1,k}$ e $u_{2,k}$ e os sinais intermediários $\hat{v}_{1,k}$, $\hat{v}_{2,k}$ e $\hat{v}_{3,k}$, estimados numericamente por meio das curvas estáticas não paramétricas. A Figura 6d apresenta o diagrama de pólos do modelo estimado em comparação com os pólos do modelo encontrado por (de Paula et al., 2015), enquanto na Figura 8 é realizada a validação por simulação livre do modelo de Wiener estimado.

A Figura 9 apresenta a validação dos modelos lineares real $\{A, B, C, D\}$ e estimado $\{\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}\}$ no domínio da frequência. Como forma de melhorar a comparação, o ganho do modelo estimado é igualado ao ganho do modelo real.

6 Conclusões

Neste trabalho, foi abordada uma metodologia para a determinação de modelos de blocos interconectados de Wiener para sistemas multivariáveis.

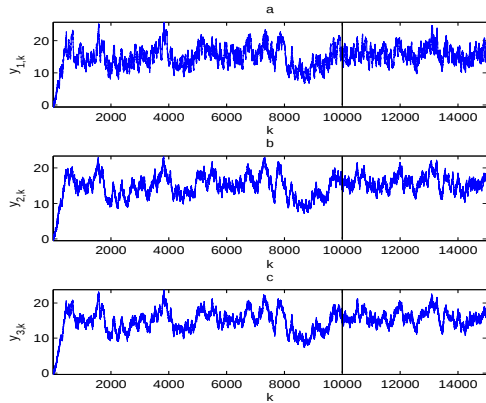


Figura 7: Respostas temporais do sistema aos sinais PRBS de entrada. a) $y_{1,k}$, b) $y_{2,k}$ e (c) $y_{3,k}$. Os dados à esquerda da barra vertical são utilizados na identificação do modelo, enquanto os dados à direita são utilizados na validação.

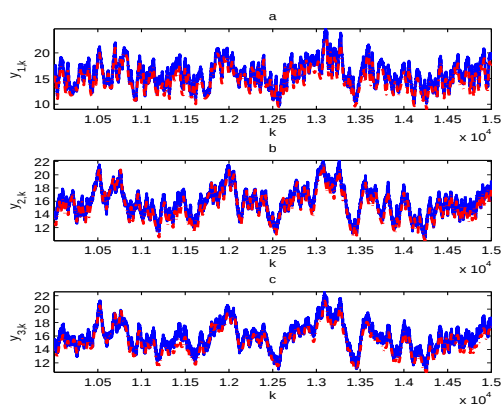


Figura 8: Validação por simulação livre do modelo de Wiener. Em azul (-) tem-se a resposta do modelo estimado por (de Paula et al., 2015) acrescida de ruídos de processo e de medição. Em vermelho (- -), tem-se a resposta do modelo estimado pela metodologia apresentada neste trabalho. a) $y_{1,k}$, b) $y_{2,k}$ e (c) $y_{3,k}$. O índice VAF (do inglês *Variance Accounted For*) (Ricco, 2012), que mede o quão próximo um sinal se encontra de outro de forma percentual, é de 99,4 %, 99,7 % e 99,7 % para cada uma das saídas, respectivamente.

veis conciliando identificação por subespaços com o método de simetria de sinais. Apesar do desempenho do método proposto neste trabalho e do método apresentado por (de Paula et al., 2015) culminarem em resultados quase semelhantes, a metodologia abordada neste trabalho é vantajosa no sentido de utilizar somente um sinal harmônico na identificação das curvas estáticas em vez de uma sequência de degraus, como apresentado em (de Paula et al., 2015).

Outra vantagem, de ambas as metodologias, reside no fato de se utilizar uma representação única para descrever a parcela dinâmica linear do modelo, simplificando o tratamento dos sistemas multivariáveis. Além do mais, os métodos de subespaços se mostram capazes de estimar bons modelos em meio a ruídos de processo e de medi-

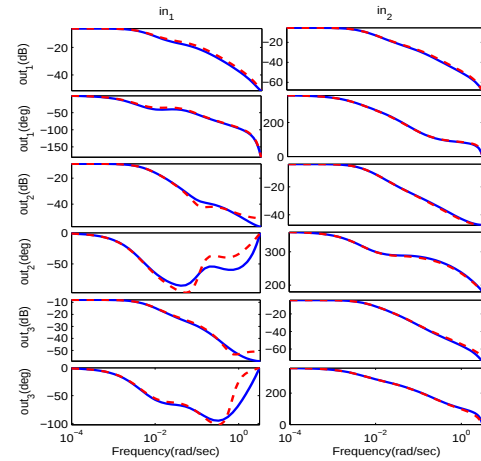


Figura 9: Respostas em frequência dos modelos lineares real $\{A, B, C, D\}$ e estimado $\{\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}\}$. Em azul (-) tem-se a resposta do modelo estimado por (de Paula et al., 2015) e em vermelho (- -) a resposta normalizada do modelo estimado pela metodologia apresentada neste trabalho.

ção. Por fim, a determinação de modelos semi-paramétricos elimina a necessidade de inverter as curvas estáticas do modelo de Wiener para determinar os sinais intermediários, tal como ocorre em modelos paramétricos.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio financeiro da CAPES-Brasil, FAPEMIG e CNPq.

Referências

- D'Amato, A. M., Teixeira, B. O. S. and Bernstein, D. S. (2011). Semi-Parametric Identification of Wiener Systems Using a Single Harmonic Input and Retrospective Cost Optimisation, *IET Control Theory & Applications* **5**(4): 594–605.
- de Paula, M. V., Ricco, R. A. and Teixeira, B. O. S. (2015). Identificação de Modelos de Hammerstein e Wiener para Sistemas Não Lineares Multivariáveis via Métodos de Subespaços, *XII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente*.
- Gómez, J. C. and Baeyens, E. (2005). Subspace Identification of Multivariable Hammerstein and Wiener Models, *European Journal of Control* **11**: 1–10.
- Pearson, R. K. and Pottmann, M. (2000). Gray-Box Identification of Block-Oriented Nonlinear Models, *Journal of Process Control* **10**(4): 301–315.
- Reyland, J. M. (2011). *Towards Wiener System Identification With Minimum a Priori Information*, Doctorate in electrical and computer engineering, University of Iowa.
- Ricco, R. A. (2012). *Identificação de Sistemas Utilizando Métodos de Subespaços*, Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais.
- Van Overschee, P. and De Moor, B. (1994). N4SID: Subspace Algorithms For The Identification of Combined Deterministic-Stochastic Systems, *Automatica* **30**(1): 75–93.
- Verhaegen, M. and Dewilde, P. (1992). Subspace Model Identification. Part i: The Output-Error State Space Model Identification Class of Algorithms, *International Journal of Control* **56**(5): 1211–1241.