

AVALIAÇÃO EXPERIMENTAL DE UM RASTREADOR LINEAR QUADRÁTICO COM RESTRIÇÕES EMPREGANDO UM SERVOPOSICIONADOR LINEAR COM ACOPLAMENTO FLEXÍVEL

GUSTAVO TOLEDO DE AZEVEDO*, ROBERTO KAWAKAMI HARROP GALVÃO†, FABIO ANDRADE DE ALMEIDA*, JOSÉ ROBERTO COLOMBO JUNIOR†

**Instituto de Aeronáutica e Espaço - IAE*
Praça Mal. Eduardo Gomes, 50 - Vila das Acácias - CEP: 12.228-904
São José dos Campos, SP, Brasil

†*Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA*
Divisão de Engenharia Eletrônica 12228-900
São José dos Campos, SP, Brasil

Emails: gustavogta@iae.cta.br, kawakami@ita.br, almeidafaa@iae.cta.br,
colombojrj@gmail.com

Abstract— This paper presents an experimental investigation concerning the application of a constrained linear-quadratic tracker (CLQT) technique to a two-mass-spring system widely employed in the literature. The introduction of an additional inner loop is proposed to allow the use of an equilibrium relation that does not hold in the case of plants with integrating dynamics. As a result, the CLQT controller was able to drive the controlled variable (passive cart position) to the desired value, with small steady-state error (approximately 1 %) ascribed to the presence of dry friction. Even under active constraints on the spring deformation and the actuator voltage, the overall time involved in the control calculations was much smaller than the sampling time, which corroborates the computational efficiency of the CLQT control law.

Keywords— Constrained linear-quadratic tracker, invariant set, optimization, two-mass-spring system.

Resumo— Este trabalho investiga a aplicação experimental de uma técnica de rastreador linear-quadrático com restrições (constrained linear-quadratic tracker, CLQT) a um sistema de carro e reboque acoplados por mola, amplamente utilizado na literatura. A introdução de uma malha interna adicional é proposta de modo a permitir o emprego de uma relação de equilíbrio que não seria válida no caso de plantas com dinâmica integrativa. Como resultado, observou-se que o controlador CLQT foi capaz de conduzir a variável controlada (posição do reboque) para o valor desejado, com pequeno erro de regime (aproximadamente 1 %) atribuído à presença de atrito seco. Mesmo com restrições ativas sobre o deformação da mola e a tensão aplicada ao atuador, o tempo total requerido para cálculo do controle se mostrou bem menor que o período de amostragem, comprovando a eficiência computacional da lei de controle CLQT.

Palavras-chave— Rastreador linear-quadrático com restrições, conjunto invariante, otimização, sistema de dois carros acoplados por mola.

1 Introdução

A técnica conhecida como Controle Preditivo Baseado em Modelo (*Model-based Predictive Control*, MPC) envolve a solução de um problema de controle ótimo em tempo real, considerando valores preditos para as variáveis de entrada, estado e saída da planta ao longo de um horizonte móvel. Tipicamente, o horizonte é deslocado a cada período de amostragem, de modo a levar em conta as novas leituras dos sensores nas previsões a serem realizadas. Uma das principais vantagens do MPC consiste na possibilidade de se considerar restrições de operação, que usualmente estão ativas nas proximidades de condições economicamente ótimas (Maciejowski, 2002).

Com uma formulação adequada do problema de otimização, é possível obter garantias de estabilidade e atendimento das restrições, mesmo empregando um horizonte de predição finito (Mayne et al., 2000). Para esse propósito, pode-se impor que o estado ingresse, ao final do horizonte, em um conjunto invariante e admissível quanto às

restrições de operação (Gilbert and Tan, 1991). Contudo, em tarefas de rastreamento, haveria a necessidade de se recalcular o conjunto invariante a cada mudança na referência, o que poderia resultar em um custo computacional proibitivo para aplicação em tempo real.

Uma abordagem para contornar essa dificuldade, apresentada em (Almeida, 2011), consiste em parametrizar o conjunto invariante em termos de valores de equilíbrio admissíveis para o estado e o controle, associados ao valor da referência. Em tempo real, o conjunto invariante pode ser particularizado para uma dada referência, sem a necessidade de repetir todas as operações computacionais realizadas na fase de projeto. A técnica de controle assim proposta foi denominada *feasible target tracking MPC* (FTT-MPC).

Em um trabalho posterior (Almeida et al., 2012), uma simplificação do FTT-MPC foi proposta com o intuito de reduzir ainda mais o custo computacional. A nova técnica, denominada rastreador linear quadrático com restrições (*constrained linear quadratic tracker*, CLQT) envolve o uso

de uma malha com realimentação linear de estado, cuja referência é ajustada a cada período de amostragem, de modo a garantir o atendimento das restrições. Como exemplo de aplicação, foram apresentadas simulações numéricas com um modelo de veículo aéreo não tripulado.

O presente trabalho apresenta um estudo de caso experimental de aplicação da lei de controle CLQT proposta em (Almeida et al., 2012). A planta empregada consiste de um sistema de dois carros acoplados por uma mola, que é um exemplo clássico utilizado na avaliação de técnicas de controle (Wie and Bernstein, 1992), (Colombo Junior et al., 2016). Neste caso, além da limitação na amplitude de controle (tensão elétrica aplicada ao atuador), foi imposta uma restrição sobre o máximo deformação da mola. Este tipo de restrição pode ser útil em aplicações envolvendo sistemas mecânicos com modos flexíveis, tais como aeronaves com estruturas delgadas (Andrioli Junior et al., 2008). Vale salientar que o sistema em questão possui dinâmica relativamente rápida em comparação com processos industriais tipicamente considerados em aplicações de controle preditivo, o que justifica a preocupação com a carga computacional (Colombo Junior et al., 2016).

Como contribuição com respeito à formulação CLQT original, propõe-se a introdução de uma malha interna adicional para permitir o uso de relações de equilíbrio que não seriam válidas para plantas com dinâmica integrativa, tais como o sistema empregado no estudo de caso.

2 Rastreador Linear Quadrático com Restrições

Nesta seção, apresenta-se a formulação CLQT originalmente proposta em (Almeida et al., 2012). Para fins de projeto, considera-se que a dinâmica da planta seja descrita por um modelo a tempo discreto da forma

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + B_d d(k) \quad (1)$$

$$d(k+1) = d(k) \quad (2)$$

$$y(k) = Cx(k) \quad (3)$$

$$z(k) = Hy(k) \quad (4)$$

em que $x(k) \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estados, $u(k) \in \mathbb{R}^m$ é o vetor de entradas de controle, $y(k) \in \mathbb{R}^p$ é o vetor de saídas medidas, $z(k) \in \mathbb{R}^q$ (com $q \leq m$) é o vetor de saídas controladas, $d(k) \in \mathbb{R}^q$ é um vetor de perturbação (suposto constante) e A , B , B_d , C , H são matrizes de dimensões apropriadas.

O vetor de perturbação $d(k)$ é incluído no modelo com o intuito de representar possíveis descasamentos com respeito à real dinâmica da planta, bem como a ação de distúrbios externos. Supõe-se que um observador de estados seja empregado para estimar os vetores de estado $x(k)$ e pertur-

bação $d(k)$, com base nas entradas $u(k)$ e saídas medidas $y(k)$ (Maeder et al., 2009).

O sistema de controle tem por objetivo conduzir a saída $z(k)$ até uma referência $r \in \mathbb{R}^q$ constante, respeitando restrições de operação da forma

$$c_{min} \leq c(k) \leq c_{max} \quad (5)$$

$$u_{min} \leq u(k) \leq u_{max} \quad (6)$$

sendo $c(k) \in \mathbb{R}^s$ um vetor de variáveis de processo sujeitas a restrições, que se relaciona com o vetor de estado por meio de

$$c(k) = C_c x(k) \quad (7)$$

com $C_c \in \mathbb{R}^{s \times n}$. Nas restrições (5) e (6), os vetores $c_{min}, c_{max} \in \mathbb{R}^s$ e $u_{min}, u_{max} \in \mathbb{R}^m$ denotam os limitantes (componente a componente) para $c(k)$ e $u(k)$, respectivamente.

A lei de controle adotada é da forma

$$u(k) = u_{ss}(k) - K[x(k) - x_{ss}(k)] \quad (8)$$

sendo K uma matriz de ganhos previamente definida de modo que os autovalores de $(A - BK)$ se encontrem no interior do círculo unitário. Os vetores $x_{ss}(k) \in \mathbb{R}^n$ e $u_{ss}(k) \in \mathbb{R}^m$ (com subíndice “ss” do inglês *steady-state*) correspondem a um ponto de equilíbrio da planta, sendo recalculados a cada instante k de modo a conduzir progressivamente a saída $z(k)$ até a referência r , respeitando as restrições de operação.

Com base em (1), pode-se deduzir a seguinte relação de equilíbrio envolvendo $x_{ss}(k)$ e $u_{ss}(k)$:

$$x_{ss}(k) = (I - A)^{-1} B u_{ss}(k) + (I - A)^{-1} B_d d(k) \quad (9)$$

sendo I uma matriz identidade de dimensões apropriadas. Supõe-se aqui que $(I - A)$ seja inversível.

Substituindo a expressão de $x_{ss}(k)$ dada por (9) na lei de controle (8), obtém-se:

$$u(k) = -K[x(k) - (I - A)^{-1} B_d d(k)] + [K(I - A)^{-1} B + I] u_{ss}(k) \quad (10)$$

Para se garantir o atendimento das restrições sobre o estado e o controle, a estratégia adotada consiste em calcular o vetor $u_{ss}(k)$ de modo que o estado $x(k)$ esteja em um conjunto invariante e admissível quanto a (5) e (6) (Gilbert and Tan, 1991). Para caracterizar tal conjunto, considera-se a dinâmica descrita por (1), (2) com controle $u(k)$ dado por (10), supondo que $u_{ss}(k)$ seja uma constante. Com isso, chega-se a uma nova equação de estado da forma (11), com $x(k)$, $d(k)$ e $u_{ss}(k)$ sujeitos às restrições expressas em (12), em que c_{ssmin} , c_{ssmax} e u_{ssmin} , u_{ssmax} são limitantes para os vetores $c(k)$ e $u(k)$ em regime permanente. Adicionalmente, supõe-se que sejam conhecidos limitantes d_{min} e d_{max} para o vetor de perturbação $d(k)$.

Como discutido em (Gilbert and Tan, 1991), o conjunto invariante $\mathcal{O}$ obtido com base em

(11) e (12) corresponde a um poliedro no espaço $\mathbb{R}^{n+q+m}$. Para dados valores de $x(k)$ e $d(k)$, uma operação de corte (“slice”) (Herceg et al., 2013) do poliedro $\mathcal{O}$ pode ser realizada de modo a obter um

conjunto de vetores $u_{ss}(k)$ admissíveis, denotado por $\mathcal{U}_{ss}(k)$. Vale salientar que $\mathcal{U}_{ss}(k)$ é um poliedro no espaço $\mathbb{R}^p$, que pode ser descrito por meio de desigualdades lineares sobre $u_{ss}(k)$.

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ d(k+1) \\ u_{ss}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK & [BK(I - A)^{-1} + I]B_d & B[K(I - A)^{-1}B + I] \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ d(k) \\ u_{ss}(k) \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} C_c & 0 & 0 \\ -C_c & 0 & 0 \\ 0 & C_c(I - A)^{-1}B_d & C_c(I - A)^{-1}B \\ 0 & -C_c(I - A)^{-1}B_d & -C_c(I - A)^{-1}B \\ -K & K(I - A)^{-1}B_d & K(I - A)^{-1}B + I \\ K & -K(I - A)^{-1}B_d & -K(I - A)^{-1}B - I \\ 0 & I & 0 \\ 0 & -I & 0 \\ 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ d(k) \\ u_{ss}(k) \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} c_{max} \\ -c_{min} \\ c_{ssmax} \\ -c_{ssmin} \\ u_{max} \\ -u_{min} \\ d_{max} \\ -d_{min} \\ u_{ssmax} \\ -u_{ssmin} \end{bmatrix} \quad (12)$$

Dessa forma, o problema de otimização a ser resolvido a cada instante de amostragem pode ser formulado como:

$$\begin{aligned} \min_{x_{ss}(k), u_{ss}(k)} & (HCx_{ss}(k) - r)^T Q_{ss}(HCx_{ss}(k) - r) \\ & + u_{ss}^T(k) R_{ss} u_{ss}(k) \end{aligned} \quad (13)$$

sujeito a

$$x_{ss}(k) = (I - A)^{-1}[Bu_{ss}(k) + B_d d(k)] \quad (14)$$

$$u_{ss}(k) \in \mathcal{U}_{ss}(k) \quad (15)$$

sendo $Q_{ss} > 0$, $R_{ss} > 0$ matrizes de peso.

Substituindo (14) em (13), chega-se a um custo quadrático em $u_{ss}(k)$. Como a restrição (15) consiste em um conjunto de desigualdades lineares sobre $u_{ss}(k)$, tem-se um problema de programação quadrática (Maciejowski, 2002). Cabe ressaltar que o esforço computacional é relativamente modesto, em comparação com formulações tradicionais de controle preditivo, pois o problema de otimização envolve apenas m variáveis de decisão. No caso de entrada única ($m = 1$), o problema consiste tão somente na minimização de uma função quadrática de variável escalar pertencente a um intervalo de valores admissíveis.

A Figura 1 (na próxima página) apresenta um diagrama de blocos com a estrutura do controlador. Um observador de estados é empregado para gerar estimativas $\hat{x}(k)$, $\hat{d}(k)$, que são empregadas em lugar dos vetores de estado $x(k)$ e perturbação $d(k)$ nas equações acima apresentadas.

3 Uso de uma malha interna adicional

Se A tiver um ou mais autovalores unitários (correspondentes a dinâmicas integrativas a tempo

discreto), a matriz $(I - A)$ não será inversível, impedindo o uso direto da relação (9). Para contornar esse problema, propõe-se aqui o uso de uma malha interna adicional com realimentação estática de saída, como ilustrado na Fig. 2.

Nesse caso, a equação de estado (1) para a dinâmica da planta é reescrita com uma entrada $v(k)$ em lugar de $u(k)$, ou seja:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bv(k) + B_d d(k) \quad (16)$$

sendo $v(k)$ calculada como

$$v(k) = -K_{mi}Cx(k) + u(k) \quad (17)$$

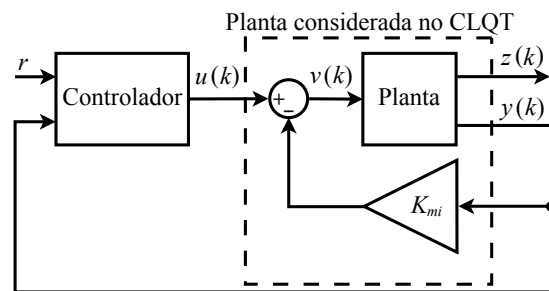


Figura 2: Malha interna com realimentação estática de saída.

Substituindo a expressão (17) em (16), obtém-se

$$x(k+1) = \underbrace{(A - BK_{mi}C)}_{A_{mi}} x(k) + Bu(k) + B_d d(k) \quad (18)$$

Desse modo, se a matriz $A_{mi} = (A - BK_{mi}C)$ não tiver autovalores unitários, torna-se possível empregar a formulação CLQT apresentada na Seção 2, trocando-se A por A_{mi} .

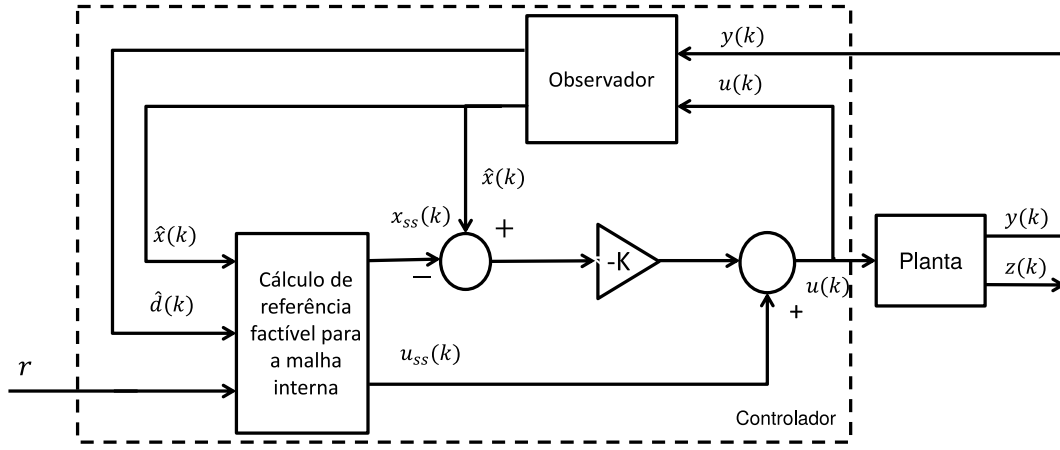


Figura 1: Arquitetura do controlador (retângulo com borda tracejada).

Com a inclusão da malha interna, deve-se considerar restrições da forma

$$v_{min} \leq v(k) \leq v_{max} \quad (19)$$

em lugar das restrições de controle (6) na formulação original do CLQT. Tendo em vista (17) e (10) (com A_{mi} em lugar de A), chega-se a

$$v(k) = -(K_{mi}C + K)x(k) + K(I - A_{mi})^{-1}B_d d(k) + [K(I - A_{mi})^{-1}B + I]u_{ss}(k) \quad (20)$$

A restrição (19), em conjunto com (20), permite escrever novas desigualdades que devem ser incluídas em (12), substituindo aquelas envolvendo u_{max} e u_{min} . Procedimento similar pode ser empregado para impor restrições sobre o valor de equilíbrio $v_{ss}(k)$ em lugar das desigualdades envolvendo $u_{ss_{max}}$ e $u_{ss_{min}}$ em (12).

4 Estudo de caso experimental

4.1 Modelo da planta

O sistema empregado neste trabalho está representado de forma esquemática na Fig. 3. As variáveis x_c e x_r representam deslocamentos relativos com respeito a uma condição de equilíbrio inicial.

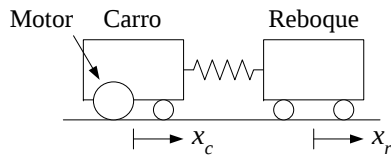


Figura 3: Diagrama esquemático do sistema.

A dinâmica do sistema a tempo contínuo é descrita por um modelo da forma $\dot{x} = A_c x + B_c v$, com vetor de estado $x = [x_c \ x_r \ \dot{x}_c \ \dot{x}_r]^T$, sendo v a tensão aplicada ao motor. Considerando-se valores nominais para os parâmetros físicos do sistema (Colombo Junior et al., 2014), as matrizes A_c e B_c são dadas por:

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -124 & 124 & -11,5 & 0 \\ 262 & -262 & 0 & -4,06 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$B_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1,72 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (22)$$

O modelo do sistema foi discretizado considerando a existência de um segurador de ordem zero na entrada da planta, de modo a obter as matrizes A e B utilizadas na representação (16). Empregou-se um período de amostragem $T = 0,025$ s, como em (Colombo Junior et al., 2014). Para fins de projeto, adotou-se um modelo de perturbação de entrada, ou seja, tomou-se $B_d = B$ em (16), com d escalar.

O sistema é dotado de sensores para as posições x_c e x_r , que correspondem às duas primeiras variáveis de estado. Assim, tem-se $y = [x_c \ x_r]^T$, que corresponde a empregar a seguinte matriz C na equação (3):

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

Foi escolhida a posição do reboque como variável controlada, isto é $z = x_r$. Desse modo, a matriz H na equação (4) é dada por

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (24)$$

A matriz A_c apresentada em (21) tem autovalores em 0, -9,4 e $-3,1 \pm 19,1j$. O autovalor na origem está associado a uma dinâmica integrativa entre velocidade e posição. Como resultado da discretização, a matriz A apresenta um autovalor unitário, tornando necessário o uso da malha interna adicional descrita na Seção 3.

4.2 Projeto do controlador

Na malha interna, empregou-se

$$K_{mi} = \begin{bmatrix} 1,6723 & -0,2655 \end{bmatrix}, \quad (25)$$

que posiciona os autovalores de A_{mi} em 0,995, 0,797 e $0,822 \pm 0,426j$. Detalhes sobre o método de projeto empregado para obtenção de K_{mi} podem ser encontrados em (Azevedo, 2014). A matriz de ganho K foi projetada de modo a alocar os autovalores de $(A_{mi} - BK)$ em 0,70, 0,71, 0,72, 0,73.

Os pesos do custo (13) foram fixados em $Q_{ss} = 1$ e $R_{ss} = 10^{-5}$.

Para implementação do observador, foram empregadas as seguintes equações de estado e saída, que incorporam a perturbação escalar $d(k)$ em um vetor de estado aumentado $\chi(k) = [x^T(k) \ d(k)]^T$, como em (Maeder et al., 2009):

$$\chi(k+1) = \begin{bmatrix} A_{mi} & B_d \\ 0_{1 \times 4} & 1 \end{bmatrix} \chi(k) + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(k) \quad (26)$$

$$y(k) = [C \ 0_{2 \times 1}] \chi(k) \quad (27)$$

O observador foi então projetado alocando-se os polos da dinâmica de erro de estimação em 0,50, 0,51, 0,52, 0,53, 0,54.

Na tarefa de controle, adotou-se uma referência $r = 0,2$ m para a variável controlada (posição do reboque). Limitantes simétricos (valor máximo = - valor mínimo) foram empregados em todas as restrições, como apresentado na Tabela 1. Em particular, foi imposta uma restrição de $\pm 1,0$ cm sobre o deformação da mola ($x_c - x_r$), como em (Colombo Junior et al., 2014).

Tabela 1: Limitantes considerados no projeto.

Variáveis	Limitantes
x_c	30,0 cm
x_r	30,0 cm
$x_c - x_r$	1,0 cm
x_{css}	29,7 cm
x_{rss}	29,7 cm
v	6,0 V
v_{ss}	5,94 V
d	5,94 V

A lei de controle foi implementada em Matlab 2012a, empregando um computador com processador i5-3470S e 6 GB de RAM. As operações de obtenção e corte do conjunto invariante foram realizadas com o pacote MPT (Herceg et al., 2013). O problema de programação quadrática para obtenção de $u_{ss}(k)$ a cada instante de amostragem foi resolvido empregando o Matlab Optimization Toolbox. A interface com o *hardware* da planta foi feita empregando um módulo Q2-USB e o *software* QuaRC (ambos da Quanser Consulting).

5 Resultados experimentais

As posições do carro e reboque ao longo do ensaio estão apresentadas na Fig. 4. Como se pode observar, o reboque é conduzido até a referência $r = 0,2$ m, com pequeno erro de regime ($\approx 1\%$), que pode ser atribuído à presença de atrito seco.

Pode-se verificar na Fig. 5 que o deformação da mola (linha cheia) permaneceu dentro da faixa de ± 1 cm, com apenas pequenas violações ($< 0,05$ cm) em dois pontos, cuja causa pode ser atribuída a um possível descasamento entre a planta e o modelo de projeto. A Fig. 5 mostra também o resul-

tado de um ensaio no qual a restrição foi relaxada para $|x_c - x_r| \leq 30$ cm (linha em traço e ponto). Nota-se que o deformação da mola torna-se muito mais pronunciado, comprovando que a restrição estava ativa no primeiro caso.

A Fig. 6 apresenta o controle $u = u_{ss} - K(\hat{x} - x_{ss})$ gerado pelo CLQT, bem como a tensão $v = -K_{mi}C\hat{x} + u$ aplicada ao motor. Nota-se que a tensão permaneceu dentro da faixa de ± 6 V, como imposto no projeto.

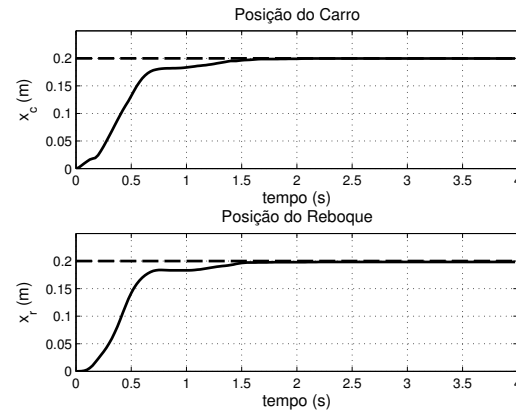


Figura 4: Posição do carro (x_c) e reboque (x_r).

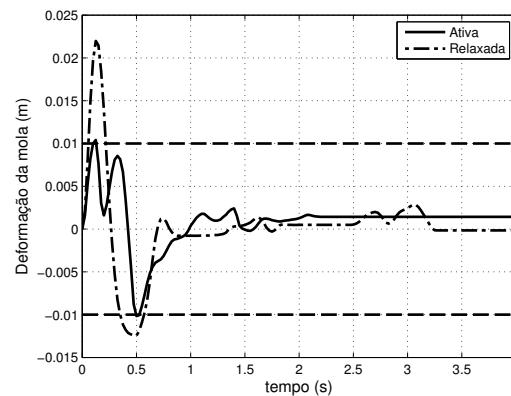


Figura 5: Deformação da mola ($x_c - x_r$), para os casos de restrição ativa e relaxada. As linhas tracejada indicam os limitantes de ± 1 cm.

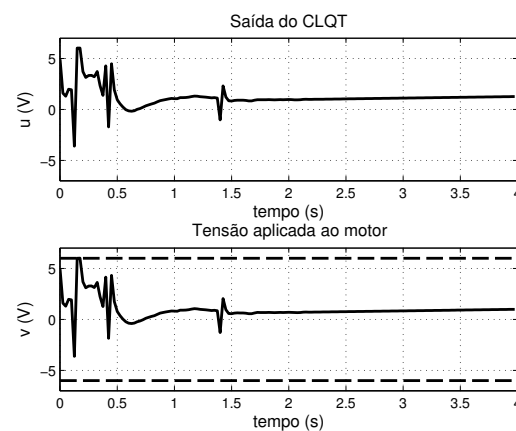


Figura 6: Sinal de controle u e tensão v . As linhas tracejada indicam os limitantes de ± 6 V.

Ainda com respeito à Fig. 6, vale notar que a tensão ao final do ensaio é não nula com uma tendência de crescimento. Tal tendência fica mais

clara na componente u_{ss} do sinal de controle, apresentada na Fig. 7. Esse efeito decorre da ação integral de controle introduzida pelo uso do estimador de perturbação. Neste caso, a perturbação está associada ao atrito seco responsável pelo erro de regime observado na posição do reboque. Uma análise mais detalhada sobre a estimativa de perturbação pode ser encontrada em (Azevedo, 2014).

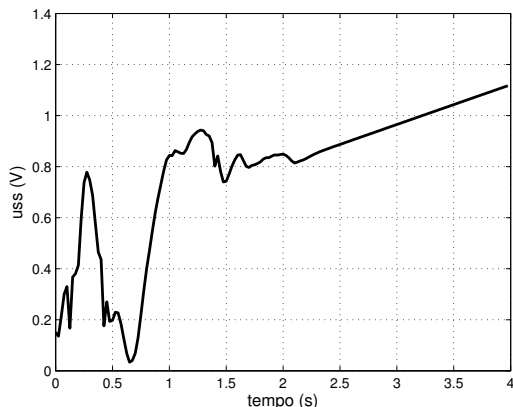


Figura 7: Parcela u_{ss} do sinal de controle u .

Por fim, foi registrado o tempo total para cálculo do controle a cada instante de amostragem, incluindo a operação de corte do conjunto invariante e a solução do problema de otimização. O maior tempo (9 ms) ocorreu no início da tarefa de controle, devido à realização de inicializações na rotina do otimizador. Subsequentemente, os tempos foram todos inferiores a 4 ms, valor bem menor que o período de amostragem (25 ms).

6 Conclusão

Neste trabalho, investigou-se a aplicação da técnica de controle CLQT proposta em (Almeida et al., 2012) a um sistema de laboratório amplamente utilizado na literatura. O uso de uma malha interna adicional foi proposto para permitir o emprego de uma relação de equilíbrio entre controle (u_{ss}) e estado (x_{ss}) que não seria válida para plantas com dinâmica integrativa.

O controlador CLQT foi capaz de conduzir a variável controlada para o valor desejado, com pequeno erro de regime atribuído à presença de atrito seco. A tensão aplicada ao motor permaneceu dentro dos limites ao longo de todo o ensaio. Pequenas violações pontuais da restrição sobre o deformação da mola foram observadas durante o transitório, possivelmente devido a descasamentos entre a planta e o modelo.

O tempo total requerido para cálculo do controle se mostrou bem menor que o período de amostragem. Contudo, acredita-se que um tempo ainda menor poderia ser obtido explorando-se a estrutura particularmente simples do problema (minimização de um custo quadrático de variável escalar u_{ss} pertencente a um intervalo de valores admissíveis), em lugar de se utilizar um otimizador numérico. Tal possibilidade será investigada em trabalhos futuros.

Agradecimentos

A realização deste trabalho foi apoiada pela FAPESP (2011/17610-0), CNPq (Produtividade em Pesquisa 303714/2014-0), Capes (Bolsa de Doutorado) e Finep (Captaer e Captaer II).

Referências

- Almeida, F. A. (2011). Reference management for fault-tolerant model predictive control, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* **34**(1): 44 – 56.
- Almeida, F. A., Guerra, E. B., D'Oliveira, F. A. and Mello, A. W. (2012). Constrained linear quadratic tracker for optimal flight performance, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* **35**(6): 1911–1918.
- Andrioli Junior, R. L., Paiva, H. M. and Galvão, R. K. H. (2008). Controle preditivo com restrições de aeronaves flexíveis, *Anais do XVII CBA, Juiz de Fora, MG*, Artigo 40053.
- Azevedo, G. T. (2014). Controle de um sistema de posicionamento com acoplamento flexível empregando rastreador linear quadrático com restrições, *Dissertação de Mestrado, ITA, São José dos Campos, SP*.
- Colombo Junior, J. R., Afonso, R. J. M., Galvão, R. K. H. and Assunção, E. (2014). Avaliação experimental de controlador preditivo robusto usando LMIs para sistema de dinâmica rápida, *Anais do XX CBA, Belo Horizonte, MG*, pp. 3244 – 3251.
- Colombo Junior, J. R., Afonso, R. J. M., Galvão, R. K. H. and Assunção, E. (2016). Robust model predictive control of a benchmark eletromechanical system, *Journal of Control, Automation and Electrical Systems* **27**(1): 119–131.
- Gilbert, E. G. and Tan, K. T. (1991). Linear systems with state and control constraints: The theory and application of maximal output admissible sets, *IEEE Transactions on Automatic Control* **36**: 1008–1020.
- Herceg, M., Kvasnica, M., Jones, C. and Morari, M. (2013). Multi-Parametric Toolbox 3.0, *Proc. of the European Control Conference, Zürich, Switzerland*, pp. 502–510.
- Maciejowski, J. M. (2002). *Predictive control with constraints*, Prentice Hall, Harlow, England.
- Maeder, U., Borrelli, F. and Morari, M. (2009). Linear offset-free model predictive control, *Automatica* **45**(10): 2214–2222.
- Mayne, D. Q., Rawlings, J. B., Rao, C. V. and Sckaert, P. O. M. (2000). Constrained model predictive control: Stability and optimality, *Automatica* **36**(6): 789 – 814.
- Wie, B. and Bernstein, D. S. (1992). Benchmark problems for robust control design, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* **15**(5): 1057–1059.