

ESTIMAÇÃO DA FREQUÊNCIA FUNDAMENTAL DE SINAIS DE TENSÃO UTILIZANDO O MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS

BRUNA RAFAELA PENIDO CONRADO*, ADRIANO SILVA VALE CARDOSO*, MICHEL CARLO RODRIGUES
LELES*, MARIANA GENY MOREIRA*

**Universidade Federal de São João del Rei
CELTA - Departamento de Engenharias de Telecomunicações e Mecatrônica
Ouro Branco, Minas Gerais, Brasil*

Abstract— Both electric utilities and end users of electric power are becoming increasingly concerned about the quality of electric power. Of all the parameters considered in monitoring power quality, the fundamental frequency is one of the most relevant. Its oscillations must be quickly detected and corrected. Thus, this work presents an estimation algorithm of the fundamental frequency based on the technique of least mean squares. Are presented four case studies for 50 Hz and 60 Hz, which show the efficiency and robustness of the computational method used.

Keywords— Estimation, Frequency, LMS, Least Mean Square, Power Quality.

Resumo— Concessionárias e consumidores de energia estão cada vez mais preocupados com a qualidade de energia. Dentre todos os parâmetros considerados no monitoramento da QEE, a frequência fundamental é um dos mais relevantes. Suas oscilações devem ser rapidamente detectadas e corrigidas. Nesse sentido, este trabalho apresenta um algoritmo de estimação da frequência fundamental baseado na técnica dos mínimos quadrados. São apresentados quatro estudos de caso para 50Hz e 60Hz, os quais demonstram a eficiência e robustez computacional do método adotado.

Palavras-chave— Estimação, Frequência, LMS, Mínimos Quadrados, Qualidade de Energia.

1 Introdução

O interesse na Qualidade de Energia Elétrica (QEE), por parte de estudiosos, concessionárias de energia e grandes indústrias, vem crescendo conforme a tecnologia avança. O termo inclui uma gama de fenômenos, abrangendo áreas de interesse de sistemas da energia elétrica até problemas relacionados com a comunicação em redes de transmissão de dados.

De maneira geral, distúrbios de qualidade de energia podem ser entendidos como quaisquer desvios que possam ocorrer na amplitude, forma de onda ou frequência da tensão e/ou corrente elétrica, que resultem em falha ou operação indevida de equipamentos elétricos (Paulillo, 2010).

Segundo Math Bollen (Bollen and Gu, 2006), QEE é uma combinação da qualidade de corrente e tensão. Em termos de tensão, a qualidade se refere a desvios do valor real com relação ao ideal. A tensão ideal pode ser definida como uma forma de onda senoidal com amplitude e frequência nominais. Qualquer desvio do ideal é considerado um distúrbio de qualidade de energia (Bollen and Gu, 2006).

Na análise da QEE, são levados em consideração (Paulillo, 2010; Deckmann and Pomilio, 2010):

- Transitórios;
- Variações de tensão de curta duração;
- Variações de tensão de longa duração;
- Desequilíbrio de sistemas trifásicos;
- Distorções na forma de onda;

- Flutuações de tensão;
- Variações de frequência.

Uma baixa QEE gera problemas que afetam desde os consumidores diretos até os usuários indiretos. Pode ser notada dentro das residências, com a variação luminosa e interferência no funcionamento de equipamentos eletrônicos, e nas indústrias, com maquinários de grande porte e menos tolerantes a variações de qualidade de energia.

Estudos vem sendo levantados a respeito dos custos relacionados com esta perda (McGranaghan and Roettger, 2002). Um estudo realizado na Europa, apresentado em fevereiro de 2002, indica que os custos associados com vários tipos de distúrbios podem chegar a 1,5% do PIB¹ do país (*Power Quality in European Electricity Supply Networks - First Edition*, 2002).

No Brasil, a QEE é avaliada por concessionárias de energia e órgãos governamentais, que utilizam equipamentos para medir índices específicos, que aferem a qualidade no fornecimento de determinada unidade distribuidora, considerando as frequências de interrupções e a duração das mesmas. No entanto, estes índices não detectam alterações na forma de onda, na frequência e harmônicos.

No sistema de energia, a frequência é um parâmetro importante no que diz respeito ao monitoramento da qualidade, e sua estimação é relevante para a garantia de uma operação mais eficaz diante de distúrbios e instabilidades no sistema. Variações de frequência são definidas como sendo

¹PIB - Produto Interno Bruto.

desvios no valor da frequência fundamental do sistema (50Hz ou 60Hz).

As técnicas de estimativa de frequência disponíveis, em geral, utilizam amostras digitalizadas de tensão do sistema, considerando que a forma de onda é puramente senoidal. Porém, na realidade, o sinal disponível possui forma distorcida, o que faz com que essas técnicas sejam afetadas de forma considerável. Filtro de Kalman, Transformada Discreta de Fourier (DFT), mínimos quadrados e métodos iterativos são consideradas técnicas importantes nesta área (Sachdev and Giray, 1985; Girgis and Hwang, 1984; Akke, 1997; Sidhu and Sachdev, 1998; Phadke et al., 1983; Dash et al., 1999).

O método dos mínimos quadrados (LMS) ² é amplamente utilizado em aplicações no processamento digital de sinais, sendo uma técnica de filtragem adaptativa introduzida por Widrow e Hoof (Feuer and Weinstein, 1985). As características de convergência do algoritmo são examinadas a fim de estabelecer um intervalo para o fator que irá garantir a estabilidade.

Neste sentido, este trabalho propõe o uso da técnica LMS para estimar a frequência fundamental do sistema utilizando sinais de tensão trifásicos. O objetivo geral é reproduzir os resultados apresentados em (Pradham et al., 2005) para 50Hz e, uma vez validados, aplicar a técnica para sinais com frequência de 60Hz, que é a frequência fundamental do sistema brasileiro.

2 O algoritmo

A abordagem proposta pelo algoritmo LMS está apresentada na Figura 1, onde $X_k = [X_{0_k} X_{1_k} \dots X_{N-1_k}]^T$ é o vetor de entrada de dados no instante k , Y_k é o sinal desejado e $\hat{Y}_k$ é o sinal estimado.

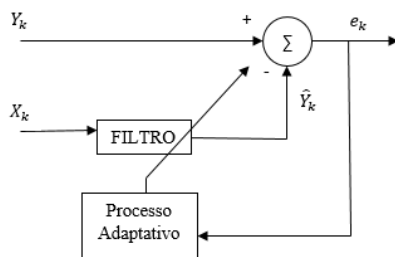


Figura 1: Diagrama estrutural do filtro (Pradham et al., 2005).

O sinal pode ser corretamente estimado pelo filtro Butterworth com um valor adequado do seu coeficiente W_k , que é obtido minimizando o quadrado do sinal de erro e_k . Como tal, um sistema aprende a partir do seu ambiente, que é designado como um filtro adaptável, onde os coeficientes são

ajustados de forma recursiva em relação a seus valores ótimos (Pradham et al., 2005).

A cada iteração, o vetor peso é calculado como

$$W_{k+1} = W_k + \mu(-\nabla_k) \quad (1)$$

onde μ é o parâmetro de adaptação, W_k são os coeficientes do filtro $[w_{0_k} w_{1_k} \dots w_{N-1_k}]^T$ e ∇_k é o gradiente da superfície do desempenho de erro com relação aos coeficientes do filtro, que pode ser encontrado

$$\hat{\nabla}_k = -2e_k X_k \quad (2)$$

A recursão (1) é chamada e inicializada definindo todos os coeficientes em zero. O algoritmo prossegue e guarda o primeiro sinal de erro, que é então usado para calcular os coeficientes atualizados. Este processo se repete até que as condições de estado estacionário sejam atingidas. A estabilidade de tal sistema em circuito fechado é regulado pelo parâmetro de adaptação μ , que deve satisfazer a seguinte condição

$$0 < \mu < \frac{2}{\text{potência total de entrada}} \quad (3)$$

onde a potência total de entrada refere-se à soma do valor quadrático médio das entradas. Quando o valor de μ é pequeno, o valor da potência total será grande e conseqüentemente o algoritmo levará mais tempo para processar sua entrada (Aboulnasr and Mayyas, 1997). Assim, para uma melhor convergência foi escolhido o tamanho do passo variável.

3 Estimação da frequência baseada no método dos Mínimos Quadrados

Um sistema trifásico pode ser representado pelo conjunto de equações como segue:

$$V_{a_k} = V_m \cos(\omega k \Delta T + \phi) + \epsilon_{a_k}$$

$$V_{b_k} = V_m \cos(\omega k \Delta T + \phi - \frac{2\pi}{3}) + \epsilon_{b_k}$$

$$V_{c_k} = V_m \cos(\omega k \Delta T + \phi + \frac{2\pi}{3}) + \epsilon_{c_k} \quad (4)$$

onde:

- V_m é o valor de pico da componente fundamental;
- ω é a frequência angular, dada por $2\pi f$, sendo f a frequência fundamental do sinal;
- ΔT é o intervalo de amostragem;
- k é o instante de amostragem;
- ϕ é a fase da componente fundamental;
- ϵ_k é o ruído.

²LMS - Least Mean Square.

Cada sinal possui a mesma frequência e amplitude, defasados entre si em 120° cada. As componentes α, β são definidas na forma complexa, que é dada por (Akke, 1997):

$$V_k = V_{\alpha_k} + jV_{\beta_k} \quad (5)$$

onde as partes real e imaginária podem ser calculadas por

$$\begin{bmatrix} V_{\alpha_k} \\ V_{\beta_k} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{a_k} & V_{b_k} & V_{c_k} \end{bmatrix}^T \quad (6)$$

De maneira geral, a transformação completa é chamada de transformada $\alpha\beta$, que inclui uma componente de sequência nula. Nesta aplicação, será levada em consideração somente as duas partes perpendiculares, α e β , sem utilizar a componente de sequência nula (Akke, 1997).

A tensão V_k pode ser modelada da seguinte maneira

$$V_k = A [\cos(\omega t + \phi) + j \sin(\omega t + \phi)] + \xi_k \quad (7)$$

Pela relação de Euler:

$$V_k = A e^{j(\omega k \Delta T + \phi)} + \xi_k \quad (8)$$

onde A é a amplitude do sinal complexo V_k e ξ_k é o componente ruidoso. Temos:

$$\hat{V}_k = A e^{j(\omega k \Delta T + \phi)} \quad (9)$$

Substituindo (9) em (8), temos

$$V_k = \hat{V}_k + \xi_k \quad (10)$$

A tensão pode ser modelada como

$$\hat{V}_k = \hat{V}_{k-1} e^{j\omega \Delta T} \quad (11)$$

O coeficiente do filtro (W_k) é dado por

$$W_k = e^{j\hat{\omega}_{k-1} \Delta T} \quad (12)$$

onde $\hat{\omega}$ é frequência angular estimada. A tensão a ser estimada ($\hat{V}_k$) no instante k pode ser modelada como

$$\hat{V}_k = W_{k-1} \hat{V}_{k-1} \quad (13)$$

O sinal de erro e_k pode ser descrito como

$$e_k = V_k - \hat{V}_k \quad (14)$$

O algoritmo minimiza o quadrado do erro de forma recursiva alterando o vetor de pesos complexos W_k a cada instante de amostragem, como

$$W_k = W_{k-1} + \mu_k e_k \hat{V}_k^* \quad (15)$$

onde $*$ representa o complexo conjugado do valor e μ é o fator de convergência que controla a estabilidade e taxa de convergência do algoritmo.

Nesta aplicação, para uma convergência mais rápida do algoritmo, o tamanho do passo foi

variado como mostrado em (Kwong and Johnston, 1992) com a presença de ruídos. Para estados complexos, as equações foram modificadas conforme

$$\mu_{k+1} = \lambda \mu_k + \gamma p_k p_k^* \quad (16)$$

onde μ_{k+1} é configurado para μ_{max} ou μ_{min} quando cai abaixo ou acima dos limites inferiores ou superiores e p_k representa a autocorrelação de e_k e e_{k-1} , que pode ser calculado por

$$p_k = \rho p_{k-1} + (1 - \rho) e_k e_{k-1} \quad (17)$$

em que ρ é um parâmetro de ponderação exponencial e que juntamente com γ e λ controlam o tempo de convergência, obedecendo aos seguintes limites: $\gamma > 0$, $0 < \rho < 1$ e $0 < \lambda < 1$ (Kwong and Johnston, 1992).

O sinal complexo foi derivado a partir da transformada $\alpha\beta$ (Dash et al., 1999; Akke, 1997). Como o sinal do modelo é complexo, o algoritmo LMS é aplicado na forma complexa (Widrow and Ball, 1974). No entanto, este algoritmo tem um problema de má convergência, onde o tamanho do passo é fixo. Como forma de corrigir isso, foi empregado um tamanho de passo variável, onde a presença de ruídos não afeta a performance do mesmo (Aboulnasr and Mayyas, 1997; Kwong and Johnston, 1992).

Desta forma, em cada intervalo de amostragem a frequência pode ser calculada como

$$\hat{f}_k = \frac{1}{2\pi \Delta T} \sin^{-1} [Im(W_k)] \quad (18)$$

4 Resultados

O algoritmo apresentado foi aplicado para estimar a frequência fundamental em várias condições de operação do sistema, a partir dos valores dos sinais de tensão amostrados. Para tal, utilizou-se o ambiente de programação MATLAB, com uma frequência de amostragem de 5 kHz. Com base no estudo realizado em (Kwong and Johnston, 1992) foram selecionados os parâmetros que influenciam diretamente no desempenho do algoritmo, são eles: $\mu_{max} = 0,18$; $\mu_{min} = 0,1 \times 10^{-3}$; $p_{inicial} = 0$; $\lambda = 0,97$; $\gamma = 0,01$; $V_{max} = 1,0V$ e $\rho = 0,99$.

O estudo foi realizado com frequências de 50 e 60Hz. Conforme a necessidade os parâmetros foram sendo modificados para uma melhor convergência do sinal, como sugerido em (Kwong and Johnston, 1992).

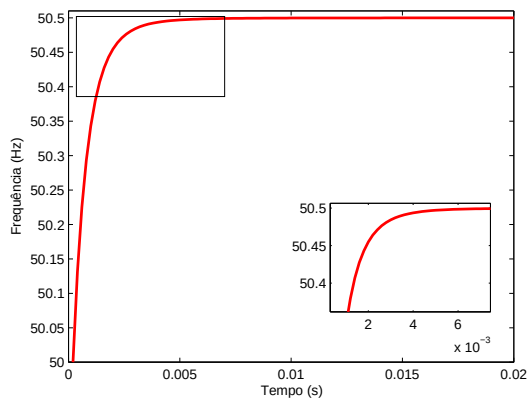
Estudo de caso

• Caso 1: Sinal senoidal

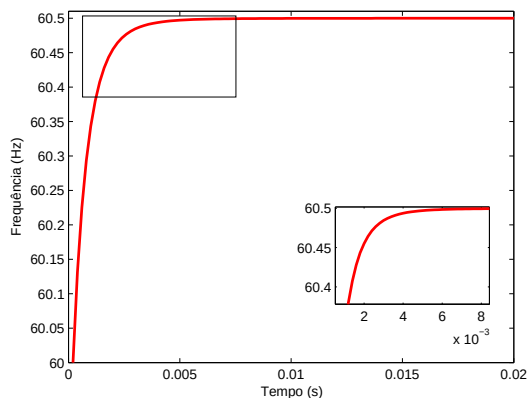
Foi aplicado um sinal no filtro com uma frequência fundamental de 50,5Hz e com um sinal de referência de 50Hz, notou-se que a frequência foi estimada em cerca de um quarto de ciclo,

ou seja, em menos de 0,005s. O erro percentual encontrado foi de $6,23 \times 10^{-5}\%$, Figura 2(a).

Validado o resultado, aplicou-se um sinal no filtro com uma frequência fundamental de 60,5Hz e com um sinal de referência de 60Hz, a resposta do sistema está representada na Figura 2(b).



(a) 50Hz



(b) 60Hz

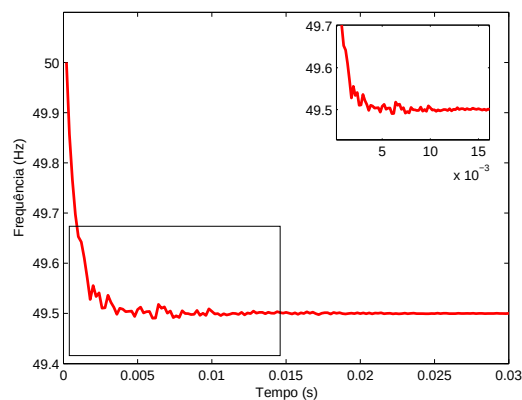
Figura 2: Frequência estimada para 50Hz e 60Hz.

• Caso 2: Presença de ruído

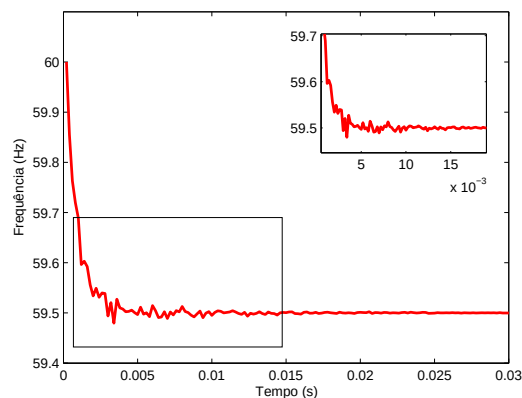
Este caso propõe a adição de ruído para observar o desempenho na estimação da frequência. Para tal, foi adicionado diferentes graus de SNR³. A componente fundamental considerada foi de 49,5Hz, para análise do caso de 50Hz e 59,5Hz, para análise do caso de 60Hz. Primeiramente, um ruído Gaussiano branco foi adicionado com uma SNR de 40dB, como ilustrado na Figura 3.

Notou-se que a frequência foi estimada em cerca meio de ciclo, ou seja, em menos de 0,01s para ambos os casos. Para diferentes relações sinal-ruído, obtiveram-se os erros apresentados na Tabela 1 e 2:

³SNR - Signal to noise ratio.



(a) 50Hz



(b) 60Hz

Figura 3: Frequência estimada em 49,5Hz e 59,5Hz com adição de ruído.

Tabela 1: Relação sinal-ruído e erros para 50Hz.

SNR (dB)	Erro(%)
20	0,01
30	0,001
40	$3,89 \times 10^{-5}$
50	$7,00 \times 10^{-5}$

Tabela 2: Relação sinal-ruído e erros para 60Hz.

SNR (dB)	Erro(%)
20	0,009
30	0,002
40	$2,32 \times 10^{-5}$
50	$4,74 \times 10^{-5}$

• Caso 3: Presença de harmônicos

Neste caso, o desempenho do algoritmo foi analisado com a presença dos seus harmônicos. Primeiramente, foi observado o comportamento do sinal com adição do 3º, 5º e 7º harmônicos para 50Hz e 60Hz. Para melhor ilustrar o efeito da adição, gerou-se as curvas para o sinal de 50Hz. No caso de 60Hz as curvas tiveram um comportamento semelhante.

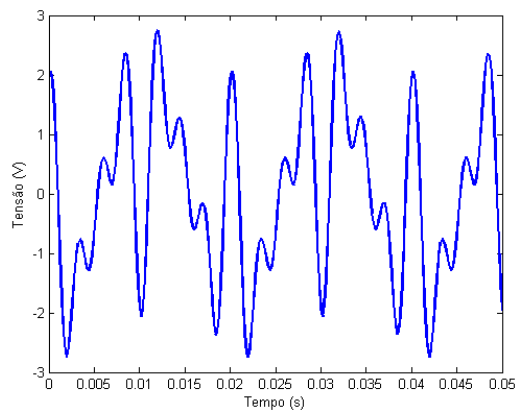


Figura 4: Soma do terceiro, quinto e sétimo harmônicos com frequência de 50Hz.

Nota-se que a presença de harmônicos afeta significativamente a convergência do sinal. Para corrigir tal problema, uma pré-filtragem foi realizada com um filtro Butterworth passa-baixa de terceira ordem, com uma frequência de corte de 200Hz. O sinal foi contaminado com 10% no terceiro harmônico, 5% no quinto harmônico e 3% no sétimo harmônico, além da componente fundamental (50Hz e 60Hz), como mostra a Figura 5.

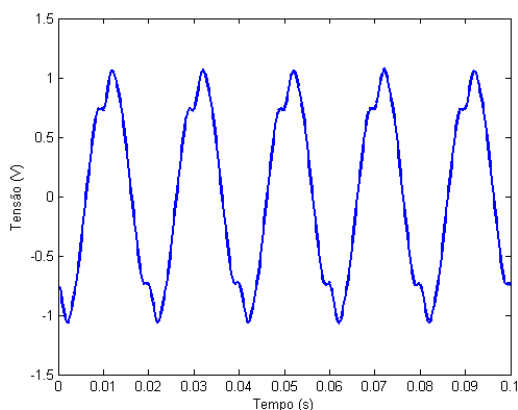


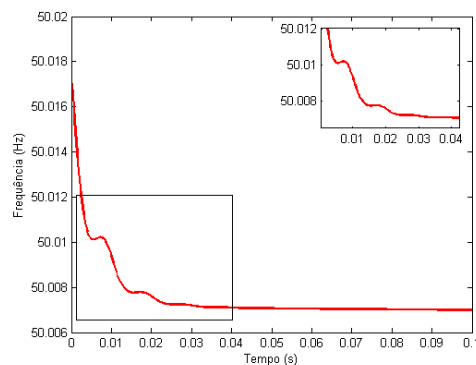
Figura 5: Sinal de tensão contaminado com 10% no terceiro, 5% no quinto e 3% no sétimo harmônicos.

Ao realizar a estimação da frequência, para uma melhor convergência do sinal os parâmetros foram alterados como se segue: $\mu_{max} = 0,18 \times 10^{-4}$; $\mu_{min} = 0,1 \times 10^{-7}$; $p_{inicial} = 0$; $\lambda = 0,97$; $\gamma = 0,001$; $V_{max} = 1,0V$ e $\rho = 0,99$. A resposta do algoritmo após a pré-filtragem para 50Hz e 60Hz está representada na Figura 6.

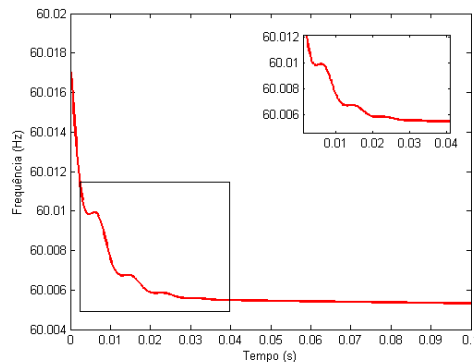
A frequência estimada na Figura 6 é bem próxima da real, com um erro de 0,001% e o atraso introduzido é de cerca de meio ciclo.

• Caso 4: Desvio na Frequência do sinal

O sinal de tensão é afetado pela mudança de passo na frequência de 50Hz a 48Hz e 60Hz a 58Hz em 0,0156s. Os parâmetros foram alterados como se segue: $\mu_{max} = 0,18$; $\mu_{min} = 0,1 \times 10^{-3}$;



(a) 50Hz



(b) 60Hz

Figura 6: Frequência estimada após a pré-filtragem com o filtro Butterworth.

$p_{inicial} = 0$; $\lambda = 0,97$; $\gamma = 0,01$, $V_{max} = 1,0V$ e $\rho = 0,99$. Observa-se a partir das Figuras 7 e 8, que a estimativa é precisa e obtida dentro de um terço de um ciclo após o início da mudança, com um erro de 0,001%.

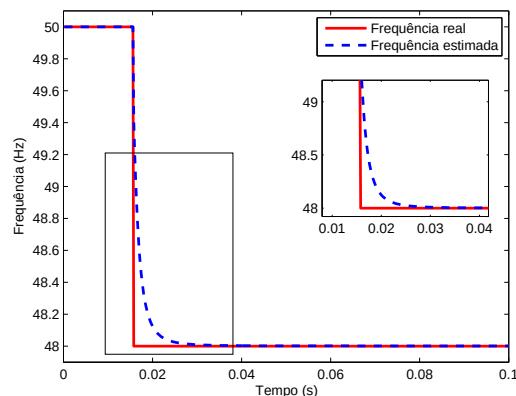


Figura 7: Estimativa para a mudança na frequência de 48Hz até 50,5Hz.

5 Conclusões

Este trabalho realizou um estudo sobre a estimação da frequência fundamental através do método dos mínimos quadrados. O algoritmo LMS

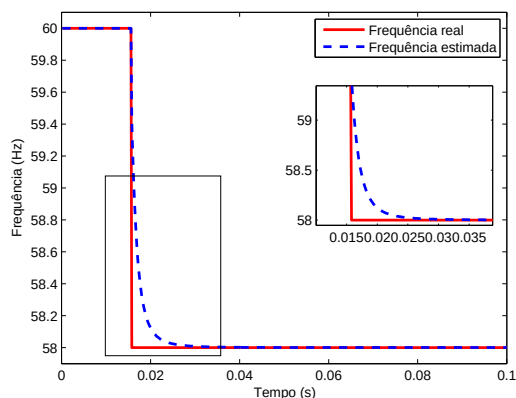


Figura 8: Estimativa para a mudança na frequência de 58Hz até 60,5Hz.

utiliza amostras de tensão trifásica, na sua forma complexa, para assim realizar a estimação da frequência. Utilizou-se um tamanho de passo variável, que foi ajustado de acordo com o quadrado da estimativa da média das amostras de erro.

O estudo realizado em 50Hz se comparado a (Pradham et al., 2005), oferece resultados semelhantes, precisos e satisfatórios. Em todos os casos o erro e o tempo de resposta encontrados foram muito pequenos. Ao adicionar componentes harmônicos, notou-se uma alta distorção harmônica, sendo necessária uma pré-filtragem do sinal com um filtro Butterworth de terceira ordem, que introduz um atraso de cerca de meio ciclo na estimação da frequência, como apresentado na Figura 6. Em sistemas de alta tensão, tal contaminação pode não ser significativa e em tais situações, não haverá necessidade de uma pré-filtragem. Conforme a necessidade os parâmetros do modelo foram ajustados para uma melhor convergência do sinal, como pode-se notar nos casos 3 e 4. Ao realizar a análise para 60Hz, notou-se que o algoritmo obteve o mesmo desempenho para 50Hz, com erros e tempo de respostas pequenos. Com este estudo pode-se perceber que o algoritmo possui grande precisão, eficiência computacional e simplicidade no que diz respeito a sua formulação.

Referências

Aboulnasr, T. and Mayyas, k. (1997). A robust variable step-size lms-type algorithm: analysis and simulations, *IEEE Trans. Signal Processing* .

Akke, M. (1997). Frequency estimation by demodulation of two complex signals, *IEEE Trans. Power Del.* .

Bollen, M. H. and Gu, I. Y. (2006). *Signal Processing of Power Quality Disturbances*.

Dash, P. K., Pradhan, A. K. and Panda, G. (1999). Frequency estimation of distorted power system signals using extended complex kalman filter, *IEEE Trans. Power Del.* .

Deckmann, S. and Pomilio, J. (2010). *Avaliação da Qualidade da Energia Elétrica*.

Feuer, A. and Weinstein, E. (1985). Convergence analysis of lms filters with uncorrelated gaussian data, *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing* .

Girgis, A. and Hwang, T. L. D. (1984). Optimal estimation of voltage phasors and frequency deviation using linear and nonlinear kalman filtering, *IEEE Trans. Power App. Syst.* .

Kwong, R. H. and Johnston, E. W. (1992). A variable step size lms algorithm, *IEEE Trans. Signal Processing* .

McGranaghan, M. and Roettger, B. (2002). Economic evaluation of power quality, *IEEE Spectrum* .

Paulillo, G. (2010). *Qualidade da Energia Elétrica*.

Phadke, A. G., Thorp, J. and Adamiak, M. (1983). A new measurement technique for tracking voltage phasors, local system frequency and rate of change of frequency, *IEEE Trans. Power App. Syst.* .

Power Quality in European Electricity Supply Networks - First Edition (2002). *Network of Experts for Standardisation* .

Pradham, A. K., Routray, A. and Basak, A. (2005). Power system frequency estimation using least mean square technique, *IEEE Trans. Power Del.* .

Sachdev, M. and Giray, M. (1985). A least square technique for determining power system frequency, *IEEE Trans. Power App. Syst.* .

Sidhu, T. S. and Sachdev, M. (1998). An iterative technique for fast and accurate measurement of power system frequency, *IEEE Trans. Power Del.* .

Widrow, B. Mccool, J. and Ball, M. (1974). The complex lms algorithm, *Proc. IEEE* .