

GARANTIA DE ESTABILIDADE E FACTIBILIDADE DE CONTROLADORES *NMPC* PARA O SEGUIMENTO DE CAMINHOS VISUAIS

TIAGO T. RIBEIRO*, RAMON O. FERNANDEZ†, ANDRÉ GUSTAVO S. CONCEIÇÃO†

*Departamento de Eletrotécnica
Instituto Federal da Bahia - Campus Feira de Santana
Feira de Santana, Bahia, Brasil

†LaR - Laboratório de Robótica
Departamento de Engenharia Elétrica
Universidade Federal da Bahia
Salvador, Bahia, Brasil

Emails: tiagotrindade@ifba.edu.br, ramon.elc.ba@gmail.com, andre.gustavo@ufba.br

Abstract— This paper proposes *NMPC* controllers for visual path-following considering aspects of stability and feasibility. The modelling is based on the acquisition of simplified visual characteristics through a *Serret-Frenet* system positioned in the center of camera's field of view fixed on mobile robot. Control actions are calculated directly from the image plane enhances the need to develop strategies to stability and feasibility guarantee. Real results are presented for both commercial differential robot and webcam considering an arbitrary path.

Keywords— Path Following; Visual Control; Predictive Control

Resumo— Este artigo propõe controladores *NMPC* para o seguimento de caminhos visuais considerando aspectos de estabilidade e factibilidade. A modelagem realizada baseia-se na aquisição de características visuais simplificadas através de um sistema de *Serret-Frenet* posicionado no centro do campo visual de uma câmera fixada a um robô móvel. As ações de controle são calculadas diretamente do plano da imagem o que potencializa a necessidade do desenvolvimento de estratégias para garantia de estabilidade e factibilidade. Resultados reais são apresentados para um robô diferencial e *webcam* comerciais considerando um caminho arbitrário.

Palavras-chave— Seguimento de Caminho; Controle Visual; Controle Preditivo

1 Introdução

Atualmente, decorrente da necessidade de soluções para navegação robótica com altíssima precisão, grandes esforços têm sido dedicados ao desenvolvimento de estratégias de controle baseadas em visão computacional, especialmente aquelas caracterizadas como controle servo visual.

Considerando como objetivo o seguimento de caminhos utilizando somente informações visuais, a lei de controle é calculada diretamente do plano da imagem [(Alj et al., 2014), (Delfin et al., 2014)] através de características visuais simplificadas. Tal requisito de simplicidade objetiva a manutenção de baixa complexidade computacional, especialmente para dinâmicas rápidas, não lineares, e variantes no tempo.

Em muitas soluções para o problema de seguimento de caminhos visuais, define-se erros, de espaçamento lateral e de orientação, relativos a um horizonte frontal ao campo de visão de uma câmera (Bertozzi et al., 2000). Tais abordagens evidenciam a necessidade de uma caracterização sucinta dos caminhos, o que implica em restrições na curvatura, configuração inicial e velocidade de navegação. Em (Cherubini et al., 2008) propõe-se um esquema de controle que contemple estas características e em (de Lima and Victorino, 2014) são considerados desvios de obstáculos. Em ambos os casos, não existe uma caracterização explí-

cita dos limites impostos pelo sistema visual nem são apresentados os custos computacionais.

Uma alternativa eficiente para inclusão destes aspectos no cálculo das ações de controle baseia-se na utilização de Controle Preditivo Baseado em Modelo Não Linear (*NMPC*) já que se trata de uma estratégia de controle ótima, que leva em consideração as restrições do problema além de se adaptar facilmente a sistemas variantes no tempo (Allgöwer et al., 2004). Para a obtenção de métricas de desempenho aceitáveis, a implementação prática de controladores *NMPC* necessita de uma análise detalhada dos requisitos de estabilidade e factibilidade. Especificamente para o controle baseado em visão, onde existem restrições de campo e cadência visuais, estratégias de controle com tais garantias e eficientes do ponto de vista computacional, devem ser desenvolvidas.

O presente artigo propõe controladores *NMPC* para o seguimento de caminhos visuais considerando aspectos de estabilidade e factibilidade. Tal abordagem consiste na obtenção de um modelo de erros a partir de características visuais simplificadas adquiridas através de um sistema de *Serret-Frenet* posicionado no centro do campo visual da câmera. Custo e restrições terminais são utilizadas para garantia de estabilidade e uma técnica baseada no relaxamento das restrições é proposta para a manutenção da factibilidade recursiva. Com estas soluções é possível garantir que o

caminho permaneça no campo visual, o que permite o seguimento de caminhos com curvatura variável e com velocidades de navegação diversificadas.

Resultados reais utilizando um robô diferencial e uma *webcam*, ambos comerciais, e um caminho de referência arbitrário demonstram claramente a vantagem da técnica proposta comparativamente às abordagens tradicionais que não levam em consideração os limites físicos do sistema visual nem a complexidade computacional requerida para o cálculo das ações de controle.

O artigo está organizado da seguinte forma. A Seção 2 caracteriza o problema de seguimento de caminho visual. A Seção 3 descreve a estratégia de controle proposta e os aspectos relativos à garantia de estabilidade e factibilidade. Na Seção 4, os resultados reais são apresentados e discutidos. Finalmente, as conclusões são fornecidas na Seção 5.

2 Caracterização do problema

Neste trabalho, uma *webcam* comercial de baixa resolução (176 X 144 *pixels*) é instalada em um robô diferencial com postura de *offset* (relativa ao eixo traseiro) [$x_c = 0,16\text{m}, y_c = 0\text{m}, z_c = 0,18\text{m}, \theta_{c_v} = \frac{\pi}{4}\text{rad}$].

A Figura 1 apresenta os sistemas de coordenadas e os parâmetros utilizados na modelagem dos robôs. Utilizando os sistemas de coordenadas ilustrados, obtém-se o seguinte modelo cinemático:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_f \\ \omega \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Objetivando a utilização de características visuais simplificadas, tendo como requisito a obtenção de baixos níveis de complexidade computacional, utiliza-se a modelagem proposta por (Coulaud et al., 2006). Neste caso, a partir de uma velocidade de navegação u_f , controla-se a orientação do robô para que o caminho a ser seguido permaneça centralizado no campo de visão da câmera.

Define-se *horizonte* como uma linha reta no solo, paralela a eixo traseiro do robô a uma distância H conforme ilustrado na Figura 1. Considera-se o ponto P_r como o ponto de interseção entre o horizonte e o caminho a ser seguido. Se a curvatura do caminho não é muito elevada, este ponto é único, caso contrário P_r será o ponto mais próximo do eixo longitudinal do robô ($\vec{x}_r$). Define-se Z como a distância entre P_r e $\vec{x}_r$.

A característica H corresponde a uma linha de *pixels* a uma distância $d(H)$ do ponto principal enquanto Z é proporcional ao número de *pixels* entre o centro do horizonte e P_r . A Figura 2 apresenta uma imagem com estas características.

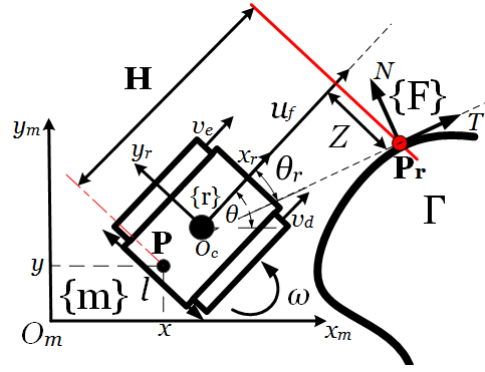


Figura 1: Representação do problema de seguimento de caminho visuais.

A princípio deve-se considerar que distorções nas imagens podem ser desconsideradas e, como H é constante, para obter Z a partir das imagens, existe um único coeficiente de proporcionalidade obtido na fase de calibração do sistema visual.

Um sistema de *Serret-Frenet* $\{F\}$ é utilizado para caracterizar os movimentos de um veículo virtual posicionado em P_r .

Analisando a Figura 1, obtém-se:

$$P_r(s(t)) = P(t) + H\vec{x}_r(\theta(t)) - Z(t)\vec{y}_r(\theta(t)). \quad (2)$$

Derivando temporalmente a expressão anterior, projetando no sistema de *Serret-Frenet*, substituindo (1), e, visto que $\dot{\theta}_r = \omega - \dot{s}(s)$, obtém-se:

$$\dot{Z} = \omega H + (\omega Z + u_f) \tan(\theta_r); \quad (3)$$

$$\dot{\theta}_r = \omega - c(s) \frac{(u_f - \omega Z)}{\cos \theta_r}, \quad (4)$$

com $c(s)$ satisfazendo:

$$\dot{c} = \frac{dc}{ds} \frac{(u_f - \omega Z)}{\cos \theta_r}. \quad (5)$$

Objetivando-se formatar o problema de seguimento de caminhos visuais no âmbito de um problema de controle ótimo, define-se $\mathbf{u}_e = \dot{\theta}_r$, como entrada de controle para o *NMPC*. Assim, tem-se o seguinte modelo para o seguimento de caminhos

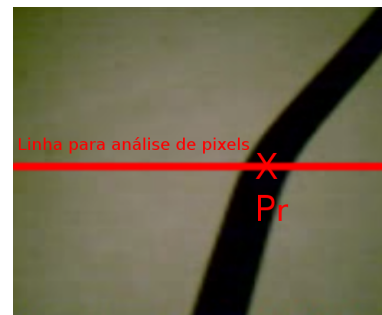


Figura 2: Imagem do caminho a ser seguido.

visuais:

$$\mathbf{x}_e = \begin{bmatrix} \dot{Z} \\ \dot{\theta}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\omega H + (\omega Z - u_f) \tan(\theta_r) \\ \mathbf{u}_e \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Considerando que as saídas são os próprios estados, o problema de controlar os movimentos do *i-ésimo* robô, baseando-se em informações visuais, pode ser sumarizado da seguinte forma: Encontrar ω , tal que Z e θ_r sejam factíveis.

3 Controlador NMPC

O modelo obtido anteriormente é não linear, variante no tempo e possui restrições nas entradas e nos estados, justificando a utilização de estratégias de controle ótimas.

Dentre as principais vantagens do controle preditivo destacam-se seu desempenho com sistema multivariáveis, variantes no tempo e sujeitos a restrições.

Uma alternativa que vem sendo largamente utilizada em vários ramos do controle automático baseia-se em controladores *NMPC*, que atendem os requisitos mencionados sem um custo computacional proibitivo, na medida em que recursos tecnológicos avançados se tornaram disponíveis.

No controle *NMPC*, a saída do sistema é predita baseada em seus valores atuais e nos modelos não lineares. Um perfil de controle em malha aberta é encontrado através de otimização numérica, aplicando somente o primeiro sinal de controle ao sistema. No próximo instante de amostragem, um novo perfil é obtido considerando informações mais recentes.

3.1 Garantia de estabilidade

Apesar das vantagens do *NMPC*, devido a utilização de um horizonte de controle finito, existem limitações relativas à estabilidade. Para garantia de estabilidade, deveria-se considerar um horizonte de controle suficientemente grande, o que implica em maior demanda de poder computacional. Contudo, um horizonte de controle pequeno não é suficiente para a manutenção da estabilidade em malha fechada, mas isto é necessário para a factibilidade do controle de muitos sistemas não lineares.

Neste artigo, tal problema é inicialmente solucionado através da estratégia proposta em (Mayne and J. B. Rawlings, 2000), onde adiciona-se um termo de penalidade terminal e uma região terminal para as restrições.

$$\min_{\mathbf{u}_e} \int_t^{t+T_p} F(\mathbf{x}_e(\tau), \mathbf{u}_e(\tau)) d\tau + V(\mathbf{x}_e(t+T_p)), \quad (7)$$

$$\text{sujeito a: } \dot{\mathbf{x}}_e(\tau) = f(\mathbf{x}_e(\tau), \mathbf{u}_e(\tau)), \quad (8)$$

$$\mathbf{u}_e(\tau) \in \mathcal{U}, \forall \tau \in [t, t+T_c], \quad (9)$$

$$\mathbf{x}_e(\tau) \in \mathcal{X}, \forall \tau \in [t, t+T_p], \quad (10)$$

$$\mathbf{x}_e(t+T_p) \in \Omega. \quad (11)$$

A seguinte função de Lyapunov é escolhida como termo de penalidade:

$$V(\mathbf{x}_e(t+T_p)) = \frac{1}{2} \mathbf{x}_e(t+T_p)^T P \mathbf{x}_e(t+T_p), \quad (12)$$

sendo $\mathbf{x}_e(t+T_p) = [Z_T, \theta_{r_T}]$ o estado terminal e P definida positiva.

Considerando uma ação de controle terminal u_e^T , a seguinte condição deve ser satisfeita:

$$\dot{V}(\mathbf{x}_e(t)) + F(t, \mathbf{x}_e(t), \mathbf{u}_e(t)) \leq 0. \quad (13)$$

Considerando $u_e^T = -\alpha \theta_{r_T}$, com $\alpha > 0$ e os seguintes formatos para as matrizes de ponderação:

$$Q = \text{diag}(q_{11}, q_{22});$$

$$R = r_{11};$$

$$P = \text{diag}(p_{11}, p_{22}),$$

tem-se a seguinte condição para estabilidade:

$$\begin{aligned} & p_{11} Z_T \dot{Z}_T + p_{22} \theta_{r_T} \dot{\theta}_{r_T} + F(t+T_p) = \\ & = p_{11} Z_T (-\omega H - u_f \tan \theta_{r_T}) + p_{22} \theta_{r_T} u_{1L} + q_{11} Z_T^2 + \\ & \quad + q_{22} \theta_{r_T}^2 + r_{11} u_{1L}^2 \\ & = p_{11} Z_T (-\omega H - u_f \tan \theta_{r_T}) - \alpha p_{22} \theta_{r_T}^2 + q_{11} Z_T^2 + \\ & \quad + q_{22} \theta_{r_T}^2 + r_{11} \alpha^2 \theta_{r_T}^2 \\ & = q_{11} Z_T^2 + \theta_{r_T}^2 (-\alpha p_{22} + q_{22} + r_{11} \alpha^2) + \\ & \quad + p_{11} Z_T (-\omega H - u_f \tan \theta_{r_T}) \end{aligned}$$

Consequentemente, tem-se a seguinte condição para a determinação dos pesos das matrizes de ponderação:

$$\alpha p_{22} - q_{22} - r_{11} \alpha^2 \geq q_{11} \quad (14)$$

A região terminal dos estados Ω é definida da seguinte forma:

$$|\theta_{r_T}| \geq |Z_T|; \quad (15)$$

$$p_{11} Z_T (-\omega H - u_f \tan \theta_{r_T}) \leq 0. \quad (16)$$

Tal região terminal é limitada pelas entradas de controle do seguinte modo:

$$\omega = \frac{cu_f - \alpha \theta_{r_T} \cos \theta_{r_T}}{\cos \theta_{r_T} - c Z_T}, \quad (17)$$

sendo ω restrita como segue:

$$\omega_{min} \leq \omega \leq \omega_{max}. \quad (18)$$

3.2 Garantia de factibilidade

Para garantia de factibilidade recursiva, os conjuntos $\mathcal{U}$ e $\mathcal{X}$ devem ser bem definidos a todos os instantes de tempo, levando em consideração aspectos diretamente relacionados com o sistema visual.

O problema de otimização será inicialmente factível se para um dado estado inicial $\mathbf{x}_0$ o conjunto de entradas admissíveis $\mathcal{U}(\mathbf{x}_0)$ não é vazio. A factibilidade será mantida ao longo do horizonte de controle quando as seguintes condições são satisfeitas para todo $t_k = 0, 1, \dots, T_c - 1$:

$$u(t_k) \in \mathcal{U}(\mathbf{x}_u(t_k), \mathbf{x}_0); \quad (19)$$

$$\mathbf{x}_u(t_{k+1}, \mathbf{x}_0) \in \mathcal{X}, \quad (20)$$

sendo:

$u(t_k)$ a sequência de controle atual;

$\mathbf{x}_u(t_k), \mathbf{x}_0$ a solução de (8) no instante t_k .

Desde que, apenas problemas de controle factíveis geram soluções admissíveis, os pontos $\mathbf{x}_0 \in \mathcal{X}$ satisfazendo $\mathcal{U}(\mathbf{x}_0) \neq \emptyset$ a cada instante, são exatamente os pontos para os quais a lei de controle NMPC implícita, μ , é bem definida.

Formalmente, o seguinte lemma define a propriedade da factibilidade recursiva:

Lema 1 (Grüne and Pannek, 2011, Chapter 8) *Seja $\mathcal{A} \subseteq \mathcal{X}$ recursivamente factível para o problema de controle NMPC descrito em (7) com um horizonte de otimização $N \in \mathbb{N}$. Então, para cada $\mathbf{x} \in \mathcal{A}$ a solução em malha fechada $\mathbf{x}_{\mu_N}(n, x)$ é bem definida para todo $n \in N_0$ e satisfaz $\mathbf{x}_{\mu_N}(n, x) \in \mathcal{A}$ e assim também $\mathbf{x}_{\mu_N}(n, x) \in \mathcal{X}$ para todo $n \in N_0$.*

A prova pode ser obtida por indução direta usando $\mathbf{x}_{\mu_N}(n, x)$ e algum $\mathcal{A}$ positivamente invariante a μ , isto é, se $f(x, \mu) \in \mathcal{A}$ é válido para todos $x \in \mathcal{A}$. Neste artigo $\mathcal{A}$ foi determinado com base em aspectos práticos, consequentemente, definir os limites de $\mathcal{U}$ e $\mathcal{X}$ baseado em elementos físicos (velocidades de atuação e erros de regulação), a factibilidade inicial e recursiva estará limitada a pequenas regiões de atração o que implica em grandes limitações para o seguimento de caminho visual prático. Se por algum motivo, o caminho de referência sai do campo de visão da câmera, a factibilidade será perdida o que levará as ações de controle para os limites especificados em $\mathcal{U}$ causando instabilidade.

A abordagem proposta neste trabalho consiste em utilizar a estrutura do problema para tratamento de infactibilidades. Especificamente, desde que as entradas definidas em (6) existem apenas no domínio matemático, é possível remover qualquer sentido físico na definição de $\mathcal{U}$, isto é, valores elevados são definidos com posterior redução para valores admissíveis na plataforma experimental.

Os limites para as restrições nos estados (limitantes de $\mathcal{A}$) são definidos como segue:

Tabela 1: Parâmetros de sintonia. Garantia de estabilidade.

Q	$diag(50;0.5)$
R	10
P	$diag(100,100)$
α	2

$$\mathbf{x}^{\text{bound}} = \mathbf{x}_e^{\text{max}} + \mathbf{x}_{\text{tol}}; \quad (21)$$

$$\mathbf{x}^{\text{bound}} \in \mathcal{X}, \quad (22)$$

sendo $\mathbf{x}_e^{\text{max}}$ o vetor dos erros de estados máximos ao longo do horizonte de predição e $\mathbf{x}_{\text{tol}}$ um vetor de tolerâncias constantes para cada estado.

Neste trabalho, $T_p = T_c$ e após a resolução do problema de otimização no instante t_k , as velocidades do centro de massa do robô (u_f, ω), calculadas de $\mathbf{u}_e(t_k)_{\text{ótimo}}$, são enviadas para uma malha interna embarcada no robô que implementa a estratégia PID clássica.

4 Resultados

Para a aquisição de resultados reais o sistema visual foi calibrado considerando os seguintes valores limitantes para os erros de estado (limites do campo visual da câmera): $Z = \pm 0,1m$; $\theta_r = \pm 0,8rad$. Para a resolução do problema de otimização, utiliza-se o pacote de otimização baseado em programação quadrática sequencial DONLP2 (Spellucci, 1998).



Figura 3: Caminho arbitrário.

Objetivando-se avaliar o desempenho da técnica proposta em situações em que a curvatura é variável, o caminho arbitrário ilustrado na Figura 3 é especificado.

Considerando as características do robô utilizado (tipo tanque) e do caminho a ser seguido, são adquiridos resultados resultados para $u_f = 0,03m/s$. Os parâmetros de sintonia estão apresentados na Tabela 1.

O limites para as restrições foram definidos como segue:

$$|u_1| \leq 0,2; |Z| \leq 0,05; |\theta_r| \leq 0,3.$$

Para um período de amostragem $T_s = 0,5s$ e definindo-se $T_p = T_c = 3$, foram adquiridos os resultados ilustrados na Figura 4.

Verifica-se o correto atendimento dos objetivos de controle, porém com a utilização de toda a margem definida para as restrições na saída. Além de estabilidade garantida observa-se que, quando o caminho sai do campo visual (fim do caminho em torno de 65s), o sistema voltou a instabilizar, já que neste instante, o problema se tornou infactível.

Diante deste resultado, faz-se uma avaliação do controlador com factibilidade garantida habilitando-se apenas o estágio de relaxamento das restrições. Os novos parâmetros de sintonia estão apresentados na Tabela 2 e os resultados são adquiridos para $u_f = 0.05\text{m/s}$. Define-se os novos limites para as restrições conforme a seguir:

$$|u_e| \leq 10^3; |Z| \leq Z^{max} + 0.05; \theta_r^{max} + 0.3.$$

A Figura 5 ilustra os resultados obtidos.

Em 5(c) verifica-se que os erros de estados foram maiores em determinados instantes, porém, nunca saindo do campo visual da câmera. Com esforços de controle compatíveis com a plataforma experimental (5(d)), além de estabilidade, a factibilidade foi mantida a todos os instantes, mesmo ao final do caminho quando o mesmo sai do campo visual da câmera.

5 Conclusões

Este artigo propôs controladores *NMPC* para o seguimento de caminhos visuais considerando aspectos de estabilidade e factibilidade. A modelagem é feita a partir da extração de características visuais simplificadas e a lei de controle é calculada diretamente do plano da imagem, fator que motiva a investigação de controladores com estabilidade e factibilidade garantidas.

Através de resultados reais foi possível confirmar a aplicabilidade dos controladores *NMPC*, tanto com estabilidade quanto com factibilidade garantidas, para caminhos arbitrários. Para tal fim utilizou-se um caminho com curvatura variável, o que para a maioria das técnicas de seguimento de caminhos visuais, implica diretamente na especificação da velocidade de navegação.

Foi possível confirmar que, a estratégia para garantia de estabilidade apresenta problemas ao final da tarefa de seguimento, já que o problema se torna infactível. Com a técnica baseada no relaxamento das restrições do problema, factibilidade e estabilidade foram alcançadas a custo computacional inferior.

Tabela 2: Parâmetros de sintonia. Garantia de factibilidade.

$\mathbf{Q}_i$	$\text{diag}(5000;50)$
$\mathbf{R}_i$	0.1
$\mathbf{P}$	$\text{diag}(0,0)$
α	0

Agradecimentos

Os autores agradecem ao apoio financeiro da FUNPED/PRPGI/IFBA, CNPQ e CAPES.

Referências

- Alj, Y., Caron, G. and Ragot, N. (2014). Omnidirectional photometric visual path following for wheelchair autonomous driving, *1st Healthcare Technology Days, CARE-TECH*, Rouen, France.
- Allgöwer, F., Findeisen, R. and Nagy, Z. K. (2004). Nonlinear model predictive control: From theory to application, *J. Chin. Inst. Chem. Engrs.* **35**(3): 299–315.
- Bertozzi, M., Broggi, A. and Fascioli, A. (2000). Vision-based intelligent vehicles: State of the art and perspectives, *Robotics and Autonomous Systems* **32**(1): 1 – 16.
- Cherubini, A., Chaumette, F. and Oriolo, G. (2008). An image-based visual servoing scheme for following paths with nonholonomic mobile robots, *Int. Conf. on Control, Automation, Robotics and Vision, ICARCV 2008*, Hanoi, Vietnam, France, pp. 108–113.
- Coulaud, J. B., Campion, G., Bastin, G. and Wan, M. D. (2006). Stability analysis of a vision-based control design for an autonomous mobile robot, *IEEE Transactions on Robotics* **22**(5): 1062–1069.
- de Lima, D. A. and Victorino, A. C. (2014). A visual servoing approach for road lane following with obstacle avoidance, *Intelligent Transportation Systems (ITSC), 2014 IEEE 17th International Conference on*, pp. 412–417.
- Delfín, J., Becerra, H. M. and Arechavaleta, G. (2014). Visual path following using a sequence of target images and smooth robot velocities for humanoid navigation, *Humanoid Robots (Humanoids), 2014 14th IEEE-RAS International Conference on*, pp. 354–359.
- Grüne, L. and Pannek, J. (2011). *Nonlinear Model Predictive Control: Theory and Algorithms*, Communications and Control Engineering, 1st ed. edn, Springer.
- Mayne, D. Q. and J. B. Rawlings, C. V. Rao, P. O. M. S. (2000). Constrained model predictive control: Stability and optimality, *Automatica* **36**(6): 789–814.
- Spellucci, P. (1998). An sqp method for general nonlinear programs using only equality constrained subproblems, *Mathematical Programming*, Vol. 82, pp. 413 – 448.

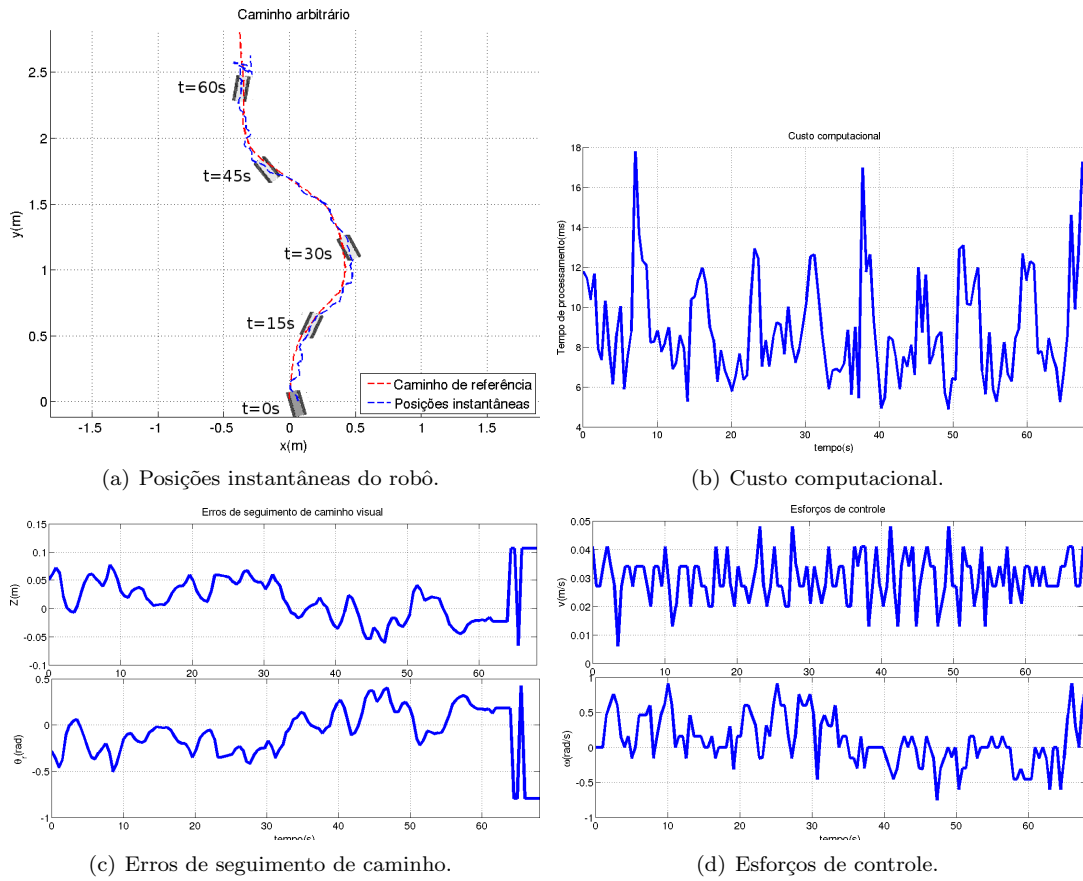


Figura 4: Seguimento de caminhos visuais - Caminho arbitrário - Garantia de estabilidade.

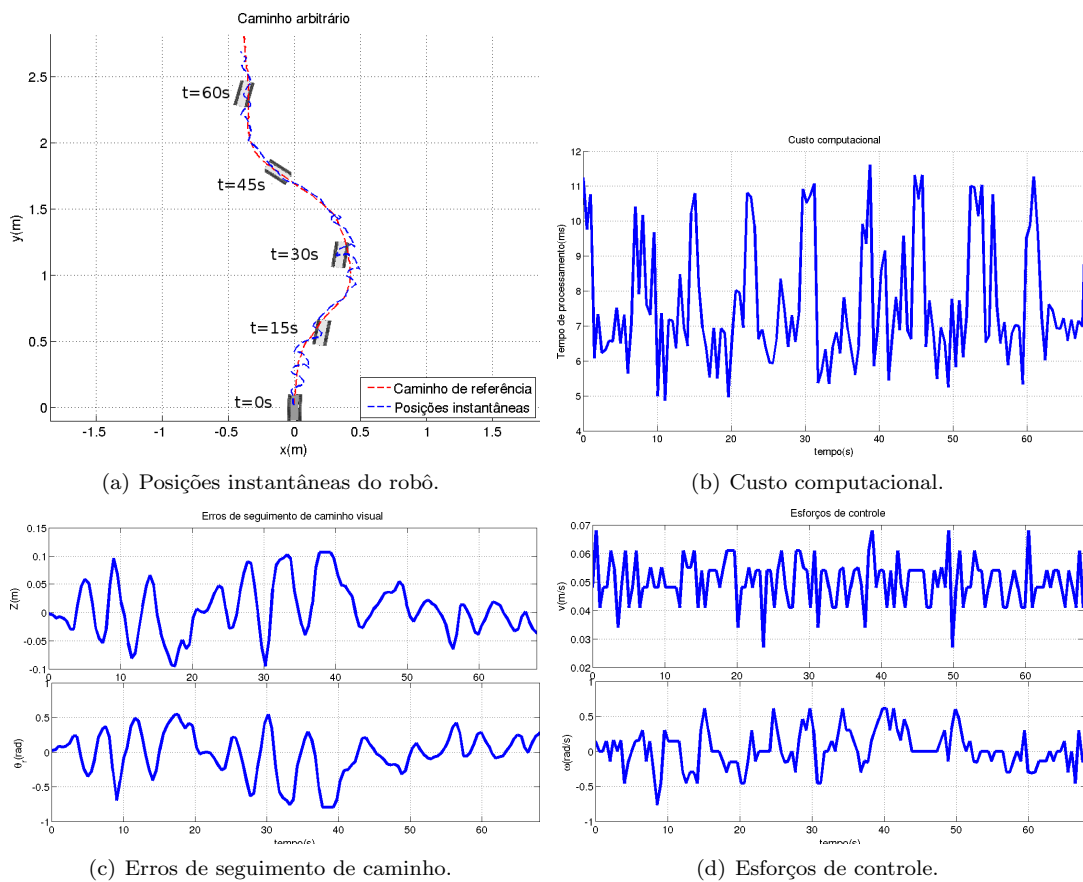


Figura 5: Seguimento de caminhos visuais - Caminho arbitrário - Garantia de factibilidade.