

PLANEJAMENTO DE TRAJETÓRIAS DE MÍNIMO CONSUMO DE ENERGIA PARA O ROBÔ KA'I YXO

LUCAS FRANCO DA SILVA*, REINALDO DE BERNARDI*, JOSÉ JAIME DA CRUZ*

**Laboratório de Automação e Controle
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
São Paulo, SP, Brasil*

Emails: lucas.franco.silva@usp.br, reinaldo.bernardi@usp.br, jaime@lac.usp.br

Abstract— This paper deals with the minimum-energy trajectory planning, related to Joule effect, for KA'I yxo robot, an environmental monitoring platform designed by Bernardi (2014). Initially, the mathematical model of the robot is presented, where the direct and inverse kinematics as well as the dynamic equations were obtained. Then the optimal control problem is formulated, which was solved numerically according to a strategy based on the technique proposed by Potts (2011), which allows to solve the original problem as a sequence of quadratic programming problems. Finally, the results of the implementation of the optimal planned trajectories in the real robot are presented, where their energy loss due to Joule effect was estimated and compared to the trajectories previously performed by the robot.

Keywords— robot, modeling, trajectory planning.

Resumo— Este artigo trata do planejamento de trajetórias que minimizam o consumo de energia por efeito Joule no robô KA'I yxo, uma plataforma de monitoramento ambiental projetada por Bernardi (2014). Inicialmente, apresenta-se o modelo matemático do robô, sendo obtidas as cinemáticas direta e inversa e as equações dinâmicas. Em seguida, passa-se à formulação do problema de otimização, resolvido numericamente segundo uma estratégia baseada na técnica proposta por Potts (2011), a qual permite resolver o problema original como uma sequência de problemas de programação quadrática. Finalmente, mostram-se os resultados da implementação das trajetórias ótimas planejadas no robô real, onde o seu consumo de energia por efeito Joule foi estimado e comparado com o das trajetórias anteriormente executadas pelo robô.

Palavras-chave— robô, modelagem, planejamento de trajetórias.

1 Introdução

A robótica vem sendo vista por pesquisadores como uma ferramenta promissora em monitoramento ambiental, pela sua capacidade de melhorar as possibilidades atuais de observação e coleta de dados de processos naturais (Bernardi, 2014; Carmell and Stilwell, 2005; Paley et al., 2008), podendo-se citar aplicações marítimas (Allen et al., 1997), aéreas (Rango et al., 2006) e terrestres (Bares and Wettergreen, 1999). Em florestas, especificamente, exemplos de soluções importantes são os robôs NIMS (Jordan et al., 2007) e KA'I yxo (Bernardi, 2014). Este último é capaz de realizar a aquisição de dados de radiação solar, temperatura, umidade e altitude por meio da escalada em árvores, podendo alcançar alturas que oferecem riscos a humanos (Bernardi, 2014).

Para as aplicações em ambientes remotos, é interessante maximizar o tempo de duração das baterias de alimentação dos atuadores. Esse resultado está diretamente relacionado à redução das perdas de energia nas juntas dos robôs.

Considerando que as perdas por efeito Joule constituem uma parcela significativa do consumo energético total, Potts (2011) desenvolve um método numérico para a síntese de trajetórias que minimizam essa parcela de energia em um robô.

Diante desse contexto, o presente trabalho busca planejar trajetórias que minimizem as perdas de energia por efeito Joule no robô KA'I yxo,

utilizando um método baseado no de Potts (2011).

1.1 O robô KA'I yxo

O KA'I yxo é um robô com quatro ligamentos, de comprimentos L_A , L_B , L_C e L_D , três juntas rotacionais, J_1 , J_2 e J_3 , e duas garras, G_1 e G_2 , conforme mostra a Figura 1.

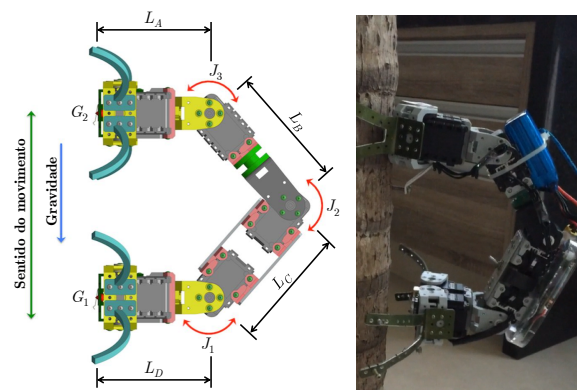


Figura 1: Robô KA'I yxo (Bernardi, 2014).

Em relação ao número de garras engastadas, o robô pode assumir três configurações: uma em que as duas garras estão engastadas, outra em que apenas a garra superior, G_2 , está engastada e outra em que apenas a inferior, G_1 , está engastada. A primeira admite dois estados: um em que o robô se encontra totalmente estirado, SPR (*spread*), e outro em que se encontra totalmente encolhido,

SHR (*shrink*). A segunda (G_1 livre) admite outros dois estados: um em que o robô se encontra totalmente estirado, SPRG1, e outro em que se encontra totalmente encolhido, SHRG1. E analogamente, a terceira (G_2 livre) admite mais dois estados, SPRG2 e SHRG2. Assim, por exemplo, para executar um passo completo de subida, o robô passa pela seguinte sequência de estados: SPR, SPRG1, SHRG1, SHR, SHRG2, SPRG2 e SPR, assemelhando-se à forma de locomoção de uma lagarta mede-palmos (*KA'I yxo*, em tupi-guarani).

O presente trabalho se concentra nas configurações em que apenas uma garra se encontra engastada, doravante denominadas de configurações com G_2 ou G_1 engastadas, uma vez que na configuração em que as duas garras estão engastadas não há mobilidade nas juntas J_i , $i = 1, 2, 3$. Naquelas duas configurações, o robô se comporta como um manipulador industrial, cuja base é a garra engastada e cuja ferramenta, a garra livre. Desse modo, a modelagem matemática e o controle do robô *KA'I yxo* foram realizados com base nas ferramentas usualmente empregadas na modelagem e no controle de manipuladores (Craig, 1989).

2 Modelagem matemática

2.1 Cinemática direta

Seguindo-se o procedimento de Craig (1989) para determinar a cinemática direta de um manipulador e de acordo com a Figura 2, obtém-se a transformação homogênea ${}^B_T T$ que descreve a posição e a orientação da ferramenta (T) em relação à base (B), dadas as variáveis de junta q_i , $i = 1, 2, 3$:

$${}^B_T T = \begin{bmatrix} c_{123} & -s_{123} & 0 & d \\ s_{123} & c_{123} & 0 & h \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

em que:

$$\begin{aligned} d &= L_I c_1 + L_I c_{12} + L_E c_{123} \\ h &= L_E + L_I s_1 + L_I s_{12} + L_E s_{123}, \end{aligned}$$

com $L_I = L_B = L_C$, $L_E = L_A = L_D$ e:

$$\begin{aligned} c_1 &= \cos q_1 & s_1 &= \sin q_1 \\ c_{12} &= \cos(q_1 + q_2) & s_{12} &= \sin(q_1 + q_2) \\ c_{123} &= \cos(q_1 + q_2 + q_3) & s_{123} &= \sin(q_1 + q_2 + q_3), \end{aligned}$$

onde $q_i = \theta_i$ na configuração com G_2 engastada e $q_i = \phi_i$ na configuração com G_1 engastada.

2.2 Cinemática inversa

Geometricamente, determinam-se as variáveis de junta na configuração com G_2 engastada, dadas as coordenadas (d, h) e a orientação da ferramenta

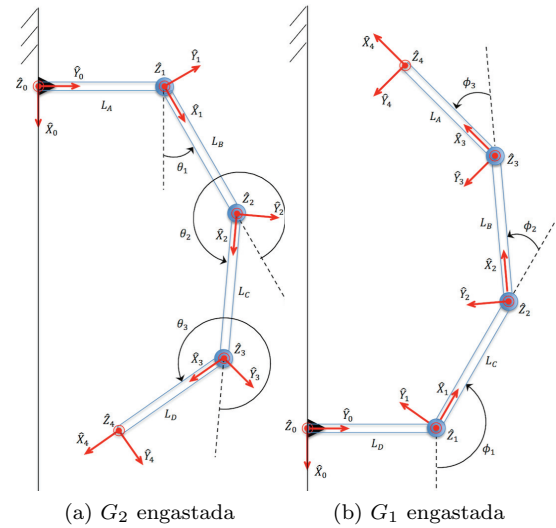


Figura 2: Sistemas de referência (Bernardi, 2014).

(fixa, por hipótese, em $7\pi/2$ rad) em relação à base:

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \alpha + \gamma \\ \theta_2 &= 2\pi - 2\alpha \\ \theta_3 &= \frac{3\pi}{2} + \alpha - \gamma, \end{aligned}$$

e na configuração com G_1 engastada, dadas as coordenadas (d, h) e a orientação da ferramenta (fixa, por hipótese, em $3\pi/2$ rad) em relação à base:

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \pi - \alpha - \gamma \\ \phi_2 &= 2\alpha \\ \phi_3 &= \frac{\pi}{2} - \alpha + \gamma, \end{aligned}$$

com:

$$\alpha = \arccos\left(\frac{\sqrt{h^2 + d^2}}{2L_I}\right) \quad \gamma = \arctg\left(\frac{h}{d}\right).$$

2.3 Dinâmica

Para determinar as equações dinâmicas do robô, que relacionam os torques nas juntas τ_i e as variáveis de junta q_i , $i = 1, 2, 3$, implementou-se o algoritmo iterativo de Newton-Euler para juntas rotacionais (Craig, 1989). A estrutura das equações resultantes é a seguinte:

$$\tau = M(q) \ddot{q} + V(q, \dot{q}) + G(q), \quad (1)$$

onde $q \in \mathbb{R}^3$ é o vetor de variáveis de junta, $\tau \in \mathbb{R}^3$ é o vetor de torques nas juntas, $M(q) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ é a matriz (simétrica definida positiva) de massa do robô, $V(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^3$ é o vetor de torques centrífugos e de Coriolis e $G(q) \in \mathbb{R}^3$ é o vetor de torques de gravidade.

Note-se que, em malha aberta, a configuração com G_2 engastada é estável e a com G_1 engastada é instável (neste último caso, o robô se comporta como um pêndulo invertido triplo).

3 Controle ótimo: planejamento de trajetórias

3.1 Modelo dinâmico de cada junta do robô

Cada junta J_i do robô, $i = 1, 2, 3$, é acionada independentemente por um motor de corrente contínua controlado pela armadura, conectado a um ligamento através de uma redução por engrenagens, conforme o modelo ilustrado na Figura 3¹.

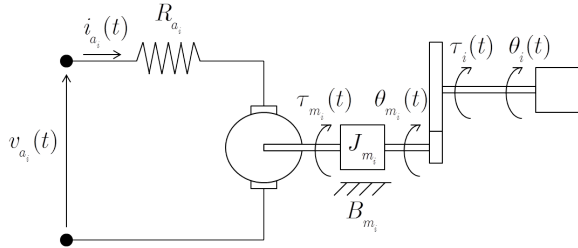


Figura 3: Modelo da junta J_i .

As equações dinâmicas que descrevem esse modelo são as seguintes (Spong and Vidyasagar, 1989):

$$J_{m_i} \ddot{\theta}_{m_i}(t) + B_{m_i} \dot{\theta}_{m_i}(t) = K_{m_i} i_{a_i}(t) - r_i \tau_i(t) \quad (2a)$$

$$v_{a_i}(t) = R_{a_i} i_{a_i}(t) + K_{b_i} \dot{\theta}_{m_i}(t) \quad (2b)$$

$$\theta_i(t) = r_i \theta_{m_i}(t), \quad (2c)$$

onde v_{a_i} é a tensão de armadura, i_{a_i} é a corrente de armadura, R_{a_i} é a resistência de armadura, $\tau_{m_i} = K_{m_i} i_{a_i}$ é o torque gerado pelo motor, θ_{m_i} é a posição angular do rotor, J_{m_i} é o momento de inércia equivalente do motor (composto pelos momentos de inércia da armadura e da redução), B_{m_i} é o coeficiente de atrito viscoso, τ_i é o torque na junta, θ_i é a variável de junta², K_{m_i} é a constante de torque do motor, K_{b_i} é a constante de proporcionalidade da força contraeletromotriz do motor e r_i é a relação de redução.

Para realizar o controle de posição do robô foi empregada a abordagem do controle independente por junta: cada junta foi controlada como um sistema SISO (*Single Input, Single Output*) e os efeitos não lineares de acoplamento dos demais ligamentos sobre uma determinada junta, representados pelos torques τ_i , foram considerados como perturbações. Todavia, como r_i é pequeno ($r_i = 1/254$, no caso presente), esses efeitos são atenuados (Spong and Vidyasagar, 1989). Por conseguinte, o modelo da junta J_i consiste em um sistema linear invariante no tempo, que, em face

¹A indutância de armadura L_{a_i} foi desprezada pois comumente a constante de tempo elétrica L_{a_i}/R_{a_i} é muito menor que a constante de tempo mecânica J_{m_i}/B_{m_i} (Spong and Vidyasagar, 1989).

²A notação escolhida aqui para a variável de junta corresponde à da configuração com G_2 engastada pois, de fato, somente para esta configuração é que foi sintetizada a trajetória por meio do algoritmo de otimização apresentado na subseção 3.5.

de (2), assume a seguinte descrição em espaço de estados:

$$\dot{x}_{m_i}(t) = A_i x_{m_i}(t) + B_i u_i(t) \quad (3a)$$

$$y_i(t) = C_i x_{m_i}(t), \quad (3b)$$

com:

$$x_{m_i}(t) = [\theta_{m_i}(t) \quad \dot{\theta}_{m_i}(t)]^T$$

$$u_i(t) = K_{m_i} i_{a_i}(t) - r_i \tau_i(t)$$

$$y_i(t) = \theta_{m_i}(t)$$

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{B_{m_i}}{J_{m_i}} \end{bmatrix} \quad B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J_{m_i}} \end{bmatrix} \quad C_i = [1 \quad 0].$$

3.2 Formulação do problema de otimização

O funcional do problema de otimização consiste na soma das perdas de energia por efeito Joule, que ocorrem nas resistências de armadura dos motores presentes nas três juntas do robô. Esse funcional deve ser minimizado tendo-se em vista as seguintes restrições: condições finais de posição e velocidade angulares dos motores dadas, limitações nas correntes e tensões de armadura dos motores, limitações nas variáveis de junta do robô e orientação fixa da garra livre em relação à superfície de andadura.

Logo, o problema de otimização pode ser escrito matematicamente como a seguir, onde $i = 1, 2, 3$ e $t \in [0, t_f]$:

$$\min_{u_i} z = \sum_{i=1}^3 \int_0^{t_f} R_{a_i} i_{a_i}^2(t) dt \quad (4a)$$

sujeito a

$$[\theta_{m_i}(t_f) \quad \dot{\theta}_{m_i}(t_f)]^T = [\tilde{\theta}_{m_i} \quad 0]^T \quad (4b)$$

$$|i_{a_i}(t)| \leq I_{max_i} \quad (4c)$$

$$|v_{a_i}(t)| \leq V_{max_i} \quad (4d)$$

$$\tilde{\theta}_{m_i} \leq \theta_{m_i}(t) \leq \hat{\theta}_{m_i} \quad (4e)$$

$$\sum_{i=1}^3 r_i \theta_{m_i}(t) = \frac{7\pi}{2}, \quad (4f)$$

sendo que t_f é o tempo de andadura de meio passo, I_{max_i} e V_{max_i} são limitantes para a corrente e a tensão de armadura, respectivamente, $\tilde{\theta}_{m_i}$ e $\hat{\theta}_{m_i}$ são limitantes inferior e superior, respectivamente, para a posição angular do rotor e $\tilde{\theta}_{m_i}$ é a posição angular final do rotor.

3.3 Estratégia de solução do problema de otimização

As não linearidades presentes em um problema de otimização como (4) representam uma dificuldade significativa para o cálculo de sua solução. Portanto, foi utilizada uma estratégia de solução numérica, baseada na técnica de Potts (2011), para

resolver (4). Essa técnica propõe a discretização das entradas $u_i(t)$ em N intervalos de amostragem Δt , em que:

$$\Delta t = \frac{t_f}{N} = t_j - t_{j-1}, \quad j = 1, 2, \dots, N,$$

considerando-as como constantes por trechos:

$$u_i(t) = u_i(t_j), \quad t \in [t_{j-1}, t_j), \quad (5)$$

o que permite reescrever (4) como um problema de programação quadrática, que pode ser resolvido iterativamente supondo que, em cada passo, os torques de perturbação são os calculados no passo anterior.

3.4 Discretização da solução das equações de estado e do problema de otimização

De Ogata (2010), a solução de (3a) é dada por:

$$x_{m_i}(t) = e^{A_i t} x_{m_i}(0) + \int_0^t e^{A_i(t-\lambda)} B_i u_i(\lambda) d\lambda.$$

Impondo-se que $u_i(t)$ satisfaça (5), resulta que, para $i = 1, 2, 3$ e $j = 1, 2, \dots, N$:

$$x_{m_i}(t_j) = e^{A_i t_j} x_{m_i}(0) + e^{A_i t_j} \Gamma_i I_i(t_j) U_i, \quad (6)$$

em que:

$$\Gamma_i = \left[\int_0^{t_1} e^{-A_i \lambda} B_i d\lambda \quad \dots \quad \int_{t_{N-1}}^{t_N} e^{-A_i \lambda} B_i d\lambda \right]$$

$$U_i = [u_i(t_1) \quad \dots \quad u_i(t_N)]^T$$

$$I_i(t_j) = \begin{bmatrix} e_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & e_N \end{bmatrix} \quad e_z = \begin{cases} 1, & 1 \leq z \leq j \\ 0, & j < z \leq N. \end{cases}$$

Além disso, (4) pode ser reescrito como a seguir, onde $i = 1, 2, 3$ e $j = 1, 2, \dots, N$:

$$\min_U z = \frac{1}{2} U^T Q U + T^T H U + S \quad (7a)$$

sujeito a

$$[\theta_{m_i}(t_N) \quad \dot{\theta}_{m_i}(t_N)]^T = [\tilde{\theta}_{m_i} \quad 0]^T \quad (7b)$$

$$|i_{a_i}(t_j)| \leq I_{max_i} \quad (7c)$$

$$|v_{a_i}(t_j)| \leq V_{max_i} \quad (7d)$$

$$\tilde{\theta}_{m_i} \leq \theta_{m_i}(t_j) \leq \hat{\theta}_{m_i} \quad (7e)$$

$$\sum_{i=1}^3 r_i \theta_{m_i}(t_j) = \frac{7\pi}{2}, \quad (7f)$$

sendo que:

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{2R_{a_1}\Delta t}{K_{m_1}^2} I_N & 0_N & 0_N \\ 0_N & \frac{2R_{a_2}\Delta t}{K_{m_2}^2} I_N & 0_N \\ 0_N & 0_N & \frac{2R_{a_3}\Delta t}{K_{m_3}^2} I_N \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} \frac{2r_1 R_{a_1} \Delta t}{K_{m_1}^2} I_N & 0_N & 0_N \\ 0_N & \frac{2r_2 R_{a_2} \Delta t}{K_{m_2}^2} I_N & 0_N \\ 0_N & 0_N & \frac{2r_3 R_{a_3} \Delta t}{K_{m_3}^2} I_N \end{bmatrix}$$

$$S = \sum_{i=1}^3 T_i^T \left(\frac{r_i^2 R_{a_i} \Delta t}{K_{m_i}^2} I_N \right) T_i$$

$$T_i = [\tau_i(t_1) \quad \dots \quad \tau_i(t_N)]^T$$

$$U = \begin{bmatrix} U_1 \\ \bar{U}_2 \\ \bar{U}_3 \end{bmatrix} \quad T = \begin{bmatrix} T_1 \\ \bar{T}_2 \\ \bar{T}_3 \end{bmatrix},$$

onde I_N e $0_N \in \mathbb{R}^{N \times N}$ denotam as matrizes identidade e nula, respectivamente.

É simples notar que as restrições de (7) podem ser reescritas dependendo explicitamente de U :

$$A_{eq} U = b_{eq} \quad (8a)$$

$$A_{ineq} U \leq b_{ineq}, \quad (8b)$$

onde $A_{eq} \in \mathbb{R}^{(6+N) \times 3N}$ e $b_{eq} \in \mathbb{R}^{(6+N) \times 1}$ estão associadas às restrições de igualdade, e $A_{ineq} \in \mathbb{R}^{18N \times 3N}$ e $b_{ineq} \in \mathbb{R}^{18N \times 1}$, às restrições de desigualdade. Dessa forma, (7a), (8a) e (8b) constituem um problema de programação quadrática (PPQ) em que as incógnitas são os $3N$ elementos do vetor U .

3.5 Algoritmo de otimização

Para resolver (7), propõe-se o seguinte algoritmo de otimização (a demonstração de sua convergência encontra-se em Potts (2011)).

1. Define um valor inicial para T arbitrariamente.
2. Resolve o PPQ, obtendo U .
3. Calcula os vetores de estado $x_{m_i}(t_j)$, $i = 1, 2, 3$ e $j = 1, \dots, N$, conforme (6).
4. Calcula $\theta_i(t_j)$ e $\dot{\theta}_i(t_j)$, $i = 1, 2, 3$ e $j = 1, \dots, N$, conforme (2c).
5. Calcula o novo vetor T , conforme (1).
6. Se o novo vetor T é suficientemente próximo do vetor T anterior, para; se não, retorna ao passo 2.

3.6 Trajetórias obtidas

Para a configuração com G_2 engastada, a solução ótima foi obtida por meio do algoritmo de otimização proposto. Este foi implementado em MATLAB®, com $N = 294$ intervalos de amostragem e $t_f = 3$ s. Os valores dos parâmetros dos atuadores utilizados no robô, R_{a_i} , K_{b_i} , K_{m_i} , B_{m_i} e J_{m_i} , foram identificados em laboratório. As trajetórias ótimas obtidas para as variáveis de junta θ_i e para a ordenada h da garra livre são mostradas nas Figuras 4 e 5, respectivamente.

Dada a instabilidade em malha aberta característica da configuração com G_1 engastada, a solução para este caso foi obtida a partir da solução para a configuração com G_2 engastada: como

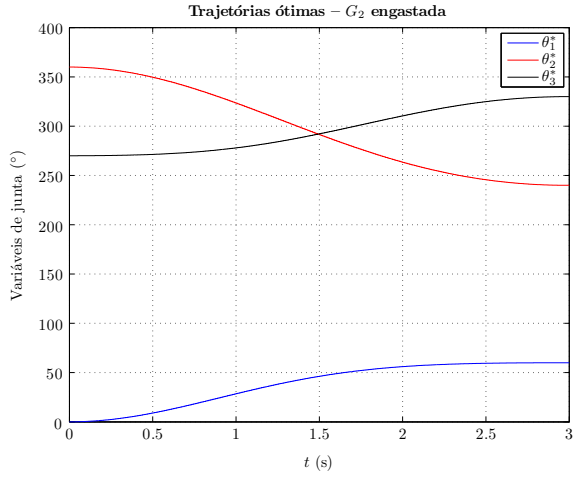


Figura 4: Variáveis de junta ótimas: G_2 engastada.

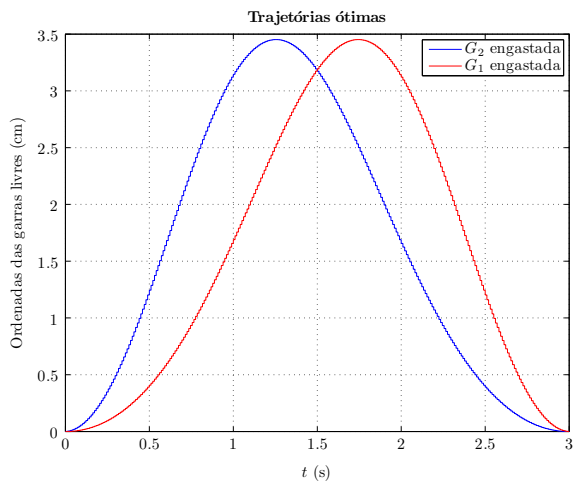


Figura 5: Ordenadas ótimas das garras livres.

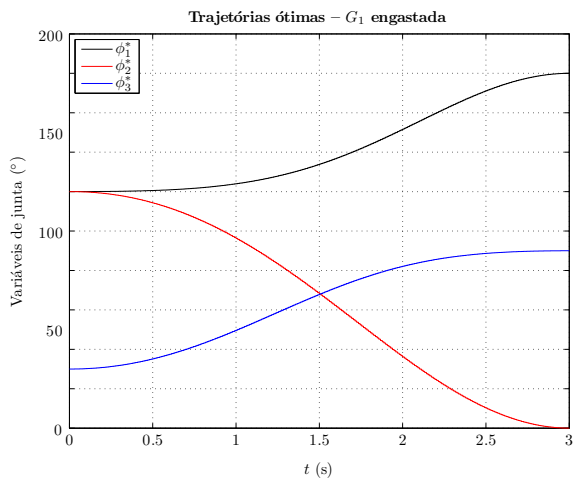


Figura 6: Variáveis de junta ótimas: G_1 engastada.

existe uma simetria entre ambas as configurações no que diz respeito às variáveis de junta (as condições iniciais da primeira correspondem às condições finais da segunda, e vice-versa), impôs-se que a ordenada h da garra livre na configuração com G_1 engastada correspondesse   ordenada da garra livre na configuração com G_2 engastada refletida

no tempo, como mostra a Figura 5. Então, as variáveis de junta ϕ_i puderam ser determinadas, conforme ilustra a Figura 6.

A solução de um passo completo do robô, portanto, foi composta pela solução ótima do primeiro meio passo (G_2 engastada), obtida por meio do algoritmo de otimização, e pela solução do segundo meio passo (G_1 engastada), obtida a partir de uma reflexão no tempo da primeira.

4 Implementação das trajetórias ótimas no robô real

Como os atuadores utilizados nas juntas do robô são servomecanismos do modelo AX-12A da fabricante Robotis , que já cont m um algoritmo PID (Proporcional-Integral-Derivativo) para controle de posição, as trajetórias ótimas foram implementadas impondo-se as variáveis de junta obtidas como *setpoints*.

Para validar as trajetórias ótimas, seu correspondente consumo energético por efeito Joule foi comparado com o das trajetórias obtidas por Bernardi (2014), em que a ordenada h da garra livre se movia segundo um semiciclo senoidal:

$$h(t) = h_{max} \sin\left(\frac{\pi}{t_f} t\right), \quad 0 \leq t \leq t_f.$$

Desconsiderando-se os intervalos de abertura e fechamento das garras, os gastos de energia referentes a um passo completo do robô foram obtidos a partir da seguinte aproximação (integração numérica trapezoidal):

$$E_{passo} = \sum_{i=1}^3 \int_0^{t_f} R_{a_i} i_{a_i}^2(t) dt \approx \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^M R_{a_i} [i_{a_i}^2(k) + i_{a_i}^2(k-1)] \frac{t_f}{M}, \quad (9)$$

onde $M+1$   o número de pontos coletados de cada uma das correntes de armadura $i_{a_i}(t)$, $i = 1, 2, 3$, sendo que o k -ésimo ponto, $k = 0, 1, \dots, M$, é coletado no instante $t = 2t_f k/M$.

As correntes de armadura obtidas experimentalmente para o caso ótimo são mostradas na Figura 7, enquanto as referentes ao caso senoidal, na Figura 8. Em ambos os casos utilizou-se $M = 40$. Como as curvas obtidas apresentam diferenças de um experimento para outro, foram utilizadas as curvas m dias (cantos inferiores direitos das Figuras 7 e 8) para o cálculo de (9), obtendo-se:

$$E_{passo}^* = 1,2740 \text{ J}$$

$$E_{passo}^{sen} = 1,4642 \text{ J},$$

respectivamente, para os casos ótimo e senoidal. Portanto, tem-se uma economia de energia por efeito Joule de 13,0% do caso ótimo em relação ao senoidal.

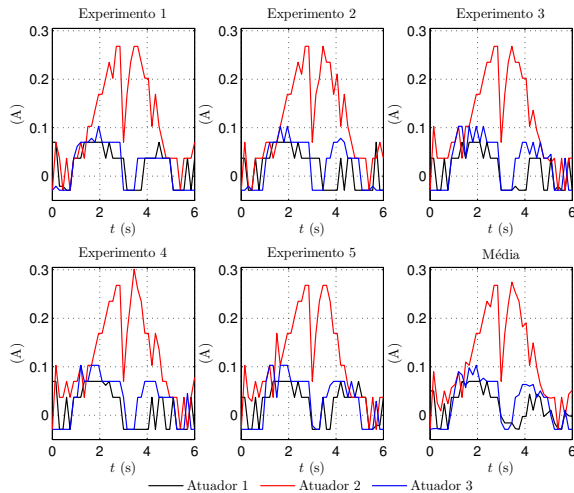


Figura 7: Correntes de armadura: caso ótimo.

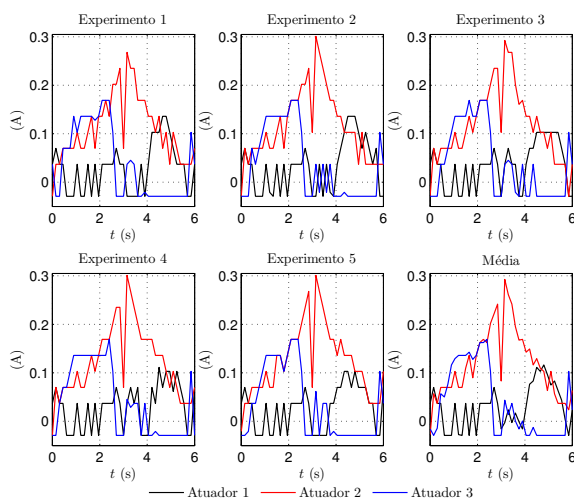


Figura 8: Correntes de armadura: caso senoidal.

5 Conclusões

O presente trabalho constitui-se de um extenso projeto de caráter tanto teórico quanto prático, pois abrangeu desde a modelagem matemática do robô até a implementação das trajetórias ótimas planejadas, passando pela formulação e pela solução do problema de otimização. Essas trajetórias foram obtidas por meio de um método numérico que resolve em cada iteração um problema de programação quadrática, obtido a partir da discretização do problema de otimização original.

Na etapa de implementação das trajetórias ótimas, as novas perdas Joule apresentadas pelo robô foram comparadas com as referentes às suas trajetórias anteriores (caso senoidal), onde se chegou a uma economia de 13,0%. Ademais, as trajetórias ótimas têm a vantagem adicional de que as velocidades inicial e final da garra livre em cada meio passo são nulas, exigindo menos esforços nos atuadores, o que não ocorre nas trajetórias do caso senoidal.

Dado que o robô permanece por longos períodos de tempo em alturas elevadas para a aquisição

de dados de processos naturais, a relevância do presente trabalho fica comprovada pelo fato de que a utilização das trajetórias ótimas aqui planejadas no robô permite a economia do consumo energético da bateria que alimenta os atuadores de suas juntas, visto que, em minimizando as perdas Joule, contribuem significativamente para a redução do consumo total de energia.

Agradecimentos

Ao CNPq, pelo apoio financeiro para este projeto.

Referências

- Allen, B. et al. (1997). REMUS: a small low cost AUV; system description, field trials, performance results, *Proceedings MTS/IEEE OCEANS*, pp. 994–1000.
- Bares, J. and Wettergreen, D. (1999). Dante II: technical description, results, and lessons learned, *Int. J. Robot. Res.* **18**(7): 621–649.
- Bernardi, R. (2014). *KA'I yxo: uma plataforma robótica bioinspirada para aplicações em monitoramento ambiental*, PhD thesis, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.
- Carmell, C. and Stilwell, D. (2005). A comparison of two approaches for adaptive sampling of environmental processes using autonomous underwater vehicles, *Proceedings MTS/IEEE OCEANS*, pp. 1514–1521.
- Craig, J. J. (1989). *Introduction to robotics: mechanics and control*, 2 edn, Addison-Wesley, Boston.
- Jordan, B. L., Batalin, M. A. and Kaiser, W. J. (2007). NIMS RD: a rapidly deployable cable based robot, *Proceedings IEEE ICRA*.
- Ogata, K. (2010). *Modern Control Engineering*, 5 edn, Prentice Hall, Upper Saddle River.
- Paley, D., Zhang, F. and Leonard, N. (2008). Cooperative control for ocean sampling: the glider coordinated control system, *IEEE Trans. Control Syst. Technol.* **16**(4): 735–744.
- Potts, A. S. (2011). *Modelagem e controle ótimo de um robô quadrúpede*, PhD thesis, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.
- Rango, A. et al. (2006). Using unmanned aerial vehicles for rangelands: current applications and future potentials, *Environ. Pract.* **8**(3): 159–168.
- Spong, M. W. and Vidyasagar, M. (1989). *Robot dynamics and control*, John Wiley & Sons.