

CONTROLE DE TENSÃO DE UPS COM ESTABILIDADE ROBUSTA À INCERTEZA PARAMÉTRICA NA CARGA

GUSTAVO G. KOCH*, WILLIAM A. VENTURINI*, HENRIQUE JANK*, FÁBIO E. BISOGNO*, MÁRIO L. S. MARTINS*, HUMBERTO PINHEIRO*, VINÍCIUS F. MONTAGNER*

*Grupo de Eletrônica de Potência e Controle – GEPOC
Universidade Federal de Santa Maria – UFSM
Santa Maria, RS, Brasil

gustavoguilhermekoch@gmail.com, williamventurini@gmail.com, hiquejank@gmail.com,
fbisogno@gmail.com, mariolsm@gmail.com, humberto.ctlab.ufsm.br@gmail.com,
vfmontagner@gmail.com

Abstract— This paper deals with the voltage control of the output stage of an uninterruptible power supply. First, the system is modelled, including a delay from the digital control implementation and resonant controllers with arbitrary dimension. Then, a design procedure in two steps is used to synthesize, initially, an internal current control loop and, in the sequence, a voltage control loop based on an optimal linear quadratic controller. As the main contribution, the robust stability against uncertainty on the load of the closed-loop system is certified by means of linear matrix inequalities. Responses in transients and in steady state confirm the stability and the good performance of the system.

Keywords— Uninterruptible power supplies; Voltage control; LQR; LMIs; Robust stability.

Resumo— Este artigo aborda o controle da tensão do estágio de saída de uma fonte ininterrupta de energia. Primeiramente, é feita a modelagem do sistema, incluindo um atraso proveniente da implementação de controle digital e controladores ressonantes de dimensão arbitrária. A seguir, um procedimento de projeto em duas etapas é utilizado para sintetizar, inicialmente, uma malha interna de corrente e, na sequência, uma malha de tensão baseada em controlador ótimo linear quadrático. Como principal contribuição, a estabilidade robusta à incerteza na carga do sistema em malha fechada é certificada por meio de uma função de Lyapunov dependente de parâmetros, obtida por meio da solução de desigualdades matriciais lineares. Respostas transitórias e em regime permanente confirmam a estabilidade e o bom desempenho do sistema.

Palavras-chave— Fontes ininterruptas de energia; Controle de tensão; LQR; LMIs; Estabilidade robusta.

1 Introdução

Fontes ininterruptas de energia (do inglês, *Uninterruptible Power Supplies* – UPSs) são sistemas utilizados para proteger cargas consideradas críticas para um processo ou aplicação específica contra uma ampla variedade de distúrbios provenientes da rede elétrica, tais como impulsos transitórios, sub ou sobretensões e faltas. Devido à sua eficiência superior, agregada ao seu menor custo, as UPSs sem transformador são candidatas ideais para o emprego em microrredes e em sistemas renováveis de energia. Da mesma forma, são interessantes as UPSs de dupla conversão, que possibilitam a implementação com estágio de correção do fator de potência, apresentam tempo de transição desprezível entre os modos de operação e ainda podem sintetizar tensões de saída com amplitude e frequência independentes da tensão de entrada e com baixa distorção harmônica (Bekiarov and Emadi, 2002), (Guerrero et al., 2007), (Deng et al., 2008). Limites para conteúdo harmônico, bem como para recuperação diante de transitórios com cargas lineares e não lineares podem ser vistos, por exemplo, na norma IEC 62040-3 (*Uninterruptible power systems (UPS) – Part 3: Method of specifying the performance and test requirements*, 1999).

Um problema relevante para aplicações em UPSs é o controle da tensão de saída. Várias técnicas têm sido exploradas na literatura, visando em

especial assegurar bom desempenho transitório e em regime permanente com cargas cíclicas. Dentre elas, podem-se citar controladores repetitivos, como (Haneyoshi et al., 1988), (Rech et al., 2003), para o caso monofásico, e (Escobar et al., 2007), (Jiang et al., 2012), para o caso trifásico, e controladores ressonantes (Sato et al., 1998), (Loh et al., 2003), (Botterón and Pinheiro, 2007) e (Willmann et al., 2007), que permitem rastreamento de referências senoidais de tensão e rejeição de distúrbios com harmônicas. Controladores repetitivos e ressonantes podem ser associados com o regulador linear quadrático (do inglês, *Linear Quadratic Regulator* – LQR), para melhorar as margens de estabilidade e as respostas transitórias. É interessante mencionar que o LQR já foi utilizado com sucesso em aplicações em conversores de potência em (Olalla et al., 2009), (Ribas et al., 2014), (Montagner et al., 2003), (Komurcugil et al., 2006), (Hasanzadeh et al., 2011). Um ponto que merece melhor investigação na aplicação desta técnica em UPSs é a análise de robustez contra incertezas paramétricas.

Neste contexto, o presente artigo aborda o controle da tensão de saída de UPSs utilizando realimentação de estados com ganhos obtidos a partir de um LQR discreto, tendo como contribuição principal uma análise de estabilidade robusta à incerteza da carga. Desigualdades matriciais lineares (do in-

glês, *Linear Matrix Inequalities* – LMIs) são utilizadas aqui para prover uma função de Lyapunov dependente de parâmetros que certifica a estabilidade robusta da UPS com o controlador proposto (Boyd et al., 1994), (Ramos and Peres, 2001). Resultados nos domínios do tempo e da frequência indicam bom desempenho do sistema em malha fechada, confirmando robustez contra incertezas na carga para esta aplicação.

2 Modelagem

Considere o estágio de saída de uma UPS sem transformador, dado na Figura 1, como sendo a planta a ser controlada. O objetivo aqui é o controle da tensão v_c a partir da síntese da tensão u de saída do inversor em meia ponte, considerando como medidas as variáveis i_L e v_c .

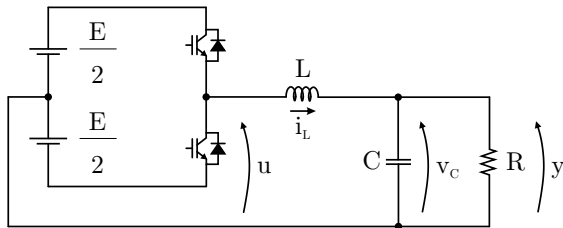


Figura 1: Estágio de saída de uma UPS.

Um modelo da planta no espaço de estados é dado por

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (1)$$

com

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} i_L \\ v_c \end{bmatrix} \quad (2)$$

Visando à aplicação de uma técnica de controle digital, pode-se obter um modelo discreto da planta como

$$x(k+1) = Gx(k) + Hu(k) \quad (3)$$

e, para um período de discretização, T_s , suficientemente pequeno, tem-se

$$G = I + AT_s; H = BT_s \quad (4)$$

Supondo um atraso de um passo na aplicação da lei de controle, pode-se escrever (Aström and Wittenmark, 1997)

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Gx(k) + H\phi(k) \\ \phi(k+1) &= u(k) \end{aligned} \quad (5)$$

ou, de forma equivalente,

$$x_{dd}(k+1) = G_px_{dd}(k) + H_pu(k) \quad (6)$$

com

$$x_{dd}(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ \phi(k) \end{bmatrix}; G_p = \begin{bmatrix} G & H \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; H_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

O diagrama de blocos do sistema de controle proposto é dado na Figura 2.

Para garantir rastreamento de referências senoidais para a tensão de saída (v_{ref}), utilizam-se aqui controladores ressonantes (Zmood and Holmes, 2003). Estes controladores são representados na Figura 2 pelo bloco RES, cuja entrada é o sinal de erro de rastreamento e cuja saída é o vetor de estados internos dos ressonantes, dado por $\rho(k)$.

Note, pelo diagrama de blocos, que

$$i_L(k) = C_{p1}x_{dd}(k), \quad C_{p1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

e

$$v_c(k) = C_{p2}x_{dd}(k), \quad C_{p2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

A ação de controle na Figura 2 resulta da combinação linear dos estados $x_{dd}(k)$, somada com a combinação linear dos estados $\rho(k)$, e k_1 é um ganho escalar ajustável para uma realimentação da corrente i_L , para uma pré-compensação da planta.

A expressão de $u(k)$, na Figura 2, é dada por

$$u(k) = (-i_L(k) + u_{sf}(k)) k_1 \quad (10)$$

sendo

$$u_{sf}(k) = - \begin{bmatrix} K_\rho & K_{dd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho(k) \\ x_{dd}(k) \end{bmatrix} \quad (11)$$

O objetivo do projeto do controlador é determinar o ganho escalar k_1 e os ganhos vetoriais K_ρ e K_{dd} , de forma a garantir bom desempenho para a tensão de saída da UPS.

Substituindo (10) em (6) e levando em conta (8), pode-se escrever

$$x_{dd}(k+1) = G_px_{dd}(k) + H_pu_{sf}(k) \quad (12)$$

com

$$G_p = G_p - H_pC_{p1}k_1; \quad H_p = H_pk_1 \quad (13)$$

Note que a escolha do ganho escalar k_1 faz o papel de uma pré-compensação da planta.

Os controladores ressonantes podem ser descritos no espaço de estados como

$$\rho(k+1) = G_c\rho(k) + H_c e(k) \quad (14)$$

com

$$\begin{aligned} G_c &= \text{diag} \left(\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ g(\omega_1) & h(\omega_1) \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ g(\omega_n) & h(\omega_n) \end{bmatrix} \right) \\ H_c &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (15)$$

sendo

$$\begin{aligned} g(\omega_i) &= e^{-2\xi T_s \omega_i} \\ h(\omega_i) &= -2e^{-\xi T_s \omega_i} \cos \left(T_s \sqrt{-(-\omega_i^2(\xi^2 - 1))} \right) \end{aligned} \quad (16)$$

e G_c sendo uma matriz bloco-diagonal. Esta representação é adequada para um número arbitrário, n , de controladores ressonantes.

O erro de tensão é definido como

$$e(k) = v_{ref}(k) - C_{p2}x_{dd}(k) \quad (17)$$

o que permite escrever (14) como

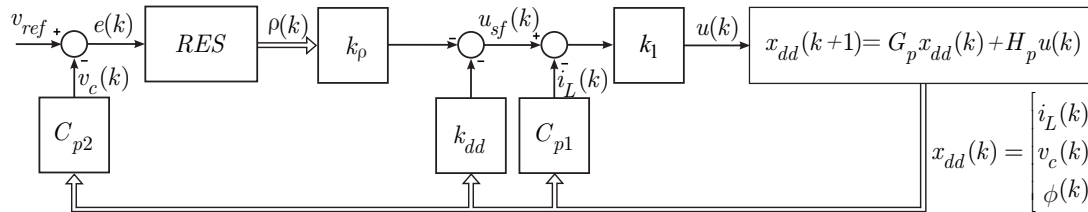


Figura 2: Diagrama de blocos da planta e controlador.

Tabela 1: Parâmetros da planta.

Parâmetro	Valor
Tensão $E/2$ da entrada do inversor	215 V
Tensão eficaz de saída (na carga)	127 V
Potência aparente de saída	6,7 kVA
Frequência de chaveamento	15 kHz
Frequência de amostragem	15 kHz
Capacitor de filtro	100 μ F
Indutor de filtro	333 μ H
Resistência nominal de carga	2,42 Ω

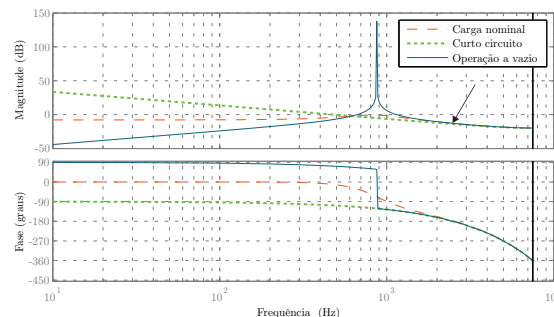


Figura 3: Diagrama de Bode da planta de corrente.

$$\rho(k+1) = G_c \rho(k) + H_c v_{ref}(k) - H_c C_{p2} x_{dd}(k) \quad (18)$$

De (18), (12) e (13) pode-se escrever o sistema aumentado

$$\xi(k+1) = G_{p3}\xi(k) + H_{p3}u_{sf}(k) + H_{ref}v_{ref}(k) \quad (19)$$

com

$$\begin{aligned} \xi(k) &= \begin{bmatrix} \rho(k) \\ x_{dd}(k) \end{bmatrix}; G_{p3} = \begin{bmatrix} G_c & -H_c C_{p2} \\ 0 & G_{p2} \end{bmatrix}; \\ H_{p3} &= \begin{bmatrix} 0 \\ H_{p2} \end{bmatrix}; H_{ref} = \begin{bmatrix} H_c \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (20)$$

Este sistema será utilizado para o projeto por realimentação de estados dos ganhos K_ρ e K_{dd} , conforme dado na próxima seção.

3 Projeto dos controladores

Esta seção descreve o projeto dos ganhos dos controladores de tensão e corrente. Inicialmente, é realizado o projeto da malha interna de corrente, uma vez que esta é tomada como parte integrante da planta durante o projeto da malha externa de tensão. Em seguida, são definidos os ganhos de retroação da malha de tensão por meio da técnica de controle ótimo LQR. Os parâmetros da planta são apresentados na Tabela 1.

3.1 Controlador de corrente

O ganho da malha de corrente é calculado a partir da análise da resposta em frequência da equação (8). Devido à incerteza paramétrica da resistência de carga, foram analisadas três situações distintas: curto circuito, carga nominal e operação a vazio. O diagrama de Bode da planta de corrente, modelada no espaço de estados por (6)–(8), para estas três condições, é ilustrado na Figura 3.

A partir da análise da Figura 3, observa-se que a margem de ganho mínima para todos os casos é

maior que 10 dB (ver seta da Figura 3), o que equivale a um valor máximo de k_1 igual a 3,1 para garantir a estabilidade. O controlador de corrente é projetado para que o sistema apresente, para carga nominal, uma banda passante uma década abaixo da frequência de chaveamento, ou seja, em torno de 1,5 kHz. Dessa forma, foi escolhido $k_1 = 2,25$ para a malha de corrente.

3.2 Controladores de tensão

Para a malha externa de tensão, são utilizados oito controladores ressonantes, sendo estes sintonizados na frequência fundamental e harmônicas ímpares até a décima quinta ordem, para redução das harmônicas da tensão de saída.

Os ganhos de realimentação dos estados internos dos controladores ressonantes (K_ρ) e dos estados da planta (K_{dd}) são calculados utilizando a técnica de controle ótimo do LQR discreto, em que os vetores de ganho são calculados de forma a minimizar a função custo dada por (Aström and Wittenmark, 1997)

$$J = \sum_{k=1}^{\infty} \xi(k)' Q \xi(k) + u(k)' R_u u(k) \quad (21)$$

Essa abordagem é utilizada pois resulta em um sistema de controle assintoticamente estável, com margem de fase maior que 60° e margem de ganho infinita (Olalla et al., 2009). O desempenho do sistema de controle, tanto em regime permanente quanto transitório, é definido por meio da escolha adequada dos elementos de Q e R_u . Estes elementos são escolhidos aqui como

$$Q = \begin{matrix} diag(1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 10000 & 1) \end{matrix}; R_u = 100000 \quad (22)$$

Resolvendo este LQR discreto com o MATLAB tem-se os ganhos dos controladores dados por

$$K_{\rho}' = \begin{bmatrix} 0,106991055810536 \\ -0,109394887068839 \\ 0,030384183444797 \\ -0,033112405505823 \\ 0,022504692301956 \\ -0,024606052216007 \\ 0,018798865135652 \\ -0,020028352997746 \\ 0,015869066851742 \\ -0,016137124182636 \\ 0,013246820752080 \\ -0,012587299590387 \\ 0,010937975636610 \\ -0,009492409062671 \\ 0,009185076163512 \\ -0,007267630573711 \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$K_{dd}' = \begin{bmatrix} 0,747539564815771 \\ 0,753544015095558 \\ 0,178496783462131 \end{bmatrix}$$

3.3 Resultados de simulação

Com o objetivo de avaliar o desempenho do sistema de controle proposto na Figura 2, são realizadas simulações no programa PSIM. Utilizando os ganhos calculados nesta seção, tem-se o resultado na Figura 4, que apresenta a resposta transitória do controlador frente a uma mudança súbita de carga, iniciando com a operação à vazio e aplicando-se carga nominal linear no pico na tensão de saída. Nota-se uma distorção na tensão no instante do distúrbio, devido à elevada derivada de corrente no indutor de filtro e, após, a retomada da boa resposta em regime permanente.

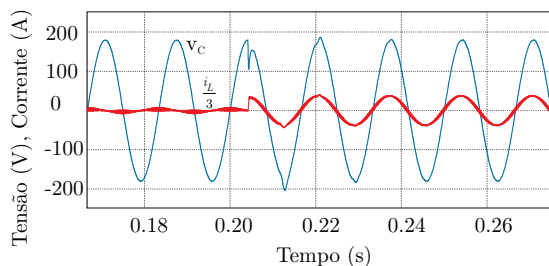


Figura 4: Resposta do controlador frente a variação de carga linear, da condição a vazio para a condição a plena carga.

A boa resposta em regime permanente é explicada pelo diagrama de Bode do sistema em malha fechada, considerando como entrada a referência de tensão e como saída, a tensão v_c . Nota-se ganho 0 dB e fase equivalente a 0° para referências senoidais com frequência de 60 Hz.

A Figura 6 mostra o desempenho do sistema em malha fechada com carga não-linear, em potência nominal. É considerada a carga não-linear padrão da norma IEC 62040-3, dada por um retificador em ponte completa com filtro capacitivo. A taxa de distorção harmônica (do inglês, *Total Harmonic Distortion* – THD) da tensão nesta figura é de 1,64%, que se enquadra no limite de 8% definido pela norma para tensões senoidais. Para efeito de comparação, a THD da tensão de saída para o sistema em malha aberta com esta carga não-linear é de 21,9%. O desempenho superior do sistema com

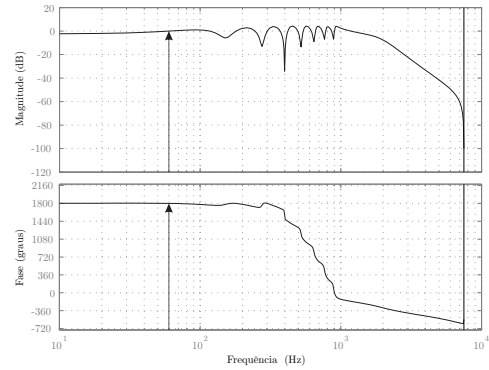


Figura 5: Diagrama de Bode do sistema em malha fechada, da referência para a saída v_c . Na frequência 60 Hz, apontada no gráfico, ganho 0 dB e fase equivalente a 0° .

o controlador proposto é justificado pela atenuação das harmônicas da corrente de carga, garantida pelos controladores ressonantes. Note que esta carga não-linear pode ser vista como um distúrbio de corrente.

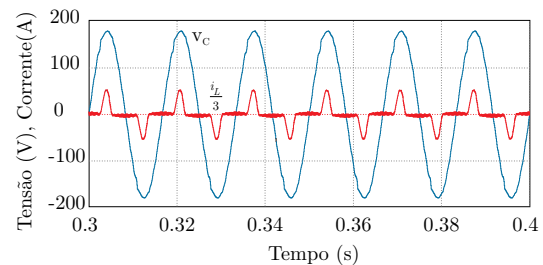


Figura 6: Tensão de saída em malha fechada para carga não-linear em potência nominal. THD de 1,64%.

A Figura 7 apresenta o espectro harmônico da tensão v_c da Figura 6. Nota-se que o conteúdo harmônico está dentro dos limites estabelecidos pela norma IEC 62040-3.

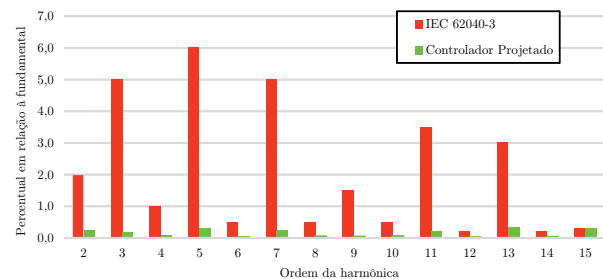


Figura 7: Espectro harmônico para carga não-linear em potência nominal em conformidade com a norma IEC 62040-3.

4 Análise de estabilidade robusta

Esta seção traz uma análise de estabilidade robusta à incerteza na resistência da carga, utilizando LMIs baseadas em funções de Lyapunov para sistemas incertos.

Supondo agora a carga R como incerta, pertencente ao $[R_{min}, R_{max}]$, que inclui o valor nominal dado na Seção III.

É possível utilizar um modelo politópico com dois vértices, para representar esta incerteza (Boyd

Referências

- Astr m, K. and Wittenmark, B. (1997). *Computer-controlled systems: theory and design*, Prentice Hall.
- Bekiarov, S. B. and Emadi, A. (2002). Uninterruptible power supplies: classification, operation, dynamics, and control, *Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2002. APEC 2002. Seventeenth Annual IEEE*, Vol. 1, pp. 597 – 604.
- Botter n, F. and Pinheiro, H. (2007). A three-phase UPS that complies with the standard IEC 62040-3, *Industrial Electronics, IEEE Transactions on* **54**(4): 2120 – 2136.
- Boyd, S., El Ghaoui, L., Feron, E. and Balakrishnan, V. (1994). *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*, SIAM Studies in Applied Mathematics, Philadelphia, PA.
- Deng, H., Oruganti, R. and Srinivasan, D. (2008). A simple control method for high-performance UPS inverters through output-impedance reduction, *Industrial Electronics, IEEE Transactions on* **55**(2): 888 – 898.
- Escobar, G., Valdez, A. A., Leyva-Ramos, J. and Mattavelli, P. (2007). Repetitive-based controller for a UPS inverter to compensate unbalance and harmonic distortion, *Industrial Electronics, IEEE Transactions on* **54**(1): 504 – 510.
- Guerrero, J. M., Vicuna, L. G. D. and Uceda, J. (2007). Uninterruptible power supply systems provide protection, *IEEE Industrial Electronics Magazine* **1**(1): 28–38.
- Haneyoshi, T., Kawamura, A. and Hoft, R. G. (1988). Waveform compensation of PWM inverter with cyclic fluctuating loads, *Industry Applications, IEEE Transactions on* **24**(4): 582 – 589.
- Hasanzadeh, A., Edrington, C. S., Maghsoudlou, B. and Mokhtari, H. (2011). Optimal lqr-based multi-loop linear control strategy for ups inverter applications using resonant controller, *2011 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*, pp. 3080–3085.
- Jiang, S., Cao, D., Li, Y., Liu, J. and Peng, F. Z. (2012). Low-thd, fast-transient, and cost-effective synchronous-frame repetitive controller for three-phase ups inverters, *IEEE Transactions on Power Electronics* **27**(6): 2994–3005.
- Komurcugil, H., Kukrer, O. and Doganalp, A. (2006). Optimal control for single-phase ups inverters based on linear quadratic regulator approach, *International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion, 2006. SPEEDAM 2006.*, pp. 1137–1142.
- Loh, P. C., Newman, M. J., Zmood, D. N. and Holmes, D. G. (2003). A comparative analysis of multiloop voltage regulation strategies for single and three-phase ups systems, *IEEE Transactions on Power Electronics* **18**(5): 1176–1185.
- Montagner, V. F., Carati, E. G. and Gr ndling, H. A. (2003). Design and analysis of a linear quadratic regulator with repetitive controller for AC power supplies, *2003 IEEE International Symposium on Industrial Electronics, ISIE-2003*, Vol. 3, Rio de Janeiro, Brazil, pp. 109–114.
- Olalla, C., Leyva, R., El Aroudi, A. and Queinnec, I. (2009). Robust LQR control for PWM converters: An LMI approach, *IEEE Transactions on Industrial Electronics* **56**(7): 2548–2558.
- Ramos, D. C. W. and Peres, P. L. D. (2001). A less conservative LMI condition for the robust stability of discrete-time uncertain systems, *Systems & Control Letters* **43**(5): 371–378.
- Rech, C., Pinheiro, H., Gr ndling, H. A., Hey, H. L. and Pinheiro, J. R. (2003). Comparison of digital control techniques with repetitive integral action for low cost PWM inverters, *Power Electronics, IEEE Transactions on* **18**(1): 401 – 410.
- Ribas, S. P., Maccari Jr., L. A., Pinheiro, H., Oliveira, R. C. L. F. and Montagner, V. F. (2014). Design and implementation of a discrete-time H-infinity controller for uninterruptible power supply systems, *IET – Power Electronics* pp. pp. 1–9.
- Sato, Y., Ishizuka, T., Nezu, K. and Kataoka, T. (1998). A new control strategy for voltage-type PWM rectifiers to realize zero steady-state control error in input current, *Industry Applications, IEEE Transactions on* **34**(3): 480–486.
- Uninterruptible power systems (UPS) – Part 3: Method of specifying the performance and test requirements* (1999).
- Willmann, G., Coutinho, D. F., Pereira, L. F. A. and Libano, F. B. (2007). Multiple-loop $\mathcal{H}_\infty$ control design for uninterruptible power supplies, *Industrial Electronics, IEEE Transactions on* **54**(3): 1591–1602.
- Zmood, D. N. and Holmes, D. G. (2003). Stationary frame current regulation of PWM inverters with zero steady-state error, *Power Electronics, IEEE Transactions on* **18**(3): 814–822.