

CONTROLE QFT PARA O TANQUE QUADRUPLA COM DESACOPLAMENTO DINÂMICO

GABRIEL PEREIRA DAS NEVES*, BRUNO AUGUSTO ANGÉLICO*

*Dept. de Eng. de Telecomunicações e Controle
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, Brazil

Emails: gabriel.pereira.neves@usp.br, angelico@lac.usp.br

Abstract— This work consist in project a QFT controller with dynamic decoupling to the tank quadruple problem. This system is non-linear, multivariable (two inputs and two outputs) and with coupled channels. The technique is validated via simulation and by means of practical experiments. Aspects such as robustness and performance are considered. The controller provided good results in terms of step response, sinusoidal tracking reference and sinusoidal disturbance rejection.

Keywords— QFT, Dynamical Decoupling, Tank Quadruple

Resumo— Esse trabalho consiste em projetar um controlador QFT com desacoplamento dinâmico para o problema do tanque quadruplo. Tal sistema é não-linear e multivariável (duas entradas e duas saídas) e com acoplamento entre os canais. A técnica é validada via simulação e por meio de resultados práticos. Aspectos como robustez e desempenho são considerados. O controlador apresentou bons resultados para a resposta ao degrau, acompanhamento de uma referência senoidal e rejeição de uma perturbação senoidal.

Palavras-chave— QFT, Desacoplamento, Tanque Quadruplo.

1 Introdução

O controle robusto QFT (*Quantitative Feedback Theory*) é muito utilizado em sistemas SISO (*single input, single output*) por apresentar bons resultados e formas de projeto simples, onde o controlador é construindo de acordo com a forma desejada no plano de Nichols (D'Azzo and Houpis, 1988).

Apesar disso, a sua utilização em sistemas MIMO (*multiple input, multiple output*) não é muito difundida, pois o projeto é feito apenas para sistemas SISO. O uso dele em sistemas MIMO é possível por técnicas de desacoplamento e construção de um controlador para cada canal. A maior parte de trabalhos feitos consistem em efetuar o desacoplamento estático (Jiménez et al., 2003).

O tanque quadruplo, é um sistema MIMO, não linear, que apresenta um zero ajustável pela soma das porcentagens de abertura das válvulas, como visto em (Johansson, 2000). Assim, se a soma for menor que 1, o sistema apresenta um zero de fase não-mínima; se, por outro lado, a soma maior que 1, o zero é de fase mínima. Neste sistema já foram feitos trabalhos envolvendo vários controles, como H_∞ em (Li and Zheng, 2014), MPC (*Model Predictive Control*) em (Almurib et al., 2011) e PID com desacoplamento visto em (Astrom et al., 2002).

O controle QFT já foi aplicado e estudado no tanque quadruplo, porém sem utilizar desacoplamento dinâmico, como visto em (Mahdi Alavi et al., 2007) e (Patil. et al., 2010).

Este artigo apresenta a modelagem do tanque, o desacoplamento dinâmico do sistema, o projeto dos controladores via QFT e testes de validação dos controladores via simulação e com experimentos práticos, incluindo teste de robustez em

frequência através da rejeição de uma perturbação senoidal e acompanhamento de uma referência senoidal.

2 Tanque Quadruplo

O problema de controle tanque quadruplo, considerando um *benchmark* para sistemas MIMO acoplados, consiste em controlar o volume de água nos tanques 1 e 2 (conforme Figura 1), aplicando sinais de controle (tensões) nas bombas.

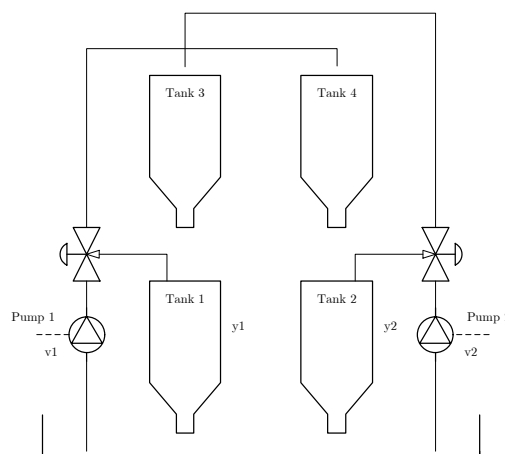


Figura 1: Tanque quadruplo.

Assumindo regime turbulento, as equações da altura d'água em cada tanque são

$$\frac{dh_1}{dt} = -\frac{a_1}{A_1}\sqrt{2gh_1} + \frac{a_3}{A_1}\sqrt{2gh_3} + \frac{\gamma_1 k_1 v_1}{A_1} \quad (1)$$

$$\frac{dh_2}{dt} = -\frac{a_2}{A_2}\sqrt{2gh_2} + \frac{a_4}{A_2}\sqrt{2gh_4} + \frac{\gamma_2 k_2 v_2}{A_2} \quad (2)$$

$$\frac{dh_3}{dt} = -\frac{a_3}{A_3}\sqrt{2gh_3} + \frac{(1-\gamma_2)k_2 v_2}{A_3} \quad (3)$$

$$\frac{dh_4}{dt} = -\frac{a_4}{A_4}\sqrt{2gh_4} + \frac{(1-\gamma_1)k_1 v_1}{A_4} \quad (4)$$

onde

- g é a aceleração da gravidade;
- γ_i porcentagem da abertura da válvula i ;
- a_i área da abertura da saída de água do tanque i ;
- A_i área do tanque i ;
- h_i altura da água no tanque i ;

Para o sistema prático, mostrado na Figura 2, os valores são: $a_1 = a_2 = 0,4657 \text{ [cm}^2\text{]}$, $a_3 = a_4 = 0,3421 \text{ [cm}^2\text{]}$, $A_1 = A_2 = A_3 = A_4 = 254,469 \text{ [cm}^2\text{]}$, $k_1 = k_2 = 18 \text{ [cm}^3 / (\text{V s})]$, $\gamma_1 = 0,55$ e $\gamma_2 = 0,54$.

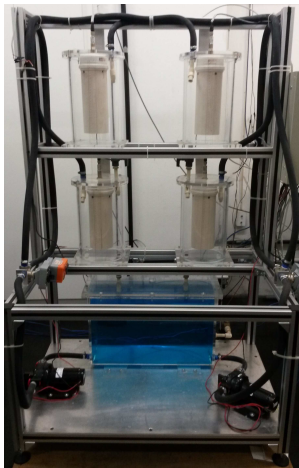


Figura 2: Tanque quadruplo prático e o painel de controle.

O sistema linearizado no um ponto de operação ($h_1 = 15$, $h_2 = 15$), em [cm], apresenta a matriz de transferência

$$G = \begin{bmatrix} \frac{0,0389}{s+0,01046} & \frac{0,0003596}{s^2+0,02152s+0,0001156} \\ \frac{0,0004495}{s^2+0,02459s+0,0001478} & \frac{0,0382}{s+0,01046} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

3 Desacoplamento Dinâmico

O desacoplamento consiste em separar um sistema multivariável em sistemas de uma única entrada e uma saída, ou seja, cada entrada em um sistema multivariável deve afetar apenas uma única

saída. O desacoplamento dinâmico (Smith and Corripio, 2008) utiliza toda a resposta transitória enquanto o estático considera apenas a resposta permanente.

Considerando o sistema MIMO do tanque quádruplo, onde apresenta duas entradas e duas saídas, a matriz de transferência pode ser escrita como

$$G = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Desta forma, pode-se escrever cada saída em relação às entradas

$$Y_1 = G_{11}U_1 + G_{12}U_2, \quad (7)$$

$$Y_2 = G_{21}U_1 + G_{22}U_2. \quad (8)$$

O desacoplamento dinâmico é feito conforme a Figura 3, onde,

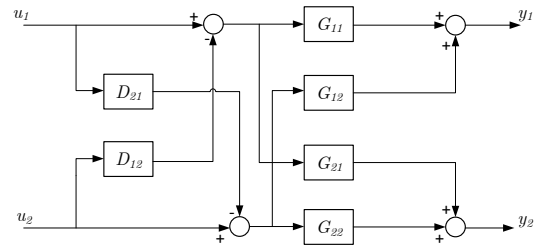


Figura 3: Desacoplamento dinâmico.

$$D_{21} = \frac{G_{21}}{G_{22}}, \quad (9)$$

$$D_{12} = \frac{G_{12}}{G_{11}}. \quad (10)$$

Assim, as equações (7) e (8) são escritas como

$$Y_1 = (G_{11} - \frac{G_{12}G_{21}}{G_{22}})U_1, \quad (11)$$

e,

$$Y_2 = (G_{22} - \frac{G_{12}G_{21}}{G_{11}})U_2, \quad (12)$$

ou seja, cada saída está sendo influenciada por apenas uma entrada. Assim tem-se o sistema desacoplado.

4 Controle QFT

O controle robusto QFT é uma técnica de projeto no domínio da frequência desenvolvida no plano de Nichols. Os erros de modelagem são considerados no projeto através do *template*. O projeto é feito para um conjunto discreto e finito de frequências ω_i , escolhidas dentro de uma região de interesse.

Como a maior parte dos projetos de controle robustos, quatro pontos são importantes:

- Estabilidade Robusta;

- Acompanhamento de referência;
- Rejeição da perturbação;
- Atenuação do ruído de medida.

Para o projeto, as especificações de são impostas:

- $\delta_r = 10\%$, $\omega_r = 0,08$ [rad/s]: Acompanhamento de referência;
- $\delta_d = 10\%$, $\omega_d = 0,08$ [rad/s]: Rejeição da perturbação;
- $\delta_n = 15\%$, $\omega_n = 50$ [rad/s]: Atenuação do ruído de medida.

No caso da estabilidade robusta, tem-se

$$T_R = \frac{G(j\omega)K(j\omega)}{1 + G(j\omega)K(j\omega)} \leq M, \quad (13)$$

em que foi assumido $M = 1,2$. As maiores fonte de erro são as constantes das bombas e a abertura das válvulas. Através de testes práticos, executados no tanque, verificou-se que K_{bomba} varia aproximadamente 20% e γ_i em torno de 7%. Assim, tem-se:

$$14,4 < K_{bomba} < 21,6,$$

$$0,5208 < \gamma_1 < 0,5992,$$

$$0,5394 < \gamma_2 < 0,6206.$$

O erro de modelagem, calculado a partir de (11) e (12), considera o desacoplamento como uma fonte de erro, pois D_{12} e D_{21} dependem das variáveis γ_1 , γ_2 , K_1 e K_2 . Tais erros estão presentes no projeto do controlador na forma dos *templates*.

A primeira etapa do projeto consiste em escolher as frequências que serão analisadas, de acordo com as especificações de projeto. Tais frequências devem ser escolhidas de forma que a planta em malha aberta respeite todas as especificações. Os seguintes valores foram escolhidos:

$$\omega = [0,01 \quad 0,05 \quad 0,08 \quad 1 \quad 10 \quad 50 \quad 100]. \quad (14)$$

Com isso, têm-se as barreiras para cada frequência. As Figuras 4 e 5 mostram, respectivamente, o modelo desacoplado em relação à primeira e à segunda saída, com suas barreiras, no plano de Nichols.

Seguindo os passos de projeto de baixa para a alta frequência, obtêm-se os controladores nas equações (15) e (16). Ambos correspondem a um polo na origem (integrador), um ajuste de ganho, um avanço de fase e um polo adicional. Todo o projeto dos controladores foi feito usando *QFT Tool Box* (QFTCT) (Garcia-Sanz, 2016).

$$K_1 = \frac{20s + 0,4}{0,003704s^3 + 0,3444s^2 + s} \quad (15)$$

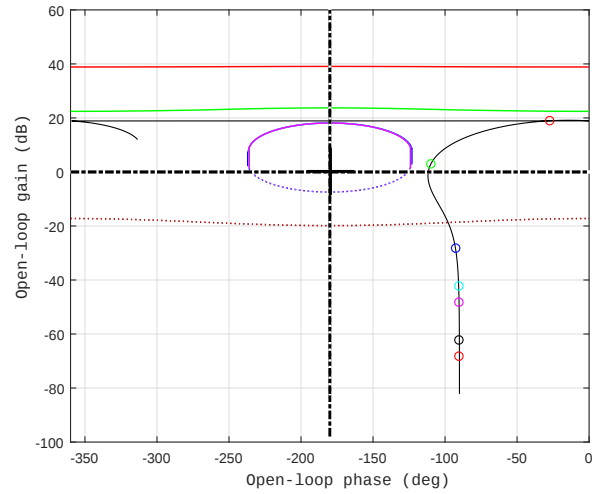


Figura 4: Planta em malha aberta Y_1/U_1 .

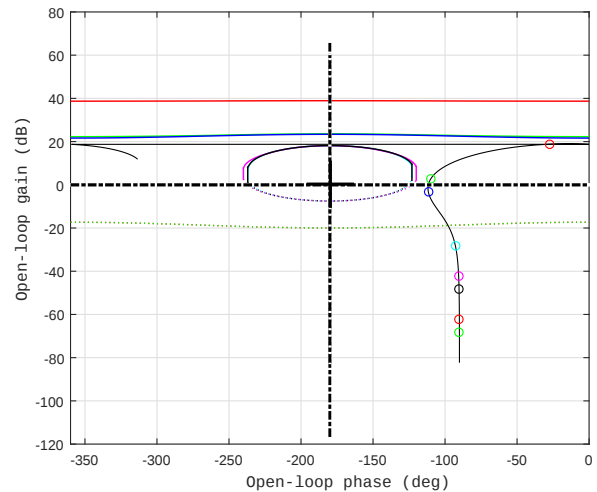


Figura 5: Planta em malha aberta Y_2/U_2 .

$$K_2 = \frac{40s + 0,4}{0,008333s^3 + 0,3583s^2 + s} \quad (16)$$

Os resultados em plano de Nichols da função em malha aberta são mostrados nas Figuras 6 e 7. Cada ponto representa, de cima para baixo, a menor para a maior frequência, com suas respectivas barreiras representadas na mesma cor.

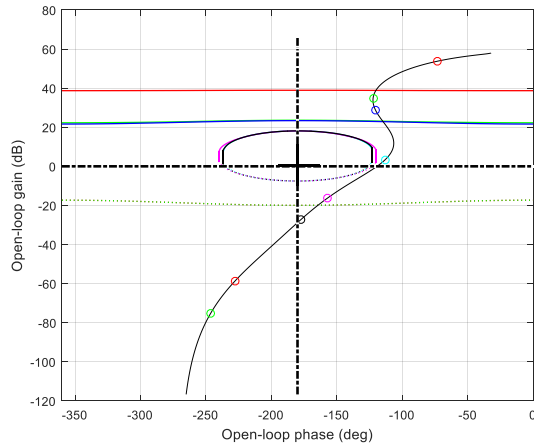


Figura 6: Sistema equivalente controlado por K1 (canal Y_1/U_1).

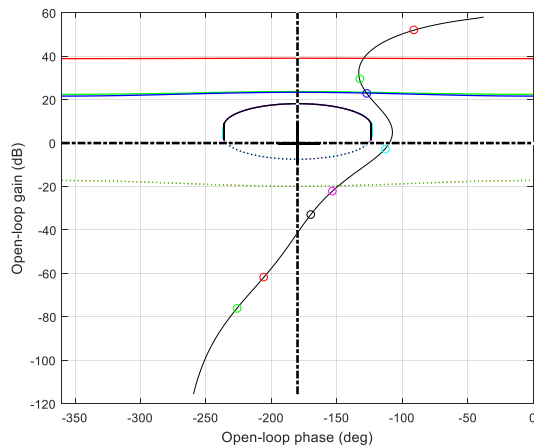


Figura 7: Sistema equivalente controlado por K2 (canal Y_2/U_2).

No projeto de K_1 e K_2 foi colado um integrador em cada controlador para garantir erro zero à resposta ao degrau. Na aplicação prática, ele foi separado do controlador e implementado com anti-windup.

5 Resultados de Simulação Práticos

A simulação foi realizada em ambiente MATLAB/Simulink®, considerando o modelo não linear do sistema. Para os testes práticos

utilizou-se os software LABVIEW® para programar o controlador cRIO-9024 presente no painel de controle do tanque quádruplo. Para validar o funcionamento do controlador (desempenho e robustez) foram feitos os seguintes testes:

- Resposta ao Degrau;
- Rejeição da perturbação senoidal, de amplitude 3 [cm] e frequência 0,08 [rad/s];
- Acompanhamento de referência senoidal, amplitude de 1 [cm] e frequência de 0,08 [rad/s].

As Figuras 8, 9 e 10 apresentam os resultados de simulação. Observa-se um bom desempenho, de acordo com as especificações de projeto.

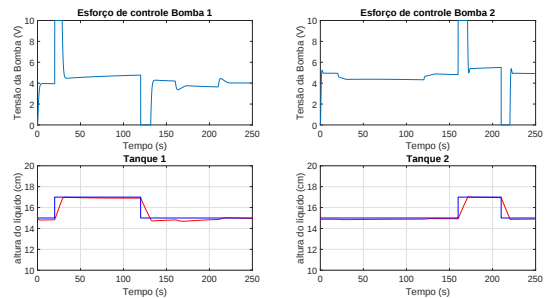


Figura 8: Resposta ao degrau, simulação.

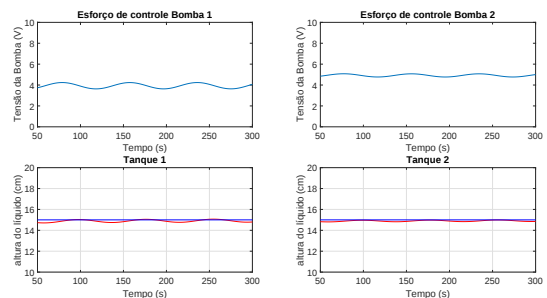


Figura 9: Rejeição da perturbação senoidal, simulação.

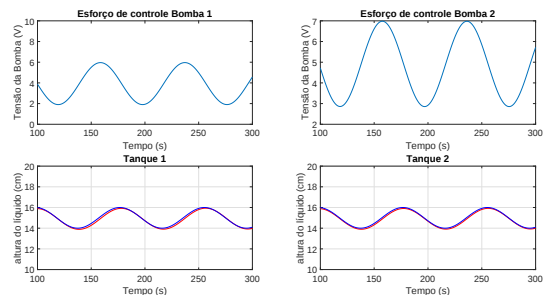


Figura 10: Acompanhamento de uma referência senoidal, simulação.

As respostas dos testes práticos são apresentadas nas Figuras 11, 12 e 13. Em relação à resposta ao degrau, a resposta respeita as especificações de projeto, porém, pode-se observar um acoplamento

no instante 240 [s], o que se deve ao erro de modelagem, à limitação dos atuadores e ao fato do sistema estar operando um pouco distante do ponto de equilíbrio no qual ele foi linearizado para fins de projeto.

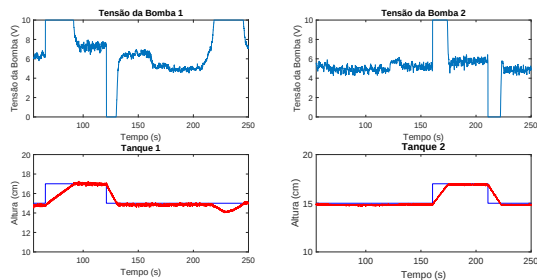


Figura 11: Resposta ao degrau.

No caso de rejeição da perturbação (Figura 12), pode-se observar que a saída está no limite de 10% especificado.

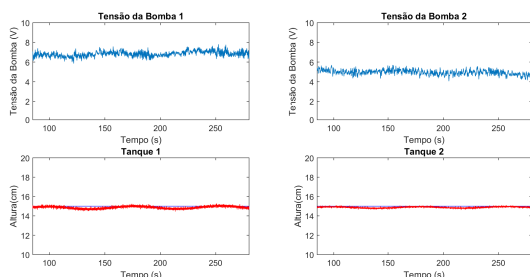


Figura 12: Rejeição da perturbação senoidal.

Na Figura 13, a senoide aplicada é menor que a de perturbação para evitar a saturação do atuador. Observa-se que o acompanhamento de referência está conforme especificado no projeto.

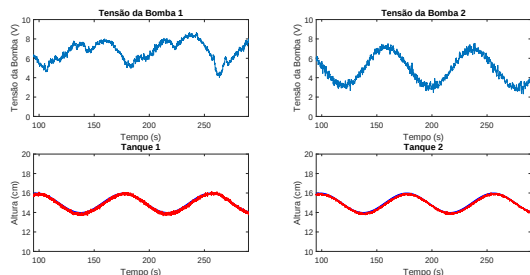


Figura 13: Acompanhamento de uma referência senoidal.

6 Conclusões

Os testes práticos mostraram que a técnica QFT com desacoplamento dinâmico funciona para o problema do tanque quadruplo. Apesar de apresentar um leve acoplamento no caso prático, o desacoplamento dinâmico foi considerado satisfatório para o uso do controle robusto. É importante mencionar que os resultados de simulação e práticos estão bem semelhantes. As especificações de

projeto em termos de desempenho e robustez foram respeitadas. Com isso, conclui-se que o controle robusto funcionou de acordo com o esperado.

Agradecimentos

Os autores agradecem a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) pelo financiamento do projeto, processo 2013/25605-2.

Referências

- Almurib, H., Askari, M. and Moghavvemi, M. (2011). Model predictive control of quadruple tanks system, *Proceedings of SICE Annual Conference (SICE)*, pp. 87–91.
- Astrom, K., Johansson, K. and Wang, Q.-G. (2002). Design of decoupled pi controllers for two-by-two systems, *IEEE Proceedings of Control Theory and Applications* **149**(1): 74–81.
- D'Azzo, J. J. and Houpis, C. H. (1988). *Linear Control System Analysis and Design Conventional and Modern*, 1 edn, McGraw-Hill Book Company.
- Garcia-Sanz, M. (2016). The QFT control toolbox (QFTCT) for Matlab. <http://cesc.case.edu>, CWRU, UPNA and ESA-ESTEC, Version 9.15.
- Jiménez, D., no, F. C. and Rubio, F. (2003). QFT control of a rotary dryer, *European Control Conference* pp. 1053–1058.
- Johansson, K. (2000). The quadruple-tank process: a multivariable laboratory process with an adjustable zero, *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **8**(3): 456–465.
- Li, Z. and Zheng, C. (2014). H_∞ loop shaping control for quadruple tank system, *Sixth International Conference on Intelligent Human-Machine Systems and Cybernetics (IHMSC)*, Vol. 2, pp. 117–120.
- Mahdi Alavi, S., Khaki-Sedigh, A., Labibi, B. and Hayes, M. (2007). Improved multivariable quantitative feedback design for tracking error specifications, *IET Control Theory and Applications* **1**(4): 1046–1053.
- Patil, M. D., Pravin G. Patil, K. and Patil, R. S. (2010). Multivariable control system design for quadruple tank process using quantitative feedback theory (qft), *Proc. of Int. Conf. on Control, Communication and Power Engineering* pp. 71–75.
- Smith, C. A. and Corripio, A. (2008). *Princípio e Prática do Controle Automático de Processo*, 3 edn, LTC.