

SUPRESSÃO DE OSCILAÇÕES EM CONTROLE EXTREMAL VIA REDES NEURAIS

RENATO BORBA TEIXEIRA*, TIAGO ROUX OLIVEIRA*, JOSÉ FRANCO MACHADO DO AMARAL*

*PEL – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Eletrônica, Faculdade de Engenharia,
Universidade do Estado do Rio de Janeiro - UERJ
Rio de Janeiro, RJ, 20550-900

Emails: renatoteixeira13@gmail.com, tiagoroux@uerj.br, franco@uerj.br

Abstract— This work presents as the main goal to develop an artificial neural network that is able to suppress high-frequency oscillations in the output of an extremum seeking control system. High-frequency oscillation deteriorates the life of the actuator, excites high frequency modes of the plant and finally degrades the control performance in practical applications. The artificial neural network used is a multilayer perceptron with one input, one hidden layer and one output. For the training was utilized only a small sample of the extremum seeking output. The results showed that neural networking developed is efficient to suppress the oscillations opening new possibilities to practical applications.

Keywords— extremum seeking control (ESC), artificial neural network (ANN)

Resumo— Este trabalho tem como principal objetivo desenvolver uma rede neural artificial que seja capaz de suprimir oscilações de alta frequência existentes na saída de um controlador extremal. A supressão dessas oscilações é importante pois elas causam deterioração dos atuadores, excitam modos de alta frequência da planta e prejudicam o desempenho de controle em aplicações práticas. A rede neural artificial utilizada foi uma perceptron multicamadas com uma entrada e uma saída, com uma camada escondida, e para o seu treinamento foi utilizada uma pequena amostragem obtida da saída oscilatória do controle extremal. Os resultados obtidos mostraram eficiência da rede neural em suprimir as oscilações abrindo novas possibilidades para aplicações práticas.

Palavras-chave— controle extremal, rede neural artificial (RNA)

1 Introdução

O controle extremal (Extremum Seeking Control - ESC) pode ser definido como um método em tempo real para busca do extremo de uma função (máximo ou mínimo) (Aminde et al., 2013). O método tem se destacado atualmente pelo desenvolvimento de sua teoria e aplicações em diversos campos da indústria (Ariyur and Krstic, 2003), e vem sendo aplicado em controle de veículos autônomos (Zhang et al., 2007), controle de combustão (Killingsworth et al., 2009), dentre outros.

Os algoritmos mais comuns de otimização utilizam a derivada ou gradiente dos parâmetros obtidos, entretanto, em muitos problemas de controle não é possível obter informações de forma online da planta, como o gradiente do parâmetro a ser otimizado e até mesmo a função de custo. Além disso, quando são utilizados sensores para obtenção dos parâmetros surgem problemas de amplificação de ruído e instabilidade em altas frequências (Olalla et al., 2007).

O método mais comum de ESC consiste na utilização de um filtro passa-alta na saída do sistema e aplicação de uma pequena perturbação senoidal para estimar o gradiente da função de custo que se deseja otimizar. Esse método é caracterizado pela simplicidade e rápida adaptação (Ariyur and Krstic, 2003).

Em (Aminde et al., 2013) podemos ver uma maneira nova de utilizar o ESC em conjunto com funções de monitoração, aplicado para sistemas dinâmicos não-lineares com escape em tempo fi-

nito (em malha aberta) e que consegue obter convergência global, encontrando o ponto extremo mesmo na presença de outros máximos locais. Porém, o problema de oscilação de alta frequência em torno do ponto extremo encontrado ainda persiste, e esse efeito é indesejável por causar problemas como a deterioração do atuador, excitar modos de alta frequência da planta e prejudicar o desempenho de controle em aplicações práticas.

O objetivo desse artigo é apresentar uma forma de eliminar a oscilação de alta frequência em torno do ponto de extremo encontrado pelo ESC. Nesse artigo será utilizado um ESC em conjunto com funções de monitoração, semelhante ao encontrado em (Aminde et al., 2013), porém para cancelar a oscilação de alta frequência será utilizada uma rede neural artificial (RNA), que aprenderá o comportamento do sinal indesejado e contribuirá para anulá-lo.

Esse artigo está organizado em quatro outras seções. A segunda seção apresenta uma introdução sobre ESC utilizando funções de monitoração, a terceira aborda redes neurais artificiais, na quarta é apresentado o desenvolvimento, implementação e aplicação do ESC em conjunto com a RNA desenvolvida e na quinta a conclusão.

2 Controle Extremal

Para otimização em tempo real em sistemas de uma dimensão e grau relativo um, foi considerado o simples caso de um integrador com uma não

linearidade na saída:

$$\dot{z} = u \quad (1)$$

$$y = \Phi(z) \quad (2)$$

onde $u \in \mathbb{R}$ é a entrada de controle, $z \in \mathbb{R}$   o vetor de estado e $y \in \mathbb{R}$   o sinal de saída medido. A função $\Phi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é a não linearidade desconhecida que deve ser maximizada (ou minimizada), sendo localmente Lipschitz. Assume-se por conveniência que o instante inicial   $t_0 = 0$ s. Em (1)-(2) os sinais de perturbações originalmente considerados em (Aminde et al., 2013) foram omitidos para simplificar a representação.

2.1 Objetivo de Controle e Principal Hipótese

O principal objetivo do ESC é a otimização em tempo real, entretanto o ESC pode ser reformulado como um problema de rastreamento de trajetória onde a direção de controle é desconhecida (Oliveira et al., 2012). O objetivo do ESC aplicado   encontrar uma lei de controle u via realimentação de saída, tal que, partindo de qualquer condição inicial, o sistema seja conduzido para o ponto de extremo $y^* = \Phi(z^*)$ de (2) e permaneça o mais próximo possível desse ponto. Sem perda de generalidade, podemos considerar o problema de maximização e utilizar as not  es $\Phi'(z) := \frac{d\Phi(z)}{dz}$ e $\Phi''(z) := \frac{d^2\Phi(z)}{dz^2}$, assumindo a seguinte hipótese.

(H1) (Função Objetivo): Existe um único máximo $z^* \in \mathbb{R}$ em que $y^* = \Phi(z^*)$ é um extremo da função objetivo $\Phi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, satisfazendo:

$$\begin{aligned} \Phi'(z^*) &= 0, \quad \Phi''(z^*) < 0 \\ \Phi(z^*) &> \Phi(z), \quad \forall z \in \mathbb{R}, \quad z \neq z^* \end{aligned}$$

e para qualquer $\Delta > 0$, existe uma constante $L_\Phi(\Delta) > 0$ tal que

$$L_\Phi(\Delta) \leq |\Phi'(z)|, \forall z \notin \Upsilon_\Delta := \{z : |z - z^*| < \Delta/2\}$$

onde Υ_Δ é chamado vizinhança- Δ de z^* e Δ pode ser escolhido arbitrariamente pequeno permitindo um L_Φ pequeno.

2.2 Equação Básica do Erro

A partir de (1) e (2)   possível obter a derivada primeira do sinal de saída y , dada por

$$\dot{y} = k_p(z)u \quad (3)$$

onde k_p é o ganho de alta frequência (*High Frequency Gain*- HFG) e pode ser dado como

$$k_p(z) = \Phi'(z). \quad (4)$$

Da mesma forma que em (Oliveira et al., 2012), o $\text{sgn}(k_p)$ também é chamado de *direção de controle*. A hipótese (H1) nos leva a considerar o sistema de controle com um HFG dependente

do estado que muda de sinal próximo do ponto de extremo de forma contínuas.

A partir de (4) e (H1), k_p satisfaz

$$|k_p(z)| \geq \underline{k}_p > 0, \quad \forall z \notin \Upsilon_\Delta, \quad (5)$$

onde $\underline{k}_p \leq L_\Phi$ é uma constante de limite inferior conhecida para o HFG, considerando todas as incertezas em $\Phi(\cdot)$.

O sinal de erro é dado por

$$e(t) = y(t) - y_m(t), \quad (6)$$

onde $y_m \in \mathbb{R}$   uma rampa gerada pelo modelo de referência

$$\dot{y}_m = r_m, \quad (7)$$

onde $r_m > 0$   uma constante. Para evitar que o sinal de referência y_m se torne ilimitado, pode-se saturar a saída do modelo em um limitante superior conhecido para y^* , sem afetar o desempenho do sistema.

A principal ideia em (Aminde et al., 2013)   projetar uma lei de controle onde $y(t)$ se aproxime o mais perto possível de y_m , dessa maneira, y é conduzido para a vizinhança do máximo $y^* = \Phi(z^*)$ e permanece próximo do valor ótimo y^* . Para isso, foi proposta uma lei de controle u tal que o erro de rastreamento $e(t)$ decaia até que a vizinhança- Δ seja atingida, ou seja, a vizinhança do máximo z^* .

Entretanto, uma vez que y alcança a vizinhança de y^* , o HFG irá se aproximar de zero e a controlabilidade será perdida. Consequentemente, o rastreamento de y_m também irá parar. Porém a vizinhança do máximo já foi atingida, como desejado, e a estratégia de controle foi projetada para garantir que y irá permanecer próximo de y^* .

A partir de (3), (6) e (7), adicionando e subtraindo $\lambda_m e$   equação da derivada do erro no tempo temos

$$\dot{e} = k_p u - r_m + \lambda_m e - \lambda_m e, \quad (8)$$

$$\dot{e} = -\lambda e + k_p(u + d_e), \quad (9)$$

onde $\lambda_m > 0$   uma constante arbitrária e

$$d_e := \frac{1}{k_p}[-r_m + \lambda_m e]. \quad (10)$$

2.3 Limitante Superior de Erro

Em (Aminde et al., 2013) foi demonstrado que se a lei de controle

$$u = -\text{sgn}(k_p)\rho(t)\text{sgn}(e) \quad (11)$$

for usada com uma função de modulação não negativa ρ satisfazendo

$$\rho \geq |d_e| + \delta, \quad (12)$$

e $\delta > 0$ sendo uma constante arbitrária e pequena, então usando o Lema da Comparação (Filippov, 1960), tem-se $\forall t \in [t_i, t_M)$:

$$|e(t)| \leq \zeta(t), \zeta(t) := |e(t_i)|e^{-\lambda_m(t-t_i)}, \quad (13)$$

onde $t_i \in [0, t_M)$.

O principal problema é que o $\text{sgn}(k_p)$ é desconhecido e, portanto, não pode ser implementado. Em (Aminde et al., 2013) é apresentado um esquema de chaveamento, baseado em função de monitoração, desenvolvido para resolver o problema do desconhecimento da direção de controle fora da vizinhança- Δ . Tal lei de controle é apresentada a seguir.

2.4 Lei de Controle

No caso apresentado, a lei de controle para plantas com HFG desconhecido foi definida como:

$$u = (-1)^{k+m} \rho(t) \text{sgn}(e), \quad (14)$$

onde $k \in \{1, 2, \dots\}$ é o índice de chaveamento gerado pela função de monitoração, apresentada na próxima subseção, utilizada para decidir quando u chaveia e $m \in \{0, 1\}$. Assim, dependendo da escolha de m (0 ou 1) escolhemos o valor inicial de $(-1)^{k+m}$.

Em (14), $\rho(t) > 0$ é uma função de modulação contínua designada para satisfazer (12). Considerando (1)-(2), o modelo de referência (7), a lei de controle (14) pode ser escolhida através da *Proposição 1* em (Aminde et al., 2013):

$$\rho = \frac{1}{k_p} [r_m + \lambda_m |e|] + \delta, \quad (15)$$

onde (15) satisfaz (12) somente fora da região Υ_Δ .

2.5 Função de Monitoração

Nessa subseção é apresentada uma breve explicação sobre o funcionamento da função de monitoração (Oliveira et al., 2010). Lembrando que a inequação (13) é garantida quando a direção de controle é conhecida, é natural usar ζ em (13) como referência para se decidir quando o chaveamento de u em (14) é necessário. Isto é, o chaveamento ocorre somente quando (13) é violada. Portanto, considerando a seguinte função:

$$\varphi_k(t) = |e(t_k)|e^{-\lambda_m(t-t_k)} + r, \quad (16)$$

onde t_k é o instante de chaveamento e $r \geq 0$ é qualquer constante arbitrariamente pequena. É importante ressaltar que caso fosse utilizado um r com um valor suficientemente pequeno (da ordem de L_ϕ ou Δ em (H1)), o problema de oscilação no extremo seria reduzido porém para isso seria necessário um sinal de controle demasiadamente grande (conservador), o que não é desejado e em alguns casos inviável.

A função de monitoração φ_m é definida como

$$\varphi_m(t) := \varphi_k(t), \quad \forall t \in [t_k, t_{k+1}). \quad (17)$$

Note que de (16) e (17), tem-se $|e(t)| < |\varphi_k(t)|$ em $t = t_k$. Dessa forma, t_k é definido como o instante em que a função de monitoração $\varphi_m(t)$ encontra $|e(t)|$, isto é,

$$t_{k+1} := \begin{cases} \min\{t > t_k : |e(t)| = \varphi_k(t)\}, & \text{se existir,} \\ +\infty, & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (18)$$

onde $k \in \{1, 2, \dots\}$ e $t_0 := 0$ s.

Para construção, a seguinte desigualdade é obtida diretamente de (17).

$$|e(t)| \leq \varphi_m(t), \quad \forall t \in [0, +\infty). \quad (19)$$

2.6 Convergência Global

O teorema a seguir mostra que o controlador por realimentação de saída baseado em função de monitoração conduz z para a região Υ_Δ definida em (H1) onde encontra-se o valor desconhecido z^* que maximiza y . Isto não implica que $z(t)$ permaneça em torno de $\Upsilon_\Delta, \forall t$. Entretanto, a amplitude das oscilações em torno de y^* podem ser feitas da ordem de r .

Teorema 2.1 *Considere o sistema (1), com saída ou função objetivo (2), lei de controle (14), modelo de referência (7), função de monitoração (16)-(17) e função de modulação (15). Assumindo que (H1) seja satisfeita, então: (i) a região Υ_Δ em (H1) é globalmente atrativa, sendo alcançada em tempo finito e (ii) para L_Φ suficientemente pequeno, as oscilações de $y(t)$ em torno do valor máximo y^* podem ser feitas da ordem de r , com r definido em (16). Desde que o sinal y_m possa ser saturado em (7), todos os sinais em malha fechada permanecem uniformemente limitados.*

A prova para este teorema encontra-se em (Aminde et al., 2013), Teorema 1.

Na Figura 1 é apresentado um diagrama de blocos básico do funcionamento do ESC, onde o sinal de erro $e(t)$ é utilizado pela função de monitoração para decidir a direção de controle.

3 Redes Neurais Artificiais

Redes Neurais Artificiais podem ser definidas como um conjunto de unidades de processamento composto por neurônios artificiais, que foram desenvolvidos utilizando como inspiração o neurônio biológico. Possuem a capacidade de aquisição e manutenção do conhecimento adquirido baseado em dados apresentados (Silva et al., 2010).

As características mais relevantes relativas às aplicações de redes neurais artificiais são: adaptação por experiência; capacidade de aprendizado; habilidade de generalização; organização

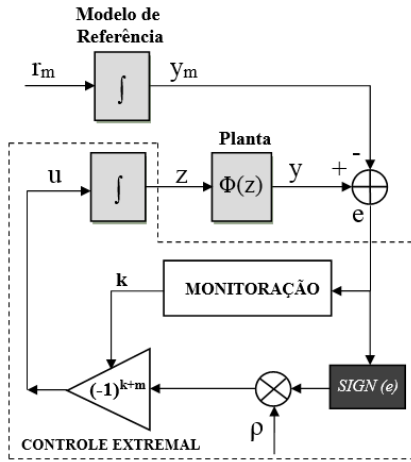


Figura 1: Diagrama de Blocos ESC

de dados; tolerância a falhas; armazenamento distribuído e facilidade de prototipagem (Silva et al., 2010).

3.1 Topologia da RNA

Uma rede neural artificial pode ser dividida basicamente em três partes: camada de entrada, camadas escondidas e camada de saída.

A camada de entrada é responsável pelo recebimento das informações de entrada, as camadas escondidas tem a função de realizar o processamento dos dados e a camada de saída de produzir e apresentar o resultado final (Silva et al., 2010).

Nesse trabalho será utilizada uma rede *feed-forward* de camadas múltiplas, como uma aproximadora universal de funções, aprendendo a função da oscilação de alta frequência indesejada (presente na saída da planta) e gerando o inverso da mesma, para cancelá-la.

A Figura 2 mostra como é a arquitetura da rede neural que foi utilizada, sendo constituída de uma entrada, uma camada escondida de neurônios e uma saída. Em (Silva et al., 2010) é possível ver de forma mais detalhada o princípio de funcionamento envolvendo o algoritmo *backpropagation*.

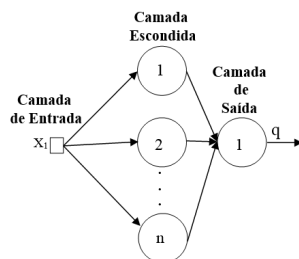


Figura 2: Rede Perceptron Multicamadas

3.2 Algoritmo de Treinamento

O algoritmo *backpropagation* utiliza o método supervisionado e consiste basicamente em apresentar os dados de entrada, comparar a saída obtida com o resultado desejado e essa diferença ser utilizada para ajustar os pesos das camadas da rede da última camada até a primeira. Essas etapas são realizadas até que o desempenho seja satisfatório.

Nesse trabalho foi utilizado o algoritmo *backpropagation Levenberg-Marquardt*, que é uma variação do algoritmo *backpropagation* tradicional, porém mais rápido, utilizando matriz Jacobiana.

4 Desenvolvimento

Este trabalho tem como objetivo desenvolver uma rede neural artificial que seja capaz de aprender as oscilações de alta frequência do ESC de forma que consiga anular tais oscilações. Na Figura 3 é apresentado o diagrama de blocos que mostra o funcionamento do sistema. O ESC é inicializado e quando atinge a região de máximo é realizada uma amostragem da saída y para treinamento em paralelo da RNA. Após o treinamento da RNA ser concluído, a mesma é utilizada para cancelar as oscilações de alta frequência do ESC, de forma que a saída se mantenha no ponto de extremo porém sem as oscilações indesejadas. Em conjunto com a RNA é utilizado um filtro passa-alta (*High Pass Filter*- HPF) com a finalidade de eliminar a componente contínua (DC) da saída da RNA.

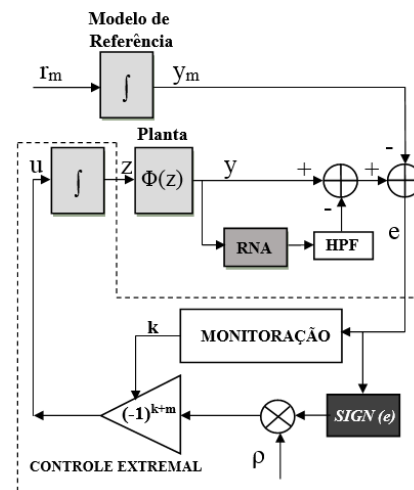


Figura 3: Diagrama de Blocos ESC com RNA

No sistema simulado a equação da planta utilizada foi:

$$\Phi(z) = 10 - (z - 5)^2 \quad (20)$$

onde o sistema composto pelo ESC e a RNA irá procurar o $z^* = 5$ e $y^* = 10$ que satisfazem (H1). Os parâmetros da monitoração e do ESC foram $\lambda_m = 0,5$; $r = 0,1$; $t_k = 0$; $k_p = 1$; $r_m = 1,5$; $\delta = 0,01$. Para a realização do projeto foi utilizado o

ambiente *Matlab/Simulink* com o *toolbox* de redes neurais artificiais.

Foi projetada uma RNA com uma entrada e uma saída, onde a entrada da RNA será o valor do sinal atual de saída da planta (y). A definição dos parâmetros da rede neural desenvolvida, como o número de neurônios na camada escondida e a quantidade de dados necessários para treinamento, foi realizada de forma empírica.

Em uma primeira etapa os dados para treinamento foram obtidos do sinal de saída da planta que está em operação. Na segunda etapa os dados foram separados entre 70% para treinamento, 15% para validação e 15% para teste. O conjunto de treinamento serve para ajustar os pesos dos neurônios, o conjunto de validação para escolha e ajuste de parâmetros e o conjunto de teste serve para medir a capacidade de generalização da rede treinada. Nesse trabalho os parâmetros ajustados pelo conjunto de validação foram o número de neurônios na camada escondida e a quantidade de dados amostrados para treinamento da rede. A terceira etapa está relacionada a aplicação da rede e verificação do desempenho.

4.1 Obtenção e Tratamento dos Dados

Os dados de treinamento da RNA são obtidos diretamente da saída da planta controlada pelo ESC (Figura 4), porém o intervalo de tempo inicial da fase transitória, onde o máximo ainda está sendo procurado, não é utilizado. Portanto foram amostrados 1000 pontos de treinamento estando a saída da planta em torno do máximo (Figura 5).

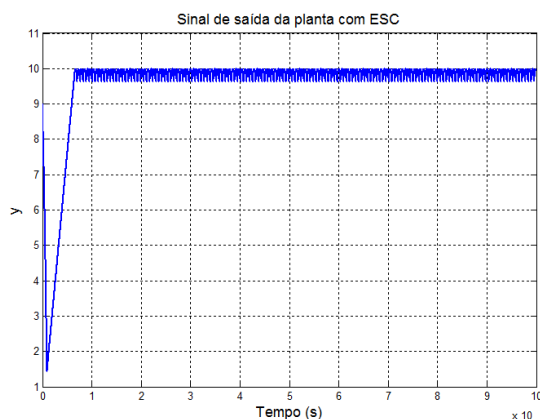


Figura 4: Sinal de saída da planta com ESC

Nesse trabalho o número de dados de treinamento também é um parâmetro procurado, pois quanto menor o número de dados necessários para treinamento da RNA menor será o tempo de amostragem o que implica em uma implementação e aplicação mais rápida da RNA no sistema. Nas próximas subseções é mostrado como esses dados foram divididos e avaliados.

Não foi necessário utilizar nenhuma normalização no conjunto de dados de treinamento (Fi-

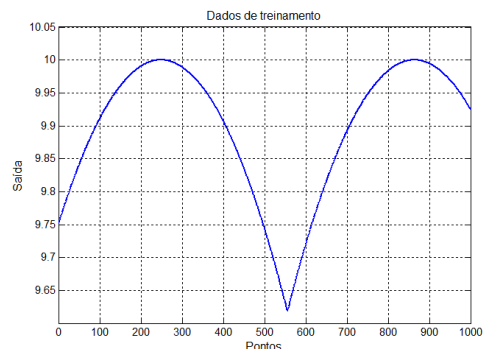


Figura 5: Dados amostrados para treinamento

gura 5) pois a média e o desvio padrão foram respectivamente 9,90 e 0,03095, mostrando que não existem grandes variações nos valores dos dados utilizados.

4.2 Treinamento e validação

O número máximo de épocas não foi limitado pois o algoritmo utiliza os dados da validação para a parada antecipada (ocorre quando há estagnação do desempenho na validação). Os neurônios da camada escondida utilizam a função sigmoide e o da camada de saída função linear.

Os dados da validação foram utilizados para definir o número mínimo de dados para treinamento (D) e o número de neurônios na camada escondida (H). Onde D variou de 100 a 1000 (com incrementos de 100) e H de 1 a 10 (com incrementos de 1), sendo que para cada variação de H foram realizados 10 ensaios, resultando em um total de 1000 redes criadas.

Como medida de desempenho foram utilizadas a média e o desvio padrão do erro médio quadrático (*Mean Square Error* - MSE) e do número de épocas referentes aos resultados obtidos através dos dados de validação nos 10 ensaios.

Utilizando a melhor RNA desenvolvida para cada quantidade de dados foi gerado o gráfico mostrado na Figura 6, onde o eixo das abscissas representa o número de dados de treinamento.

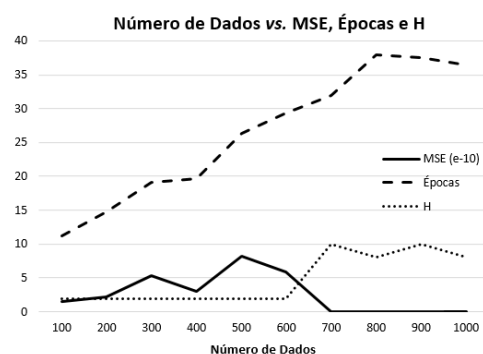


Figura 6: Número de dados vs. MSE, Épocas e H

Pelo gráfico da Figura 6 é possível constatar

que mesmo uma quantidade menor de dados, com poucos neurônios na camada escondida (H), apresentam um MSE baixo e um número de épocas muito pequeno. Também é interessante observar que embora um número maior de dados ocasione um MSE ainda menor, também implica em um número maior de épocas de treinamento. Como esse trabalho busca encontrar uma RNA que utilize um menor número de dados e épocas com um MSE aceitável, foi utilizada uma RNA com 2 neurônios na camada escondida (H) e 100 dados de treinamento (D).

4.3 Resultados obtidos

Após a RNA estar pronta e ser acoplada à saída da planta, as oscilações em torno do máximo são, basicamente, eliminadas, conforme é mostrado na Figura 7, onde inicialmente existe uma oscilação em torno do ponto de máximo e a partir do instante $t = 20s$, onde a RNA é acionada, a oscilação é suprimida.

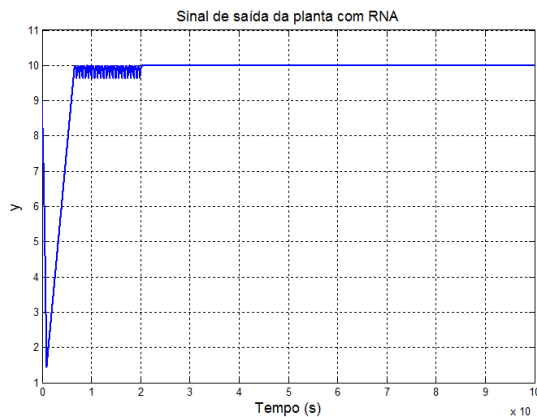


Figura 7: Sinal de saída da planta com ESC antes e após o acionamento da RNA em $t = 20s$

A busca pelo z^* que maximiza y também se torna mais precisa, conforme visto na Figura 8.

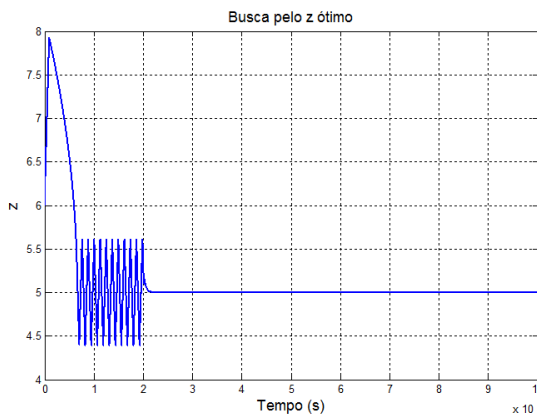


Figura 8: Busca pelo z^* antes e após o acionamento da RNA em $t = 20s$

5 Conclusões

Nesse artigo foi apresentado um método de controle utilizando ESC com função de monitoração e RNA, onde o ESC garante que a saída da planta convirja para uma vizinhança do extremo e a RNA contribui para que a oscilação em torno do extremo seja suprimida.

Mesmo utilizando uma rede neural artificial com poucos neurônios na camada escondida e poucos dados de treinamento foi possível obter resultados motivadores, podendo-se esperar ainda que na presença de perturbações de entrada e saída, as quais aumentam as oscilações que se deseja suprimir, as vantagens seriam ainda mais claras. Como continuidade desse trabalho planeja-se aplicar tal método em um sistema estabilizador, como por exemplo uma colher que neutraliza o tremor da mão de pessoas com Parkinson, comprovando também a aplicação prática do método proposto.

Referências

- Aminde, N. O., Oliveira, T. R. and Hsu, L. (2013). Global output-feedback extremum seeking control via monitoring functions, *Decision and Control (CDC), 2013 IEEE 52nd Annual Conference on*, IEEE, pp. 1031–1036.
- Ariyur, K. B. and Krstic, M. (2003). *Real-time optimization by extremum-seeking control*, John Wiley & Sons.
- Filippov, A. F. (1960). Differential equations with discontinuous right-hand side, *Matematicheskii sbornik* **93**(1): 99–128.
- Killingsworth, N. J., Aceves, S. M., Flowers, D. L., Espinosa-Loza, F. and Krstić, M. (2009). Hcci engine combustion-timing control: Optimizing gains and fuel consumption via extremum seeking, *Control Systems Technology, IEEE Transactions on* **17**(6): 1350–1361.
- Olalla, C., Arteaga, M. I., Leyva, R. and El Aroudi, A. (2007). Analysis and comparison of extremum seeking control techniques, *IEEE ISIE Conf*, pp. 72–6.
- Oliveira, T. R., Peixoto, A. J. and Hsu, L. (2012). Global real-time optimization by output-feedback extremum-seeking control with sliding modes, *Journal of the Franklin Institute* **349**(4): 1397–1415.
- Oliveira, T. R., Peixoto, A. J., Hsu, L. et al. (2010). Sliding mode control of uncertain multivariable nonlinear systems with unknown control direction via switching and monitoring function, *IEEE Transactions on Automatic Control* **55**(4): 1028.
- Silva, I. d., Spatti, D. H. and Flauzino, R. A. (2010). Redes neurais artificiais para engenharia e ciências aplicadas, *São Paulo: Artliber* pp. 33–111.
- Zhang, C., Siranosian, A. and Krstić, M. (2007). Extremum seeking for moderately unstable systems and for autonomous vehicle target tracking without position measurements, *Automatica* **43**(10): 1832–1839.