

CONTROLE PREDITIVO NOMINALMENTE ESTÁVEL APLICADO A UM SISTEMA BARRA E BOLA

ERBET ALMEIDA COSTA*, MÁRCIO A. F. MARTINS*, LEIZER SCHNITMAN*, RICARDO DE ARAUJO KALID*

**Programa de Pós-Graduação em Engenharia Industrial, Escola Politécnica, Universidade Federal da Bahia, Rua Aristides Novis, Federação, Salvador, Bahia, Brasil*

erbetcosta@gmail.com, marciomartins@ufba.br, leizer@ufba.br, kalid@ufsb.edu.br

Abstract— This work proposes a nominally stabilizing model predictive control strategy for pure integrating systems composed by repeated poles. The controller proposed here is offset free through a one-step optimization formulation as the adopted state space model is incremental in the input, which is based on an analytical expression of the step response of the system. The controller is applied to a ball and beam system and its performance is favorably compared to the standard nominally stable model predictive controller for the output tracking case, which is synthesized from a two-step optimization formulation.

Keywords— Model predictive control, Integrating systems, Nominal stability

Resumo— Este trabalho propõe uma estratégia de controle preditivo nominalmente estável para sistemas puramente integradores com polos repetidos. O controlador proposto é livre de erro de regime, com uma etapa de otimização e adota um modelo em espaços de estados na forma incremental das entradas, que é baseado na expressão da resposta ao degrau analítico do sistema. O controlador é aplicado a um sistema barra e bola e seu desempenho é comparado favoravelmente ao controlador preditivo nominalmente estável para o caso servomecanismo, que é sintetizado via formulação em duas etapas de otimização.

Palavras-chave— Controlador preditivo, Sistemas integradores, Estabilidade nominal

1 Introdução

Dentre as abordagens de controladores preditivos baseado em modelo (MPC), o primeiro nominalmente estável com horizonte de predição infinito, foi proposto por Rawlings e Muske (1993), o qual consiste em um controlador construído em duas camadas de otimização. A principal é responsável por levar o sistema para a origem, caso regulador, enquanto que a camada adicional manipula a origem do sistema e assim é possível aplicar ao caso servo. Esta formulação quando utilizada em sistemas com polos integradores repetidos pode deixar o sistema com erro de regime, além disso as duas camadas de otimização podem tornar este controlador inviável de implementação na prática.

Por outro lado, o controlador proposto por Rodrigues e Odloak (2003) discute uma estratégia para o MPC de horizonte infinito, nominalmente estável, sem erro de regime, de possível implementação prática, para sistemas lineares, com polos estáveis e integradores em malha aberta, sujeito a restrições tanto nas entradas quanto nas saídas. O controlador é escrito como um problema de programação quadrática (QP), uma camada de otimização e apresenta um custo computacional equivalente ao dos MPC implantados nos processos industriais. Além disso, utiliza um modelo na forma de espaços de estados para sistemas com polos estáveis e integradores, onde cada uma das saídas pode ser tratada como uma função contínua do tempo e as entradas estão na forma incremental. Esse modelo possui origem na forma analítica da resposta ao degrau e pode ser associada a um

modelo em função de transferência. Essa formulação utiliza-se de um estado integrador artificial que elimina a necessidade de uma camada adicional para manipulação da origem do sistema, tal como a formulação do Rawlings e Muske (1993).

O controlador do Rodrigues e Odloak (2003) foi aprimorado e é aplicável a sistemas estáveis, instáveis, com um polo integrador e com tempo morto. Todavia ainda não contempla sistemas com polos integradores múltiplos.

Neste trabalho será construído um controlador que herda as características do proposto por Rodrigues e Odloak (2003) para o caso de sistemas que possuem polos integradores repetidos, doravante alcunhado de IHMPC. Este controlador será aplicado ao sistema barra e bola que possui características supracitadas e seu desempenho é comparado favoravelmente ao controlador do Muske e Rawlings (1993), adaptado ao caso servomecanismo via formulação de duas camadas de otimização, doravante denominado de IHMPR.

2 Representação do modelo

2.1 Sistema em estudo

O sistema barra e bola fabricado pela Quanser®, apresentado na Figura 1, é um kit educacional para aprendizado e demonstrações do controle posicional em cascata. Este é constituído por um servo-motor, responsável pela manipulação do ângulo de inclinação da barra sobre a qual se equilibra uma esfera de metal.



Figura 1: Sistema barra e bola. Fonte: Site do fabricante.

2.2 Funções de transferência do sistema

A função de transferência no domínio da frequência que relaciona o ângulo do motor, $\theta_l(s)$, com a posição da esfera na barra, $X(s)$, é:

$$P_{bb}(s) = \frac{X(s)}{\theta_l(s)} = \frac{K_{bb}}{s^2} \quad (1)$$

A função de transferência que relaciona a tensão aplicada, $V_m(s)$, ao motor e o ângulo, $\theta_l(s)$, é expressa pela seguinte equação:

$$P_s(s) = \frac{\theta_l(s)}{V_m(s)} = \frac{K}{s(\tau s + 1)} \quad (2)$$

Nas Equações (1) e (2), K_{bb} e K são constantes que caracterizam o sistema, nelas estão inseridas as especificações do sistema, como massa da esfera, comprimento da barra, raio da esfera, entre outros. Os manuais fornecidos pela Quanser®, (Apkarian et al., 2011; Quanser, 2011), podem ser consultados e possuem detalhes adicionais que ocasionalmente foram suprimidos aqui.

O fabricante fornece o sistema de controle formado por dois controladores PID em cascata, Figura (2), onde $C_{bb}(s)$ é o controlador mestre e $C_s(s)$ é o escravo. O objetivo neste trabalho é substituir o controlador PID mestre pelo controlador IHMPC proposto.

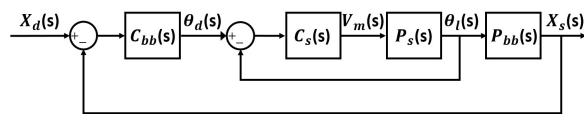


Figura 2: Diagrama de controle do barra e bola. Fonte: (Apkarian et al., 2011).

3 Construção do modelo

No trabalho de Cano e Odloak (2003), é apresentado um modelo em espaços de estados para sistemas integradores puros baseado na resposta ao degrau analítico onde as entradas estão na forma incremental

Nesta seção será apresentada uma generalização da representação de modelo, para qual será considerada n polos integradores repetidos. Tal representação de modelo proposta contempla as características dinâmicas do sistema barra e bola, Equação (1).

3.1 Modelo do sistema barra e bola

A resposta ao degrau, no domínio do tempo, de uma função de transferência com n polos integradores puros é dada por:

$$S(t) = d_0 + d_1 t + d_2 t^2 + \dots + d_n t^n \quad (3)$$

em que, $d_0, d_1, d_2, \dots, d_n$ são constantes obtidas a partir da expansão em frações parciais.

A função de transferência que caracteriza o sistema (Equação 3) é transformada em um sistema em espaços de estados seguindo os passos descritos em Rodrigues e Odloak (2003) com um período de amostragem Δt e o modelo resultante é representado por:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x^s \\ \mathbf{x}^i \end{bmatrix}_{k+1} &= \underbrace{\begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{1 \times 1} & \boldsymbol{\tau}_{1 \times n} \\ \mathbf{0}_{n \times 1} & \mathbf{F}_{n \times n} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \begin{bmatrix} x^s \\ \mathbf{x}^i \end{bmatrix}_k \\ &+ \underbrace{\begin{bmatrix} D^0 \\ \mathbf{D}^i \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \cdot \Delta u_k \end{aligned} \quad (4)$$

$$y_k = \underbrace{[1 \quad \mathbf{0}_{n \times 1}]}_{\mathbf{C}} \begin{bmatrix} x^s \\ \mathbf{x}^i \end{bmatrix}_k \quad (5)$$

Nessas equações x^s representa o estado integrador artificial e os estados integradores do sistema foram agrupados e representados como $\mathbf{x}_{n \times 1}^i = [x_1^i \ x_2^i \ \dots \ x_n^i]^\top$. Adicionalmente,

$$D^0 = \sum_{j=0}^{n-1} \binom{j}{0} d_j^i \Delta t^j \quad (6)$$

$$\mathbf{D}^i = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{n-2} \binom{j}{1} d_j^i \Delta t^j \\ \sum_{j=2}^{n-3} \binom{j}{2} d_j^i \Delta t^j \\ \sum_{j=3}^{n-4} \binom{j}{3} d_j^i \Delta t^j \\ \vdots \\ \sum_{j=n-1}^n \binom{j}{n-1} d_j^i \Delta t^j \\ \binom{n}{n} d_n^i \end{bmatrix}_{(n \times 1)} \quad (7)$$

$$\boldsymbol{\tau} = [\Delta t \quad \Delta t^2 \quad \dots \quad \Delta t^n]_{(1 \times n)} \quad (8)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \binom{1}{1} & \binom{2}{1} \Delta t & \dots & \binom{n}{1} \Delta t^{(n)} \\ 0 & \binom{2}{2} & \dots & \binom{n}{2} \Delta t^{(n-2)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \binom{n}{n} \end{bmatrix}_{(n \times n)} \quad (9)$$

3.2 Sistema barra e bola

Considerando o sistema em estudo e, aplicando o procedimento de discretização na função de transferência representada pela Equação (1), obtém-se as seguintes matrizes para o sistema em espaços de estados representados pelas Equações (4) e (5):

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t & \Delta t^2 \\ 0 & 1 & 2\Delta t \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} d_0 + d_1^i \Delta t + d_2^i \Delta t^2 \\ d_1^i \Delta t + 2d_2^i \Delta t^2 \\ d_2^i \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = [1 \quad 0 \quad 0]$$

$$[\mathbf{x}]_k = [x^s \ x_1^i \ x_2^i]^\top$$

4 Formulação do controlador IHMPC

A função objetivo do controlador preditivo proposto para o sistema barra e bola deve ser aquela que atenda a um horizonte de predição infinito, a saber:

$$J_{1,k} = \sum_{j=1}^{\infty} \|y(k+j|k) - y_r\|_{Q_y}^2 + \sum_{j=0}^{m-1} \|\Delta u(k+j|k)\|_R^2 \quad (10)$$

em que, $Q_y \in \mathbb{R}$, $R \in \mathbb{R}$ são matrizes positivo-definidas que ponderam a priorização, por parte do controlador, entre variável controlada e manipulada. y_r é a referência do controlador e m é o horizonte de controle. O somatório de $j = 1$ a ∞ da Equação (10) refere-se ao erro de predição da saída ao longo do horizonte infinito. É irrealizável e, por isso, deve ser limitado, de tal forma que pode-se reescrevê-lo na forma da Equação (11).

$$\sum_{j=1}^{\infty} \|y(k+j|k) - y_r\|_{Q_y}^2 = \sum_{j=1}^m \|y(k+j|k) - y_r\|_{Q_y}^2 + \sum_{j=1}^{\infty} \|y(k+m+j|k) - y_r\|_{Q_y}^2 \quad (11)$$

A partir do modelo proposto na seção anterior, equações (4) a (9), tem-se que:

$$y(k+m+j|k) = x^s(k+m|k) + \tau \Gamma_j \cdot \mathbf{x}^i(k+m|k) \quad (12)$$

onde,

$$\Gamma_j = \sum_{i=0}^j \mathbf{F}^i$$

Substituindo (12) em (11):

$$\sum_{j=1}^{\infty} \|y(k+m+j|k) - y_r\|_{Q_y}^2 = \sum_{j=1}^{\infty} \|x^s(k+m|k) + \tau \Gamma_j \cdot \mathbf{x}^i(k+m|k) - y_r\|_{Q_y}^2 \quad (13)$$

A partir da Equação (13) deve-se estabelecer as seguintes restrições para tornar a função custo limitada:

$$x^s(k+m|k) - y_r = 0 \quad (14)$$

$$\mathbf{x}^i(k+m|k) = \mathbf{0} \quad (15)$$

Estas restrições (terminais) significam que tanto o estado associado ao polo integrador artificial, como os estados correspondentes aos polos integradores reais do sistema, serão zerados no fim do horizonte de controle. Com base nas equações anteriores, a lei de controle do IHMPC proposto busca resolver o seguinte problema de otimização:

Problema P1

$$\min_{\Delta u_k} J_{1,k}$$

Sujeito à (14), (15) e:

$$\Delta u(k+j|k) \in \mathbb{U}, j = 0, \dots, m-1. \quad (16)$$

onde,

$$\mathbb{U} = \begin{cases} -\Delta u_{max} \leq \Delta u(k+j|k) \leq \Delta u_{max} \\ \Delta u(k+j|k) = 0, j \geq m \\ u_{min} \leq u(k-1) + \sum_{i=0}^j \Delta u(k+i|k) \leq u_{max} \end{cases} \quad (17)$$

e

$$J_{1,k} = \sum_{j=1}^m \|y(k+j|k) - y_r\|_{Q_y}^2 + \sum_{j=0}^{m-1} \|\Delta u(k+j|k)\|_R^2 \quad (18)$$

Este problema de otimização é assintoticamente estável, formalizado através do seguinte teorema:

Teorema 1: Para um sistema com polos integradores puros e repetidos, se o Problema P1 é viável no instante k , a lei de controle resultante da solução deste problema de otimização permanece viável nos instantes de amostragem posteriores, garantindo a convergência assintótica da função objetivo à origem.

Prova: A prova do Teorema 1 é obtida seguindo os passos padrões apresentados por Rawlings e Muske (1993), e resumem-se a mostrar que:

1. As restrições são satisfeitas ao fim do horizonte de controle;
2. A solução herdada satisfaz as restrições;
3. A função objetivo da Equação (18) é monotonicamente decrescente.

As restrições das Equações (14) e (15), são rígidas e podem tornar o Problema P1 inviável, principalmente quando as restrições de movimento estão ativas. Para contornar tal situação, propõe-se uma modificação na função objetivo na qual são inseridas variáveis de decisão que fornecem graus de liberdade adicionais ao problema, conforme apresentado no trabalho de Cano e Odloak (2003). Em outras palavras, essas variáveis de decisão adicionais atuarão como variáveis de folga de modo a suavizar as restrições terminais do Problema P1. Dessa forma, a função objetivo modificada para o controlador IHMPC proposto possui a seguinte forma:

$$J_{2,k} = \sum_{j=1}^{\infty} \|y(k+j|k) - y_r - \delta_{y,k} - \tau \Gamma_{(j-m)} \delta_{i,k}\|_{Q_y}^2 + \sum_{j=0}^{m-1} \|\Delta u(k+j|k)\|_R^2 + \|\delta_{y,k}\|_{S_y}^2 + \|\delta_{i,k}\|_{S_i}^2 \quad (19)$$

Portanto, a lei de controle deve atender ao seguinte problema de otimização:

Problema P2

$$\min_{\Delta u_k, \delta_{y,k}, \delta_{i,k}} J_{2,k}$$

sujeito à (16), (17) e:

$$x^s(k+m|k) - y_r - \delta_{y,k} = 0 \quad (20)$$

$$\mathbf{x}^i(k+m|k) - \delta_{i,k} = \mathbf{0} \quad (21)$$

em que,

$$J_{2,k} = \sum_{j=0}^{m-1} \|\Delta u(k+j|k)\|_R^2 + \sum_{j=1}^m \|y(k+j|k) - y_r - \delta_{y,k} - \tau \Gamma_{(j-m)} \delta_{i,k}\|_{Q_y}^2 + \|\delta_{y,k}\|_{S_y}^2 + \|\delta_{i,k}\|_{S_i}^2 \quad (22)$$

δ_y é a variável de folga relacionada ao estado integrador artificial inserido durante a construção do modelo, $\delta_i = [\delta_{i,1}, \delta_{i,2}, \dots, \delta_{i,n}]^T$ é um vetor que contém as variáveis relativas a cada um dos modos integradores do sistema, S_y e S_i são as matrizes positiva-definidas de supressão para as variáveis de folga que, de modo geral, são escolhidas com ordem de grandeza nas centenas de milhares de modo a limitar o uso de tais variáveis.

A estabilidade para o Problema P2 é garantida após as variáveis de folga dos estados integradores serem zeradas. Sua prova de estabilidade segue os mesmos passos apresentados em Rawlings e Muske (1993), pois a função objetivo herdará todas as propriedades da função objetivo do Problema P1, quais sejam: limitada e decrescente, caracterizando-se como uma função de Lyapunov.

5 Resultados de simulações

Nesta seção o desempenho do controlador proposto será comparado com o controlador de horizonte infinito em duas camadas apresentado por Muske e Rawlings (1993). Os controladores foram comparados com base na diferença nos parâmetros de sintonia, horizontes de controle, índice de desempenho de controle, tempo de execução da otimização e atenuação de distúrbios na entrada e na saída.

O ponto de partida para a escolha do valor adequado para o horizonte de controle é a formulação matemática do problema de otimização. O controlador proposto por Muske e Rawlings (1993) (IHMPR) exige que o horizonte de controle seja maior que o número de modos instáveis no sistema. Portanto, visto que o sistema barra e bola possui dois polos integradores instáveis, Equação (1), o menor valor permitido é três. Todavia, em um cenário onde as entradas são muito restritas, o controlador IHMPR necessitará de um horizonte de controle maior. Na Figura (3) é apresentado as respostas dos controladores, quando a entrada é limitada entre $-2,25^\circ$ e $2,25^\circ$. Nesta condição, o

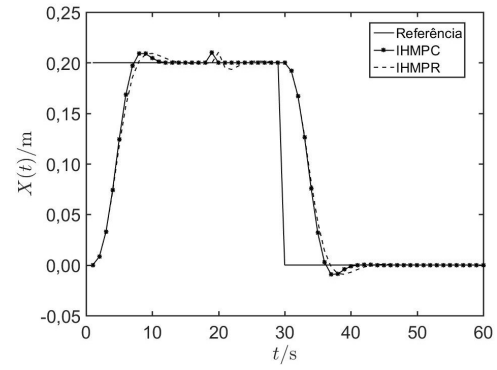


Figura 3: Respostas dos controladores IHMPC e IHMPR para mudança de referência no sistema barra e bola.

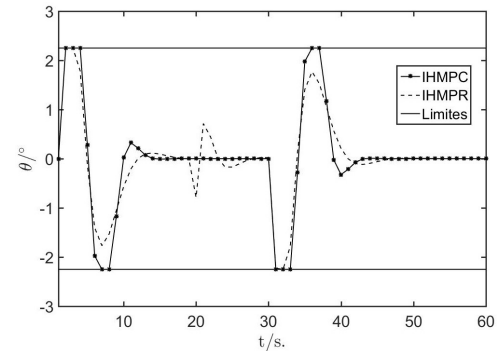


Figura 4: Saídas dos controladores IHMPC e IHMPR para mudança de referência no sistema barra e bola.

horizonte de controle que torna o IHMPR viável é oito, enquanto que para o IHMPC estabelece-se o valor de três, pois é equivalente aos números de modos instáveis acrescido de um. Quanto ao desempenho de controle utilizou-se o ITAE (*integral of time-weighted absolute error*) e para controlador IHMPC foi 8,4% menor que para o IHMPR, sendo 28,655 e 31,071 respectivamente. Em relação à entrada, a Figura (4) mostra que ambos ativam as restrições de máximo e mínimo nos instantes imediatamente após as mudanças de referência, porém não violam as restrições.

A diferença fundamental entre os controladores IHMPR e o IHMPC, quanto ao horizonte de controle, é que o uso das variáveis de folgas no problema de otimização P2 (Equações (20) a (22)) permitirá uma solução em qualquer instante de amostragem. Desta forma, o controlador IHMPC fornece solução para o sistema mesmo que o horizonte de controle seja inferior ao número de modos instáveis do controlador. A Figura (5) mostra a saída do sistema quando utilizado o IHMPC com horizonte de controle igual a um. É possível observar que o controlador é capaz de levar o sistema para o ponto desejado, além disso a Figura (6) mostra que a entrada não viola as restrições. É neste ponto que as variáveis de folga tornam-se fundamentais, pois são ativadas quando o sistema precisa de graus de liberdade adicionais, porém

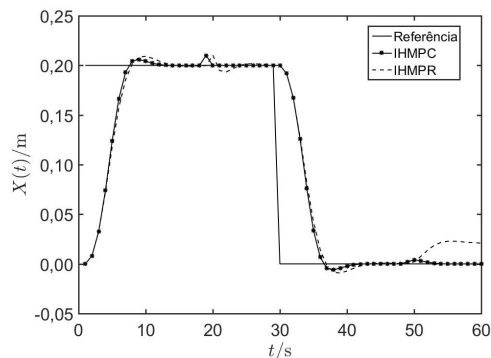


Figura 5: Saída dos controladores IHMPC e IHMPR com horizonte de controle iguais a 1 e 8, respectivamente, na presença de distúrbios.

são minimizadas e levadas a zero na medida que a variável controlada se aproxima do valor desejado. A Figura 7 mostra o comportamento dessas variáveis. No caso do sistema com dois polos integradores, tem-se três variáveis de folga, pois na construção do modelo em espaço de estados proposto insere-se um polo integrador artificial. Os dois polos do sistema irão gerar variáveis de folga de comportamento idêntico e apresentam-se sobrepostas na Figura 7, enquanto que o polo artificial terá comportamento adverso ao das anteriores.

Outra característica interessante do controlador IHMPC nominalmente estável é possuir função objetivo monotonicamente decrescente, pois esse é um dos requisitos que determina se essa é uma função de Lyapunov. A Figura 8 mostra a evolução do valor da função objetivo, observa-se que ela é monotonicamente decrescente o que corrobora com a prova matemática apresentada na seção anterior.

Quando bem sintonizados, ambos os controladores serão capazes de levar o sistema à referência desejada com bom índice de desempenho, como mostram a Figura 3. Porém, quando os controladores são sujeitos a um distúrbio não medido os comportamentos mudam. No tempo de quinze segundos foi inserido um distúrbio do tipo impulso com amplitude de 0,01m, as Figuras 3, 4 e 5 mostram o impacto desse distúrbio no sistema. Através da Figura 4 pode-se observar que o controlador IHMPR calcula ações de controle que não condizem com a necessidade e o controlador IHMPC mantém a entrada do sistema, pois o distúrbio impulso é ignorado por esse controlador. Todavia é importante ressaltar que ambos os controladores são eficientes em atenuar tais distúrbios.

A Tabela (1) mostra o desempenho dos controladores IHMPC e IHMPR quando o horizonte de controle é variado. A estabilidade garantida, nos permite utilizar seus parâmetros para manipular a eficiência do controle, por isso o desempenho de ambos os controladores é sensível a variações no horizonte de controle, todavia o controla-

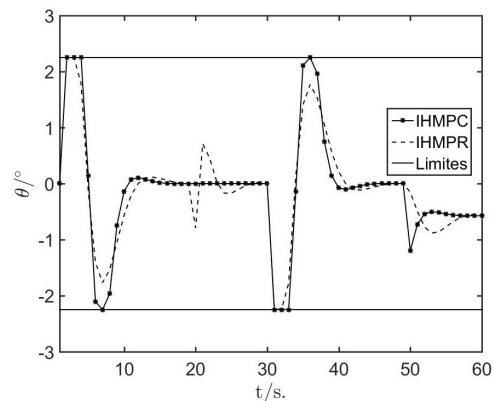


Figura 6: Entrada dos controladores IHMPC e IHMPR com horizonte de controle iguais a 1 e 8, respectivamente, na presença de distúrbios.

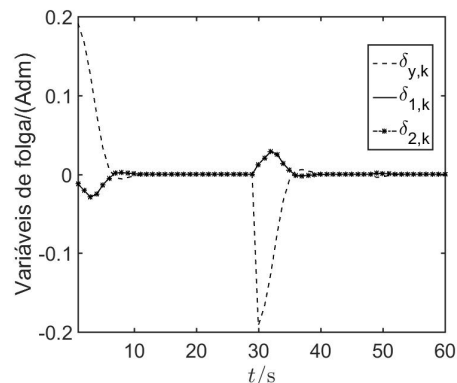


Figura 7: Variáveis de folga do IHMPC com horizonte de controle igual a um.

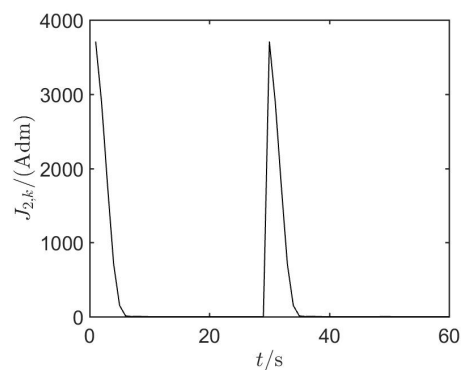


Figura 8: Função objetivo do controlador IHMPC com horizonte de controle igual a um.

Tabela 1: Impactos da variação do horizonte de controle nos controladores IHMPC e IHMPR.

IHMPC					
m	1	2	3	4	5
Média/s	0,0109	0,0117	0,0117	0,0118	0,0118
ITAE	28,655	32,096	28,655	28,391	29,153

IHMPR					
m	8	9	10	11	12
Média/s	0,0194	0,0187	0,0197	0,0184	0,0186
ITAE	31,071	31,101	31,092	31,096	31,103

dor IHMPC possui índice predominantemente menor. Além disso a média do tempo de resolução do problema, tempo utilizado unicamente para a otimização, varia em função da complexidade do problema. Em situações onde há poucos graus de liberdade espera-se que a solução viável seja mais difícil encontrar, porém conforme aumenta-se o horizonte de controle, as matrizes tentem a crescer e tornar o algoritmo mais lento. Visto que a solução do problema de otimização no IHMPC é feita em uma única camada otimização, enquanto que o IHMPR são duas, espera-se que esse algoritmo necessite de um tempo inferior para execução. Do ponto de vista de implementação prática, o tempo de execução e o algoritmo em uma camada são fatores que podem inviabilizar a aplicação do controlador IHMPR. Semelhantemente ao desempenho de controle, o tempo de execução do algoritmo de otimização do controlador IHMPC foi inferior ao IHMPR.

Em relação a distúrbios sistemáticos o IHMPR possui uma limitação na sua construção que implicará na existência de erro de regime quando houver distúrbio tipo degrau. Esse comportamento do IHMPR é esperado, conforme discutido em Muske e Rawlings (1993). As Figuras 5 e 6 também mostram uma situação onde a presença de um distúrbio degrau causa esse tipo de impacto na saída do controlador. Os horizontes de controle são oito, $m = 8$, e um, $m = 1$ para os controladores IHMPR e IHMPC respectivamente. Foi adicionado o mesmo distúrbio impulso aos quinze segundos, e ambos foram eficientes em rejeitá-lo, porém aos quarenta e cinco segundos, foi inserido o distúrbio sistemático na entrada com amplitude de $0,1^\circ$. O controlador IHMPC consegue com eficiência atenuar tais distúrbios, enquanto que o IHMPR, gera erro de regime permanente. Quanto ao desempenho de controle a Tabela (1) mostra que o controlador IHMPR, mesmo com o valor mínimo para o horizonte de controle, é mais eficiente.

6 Conclusões

Neste artigo foi proposto um controlador IHMPC com uma camada através de uma representação de modelo na forma incremental das entradas e comparado com o controlador preditivo de horizonte infinito padrão proposto por Muske e Rawlings (1993). Deste estudo, pode-se esboçar as seguintes conclusões:

- Ambos os controladores são capazes de levar sistemas integradores puros ao estado de referência desejado;
- O controlador IHMPC é viável quando utilizado horizonte de controle inferior ao número de modos instáveis do sistema;
- O controlador IHMPC utiliza menor tempo computacional, isto impacta na implementação em tempo real;
- A rejeição de distúrbio foi mais eficiente com controlador IHMPC, principalmente no caso de distúrbio sistemático na entrada;

Agradecimentos

Este trabalho foi suportado financeiramente pela FAPESB.

Referências

- Apkarian, J. Q., Lévis, M. Q. e Gurocak, H. W. S. U. (2011). STUDENT WORKBOOK - Ball and Beam Experiment for MATLAB/Simulink Users.
- Cano, R. A. R. e Odloak, D. (2003). Robust model predictive control of integrating processes, *Journal of Process Control* **13**(2): 101–114.
- Muske, K. R. e Rawlings, J. B. (1993). Model predictive control with linear models, *AIChE Journal* **39**(2): 262–287.
- Quanser (2011). USER MANUAL - Ball and Beam Experiment.
- Rawlings, J. e Muske, K. (1993). The stability of constrained receding horizon control, *IEEE Transactions on Automatic Control* **38**(10): 1512–1516.
- Rodrigues, M. a. e Odloak, D. (2003). An infinite horizon model predictive control for stable and integrating processes, *Computers and Chemical Engineering* **27**(8-9): 1113–1128.