

TRATAMENTO DE USINAS HIDRELÉTRICAS AFOGADAS EM MODELOS DE AUTO-PROGRAMAÇÃO EM MERCADOS DE ENERGIA DO DIA SEGUINTE

AUGUSTO CESAR PEREIRA*, TIAGO FORTI DA SILVA*, LEONARDO NEPOMUCENO†

*Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
Faculdade de Engenharia de Bauru
Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”
Bauru-SP

†Departamento de Engenharia Elétrica
Faculdade de Engenharia de Bauru
Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”
Bauru-SP

Emails: augusto.pereira@feb.unesp.br, tiago.forti@gmail.com, leo@feb.unesp.br

Abstract— This paper presents a self-scheduling model for hydroelectrical power plants regarding a price-taker generating agent participating on the day-ahead market. It is presented a modeling technique for “drowned plants”, i.e., plants whose tail-race water level is affected by the fore-bay water level of the downstream plant. The other aspects relevant to the hydroelectrical generation, such as the net head variations along the studied horizon, the hydro production function and the hydro nodal balance are considered. The model is formulated as a mixed integer linear programming problem and can be solved efficiently through commercial available solvers. In order to illustrate the efficiency of the proposed model, it was tested in a realistic generating agent.

Keywords— Drowned plants, Self-scheduling models, Hydroelectrical generation, Mixed integer linear programming.

Resumo— Este trabalho apresenta um modelo de auto-programação de usinas hidrelétricas considerando um agente gerador *price-taker* participante do mercado do dia seguinte. Apresenta-se uma técnica de modelagem da cota de jusante de usinas afogadas, isto é, usinas cuja cota de jusante é dependente da cota de montante das usinas a jusante. Os demais aspectos relevantes da geração hidrelétrica, como a variação da altura de queda líquida ao longo do horizonte estudado, a função de produção hidráulica e o balanço hídrico nodal são considerados. O modelo é formulado como um problema de programação linear inteira mista e pode ser resolvido de maneira eficiente através de *solvers* disponíveis no mercado. Para ilustrar a eficiência do modelo proposto, este foi testado para um agente gerador realista.

Palavras-chave— Usinas afogadas, Modelos de auto-programação, Geração hidrelétrica, Programação linear inteira mista.

Nomenclatura

Constantes

$\lambda(k)$	Preço <i>spot</i> médio esperado no período k [\$/MWh].
SU	Custo de partida das unidades geradoras [\$].
SD	Custo de parada das unidades geradoras [\$].
HU_a	Cota de montante mínima permitida para o horizonte de mercado para o reservatório da usina a [m].
$\overline{HU_a}$	Cota de montante máxima permitida para o horizonte de mercado para o reservatório da usina a [m].
V_a	Volume mínimo permitido para o horizonte de mercado para o reservatório da usina a [hm ³].
$\overline{V_a}$	Volume máximo permitido para o horizonte de mercado para o reservatório da usina a [hm ³].

$V_i(0)$	Volume inicial do reservatório da usina i , isto é, volume do reservatório da usina a ao final do período $k = 0$ [hm ³].
$V_i(NK)$	Volume final do reservatório da usina i , valor proveniente de estudos de médio prazo [hm ³].
$D_{\Omega(i)}$	Tempo de viagem da água entre uma usina i e a usina $\omega(i)$, a montante de i [h].
$\Psi_i(k)$	Vazão lateral afluente à usina i no período k [m ³ /s].
$\eta_j^{tg}(k)$	Rendimento do par turbina-gerador (unidade) j no período k .
$\underline{U_i}$	Defluência mínima do reservatório da usina i [m ³ /s].
$\overline{U_i}$	Defluência máxima do reservatório da usina i [m ³ /s].
$\underline{S_i}$	Vertimento mínimo do reservatório da usina i [m ³ /s].
$\overline{S_i}$	Vertimento máximo do reservatório da usina i [m ³ /s].
R_i	Rampa de defluência da usina i [m ³ /s/h].

$\bar{P}_j$	Potência efetiva da unidade j [MW].
$\bar{Z}_j$	Limite de partidas da unidade j .
$Z_j(0)$	Status inicial da unidade j , isto é, status da unidade j ao final do período $k = 0$.
C_j	Constante de perdas da unidade j [%].
$HD0_a$	Termo independente da função de primeiro grau que representa a cota de jusante da usina não afogada a .
$HD1_a$	Termo dependente da função de primeiro grau que representa a cota de jusante da usina não afogada a .
$HU_{a,\tilde{a}}^{\tilde{x},\tilde{y}}$	Cota de montante da usina não afogada a , a jusante de uma usina afogada $\tilde{a}$, no ponto de dados $(\tilde{x}, \tilde{y})$, para o tratamento da cota de jusante de $\tilde{a}$ [m].
$HD_{\tilde{a}}^{\tilde{x},\tilde{y}}$	Cota de jusante da usina afogada $\tilde{a}$ no ponto de dados $(\tilde{x}, \tilde{y})$, para o tratamento da cota de jusante de $\tilde{a}$ [m].
$U_{\tilde{a}}^{\tilde{x},\tilde{y}}$	Defluência da usina afogada $\tilde{a}$ no ponto de dados $(\tilde{x}, \tilde{y})$, para o tratamento da cota de jusante de $\tilde{a}$ [m ³ /s].
NK	Ultimo período do horizonte [h].

Variáveis

$v_a(k)$	Volume do reservatório da usina a no período k [hm ³].
$\bar{v}_a(k)$	Volume médio do reservatório da usina a no período k [hm ³].
$hu_a(k)$	Cota de montante da usina a no período k [m].
$hd_a(k)$	Cota de jusante da usina a no período k [m].
$p_j(k)$	Potência produzida pela unidade j no período k [MW].
$q_j(k)$	Vazão turbinada pela unidade j no período k [m ³ /s].
$s_a(k)$	Vazão vertida pela usina a no período k [m ³ /s].
$u_a(k)$	Vazão defluente pela usina a no período k [m ³ /s].
$z_j(k)$	Variável binária que vale 1 se a unidade j está ligada no período k .
$zu_j(k)$	Variável binária que vale 1 se a unidade j é partida no período k .
$zd_j(k)$	Variável binária que vale 1 se a unidade j é parada no período k .
$\tilde{b}1_{\tilde{a}}(k)$	Variável binária que vale 1 se a região de operação da usina afogada é a superior.
$\tilde{b}2_{\tilde{a}}(k)$	Variável binária que vale 1 se a região de operação da usina afogada é a intermediária.

$\tilde{b}3_{\tilde{a}}(k)$	Variável binária que vale 1 se a região de operação da usina afogada é a inferior.
$\tilde{w}_{\tilde{a}}^{\tilde{x},\tilde{y}}(k)$	Peso do ponto de dados $(\tilde{x}, \tilde{y})$.

Conjuntos

K	Períodos de tempo.
$\tilde{A}$	Usinas hidrelétricas afogadas.
A	Usinas hidrelétricas não afogadas.
I	Usinas hidrelétricas ($I = A \cup \tilde{A}$).
J	Unidades geradoras.
$M_{j,i}$	Mapeamento das unidades geradoras j nas usinas hidrelétricas i .
$\tilde{X}$	Curvas utilizadas na interpolação das cotas de jusante das usinas afogadas.
$\tilde{Y}$	Pontos da curva utilizados na interpolação das cotas de jusante das usinas afogadas.
$M_{a,\tilde{a}}$	Mapeamento das usinas não afogadas a que estão a jusante de uma usina afogada $\tilde{a}$.

1 Introdução

A desregulamentação permitiu o desenvolvimento de mercados de eletricidade baseados em lances. Um dos mercados que surgiram é o do dia seguinte, onde geradores e consumidores oferecem lances de potência e preço, que são organizados e despachados por um operador de mercado independente (Arroyo e Conejo, 2002). Nesse cenário, os geradores devem determinar qual a operação das suas unidades que maximiza os lucros obtidos com a venda da energia, problema que recebe o nome de auto-programação (Conejo et al., 2002).

Diferentemente do que ocorre com os geradores termelétricos, os geradores hidrelétricos apresentam capacidade de geração variável de acordo com o volume de água disponível (Almeida e Conejo, 2013). Por isso, é importante a correta representação do comportamento hidráulico das usinas durante o problema de auto-programação.

Uma situação que pode influenciar no funcionamento hidráulico das usinas é o caso em que uma delas é afogada por outra, localizada a jusante. Isso significa que a usina que está abaixo na cascata hidráulica altera a cota de jusante da usina que está acima na cascata, de acordo com o volume armazenado em seu reservatório. No sistema elétrico brasileiro, as cotas de jusante das usinas afogadas são representadas por um conjunto de até cinco curvas, que são escolhidas de acordo com a altura esperada para o período. Entretanto, esse procedimento acarreta desvios na modelagem que podem ter impactos significativos na elaboração da auto-programação do gerador responsável pela usina.

Esse trabalho tem como objetivo propor uma representação detalhada das cotas de jusante

das usinas afogadas e investigar a sua influência na auto-programação dos geradores hidrelétricos. Para isso, na Seção 2 é apresentada a formulação do modelo proposto, que é utilizado na Seção 3 para analisar o comportamento de uma cascata hidráulica com duas usinas hidrelétricas, considerando dois cenários diferentes de restrições. Finalmente, algumas conclusões sobre este trabalho são apresentadas na Seção 4.

2 Formulação Matemática

Nesta seção apresenta-se a formulação matemática do modelo proposto. Os períodos considerados são de 1 h.

2.1 Função Objetiva

O objetivo de um agente gerador participante de um mercado de energia é maximizar seus lucros, que são dados pela diferença entre a receita obtida com a venda de energia e os custos operacionais:

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in J} \{ \lambda(k) p_j(k) - \{ \bar{P}_j [z u_j(k) S U + z d_j(k) S D] \} \}. \quad (1)$$

Os preços *spot* são variáveis estocásticas, que podem ser representadas pelo seu valor médio (Gómez-Expósito et al., 2011). Para geradores hidrelétricos, os custos operacionais resumem-se a custos de partida e parada (Amjady e Vahidinassab, 2013; Conejo et al., 2002). Estes custos são proporcionais à potência efetiva da unidade (Nilsson e Sjelvgren, 1997).

2.2 Restrições Lineares

As restrições (2)–(14) modelam aspectos referentes à geração hidrelétrica que são “naturalmente” lineares:

$$u_i(k) = \sum_{j \in M_{j,i}} q_j(k) + s_i(k), \forall k \in K, i \in I \quad (2)$$

$$u_i(k) - R_i \leq u_i(k+1) \leq u_i(k) + R_i, \quad \forall k \in \{1, \dots, 23\}, \forall i \in I \quad (3)$$

$$\underline{U}_i \leq u_i(k) \leq \bar{U}_i, \forall k \in K, i \in I \quad (4)$$

$$\underline{S}_i \leq s_i(k) \leq \bar{S}_i, \forall k \in K, i \in I \quad (5)$$

$$\underline{V}_i \leq v_i(k) \leq \bar{V}_i, \forall k \in K, i \in I \quad (6)$$

$$v_i(NK) \geq V_i(NK), \forall i \in I \quad (7)$$

$$\begin{aligned} v_i(k) &= v_i(k-1) + 0.0036 \\ &[\Psi_i(k) + \rho_i(k) - u_i(k)], \quad (8) \\ &\forall k \in \{2, \dots, NK\}, \forall i \in I, \end{aligned}$$

em que:

$$\rho_i(k) = \begin{cases} \sum_{\omega \in \Omega_i} u_\omega[k - D_{\Omega_i}], & \text{caso } k - D_{\Omega_i} \geq 1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$v_i(1) = V_i(0) + 0.0036 [\Psi_i(1) - u_i(1)], \quad \forall i \in I \quad (9)$$

$$h_j(k) = (1 - C_j) [h u_i(k) - h d_i(k)], \quad \forall k \in K, i \in I, j \in M_{j,i} \quad (10)$$

$$\sum_{k \in K} z u_j(k) \leq \bar{Z}_j, \forall j \in J \quad (11)$$

$$z_j(k) - z_j(k-1) = z u_j(k) - z d_j(k), \quad \forall j \in J, \forall k \in \{2, \dots, NK\} \quad (12)$$

$$z_j(1) - Z_j(0) = z u_j(1) - z d_j(1), \forall j \in J \quad (13)$$

$$z u_j(k) + z d_j(k) \leq 1, \forall k \in K, \forall j \in J. \quad (14)$$

As restrições (2) definem a vazão defluente de uma usina hidrelétrica como a soma das vazões turbinada e vertida por esta usina. As restrições (3) definem os limites de rampa de vazão defluente para as usinas (Catalão et al., 2010). Tais restrições são necessárias por motivos de segurança e navegabilidade no rio a jusante da usina. As restrições (4)–(6) definem, respectivamente, os limites da vazão defluente e da vazão vertida pelas usinas, e do volume dos reservatórios. As restrições (7) definem a meta de volume a ser respeitada, isto é, o volume mínimo do reservatório no último período do horizonte, NK. Esta meta estabelece a ordenação com o médio prazo, limitando a quantidade de água disponível para o dia. As restrições (8) e (9) garantem que o balanço hídrico nodal seja atendido. As restrições (10) definem a altura de queda líquida como sendo a diferença entre as cotas de montante e jusante, descontando-se uma constante de perdas. Por fim, as restrições (11) garantem que o número máximo de partidas de uma unidade geradora ao longo do horizonte seja respeitado. Estas restrições são necessárias, pois, partidas excessivas tendem a diminuir a vida útil da unidade geradora, além de ocasionar maiores custos de manutenção (Nilsson e Sjelvgren, 1997). As restrições (12)–(14) modelam as variáveis binárias com o intuito de evitar situações ilógicas.

2.3 Cota de Montante

A cota de montante é a altura da superfície do reservatório em relação à uma cota de referência. No sistema elétrico brasileiro a cota de montante é definida como um polinômio de até quarto grau do volume médio do reservatório. Neste trabalho, optou-se por linearizar localmente esta curva, isto é, em torno da região permitida para operação no horizonte de mercado. Esta linearização é dada pelas restrições (15):

$$h u_i(k) = H U 0_i + H U 1_i \bar{v}_i(k), \quad \forall k \in K, \forall i \in I, \quad (15)$$

em que:

$$H U 0_i = \frac{(\bar{V}_i - \underline{V}_i) \underline{H U}_i - (\bar{H U}_i - \underline{H U}_i) \underline{V}_i}{\bar{V}_i - \underline{V}_i}$$

$$HU1_i = \frac{\overline{HU}_i - \underline{HU}_i}{\overline{V}_i - \underline{V}_i}.$$

O volume médio do reservatório é dado pela m dia aritmética do volume do reservatório entre dois períodos consecutivos, conforme (16) e (17):

$$\bar{v}_i(k) = \frac{v_i(k) + v_i(k-1)}{2}, \quad (16)$$

$$\forall k \in \{2, \dots, NK\}, \forall i \in I$$

$$\bar{v}_i(1) = \frac{v_i(1) + V_i(0)}{2}, \forall i \in I. \quad (17)$$

2.4 Cota de Jusante

No sistema elétrico brasileiro, modela-se a cota de jusante como um polin mio de até quarto grau da defluência da usina. Entretanto, para as usinas não afogadas analisadas, o erro obtido através de uma linearização direta desta curva é pouco significativo. A linearização da cota de jusante das usinas não afogadas é dada pelas restrições (18):

$$hd_a(k) = HD0_a + HD1_a u_a(k), \quad (18)$$

$$\forall a \in A, \forall k \in K.$$

As usinas afogadas possuem mais de um polin mio para representar a sua cota de jusante, sendo um para cada cota de montante de referência da usina imediatamente abaixo. A Figura 1 mostra os polin mios que representam as cotas de jusante da usina hidrelétrica (UHE) São Simão (HydroByte, 2016), que   afogada pela UHE Ilha Solteira. Usualmente, a cota de jusante de

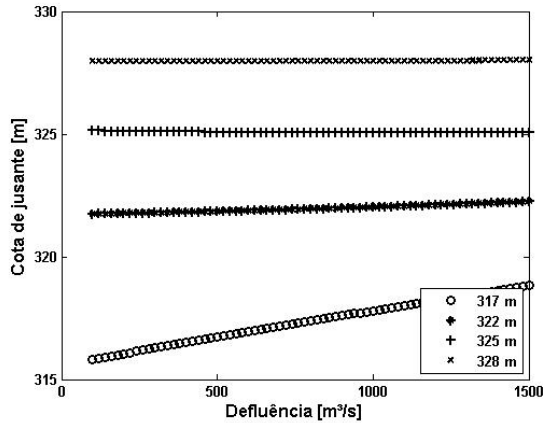


Figura 1: Cotas de jusante da UHE São Simão.

uma usina afogada   determinada através de interpolação polinomial entre as cotas de referência superior e inferior à cota atual, tomando como referência o volume inicial da usina a jusante da usina afogada. No entanto, esta abordagem desconsidera a variação da cota de jusante da usina afogada com o volume da usina a jusante ao longo do horizonte de estudo, o que é considerado na proposta apresentada a seguir.

Para que a cota de jusante de uma usina afogada seja corretamente tratada,   necessário que a variação da curva que a representa com a cota de montante da usina abaixo seja considerada. Para este fim, uma técnica de interpolação adaptada de Li et al. (2014)   proposta. A técnica consiste em utilizar os polin mios de referência para as 4 cotas de montante da usina abaixo da usina afogada, e estabelecer uma interpolação tridimensional entre elas. Para isso são definidos 8 v rtices, denotados por sua posição $(\tilde{x}, \tilde{y})$ no espaço delimitado pelos eixos de cota de jusante e vazão defluente. A região formada pela união desses v rtices é dividida em três quadriláteros, conforme mostrado na Figura 2. Então, associam-se pesos $\tilde{w}_{\tilde{a}}^{\tilde{x}, \tilde{y}}(k)$ a cada v rtice, que são utilizados para compor uma função interpolada intermediária às curvas de referência. Esta técnica utiliza três variáveis binárias $\tilde{b}_{1\tilde{a}}(k)$, $\tilde{b}_{2\tilde{a}}(k)$ e $\tilde{b}_{3\tilde{a}}(k)$, que definem qual quadrilátero é utilizado (região de operação da usina hidrelétrica). Se a usina está operando no quadrilátero superior ($\tilde{x} = 3$ e $\tilde{x} = 4$), então $\tilde{b}_{1\tilde{a}}(k) = 1$. Para o quadrilátero intermediário teremos ($\tilde{x} = 2$ e $\tilde{x} = 3$) levando a $\tilde{b}_{2\tilde{a}}(k) = 1$. Já se a região de operação for o quadrilátero inferior, ($\tilde{x} = 1$ e $\tilde{x} = 2$) e $\tilde{b}_{3\tilde{a}}(k) = 1$. Portanto, esta técnica permite calcular pontos de operação intermediários às curvas de referência.

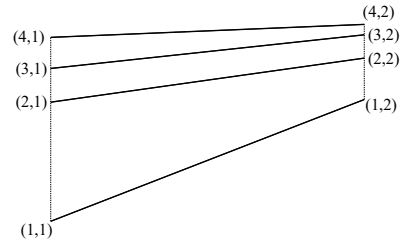


Figura 2: Cotas de jusante linearizadas.

As restrições (19)–(26) modelam matematicamente a cota de jusante das usinas afogadas por meio da técnica de interpolação proposta:

$$\sum_{\tilde{x} \in \tilde{X}} \sum_{\tilde{y} \in \tilde{Y}} \tilde{w}_{\tilde{a}}^{\tilde{x}, \tilde{y}}(k) = 1, \forall k \in K, \tilde{a} \in \tilde{A} \quad (19)$$

$$\tilde{w}_{\tilde{a}}^{1,1}(k) + \tilde{w}_{\tilde{a}}^{1,2}(k) + \tilde{w}_{\tilde{a}}^{2,1}(k) + \tilde{w}_{\tilde{a}}^{2,2}(k) \leq 1 - \tilde{b}_{1\tilde{a}}(k), \forall k \in K, \tilde{a} \in \tilde{A} \quad (20)$$

$$\tilde{w}_{\tilde{a}}^{1,1}(k) + \tilde{w}_{\tilde{a}}^{1,2}(k) + \tilde{w}_{\tilde{a}}^{3,1}(k) + \tilde{w}_{\tilde{a}}^{3,2}(k) \leq 1 - \tilde{b}_{2\tilde{a}}(k), \forall k \in K, \tilde{a} \in \tilde{A} \quad (21)$$

$$\tilde{w}_{\tilde{a}}^{3,1}(k) + \tilde{w}_{\tilde{a}}^{3,2}(k) + \tilde{w}_{\tilde{a}}^{4,1}(k) + \tilde{w}_{\tilde{a}}^{4,2}(k) \leq 1 - \tilde{b}_{3\tilde{a}}(k), \forall k \in K, \tilde{a} \in \tilde{A} \quad (22)$$

$$\tilde{b}_{1\tilde{a}}(k) + \tilde{b}_{2\tilde{a}}(k) + \tilde{b}_{3\tilde{a}}(k) = 1, \quad (23)$$

$$\forall k \in K, \tilde{a} \in \tilde{A}$$

$$u_{\tilde{a}}(k) = \sum_{\tilde{x} \in \tilde{X}} \sum_{\tilde{y} \in \tilde{Y}} \tilde{w}^{\tilde{x}, \tilde{y}} U_{\tilde{a}}^{\tilde{x}, \tilde{y}}, \quad (24)$$

$$\forall k \in K, \forall \tilde{a} \in \tilde{A}$$

$$hd_{\tilde{a}}(k) = \sum_{\tilde{x} \in \tilde{X}} \sum_{\tilde{y} \in \tilde{Y}} \tilde{w}^{\tilde{x}, \tilde{y}} HD_{\tilde{a}}^{\tilde{x}, \tilde{y}}, \quad (25)$$

$$\forall k \in K, \forall \tilde{a} \in \tilde{A}$$

$$hu_{\tilde{a}}(k) = \sum_{\tilde{x} \in \tilde{X}} \sum_{\tilde{y} \in \tilde{Y}} \tilde{w}^{\tilde{x}, \tilde{y}} HU_{\tilde{a}}^{\tilde{x}, \tilde{y}}, \quad (26)$$

$$\forall k \in K, \forall \tilde{a} \in \tilde{A}, \forall a \in M_{a, \tilde{a}}.$$

Nota-se que as restrições (19)–(26) estão escritas para usinas afogadas representadas por 4 curvas, entretanto, a técnica pode ser aplicada a casos com quantidades distintas. As restrições (19) definem que a soma dos pesos deve ser 1. As restrições (20)–(23) definem quais pesos serão considerados no processo de interpolação, em função da região de operação da usina. As restrições (24)–(26) definem, respectivamente, a defluência e a cota de jusante da usina afogada, e a cota de montante da usina abaixo da usina afogada em função dos pesos.

2.5 Função de Produção Hidráulica

A função de produção hidráulica de uma unidade geradora é dada por:

$$p_j(k) = 9.8 \times 10^{-3} \eta_j^{tg}(k) q_j(k) h_j(k), \quad (27)$$

$$\forall j \in J, k \in K.$$

Conforme pode ser observado na equação (27), a potência produzida por uma unidade geradora hidrelétrica depende do rendimento do par turbina-gerador, da turbinagem e da altura de queda líquida. O rendimento do par turbina-gerador é obtido através da chamada curva colina, que   função da altura de queda líquida e da turbinagem. a altura de queda líquida, conforme exposto na Seção 2.2, é um polin mio de até quarto grau do volume do reservatório e da defluência da usina. Desta forma, nota-se que a função de produção hidráulica   não-linear e não-convexa (Diniz e Maceira, 2008). Apesar da dificuldade imposta por esta função, ela deve ser cuidadosamente representada, uma vez que fornece a relação entre a entrada de água e a saída de potência da unidade geradora. A inserção direta da função de produção hidráulica em um problema de otimização o tornaria não-linear inteiro misto, situação em que não temos garantia de convergência e pode-se não encontrar uma solução para o problema. Para linearizar a função de produção, utiliza-se neste trabalho a técnica de tratamento apresentada em Li et al. (2014).

3 Resultados e Discussões

Nesta seção, o modelo de auto-programação proposto é avaliado para o sistema hidrelétrico da Figura 3. O horizonte de estudo compreende 24 períodos de 1 h. Os resultados têm como objetivos principais evidenciar a influência da modelagem da cota de jusante para uma usina afogada na programação fornecida e seu impacto nos lucros obtidos pelo agente gerador no mercado de energia. Para isso, foram analisadas duas situações:

- Caso A: modelo completo, com modelagem da cota de jusante da UHE São Simão (caso base);
- Caso B: modelo simplificado, desconsiderando a modelagem da cota de jusante da UHE São Simão. São removidas as restrições (19)–(26) e modela-se a cota de jusante pela restrição (18);

O modelo é testado para um agente gerador fictício que possui as UHEs São Simão (UHE 1 – 1710 MW) e Ilha Solteira (UHE 2 – 3444 MW). Esse gerador é considerado um *price-taker*, de modo que os preços *spot* do mercado do dia seguinte são previstos e utilizados como dados do problema de auto-programação. A Tabela 1 mostra os dados hidrológicos do sistema estudado com as unidades apresentadas na Nomenclatura. Os coeficientes *HD0* e *HD1* para a UHE São Simão apresentados na tabela são utilizados apenas no Caso B, uma vez que para o Caso A sua cota de jusante é modelada através da técnica de interpolação proposta. Estes valores foram obtidos através da construção e linearização de um polin mio de cota de jusante por defluência com base na cota de montante inicial da UHE Ilha Solteira. A vazão lateral é considerada como constante ao longo do dia.

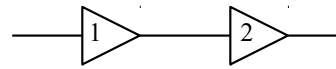


Figura 3: Cascata hidráulica estudada.

Considera-se que todas as unidades estão inicialmente desligadas. A constante de perdas para as unidades da UHE São Simão   0.00258% e para a UHE Ilha Solteira 0.0395%. Além disso, considera-se que todas as unidades devem ser partidas no máximo 2 vezes ao longo do dia.

O modelo foi executado em um computador *desktop* com processador Intel Core i7 de 3.60 GHz e 16 GB de memória RAM. Foi utilizado o *solver* CPLEX em interface com o *software* IBM ILOG CPLEX *Optimization Studio*, versão 12.6 (IBM, 2016).

Tabela 1: Dados Hidrológicos do sistema estudado.

i	j	$V(0)_i$	$V(NK)$	V	$\bar{V}$	U	$\bar{U}$	S	$\bar{S}$	L	R	$HD0$	$HD1$	HU	$\bar{HU}$
1	1-6	11560	11500	9692	12620	450	3000	30	330	1174	400	322.77	0.00037837	395	401
2	7-26	15580	15400	12730	21050	200	15000	40	500	1100	300	279.74	0.00023908	320	328.1

A Tabela 2 mostra os despachos obtidos para os casos A e B. Pode-se notar que há diferenças significativas na potência gerada pelas usinas. A função objetivo foi \$ 1431711.26 para o Caso A e \$ 1435751.97 para o Caso B. Nota-se que o lucro obtido pelo agente gerador é \$ 4040.71 maior no Caso B. No entanto, este aumento nos lucros em relação ao Caso A é artificial, uma vez que a cota de jusante da UHE São Simão não foi corretamente modelada. Além disso, não modelar corretamente a cota de jusante de uma usina afogada pode levar a um despacho infactível.

Tabela 2: Despacho – Caso A/Caso B [MW].

k	UHE São Simão	UHE Ilha Solteira
1	285/285	1216/868
2	569/565	1334/1006
3	850/837	1451/1154
4	1117/1099	1568/1301
5	1386/1376	1684/1447
6	1654/1645	1799/1597
7	1710/1710	1907/1749
8	1710/1710	2014/1901
9	1710/1710	2109/2050
10	1710/1710	2046/2172
11	1710/1710	2128/2293
12	1710/1710	2044/2292
13	1437/1434	1930/2116
14	1170/1163	1817/1965
15	1437/1433	1937/2137
16	1710/1710	2050/2287
17	1710/1710	2163/2425
18	1710/1710	2243/2433
19	1477/1438	2160/2293
20	1208/1172	2047/2149
21	938/904	1933/1997
22	665/633	1818/1846
23	387/360	1705/1694
24	277/272	1572/1516

4 Conclusões

Um modelo de auto-programação formulado como um problema de programação linear inteira mista é proposto. O modelo considera detalhadamente a cota de jusante de uma UHE afogada, que varia com a defluência da usina e com a cota de montante da usina imediatamente abaixo na cascata hidráulica. Foi apresentado um modelo de auto-programação de um agente *price-taker*, que considera as não-linearidades envolvidas nas cotas de montante e jusante e na função de produção hidráulica através de técnicas de interpolação. O modelo foi resolvido através do *solver* CPLEX, obtendo uma solução aceitável em um bom tempo computacional. O modelo foi testado para um agente gerador realista, com um total de 26 unidades geradoras, e os resultados obtidos mostram sua aplicabilidade para a solução de problemas dessa ordem de complexidade.

Referências

Almeida, K. e Conejo, A. (2013). Medium-Term Power Dispatch in Predominantly Hydro

Systems: An Equilibrium Approach, *IEEE Transactions on Power Systems* **28**(3): 2384–2394.

Amjady, N. e Vahidinasab, V. (2013). Security-constrained self-scheduling of generation companies in day-ahead electricity markets considering financial risk, *Energy Conversion and Management* **65**: 164–172.

Arroyo, J. e Conejo, A. (2002). Multiperiod auction for a pool-based electricity market, *IEEE Transactions on Power Systems* **17**(4): 1225–1231.

Catalão, J., Pousinho, H. e Mendes, V. (2010). Scheduling of head-dependent cascaded reservoirs considering discharge ramping constraints and start/stop of units, *Electrical Power and Energy Systems* **32**: 904–910.

Conejo, A., Arroyo, J., Contreras, J. e Villamor, F. (2002). Self-scheduling of a hydro producer in a pool-based electricity market, *IEEE Transactions on Power Systems* **17**(4): 1265–1272.

Diniz, A. L. e Maceira, M. E. P. (2008). A Four-Dimensional Model of Hydro Generation for the Short-Term Hydrothermal Dispatch Problem Considering Head and Spillage Effects, *IEEE Transactions on Power Systems* (3): 1298–1308.

Gómez-Expósito, A., Conejo, A. e Cañizares, C. (2011). Sistemas de energia elétrica: análise e operação, *RJ: LTC*.

HydroByte (2016). Hydrodata xp – hydrobyte software, <http://www.hydrobyte.com.br/site/pt-br/hydrodata-xp>.

IBM (2016). Ibm ilog cplex optimization studio, <http://www-03.ibm.com/software/products/pt/ibmilogcpleoptistud>.

Li, X., Li, T., Wei, J., Wang, G. e Yeh, W.-G. (2014). Hydro Unit Commitment via Mixed Integer Linear Programming: A Case Study of the Three Gorges Project, China, *IEEE Transactions on Power Systems* **29**(3): 1232–1241.

Nilsson, O. e Sjelvgren, D. (1997). Hydro unit start-up costs and their impact on the short term scheduling strategies of Swedish power producers, *IEEE Transactions on Power Systems* **12**(1): 38–44.