

CONTROLE DE GUINADA DE UM VEÍCULO ELÉTRICO COM TRAÇÃO TRASEIRA VIA MODOS DESLIZANTES

ALEXANDRE MONTEIRO RIBEIRO*, ANDRÉ RICARDO FIORAVANTI*, ELY CARNEIRO DE PAIVA*,
RAFAEL DE ANGELIS CORDEIRO*

* Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP
Cidade Universitária Zeferino Vaz
Campinas, São Paulo, Brasil

Emails: alexmr@fem.unicamp.com, fioravanti@fem.unicamp.br, elypaiva@fem.unicamp.br,
rcordeir@dt.fee.unicamp.br

Abstract— This paper discusses the vehicle yaw control problem by using electronic differential traction control, considering the torque distribution in two independent rear-wheel drive of an electric vehicle. A torque distribution based on a sliding mode control (SMC) approach is proposed. The controller objective is to minimize the yaw-rate and body slip angle error of target values. The advantages of this controller over others consist in robustness, ease of tuning and smooth control action. Moreover, the proposed approach is verified by simulations on Matlab/Simulink, considering a three-dimensional motion of a vehicle briefly described. For comparison, the proposed technique is compared with an equal torque distribution.

Keywords— Sliding mode, vehicle dynamics, electronic differential, yaw rate control.

Resumo— O presente trabalho aborda o problema de controle de guinada de um veículo através do uso de diferencial eletrônico, contemplando a distribuição independente de torques nas rodas traseiras de um veículo elétrico. Adota-se uma abordagem por modos deslizantes (SMC) para elaborar a lei de controle, cujo objetivo reside em minimizar os erros de guinada e ângulo de derrapagem do corpo do veículo. Suas principais vantagens em relação aos demais consistem em robustez, facilidade de sintonização e ação de controle suave. É apresentado uma análise em simulação considerando um modelo dinâmico com movimento tridimensional do veículo implementado em Matlab/Simulink. A título de comparação, a técnica proposta é verificada com uma distribuição uniforme de torques.

Palavras-chave— Modos deslizantes, dinâmica veicular, diferencial eletrônico, controle da taxa de guinada.

1 Introdução

No campo do conhecimento de controle da dinâmica veicular, o desenvolvimento nos últimos anos é caracterizado por sistemas eletrônicos e mecânicos ativos que concedem ao veículo melhores respostas no movimento, economia de combustível e aumento de estabilidade. Em particular, no domínio dos veículos elétricos, as configurações inovadoras de motorização independente têm sido foco de pesquisa. Muitas delas apresentam a concepção do diferencial eletrônico, apresentando estratégias de distribuição independente de torques entre as rodas de um mesmo eixo, conhecido também como vetorização de torque (*torque vectoring*).

A distribuição de torques está relacionada com o desempenho do veículo e sua estabilidade, e consequentemente, relacionada com a segurança na condução. Diversas abordagens realizam a vetorização de torque através do controle da taxa de guinada, como apresentado em (Bartels et al., 2013; Kaiser, 2015). Outras baseiam-se no ângulo de derrapagem do veículo (Zhang et al., 2013), ou ainda uma combinação entre eles (Rubin and Arogeti, 2013). Encontra-se também, como em (He and Hori, 2006; Ribeiro, 2016), a distribuição de forças nas rodas motrizes por meio de métodos de otimização, no qual um problema convexo é construído.

Em (Nam et al., 2012), um controlador de gui-

nada por modos deslizantes (*sliding mode control* - SMC) é exposto, contudo, o modelo adotado na construção da lei de controle é embasado em um modelo denominado “modelo de bicicleta” (ou *single track model*) linearizado. Para o presente trabalho é explorado um controlador de guinada por SMC, no entanto, adotando o modelo planar do veículo (*dual track model*). Considera-se a classe de veículos acionados por rodas motrizes no eixo traseiro através de dois motores independentes e com sistema de direção no eixo dianteiro segundo mecanismo do tipo Ackerman.

Este artigo insere-se no escopo do projeto VERDE - Veículo Robótico Elétrico de Diferencial Eletrônico. Este projeto multidisciplinar desenvolvido pela FEM-UNICAMP, em parceria com o Centro de Tecnologia da Informação Renato Archer (CTI-Campinas) e demais parceiros, visa a construção de uma plataforma robótica terrestre em escala para fins diversos.

Assim, este artigo está organizado como se segue: a segunda seção descreve de forma sucinta o modelo matemático do simulador; na seção 3 é discutido o projeto de um controlador através da teoria de Modos Deslizantes e, finalmente, os resultados obtidos a partir da estrutura de controle é mostrado na seção 4 por meio de simulações. A seção 5 apresenta as conclusões e considerações finais.

2 Modelagem do Veículo

Neste artigo, um simulador é utilizado baseado em um modelo tridimensional do veículo constituído por um corpo rígido com suspensões independentes nas quatro rodas, exibido pela Figura 1.

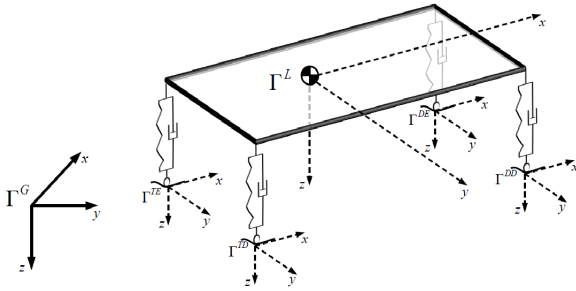


Figura 1: Modelo tridimensional do veículo com suspensão independente (Cordeiro, 2013).

Fundamentando-se nas equações dinâmicas para a conservação do momento linear e angular para corpos rígidos de Newton-Euler, as seguintes relações são obtidas:

$$m \frac{d}{dt} \vec{V} = -m(\vec{\omega} \times \vec{V}) + \sum \vec{F}_R + m S \vec{g} + \vec{F}_{AV} \quad (1)$$

$$\mathbf{J} \frac{d}{dt} \vec{\omega} = -(\vec{\omega} \times \mathbf{J} \vec{\omega}) + \sum \vec{T}_R + \vec{T}_{Aw} \quad (2)$$

em que $\vec{V}$ e $\vec{\omega}$ são, respectivamente, as velocidades linear e angular nos três eixos, $\vec{g}$ corresponde à aceleração da gravidade no referencial global, $\vec{F}_{AV}$ e $\vec{T}_{Aw}$ correspondem à força e momento de arrasto aerodinâmico, respectivamente, e $\mathbf{J}$ ao tensor de inércia do veículo.

A dinâmica da rotação da roda, por outro lado, é substancialmente determinada pelo desenvolvimento das forças e momentos gerados a partir da interação entre o pneu e o solo. É obtida, portanto, pela somatória de momentos, descrita por:

$$J_R \dot{\Omega}_R = T_R - F_x r_R - T_{A\Omega} \quad (3)$$

nos quais J_R corresponde ao momento de inércia, Ω_R à velocidade de rotação da roda, r_R ao seu raio, F_x à força longitudinal proveniente do contato com o solo e $T_{A\Omega}$ a um atrito dissipativo.

Um dos principais desafios na modelagem veiculares consiste na definição das forças de interação pneu-solo. Na literatura, um modelo de pneu semi-empírico amplamente utilizado é o modelo de Pacejka, conhecido também como Fórmula Mágica (Pacejka, 2006):

$$Y_{pac} = D_{pac} \sin \left[C_{pac} \arctan \left\{ B_{pac} x_{pac} - E_{pac} (B_{pac} x_{pac} - \arctan B_{pac} x_{pac}) \right\} \right] \quad (4)$$

em que Y_{pac} é a variável de saída (F_x , F_y ou M_z), os valores de B_{pac} , C_{pac} , D_{pac} e E_{pac} correspondem às constantes instrumentadas do pneu e x_{pac}

é a variável de entrada: taxa de escorregamento σ ou ângulo de derrapagem α .

A diferença entre a componente longitudinal da velocidade linear da roda v_x e a sua velocidade de rotação equivalente $r_R \Omega_R$ é associada ao fenômeno de escorregamento σ do pneu, quantificado através de uma taxa definida por:

$$\sigma = \frac{r_R \Omega_R - v_x}{v_x}, \quad \text{durante frenagem,} \quad (5)$$

$$\sigma = \frac{r_R \Omega_R - v_x}{r_R \Omega_R}, \quad \text{durante aceleração.}$$

O ângulo de derrapagem α , por sua vez, é definido como o ângulo entre a orientação do pneu e seu vetor velocidade. Desta forma:

$$\alpha = \delta - \arctan \left(\frac{v_y}{v_x} \right), \quad \text{rodas esterçáveis} \quad (6)$$

$$\alpha = \arctan \left(\frac{v_y}{v_x} \right), \quad \text{rodas não esterçáveis} \quad (7)$$

sendo v_x e v_y as componentes longitudinais e laterais de $\vec{V}$ da roda, respectivamente.

O modelo de Pacejka permite reproduzir os efeitos de acoplamento das forças longitudinais F_x e laterais F_y quando o veículo se mostra em uma situação com existência mútua de σ e α . A Figura 2 apresenta as curvas típicas obtidas, considerando $F_z = 4000N$ e $\mu = 1$, para diversos valores de α (2a) e σ (2b).

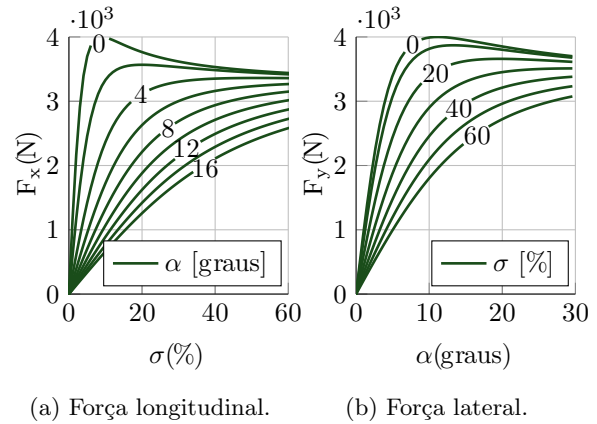


Figura 2: Comportamento das forças na presença mútua de escorregamento e derrapagem.

Este modelo dinâmico foi implementado em Matlab/Simulink e escolhido por contemplar os movimentos tridimensionais de um veículo convencional, de forma a permitir, por exemplo, a reprodução dos efeitos de rolagem e distribuição de carga sobre os pneus. O modelo completo pode ser encontrado com detalhes nos trabalhos de (Cordeiro, 2013; Ribeiro, 2016).

3 Projeto do controlador Sliding Mode

Nesta seção é apresentado o modelo de veículo de quatro rodas (Figura 3) adotado no projeto do controlador para a distribuição de torques.

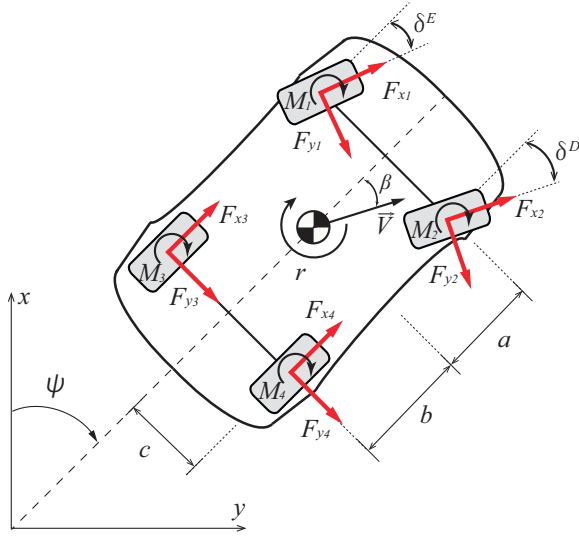


Figura 3: Esquemático de forças no veículo no plano xy .

A equação de movimento de guinada de um modelo bidimensional de um veículo com esterçamento nas rodas dianteiras, conforme ilustrado pela Figura 3, é dada por:

$$J_z \dot{r} = c \left(F_{x1} \cos \delta_E - F_{x2} \cos \delta_D - F_{y1} \sin \delta_E + F_{y2} \sin \delta_D + F_{x3} - F_{x4} \right) + a \left(F_{x1} \sin \delta_E + F_{x2} \sin \delta_D + F_{y1} \cos \delta_E + F_{y2} \cos \delta_D \right) - b(F_{y3} + F_{y4}) + M_1 + M_2 + M_3 + M_4 \quad (8)$$

sendo que a , b e c são as dimensões do veículo, M_i são os momentos de auto alinhamento nas rodas e $\delta_{D,E}$ os ângulos de esterçamento direito e esquerdo, respectivamente.

Na técnica de controle em *sliding mode*, a lei de controle restringe o movimento do sistema para uma determinada superfície S (Khalil, 2002). O objetivo de controle adotado aqui foi proposto em (Rajamani, 2012), definido como:

$$S = r - r_{ref} + \xi(\beta - \beta_{ref}) \quad (9)$$

A fim de alcançar os requisitos de controle, definidos pela superfície em (9), a condição a ser atingida é definida por (Nam et al., 2012; Rubin and Arogeti, 2013):

$$\dot{S} = -k_p S - k_s \text{sign} S \quad (10)$$

onde sign é a função sinal e k_p e k_s constantes estritamente positivas para o ganho proporcional e

para termo chaveado da função sinal, respectivamente.

Derivando a Equação (9) e substituindo em (8), consegue-se escrever $\dot{S}$ como:

$$\begin{aligned} \dot{S} = & \frac{1}{J_z} \left[c(-F_{y1} \sin \delta_E + F_{y2} \sin \delta_D) + \right. \\ & + a(F_{y1} \cos \delta_E + F_{y2} \cos \delta_D) - \\ & - b(F_{y3} + F_{y4}) + \sum_{i=1}^4 M_i + M_{fx} \left. \right] - \\ & - \dot{r}_{ref} + \xi(\dot{\beta} - \dot{\beta}_{ref}) \end{aligned} \quad (11)$$

em que M_{fx} representa o momento de guinada do veículo devido, exclusivamente, as forças longitudinais F_{xi} , adotado aqui como a variável de controle.

Substituindo (10) em (11) e isolando a variável de controle M_{fx} , chega-se a:

$$\begin{aligned} M_{fx} = & - \left[c(-F_{y1} \sin \delta_E + F_{y2} \sin \delta_D) + \right. \\ & + a(F_{y1} \cos \delta_E + F_{y2} \cos \delta_D) - \\ & - b(F_{y3} + F_{y4}) + \sum_{i=1}^4 M_i \left. \right] + \\ & + J_z \dot{r}_{ref} - J_z \psi (\dot{\beta} - \dot{\beta}_{ref}) - \\ & - k_p S - k_s \text{sign} S \end{aligned} \quad (12)$$

Por se tratar de um estudo em um veículo com tração traseira, as forças longitudinais nas rodas dianteiras são forças de reação de baixa magnitude e, em vista disto, são negligenciadas. O momento de correção M_{fx} deverá, portanto, ser atingido exclusivamente pelas forças longitudinais traseiras.

Como descrito nos trabalhos de (Nam et al., 2012; Goggia et al., 2015), pode-se provar, a partir da função de Lyapunov $V = \frac{1}{2} S^2$, que a lei de controle da Equação (12) leva o sistema para a superfície S , definida em (10), onde seu comportamento em malha fechada é assintoticamente estável.

Destaca-se que a lei de controle obtida é descontínua ao longo da superfície $S(t) = 0$, podendo levar a um comportamento oscilatório indesejado (Khalil, 2002). Diante disto, adota-se uma aproximação contínua para $\dot{S}$, através da substituição de $\text{sign}(S)$ pela função de saturação $\text{sat}(S)$, definida por:

$$\text{sign}(S) \approx \text{sat}\left(\frac{S}{\Phi}\right) = \begin{cases} \frac{S}{\Phi}, & \text{se } \left|\frac{S}{\Phi}\right| < 1 \\ \text{sign}\left(\frac{S}{\Phi}\right), & \text{c.c.} \end{cases} \quad (13)$$

em que Φ representa a largura da camada limite e define a espessura da fronteira quando $S(t) \approx 0$. Deve ser escolhido com o objetivo de reduzir as oscilações.

3.1 Distribuição de Torques

O sinal de controle M_{fx} define a força a ser atribuída pelos dois motores traseiros. Através

da relação descrita em (Nam et al., 2012; Rajamani, 2012), tem-se:

$$M_{fx} = c(F_{x3} - F_{x4}) \quad (14)$$

A relação entre força de torque é determinada por $T_i = r_R F_{xi}$, sendo r_R o raio da roda. Desta forma, a distribuição de torques de forma a satisfazer a condição imposta é definida por:

$$\begin{aligned} T_3 &= T_{long} + \frac{r_R M_{fx}}{2c} \\ T_4 &= T_{long} - \frac{r_R M_{fx}}{2c} \end{aligned} \quad (15)$$

em que T_{long} representa o torque de comando longitudinal. Pode ser definido como um ganho *feed-forward* extraído da intenção do motorista (aceleração ou frenagem) ou determinado através da realimentação de estados da dinâmica longitudinal.

4 Estudo de caso

A fim de investigar e avaliar o desempenho do sistema de controle proposto, foram realizadas simulações numéricas via Matlab/Simulink. O objetivo do controlador é minimizar o erro da taxa de guinada e o erro do ângulo de derrapagem do veículo, e, simultaneamente, deseja-se manter a velocidade desejada.

A técnica em estudo é avaliada através da simulação de uma manobra inspirada na mudança dupla de faixa. O veículo é colocado em ponto de equilíbrio a 20 m/s em uma superfície regular com alta aderência ($\mu = 0,8$).

A Tabela 1 especifica os parâmetros gerais do veículo utilizados em simulação e também referentes à Figura 3.

Tabela 1: Parâmetros gerais do veículo

Parâmetro	Valor	Unidade
m	1200	[kg]
a	1,5	[m]
b	2	[m]
c	0,9	[m]
r_R	0,25	[m]
J_z	1350	[kg · m ²]
C_σ	120000,0	[N/rad]
C_α	55000,0	[N/rad]

A título de comparação, os resultados obtidos através da técnica SMC serão analisados juntamente com os resultados obtidos por uma distribuição uniforme de torques. Para tal, será designada a nomenclatura TD e TE para referenciar as rodas traseira direita e esquerda, respectivamente.

4.1 Distribuição Uniforme de Torques

A distribuição uniforme de torques, referenciados aqui como Torques Iguais (TI), consiste em reproduzir o comportamento do diferencial mecânico do sistema de transmissão de veículos convencionais com motores à combustão (Pacejka, 2006). Nesta abordagem, os torques são divididos igualmente entre as rodas direita e esquerda.

Em simulação, mantém-se os dois motores independentes, contudo, a estratégia TI força o comportamento especificado. A distribuição é embasada no erro de velocidade longitudinal, sendo que, erros positivos e negativos levam a torques de aceleração e de frenagem, respectivamente.

4.2 Mudança dupla de faixa

Como um cenário de teste, o comando de direção em malha aberta (Figura 4) é executado. Esta manobra, definida como uma função senoidal no tempo, com amplitude de 6°, representa uma manobra brusca de desvio de faixa. Ângulos positivos e negativos indicam curvas à direita e esquerda respectivamente.

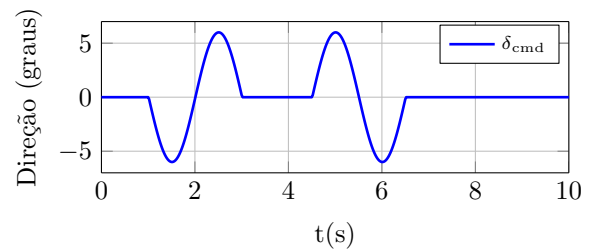


Figura 4: Manobra de esterçamento em malha aberta simulando a mudança dupla de faixa.

A velocidade longitudinal u para as duas configurações é exibida pela Figura 5. Ambos os casos apresentaram uma queda de velocidade, contudo, entre os instantes 2,5 e 6,8 s, a abordagem por SMC apresenta menor queda, exibindo melhor performance longitudinal.

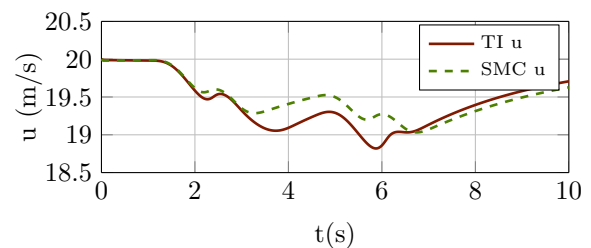


Figura 5: Velocidade longitudinal.

A Figura 6 mostra o efeito benéfico do SMC quanto ao erro de velocidade angular do veículo. Com ele, consegue-se aproximar os valores para a sua referência, especialmente nas retomadas das curvas. Os valores para as referências são encontrados a partir da análise dos estados estacioná-

rios do modelo simplificado do veículo conforme estudo apresentado em (Rajamani, 2012).

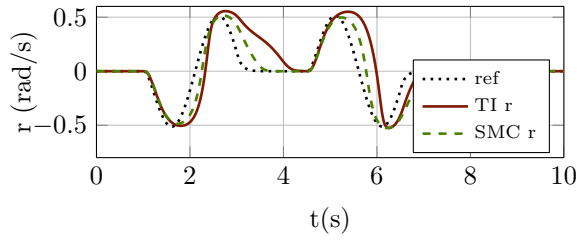


Figura 6: Velocidade angular.

O perfil de torques é apresentado pela Figura 7. A diferença entre os torques TE e TD indicam o momento de correção M_{fx} obtido pela lei de controle descrita anteriormente.

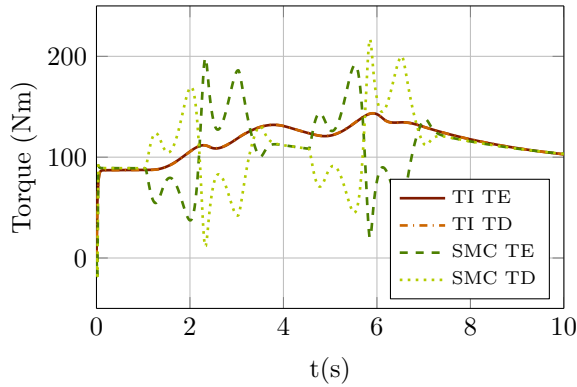


Figura 7: Perfil de distribuição de torques.

Para esta manobra, o controle de guinada do veículo foi capaz de reduzir o ângulo de derrapagem β do corpo do veículo, como mostra a Figura 8. As diferenças mais significativas ocorrem nos instantes 3,2 e 5,7 s.

Alguns autores, como em (Zhang et al., 2013), afirmam que altos valores de β ao longo de uma manobra é um comportamento não desejável que favorece à instabilidade do veículo tornando-o propício à derrapagem lateral (*spinning*).

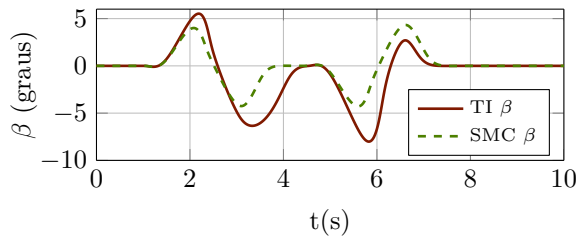


Figura 8: Ângulo de derrapagem do corpo do veículo.

Uma outra forma de se analisar o impacto da distribuição de torques na dinâmica veicular consiste em verificar o comportamento do veículo ao longo de uma curva (Kaiser, 2015). Na literatura, estes comportamentos são classificados como subesterçamento, neutro e sobreesterçamento.

mento¹ (Rajamani, 2012), conforme ilustra a Figura 9.

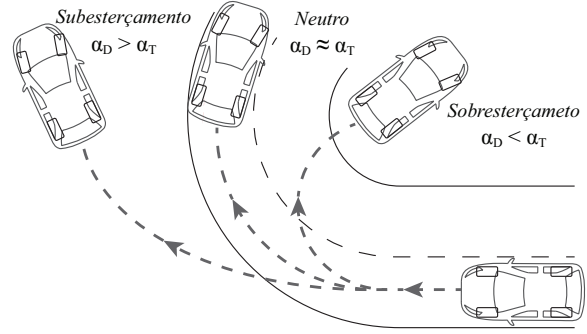


Figura 9: Comportamento do veículo.

Quando em subesterçamento, a resposta do veículo à direção é comprometida. Neste caso, incrementar o comando de direção não leva a uma curva mais acentuada. Em sobreesterçamento, o veículo continua a incrementar o raio de curvatura mesmo quando o ângulo de esterçamento permanece constante. Por fim, o comportamento neutro é caracterizado por uma relação linear entre a resposta do veículo e o comando de direção (Kaiser, 2015).

Estes estados são quantificados através do ângulo de derrapagem α para rodas centrais situadas no eixo dianteiro α_D e traseiro α_T , como mostra (Kaiser, 2015), sendo definidos por:

$$\begin{aligned}\alpha_D &= \delta - \beta - \frac{ar}{u} \\ \alpha_T &= -\beta - \frac{br}{u}\end{aligned}\quad (16)$$

através do ângulo de direção δ , o ângulo de derrapagem β do veículo, a velocidade angular r e as distâncias a e b dos eixos dianteiro e traseiro ao CG, respectivamente.

As Figuras 10a e 10b apresentam os ângulos de derrapagem dianteiro e traseiro para cada uma das abordagens. Em 10c é apresentado a diferença absoluta entre eles. Nota-se, pelo uso da abordagem SMC, uma menor diferença entre α_D e α_T , de modo que, através da vetorização de torques, consegue-se atenuar o comportamento de subesterçamento, aproximando-o para o neutro, impactando no desempenho no movimento lateral e segurança do mesmo. Especialmente, nos instantes 2s, 3s e 5,5s verifica-se as maiores diferenças.

5 Conclusões

Este trabalho apresentou a implementação de um controlador de modos deslizantes cujo objetivo é estabilizar a guinada de um veículo elétrico com tração independente nas rodas traseiras. Uma

¹do inglês *understeer*, *neutral* e *oversteer*, respectivamente.

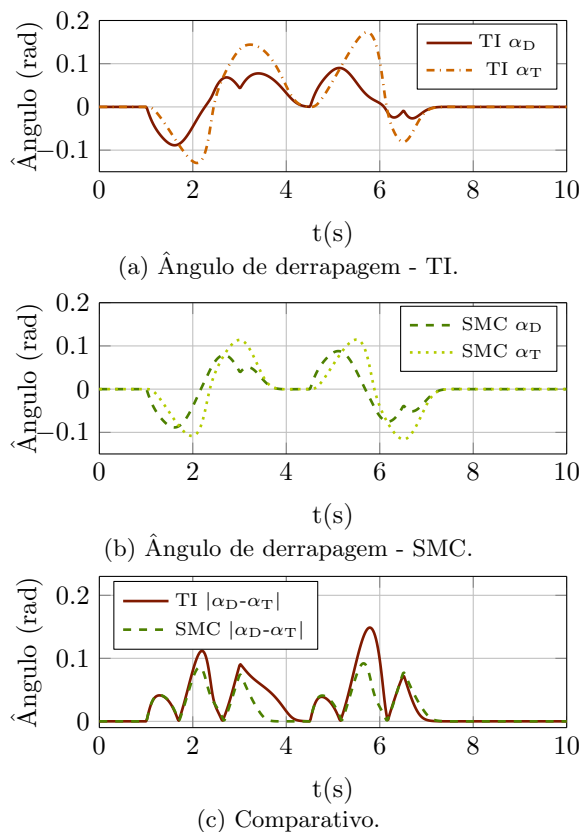


Figura 10: Comportamento do v culo.

análise foi realizada através de simulações em Matlab/Simulink de um modelo completo do v culo.   apresentado um comparativo entre a técnica proposta e um v culo com distribuição uniforme de torques.

Os resultados obtidos apresentam um comportamento desejável para o v culo, refletidos principalmente na velocidade angular e no ângulo de derrapagem, sugerindo um aprimoramento de sua resposta aos comandos de direção e de sua estabilidade em manobras bruscas, evidenciando os benefícios inerentes da distribuição independente de torques entre as rodas do v culo e condizem com os estudos de v culos elétricos atuais.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao apoio financeiro da UNICAMP através do Projeto FAEPEX/PRP, ao CNPq e   FAPESP pelo financiamento do projeto 2014/02672-9.

Referências

Bartels, M., Liu, Q., Kaiser, G. and Werner, H. (2013). LPV torque vectoring for an electric vehicle using parameter-dependent lyapunov functions, *American Control Conference*, IEEE.

Cordeiro, R. A. (2013). *Modelagem e controle de trajet ria de um v culo rob tico terrestre de exterior*, Master's thesis, Universidade Estadual de Campinas.

Goggia, T., Sorniotti, A., Novellis, L. D., Ferrara, A., Pennycott, A., Gruber, P. and Yunus, I. (2015). Integral sliding mode for the yaw moment control of four-wheel-drive fully electric vehicles with in-wheel motors, *IJPT* 4(4): 388–419.

He, P. and Hori, Y. (2006). Optimum traction force distribution for stability improvement of 4wd EV in critical driving condition, *9th International Workshop on Advanced Motion Control*, IEEE.

Kaiser, G. (2015). *Torque Vectoring: Linear Parameter-Varying Control for an Electric Vehicle*, PhD thesis, Technischen Universität Hamburg-Harburg.

Khalil, H. (2002). *Nonlinear systems*, Prentice Hall, Upper Saddle River, N.J.

Nam, K., Fujimoto, H. and Hori, Y. (2012). Design of an adaptive sliding mode controller for robust yaw stabilisation of in-wheel-motor-driven electric vehicles, *International Journal of Vehicle Design* 67(1): 98–113.

Pacejka, H. B. (2006). *Tyre and vehicle dynamics*, Butterworth-Heinemann, Oxford.

Rajamani, R. (2012). *Vehicle Dynamics and Control*, Springer US.

Ribeiro, A. M. (2016). *Desenvolvimento de uma abordagem de diferencial eletrônico para um v culo elétrico rob tico multitra   o*, Master's thesis, Universidade Estadual de Campinas.

Rubin, D. and Arogeti, S. (2013). Vehicle yaw stability control using rear active differential via sliding mode control methods, *21st Mediterranean Conference on Control and Automation*, IEEE.

Zhang, D., Liu, G., Wang, L., Miao, P., Sun, G. and Zhou, H. (2013). Active safety neural network inverse decoupling control for multi-wheel independently driven electric vehicles, *Vehicle Power and Propulsion Conference*, IEEE.