

DESENVOLVIMENTO E AVALIAÇÃO DE UM CONTROLADOR PREDITIVO NÃO LINEAR BASEADO EM MODELO QUASILINEAR MODIFICADO

MANOEL O. S. SOBRINHO

*Colegiado de Engenharia Elétrica, Fundação Universidade Federal do Vale do São Francisco,
Av. Antônio Carlos Magalhães, 510, Bairro Santo Antônio, CEP 48.902-300, Juazeiro - BA.*

E-mail: manoel.sobrinho@univasf.edu.br

ADHEMAR B. FONTES

*Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal da Bahia,
Rua Aristides Novis, 02, Bairro Federação, CEP 40.210-630, Salvador - BA.*

E-mail: adhemar@ufba.br

Abstract— In this paper, a nonlinear predictive controller based on bilinear model is developed, which is linearized at each sampling time and it is used to perform the predictions. In the linearizations are used the output values, that are known at each sampling time, and the future values, computed from the model plant, to update the coefficients of the predictor model. Simulation results are presented using two second order bilinear systems, with significant nonlinearities, in order to evaluate the controller performance.

Keywords— Nonlinear Predictive Control, Bilinear Models, Linearization.

Resumo— Neste artigo desenvolve-se um controlador preditivo não linear baseado em modelo bilinear, o qual é linearizado a cada instante de amostragem e utilizado para se efetuarem as predições. Na linearização utilizam-se os valores da saída, conhecidos em cada instante de amostragem, e valores futuros calculados a partir do modelo da planta, para se atualizarem os coeficientes do modelo preditor. Resultados de simulação são apresentados utilizando-se dois sistemas bilineares de segunda ordem, com não linearidades bastantes expressivas, para se avaliar o desempenho do controlador.

Palavras-chave— Controle Preditivo Não Linear, Modelos Bilineares, Linearização.

1 Introdução

O controle preditivo baseado em modelo (*MPC*) é uma técnica de controle bastante conhecida e utilizada tanto no meio acadêmico como na indústria (Qin and Badgwell, 2003). Em plantas industriais mais complexas é crescente a demanda pelo controle preditivo não linear (*NMPC*). Isto é devido a fatores tais como: o atual nível de especificação de alta qualidade de produção; a crescente demanda de produtividade; a atual legislação ambiental, que é mais rigorosa e ainda, as exigentes considerações econômicas na indústria que levam os processos a operar mais próximos dos limites admissíveis.

Do ponto de vista conceitual o *NMPC* não apresenta dificuldades, já que é possível considerar a mesma função objetivo utilizada no caso linear e um modelo não linear para o cálculo das predições (Bravo *et al.*, 2008). O que se pretende novamente é encontrar o controle que minimize a função objetivo sujeito a um conjunto de restrições. Já do ponto de vista prático, são várias as dificuldades encontradas neste problema, se comparado ao caso linear, quais sejam: a determinação do modelo do processo, quando o mesmo deve ser obtido por identificação; a obtenção do sinal de controle que requer, em geral, a solução de um problema de otimização não convexa e a análise de

estabilidade e robustez da solução (Henson, 1998, Mayne *et al.*, 2000).

Um dos métodos mais difundidos para a solução do *NMPC* é a utilização de modelos linearizados na predição da saída, a qual é considerada na função objetivo. Neste caso, a otimização quadrática pode ser utilizada, o que consiste na principal vantagem do método. Na literatura encontram-se diversas abordagens para esta metodologia, tais como: a utilização de múltiplos modelos lineares, que é muito explorada para o desenvolvimento do *MPC* robusto (Torricco e Normey-Rico, 2004; Sakizlis *et al.*, 2005), do *MPC* escalonado (Lu and Arkunl, 2003) e do *MPC* adaptativo; o método min-max, (Wan and Kotare, 2002) e linearização a cada período de amostragem, utilizada, por exemplo, na técnica da quasilinearização (Goodhart, *et al.*, 1994) e *NEPSAC* (De Keyser, 1998; Ionescu *et al.*, 2008). Em Fontes (Fontes *et al.*, 2002), foi desenvolvido um controlador preditivo bilinear, o qual utiliza a quasilinearização do modelo bilinear de entrada-saída e termos de compensação para minimizar o erro de predição.

A bilinearidade é um importante tipo de dinâmica não linear. Os modelos bilineares são mais simples do que os modelos não lineares genéricos e representam o comportamento do processo melhor do que os modelos lineares. Além disso, estes modelos acomodam melhor outras dinâmicas, diferentes das dinâmicas bilineares, melhor que os modelos lineares. (Fontes *et al.*, 2002). A escolha de modelos bilineares

para representar as dinâmicas de um processo é também devido ao fato que esses modelos são matematicamente mais fáceis de tratar do que os modelos não lineares genéricos e a bilinearidade está presente no comportamento dinâmico de muitos sistemas físicos (King e James, 1990). Convém observar ainda que o modelo bilinear é linear nos parâmetros, o que permite o uso de todas as técnicas de identificação de sistemas lineares, o que se constitui em uma importante vantagem deste tipo de modelo. Muitos controladores preditivos apresentados na literatura são baseados em modelos bilineares (Bloemen *et al*, 2001; Liu e Li, 2004; Fontes e Ângelo, 2006; Sobrinho *et al*, 2011; Sobrinho *et al*, 2012).

Neste artigo, desenvolve-se um controlador preditivo baseado em modelo bilinear, linearizado em cada instante de amostragem, e utiliza-se o algoritmo do GPC (Generalized Predictive Control), (Clark *et al*, 1987) para se obter a sequência de entradas de controle. A linearização utiliza valores da saída do sistema, conhecidos até o instante atual de amostragem e a resposta livre para se obterem os coeficientes do modelo linear pretendido. É importante salientar que este algoritmo é uma versão modificada do processo de quasilinearização por degrau de tempo (Goodhart, *et al*, 1994). No entanto, as modificações implementadas melhoram o desempenho de controle, como será mostrado pelos resultados de simulações realizadas em dois sistemas bilineares de segunda ordem, com não linearidades bastante expressivas.

2 Desenvolvimento do método

O modelo quasilinear por degrau de tempo (Goodhart *et al*, 1994), foi desenvolvido para modelos bilineares. Considere um sistema SISO (Single Input, Single Output) descrito pelo seguinte modelo bilinear:

$$A(q^{-1})y(k) = B(q^{-1})u(k-1-d) + \sum_{i=1}^{na} \eta_{i-1}u(k-i-d)y(k-i-d), \quad (1)$$

em que: k é o instante atual de amostragem; $A(q^{-1})$ e $B(q^{-1})$, são polinômios da seguinte forma:

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) &= a_0 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} + \dots + a_{na}q^{-na}; \\ B(q^{-1}) &= b_0 + b_1q^{-1} + b_2q^{-2} + \dots + b_{nb}q^{-nb}, \end{aligned} \quad (2)$$

sendo: $a_0=1$ e $b_0 \in \mathcal{R}$; $u(k)$ a sequência de entradas ou variáveis manipuladas; $y(k)$ a sequência de saída ou variáveis controladas; q^{-i} o operador atraso tal que $q^{-i}y(k) = y(k-i)$ e $d \geq 0$ o atraso, expresso como múltiplos inteiros do período de amostragem. O modelo quasilinear por degrau de tempo consiste em reescrever a Equação (1) na seguinte forma:

$$y(k) = \sum_{i=1}^{na} a_i(u)y(k-i-d) + B(q^{-1})u(k-1-d), \quad (3)$$

em que:

$$a_i(u) = -a_i + \eta_{i-1}u(k-i-d). \quad (4)$$

Para se calcular os coeficientes $a_i(u)$ e se efetuarem as previsões, que são características dos controladores preditivos, são requeridos os valores futuros das entradas $u(k+j-1-d)$, sendo $j=0 \dots N_y$ e N_y o horizonte de previsão. A aproximação quasilinear por degrau de tempo consiste em assumir como constante os valores futuros das entradas e iguais ao último valor conhecido da entrada, $u(k-1)$. Observa-se que as previsões não são exatas e que o termo, utilizado para se fazer as aproximações, é constante para um determinado instante de amostragem. Em consequência disso, tem-se uma degradação de desempenho do controlador.

Para se amenizar esta degradação e se obter uma melhor aproximação do modelo preditor, propõe-se, neste artigo, que a linearização seja realizada modificando-se os coeficientes do polinômio $B(q^{-1})$, diferentemente do que é feito na estratégia utilizada pela quasilinearização original, que efetua a modificação no polinômio $A(q^{-1})$. Para tanto, utiliza-se os valores das saídas $y(k)$, conhecidas até o instante atual k e os valores preditos da resposta livre, $y_L(k+j-1-d)$, $j=0 \dots N_y$, calculados em cada instante de amostragem, para se efetuar a aproximação necessária de cada previsão j passos à frente, $y(k+j-d)$.

Por simplicidade, será utilizado um modelo bilinear de segunda ordem, com $d=0$, para ilustrar a estratégia desta quasilinearização modificada, antes de se apresentar a sua generalização.

Seja um sistema representado pelo seguinte modelo:

$$y(k) = -a_1y(k-1) - a_2y(k-2) + b_0u(k-1) + b_1u(k-2) + \eta_0u(k-1)y(k-1) + \eta_1u(k-2)y(k-2). \quad (5)$$

A previsão um passo à frente é dada por:

$$y(k+1) = -a_1y(k) - a_2y(k-1) + b_0u(k) + b_1u(k-1) + \eta_0u(k)y(k) + \eta_1u(k-1)y(k-1). \quad (6)$$

Para se aplicar a estratégia proposta, este modelo deve ser reescrito na seguinte forma:

$$y(k+1) = -a_1y(k) - a_2y(k-1) + [b_0 + \eta_0y(k)]u(k) + [b_1 + \eta_1y(k-1)]u(k-1). \quad (7)$$

Fazendo:

$$b_{0,i} = b_0 + \eta_0y(k) \text{ e } b_{1,i} = b_1 + \eta_1y(k-1), \quad (8)$$

o modelo preditor um passo à frente resulta no seguinte modelo linear:

$$y(k+1) = -a_1y(k) - a_2y(k-1) + b_{0,i}u(k) + b_{1,i}u(k-1). \quad (9)$$

Observa-se que $b_{0,1}$ e $b_{1,1}$ podem ser calculados sem necessidade de se fazer aproximações, visto que $y(k)$ e $y(k-1)$ são conhecidos no instante atual k , resultando em uma linearização exata para a predição um passo à frente, o que não acontece na predição um passo à frente do controlador quasilinear por degrau de tempo.

Repetindo-se este procedimento para a predição dois passos à frente, tem-se que:

$$y(k+2) = -a_1 y(k+1) - a_2 y(k) + b_{0,2} u(k+1) + b_{1,2} u(k), \quad (10)$$

sendo:

$$b_{0,2} = b_0 + \eta_0 y(k+1) \text{ e } b_{1,2} = b_1 + \eta_1 y(k). \quad (11)$$

O termo $b_{1,2}$ ainda pode ser calculado de forma exata, mas o termo $b_{0,2}$ depende da saída futura $y(k+1)$. Neste caso, será necessário se admitir uma aproximação. O termo $y(k+1)$ será substituído pelo seu respectivo valor da resposta livre $y_L(k+1)$, que pode ser calculada em cada instante de amostragem. Sabe-se que o vetor de resposta livre, $y_L(k+1) \dots y_L(k+N_y)$, é calculada de forma recursiva e utilizando-se os valores das entradas $u(k)$ conhecidas até o instante atual k . Assim, tem-se o modelo preditor quasilinear modificado dois passos à frente, dado por:

$$y_q(k+2) = -a_1 y(k+1) - a_2 y(k) + b_{0,2} u(k+1) + b_{1,2} u(k), \quad (12)$$

sendo:

$$b_{0,2} = b_0 + \eta_0 y_L(k+1) \text{ e } b_{1,2} = b_1 + \eta_1 y(k). \quad (13)$$

Para a predição quasilinear três passos à frente pode-se escrever que:

$$y_q(k+3) = -a_1 y(k+2) - a_2 y(k+1) + b_{0,3} u(k+2) + b_{1,3} u(k+1), \quad (14)$$

sendo:

$$b_{0,3} = b_0 + \eta_0 y_L(k+2) \text{ e } b_{1,3} = b_1 + \eta_1 y_L(k+1), \quad (15)$$

em que os termos $b_{0,3}$ e $b_{1,3}$ são calculados por aproximação, substituindo-se $y(k+1)$ e $y(k+2)$ por seus respectivos valores da resposta livre $y_L(k+1)$ e $y_L(k+2)$.

Para a predição j passos à frente pode-se escrever:

$$y_q(k+j) = -a_1 y(k+j-1) - a_2 y(k+j-2) + b_{0,j} u(k+j-1) + b_{1,j} u(k+j-2), \quad (16)$$

sendo:

$$b_{0,j} = b_0 + \eta_0 y_L(k+j-1) \text{ e } b_{1,j} = b_1 + \eta_1 y_L(k+j-2). \quad (17)$$

Assim, tem-se uma diferenciação do termo utilizado para se realizar a referida aproximação, para cada predição $y(k+j)$ realizada em cada instante de amostragem k . Isto proporciona a este algoritmo uma melhor aproximação no cálculo das predições, podendo-se obter assim, um melhor desempenho do controlador. Convém salientar que quanto melhor a predição, ou seja, menor erro de predição, melhor o desempenho do controlador preditivo, cuja essência é a predição. Deve-se observar que, à medida que a saída do sistema se aproxima do valor de referência de controle, a resposta livre tende para os valores de saída do sistema. Isto lineariza de forma exata o modelo preditor no ponto de operação.

A generalização do modelo preditor, para a quasilinearização modificada, pode ser realizada escrevendo-se a Equação (1) na seguinte forma:

$$A(q^{-1})y_q(k+j) = \sum_{i=1}^{na} b_{i-1,j} u(k+j-i-d), \quad (18)$$

sendo:

$$A(q^{-1}) = a_0 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2} + \dots + a_{na} q^{-na}; \quad (19)$$

$$b_{i-1,j} = b_{i-1} + \eta_{i-1} y_L(k+j-i-d). \quad (20)$$

Assim, o modelo preditor é atualizado em cada instante de amostragem e diferenciado para cada horizonte de predição.

Observa-se que o modelo preditor obtido é linear em cada instante de amostragem. Isto permite que se utilize o algoritmo do GPC, uma vez que o mesmo foi desenvolvido para modelos lineares. Vale lembrar que a estratégia dos controladores preditivos utiliza o modelo da planta, em cada instante de amostragem, para realizar as predições.

A aproximação das predições pela resposta livre conduz, obviamente, a uma predição sub ótima. Contudo, deve-se observar que este é um artifício interessante, visto que na formulação da lei de controle do GPC, a minimização da função objetivo J , leva em conta a diferença entre a referência r e a resposta livre y_L , uma vez que J é dado por: (Camacho e Bordons, 2004).

$$J = \frac{1}{2} u^T G u + b^T u + f_0, \quad (21)$$

sendo:

$$\begin{aligned} G &= 2(H^T H + \lambda I); \\ b^T &= 2(r - y_L)^T H; \\ f_0 &= (r - y_L)^T (r - y_L), \end{aligned} \quad (22)$$

em que λ é a ponderação na ação de controle. Isto mostra uma relação da aproximação realizada, que utiliza a resposta livre, com a formulação da função objetivo.

3 Resultados de simulação

Seja um sistema bilinear de segunda ordem descrito por:

$$y(k) = 1,6y(k-1) - 0,63y(k-2) + 4u(k-1) + 3u(k-2) + 6u(k-1)y(k-1) + 5u(k-2)y(k-2). \quad (23)$$

Este sistema possui não linearidades bastante expressivas, como pode ser observado pelos valores dos coeficientes bilineares. Neste sistema, pode-se verificar a existência de grande variação no ganho estático e no tempo de estabelecimento, para níveis distintos de entradas. Além disso, o sistema apresenta um ganho estático bastante elevado. Para se efetuar o controle deste sistema hipotético, foram projetados os controladores quasilinear e quasilinear modificado conforme descrito. O Controlador Quasilinear Modificado foi implementado com filtro de referência, ou pré-compensador, para escalonamento da referência. Isto porque, devido à sua característica de agregar os termos bilineares nos coeficientes do polinômio $B(q^{-1})$, o mesmo provoca sobressinal elevado, o que foi contornado com o pré-compensador.

Inicialmente, os controladores foram sintonizados de modo que seus esforços de controle ficassem próximos. Para ambos, o horizonte de predição foi $N_y=4$. Em seguida, foi sintonizado a ponderação na ação de controle, λ , diminuindo-se o máximo possível para se obter um menor tempo de estabelecimento, mas sem instabilizar o sistema. Com isto, o esforço de controle será sempre muito grande. Para o controlador quasilinear, o menor valor possível foi $\lambda=250$. Para se obter um esforço de controle próximo, o controlador quasilinear modificado foi sintonizado com $\lambda=32$. Os resultados da simulação, aplicando-se como referência o degrau unitário, são apresentados nas Figuras 1 e 2.

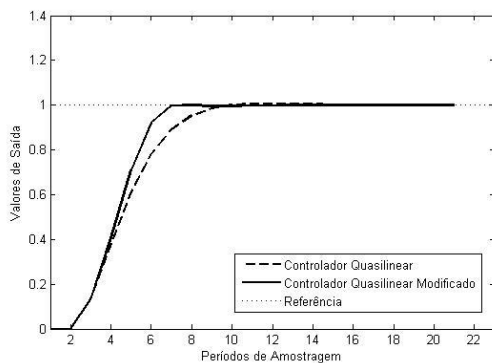


Figura 1. Saída do sistema controlado pelos controladores quasilinear e quasilinear modificado.

Na Figura 1 observa-se um melhor desempenho do controlador quasilinear modificado, o qual reduziu em cerca de 25% o tempo de estabelecimento. Observou-se também que o controlador quasilinear tende a instabilizar com facilidade, enquanto que o

controlador quasilinear modificado apresentava-se bastante estável, permitindo a redução do valor de λ até zero. A Figura 3 mostra o desempenho deste controlador sintonizado com $\lambda=10$, $\lambda=1$ e $\lambda=0$.

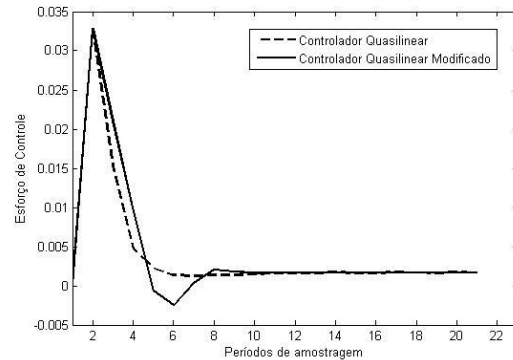


Figura 2. Esforço de controle para as saídas mostradas na Fig. 1.

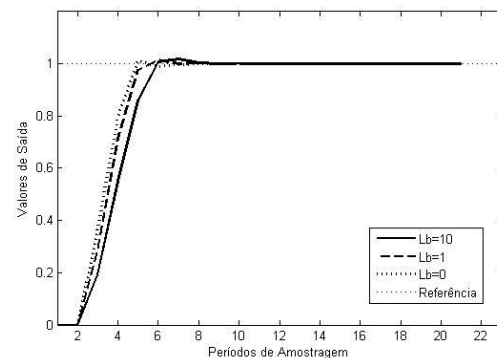


Figura 3. Saídas do sistema controlado pelo controlador quasilinear modificado com diferentes sintonias.

Em seguida foi realizada uma simulação para se observar o desempenho dos controladores quando se varia a referência. A Figura 4 mostra a saída do sistema controlado pelo controlador quasilinear modificado sintonizado com $\lambda=10$. Observa-se que as referências são seguidas sem problemas de instabilidade. Na Figura 5 apresenta-se o respectivo esforço de controle. Já o controlador quasilinear não conseguiu controlar o sistema satisfatoriamente. Mesmo para $\lambda=600$, em que a resposta é bastante lenta, o sistema instabiliza quando a referência passa de $r=1$ para $r=1,5$.

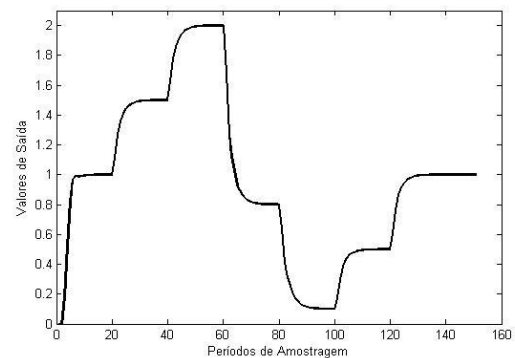


Figura 4. Saída do sistema controlado pelo controlador quasilinear modificado variando-se a referência.

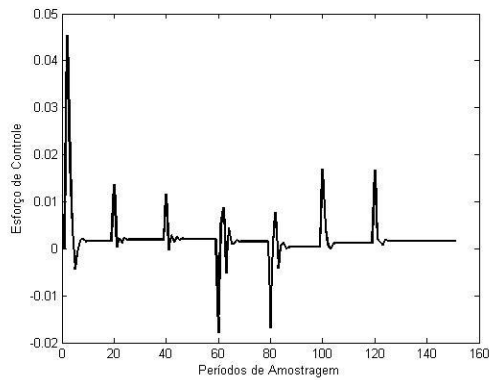


Figura 5. Esforço de controle para as saídas mostradas na Fig. 4.

Para se verificar a robustez do controlador quasilinear modificado, provocou-se um aumento de 10% nos parâmetros do modelo, diferenciando assim, dos parâmetros do modelo usados pelo controlador. Os resultados são mostrados nas Figuras 6 e 7, em que foi utilizado a mesma sintonia da simulação anterior, com $\lambda = 10$. Observa-se um sobre sinal de 4% na referência $r = 1$.

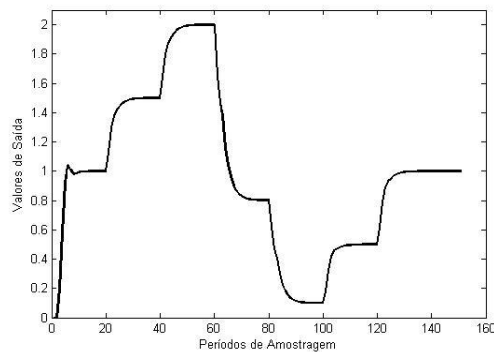


Figura 6. Saída do sistema controlado pelo controlador quasilinear modificado com variação de 10% nos parâmetros da planta.

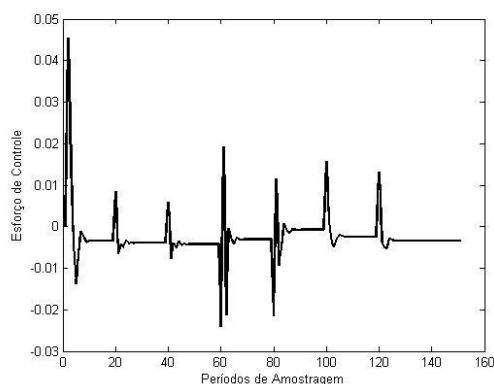


Figura 7. Esforço de controle para as saídas mostradas na Fig. 6.

Outra simulação foi realizada para se observar o desempenho dos controladores, utilizando-se o seguinte sistema:

$$y(k) = 1,6y(k-1) - 0,63y(k-2) + 0,04u(k-1) + 0,03u(k-2) + 0,4u(k-1)y(k-1) + 0,3u(k-2)y(k-2). \quad (24)$$

Este sistema também possui não linearidades bastante expressivas, porém ganho estático muito menor que o primeiro sistema. Para este caso utilizou-se um horizonte de predição $N_y = 10$ para os dois controladores. A sintonia utilizada para a ponderação na ação de controle foi $\lambda = 850$ para o Controlador Quasilinear, pois um menor valor causou instabilidade no sistema. Porém a resposta ficou muito lenta, o que motivou a utilização de um ganho no controlador, cujo valor máximo possível de ser utilizado, sem instabilizar o sistema, foi aproximadamente 8,0. Para a sintonia do Controlador Quasilinear Modificado foi utilizado $\lambda = 3$. Assim obtiveram-se os resultados mostrados nas Figuras 8 e 9, quando se aplica uma referência do tipo degrau de magnitude 5,0.

Na Figura 8, observa-se que a saída do sistema, quando controlado pelo Controlador Quasilinear Modificado, alcança a referência dentro do horizonte de predição determinado, $N_y = 10$, enquanto que a saída do sistema com outro controlador é muito lenta, mesmo aplicando-se um ganho igual a 8,0 no sinal de controle. Além disso, como aconteceu na simulação do primeiro sistema, pode-se reduzir o valor de λ na sintonia do Controlador Quasilinear Modificado, de modo que se alcança a referência em um tempo ainda menor, sem problemas de instabilidade do algoritmo.

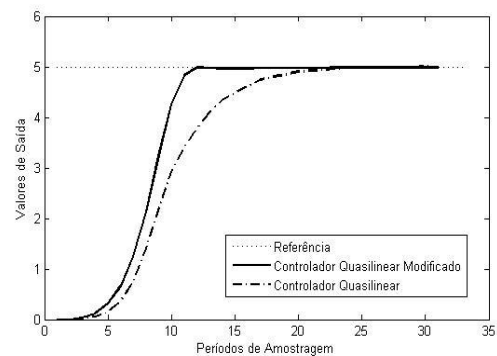


Figura 8. Saída do sistema controlado pelos controladores quasilinear e quasilinear modificado.

A Figura 9 apresenta o esforço de controle dos dois controladores. Observa-se que o pico do sinal do Controlador Quasilinear Modificado ainda foi um pouco menor que o do outro controlador.

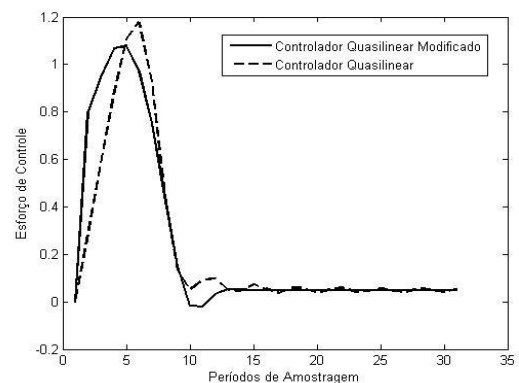


Figura 9. Esforço de controle para as saídas mostradas na Fig. 8.

4 Conclusão

A modificação na quasilinearização, aqui apresentada, proporcionou melhorias no desempenho do controlador, principalmente quando as não linearidades do sistema são mais expressivas. Uma diferença importante entre os controladores aqui analisados é que o controlador quasilinear atualiza os polos do modelo do sistema linearizado, a cada instante de amostragem, alterando fortemente a dinâmica do sistema representado pelo modelo. Já o controlador quasilinear modificado, atualiza os zeros do modelo do sistema a cada instante de amostragem e também para cada horizonte de predição, alterando assim, tanto o ganho do sistema, como também a sua dinâmica. Observou-se melhorias na optimalidade do controle, como também na estabilidade do algoritmo, quando se variou a ponderação na ação de controle, para os sistemas aqui simulados. Essas melhorias foram devidas principalmente às predições mais precisas, decorrentes da atualização do modelo preditor para cada horizonte de predição.

Um dos sistemas utilizados para simulação possui um alto ganho estático. Embora, na prática, a existência de processos com ganhos elevados não sejam frequentes, a solução aqui apresentada é adequada para estes casos.

Referências Bibliográficas

- Bloemen, H. H. J., van den Boom, T. J. J., Verbruggen, H. B. (2001). An Optimization Algorithm Dedicated to a MPC Problem for Discrete Time Bilinear Models. *Proceedings of the American Control Conference*, Arlington, VA, p.2371-2381.
- Bravo, C. O. A., Normey-Rico, J. E. e Torrico, B. C. (2008). Nova Técnica para Controle de Plantas Não Lineares Utilizando Controle Preditivo Linear Baseado em Modelo. *XVII Congresso Brasileiro de Automática*, Juiz de Fora, MG.
- Camacho, E. F. and Bordons, C. *Model Predictive Control*. (2004). Springer- Verlag, London.
- Clarke, D. W., Mohtadi, C. and Tuffs, P. S. (1987) "Generalized Predictive Control, *Automatica*, vol. 21, nº 2.
- De Keyser, R. M. C. (1998). A gentle introduction to model based predictive control. In *PADI2 International Conference on Control Engineering and Signal Processing*, Piura, Peru.
- Fontes, A. B., Maitelli, A. L. and Salazar, A. O. (2002). A new Bilinear Generalized Predictive Control Approach: Algorithm and Results. In *15th Triennial World Congress of the International Federation of Automatic Control*, Barcelona.
- Fontes, A. B. e Ângelo, E. (2006). Controle Preditivo Generalizado Bilinear Aplicado a uma Coluna de Butadieno 1,3: A Compensação Iterativa, Uma Nova Abordagem. *XVI Congresso Brasileiro de Automática*, Salvador-BA.
- Goodhart S. G., K. J. Burnham. and D. James. (1994). Bilinear self-tuning control of a high temperature heat treatment plant. *IEE Procedure Control Theory Applications*. Vol. 141, No 1, pp. 12 -18.
- Henson, M.A. (1998). Nonlinear model predictive control: current status and future directions. *Computer and Chemical engineering*, 23, 187-202.
- Ionescu, C. Hodrea R. and De Keyser. R. (2008). Impact of Disturbance Filter in Nonlinear EPSAC Predictive Control of Blood Glucose Level in Type I Diabetic Patients. *17th IEEE International Conference on Control Applications*. Part of 2008 IEEE Multi-conference on Systems and Control San Antonio, Texas, USA, September 3-5.
- King, J., Burnham, J. and James G. (1990). Comparison of two identification techniques for bilinear systems, *Control and Computation*, Vol. 18, nº.1, pp. 4-8.
- Liu, G. Z., Li, P. (2004). Generalized Predictive Control for a Class of Bilinear Systems. *IFAC 7th Symposium on Advanced Control of Chemical Processes*, Hong Kong, China, p.952-956.
- Lu, Y. and Arkunl, Y. A. (2003). Practical multiple model adaptive strategy for single-loop mpc. *Control Engineering Practice*, 11:141-159.
- Mayne, D. Q., Rawlings, J. B., Rao, C. V., and Scokaert, P. O. M. (2000). Constrained model predictive control: Stability and optimality. *Automatica*, 36, 789-814.
- Qin, S. J. and Badgwell T. A. (2003). A Survey of Industrial Model Predictive Control technology. *Control Eng. Practice* 11, 733-764.
- Sakizlis, V., Manthanwar, A. M. and Pistikopoulos, E. N. (2005). Robust parametric predictive control design for polytopically uncertain systems. *American Control Conference*.
- Sobrinho, M. O. S., Fontes, A. B. e Dórea, C. E. T. (2011). A New Algorithm for Bilinear Predictive Control. In *9th IEEE International Conference on Control and Automation*. Santiago, Chile.
- Sobrinho, M. O. S., Fontes, A. B. e Dórea, C. E. T. (2012). Desenvolvimento de um Controlador Preditivo Não Linear Baseado em Modelo Compensado Aplicado a uma Coluna de Destilação Simulada, Caracterizada por um Modelo NARMAX. *XIX Congresso Brasileiro de Automática*, Campina Grande, PB.
- Torrico, B. C. e Normey-Rico, J. E. (2004). Controle Preditivo de Sistemas não Lineares com Atraso, *XV Congresso Brasileiro de Automática*.
- Wan, Z. and Kotare, M. V. (2002). Robust output feedback model predictive control using off-line linear matrix inequalities. *Journal of Process Control* 12, 763-774.