

ANÁLISE DE CONTROLADORES NÃO LINEARES APLICADOS A UM SISTEMA DE LEVITAÇÃO ELETROMAGNÉTICA

BRENO GARCIA CARNEIRO*, CLAUDIO GARCIA*

* Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle

Av. Prof. Luciano Gualberto, travessa 3, nº 158, CEP 05508-900, São Paulo, SP, Brasil

E-mails: brenogc@usp.br, brenogc@gmail.com, clgarcia@lac.usp.br

Abstract— This work presents a performance analysis of nonlinear controllers applied to magnetic levitation systems. Initially, a phenomenological model for the physical system and then a parameter identification of the system is discussed. Due to the nonlinear dynamics of the levitation system, the use of nonlinear controllers to provide a better system performance in closed loop is recommendable. Two nonlinear controllers are applied: the sliding mode controller and a nonlinear PID topology. Through simulations and experiments on a physical plant, the performances of the controllers are quantified, thus allowing an analysis of their efficiency.

Keywords— Magnetic Levitation System, Modeling, System Identification, Sliding Mode Control, Nonlinear PID.

Resumo— Este trabalho apresenta uma análise de desempenho de controladores não lineares aplicados a sistemas de levitação magnética. Inicialmente é discutida uma modelagem fenomenológica para o sistema físico e uma identificação de parâmetros para o mesmo. Devido à dinâmica não linear no sistema de levitação, torna-se recomendável a utilização de controladores não lineares, visando um melhor desempenho do sistema em malha fechada. Dois controladores não lineares são aplicados: o controle por modos deslizantes e uma topologia de PID não linear. Através de simulações e experimentos em uma planta física, os desempenhos dos controladores são quantificados, permitindo assim uma análise de suas eficiências.

Palavras-chave— Sistema de Levitação Magnética, Modelagem, Identificação de Sistema, Controle por Modos Deslizantes, PID não linear.

1 Introdução

Sistemas de levitação eletromagnética são relevantes em vários campos de aplicação na Engenharia. Esta tecnologia é recomendada em áreas que exijam alto desempenho, tais como máquinas rotativas, redução de atrito, trens de alta velocidade por levitação, atuadores que exijam a ausência de contato físico, controle de vibrações e suspensões ativas. No entanto, as aplicações desses sistemas exigem avançadas técnicas de controle, devido à presença de não linearidades em sua dinâmica. Na literatura encontram-se trabalhos sobre topologias de controladores utilizadas nessa aplicação, como controle adaptativo (Yang; Tateishi, 2001), H_∞ (Rocha, 2009), *Gain Scheduling* e *Linear Parameter-Varying System (LPV)* (Kim; Kim, 1994) e controle por modos deslizantes (Gurbani, 2014). Nota-se que as pesquisas sobre controle aplicado a esse sistema têm se direcionado para assuntos envolvendo dinâmica não linear. Isso se deve ao desempenho limitado de controladores lineares quando se lida com dinâmicas não lineares. Diante da importância relacionada ao controle de levitação magnética, este trabalho discute um modelo matemático para o sistema físico, identifica os parâmetros do mesmo, projeta e analisa controladores não lineares, utilizando simulações e experimentos práticos.

São estudados dois tipos de controladores não lineares, um PID não linear e o controle por modos deslizantes. Também é analisado o PID clássico, por se tratar de uma base para o projeto do PID não linear. Ao final, busca-se avaliar qual controlador apresenta melhor desempenho na aplicação em questão.

2 Modelo Matemático

A modelagem matemática da planta de levitação eletromagnética é dividida em três partes: modelagem da dinâmica de levitação, do estágio de potência e do sistema de medição.

2.1 Modelagem da dinâmica de levitação

A principal representação matemática do sistema de levitação eletromagnética citada na literatura utiliza modelagem fenomenológica. A equação fundamental que rege a dinâmica do sistema se baseia no equilíbrio entre a força gravitacional e eletromagnética sobre o elemento levantado (Yang; Tateishi, 2001; Banerjee, et al., 2006; Rocha, 2009).

A força proveniente do mancal eletromagnético é representada pela relação quadrática entre corrente na bobina do mancal e entreferro.

$$F_e(t) = K_m \frac{i(t)^2}{x(t)^2} \quad (1)$$

sendo $F_e(t)$ a força eletromagnética, K_m a constante característica das dimensões do mancal, número de espiras da bobina e permeabilidade do ar (Bittar, 1998). A corrente é representada por $i(t)$ e o entreferro por $x(t)$. Outra representação da força eletromagnética encontrada na literatura adota um polinômio $a(x(t))$ no denominador da Equação (1) (Hajjaji; Ouladsine, 2001), gerando uma representação mais completa da planta.

$$a(x(t)) = a_0 + a_1 x(t) + a_2 x(t)^2 + \dots + a_n x(t)^n \quad (2)$$

Os resultados da identificação do sistema (Seção 3) mostram que os termos de $a(x(t))$ maiores que grau dois podem ser desprezados. Assim, a equação fundamental do sistema é representada por:

$$f(x, i) = \ddot{x}(t) = g - \frac{i(t)^2}{m \cdot (a_0 + a_1 \cdot x(t) + a_2 \cdot x(t)^2)} \quad (3)$$

sendo m a massa do elemento levitado e g a constante de aceleração gravitacional.

A análise de estabilidade do sistema pode ser realizada através do método da linearização de Lyapunov (Slotine; Li, 1991). Considerando a linearização do sistema pela Série de Taylor, obtém-se a função de transferência (Equação 4) do sistema em torno dos pontos de equilíbrio $\bar{x}$ e $\bar{i}$, entreferro e corrente, respectivamente. As variáveis incrementais são definidas por $\hat{x} = x - \bar{x}$ e $\hat{i} = i - \bar{i}$.

$$\frac{\hat{X}(s)}{\hat{I}(s)} = \frac{\frac{-2 \cdot g}{\bar{i}}}{\left(s + \sqrt{\frac{g \cdot (a_1 + 2 \cdot a_2 \cdot \bar{x})}{a(\bar{x})}}\right) \left(s - \sqrt{\frac{g \cdot (a_1 + 2 \cdot a_2 \cdot \bar{x})}{a(\bar{x})}}\right)} \quad (4)$$

sendo $a(\bar{x}) = a_0 + a_1 \cdot \bar{x} + a_2 \cdot \bar{x}^2$. Verifica-se que o sistema linearizado é de segunda ordem, com dois polos reais, um no semiplano esquerdo e outro no direito, sendo, portanto, instável em malha aberta.

2.2 Modelagem do sistema de potência

O sistema de potência é usado para transformar o sinal do controle em corrente na bobina do mancal. A topologia do circuito eletrônico de potência do protótipo de levitação usado (Rocha, 2009) aplica um chaveamento em alta frequência no sinal de corrente, de modo que a dinâmica de primeira ordem do circuito RL da bobina do mancal possa ser desconsiderada. Assim, a modelagem é realizada por um ganho:

$$i(t) = K_{pot} \cdot v_c(t) \quad (5)$$

sendo $K_{pot} = -0,2385 \text{ A/V}$ a constante do sistema de potência e $v_c(t)$ o sinal de controle. Como medida de proteção ao sistema de potência, a corrente é limitada em $i_{max} = 800 \text{ mA}$ no limite superior e em $i_{min} = 0 \text{ mA}$ no limite inferior.

2.3 Modelagem do sistema de medição

O sistema de medição é caracterizado por um sensor óptico. Assim como na potência, o processo de medição não possui dinâmica, sendo representado apenas por um ganho.

$$x(t) = K_s \cdot v_{se}(t) \quad (6)$$

sendo $K_s = 1,023 \times 10^{-3} \text{ m/V}$ a constante do sensor e $v_{se}(t)$ o sinal de tensão fornecido pelo mesmo.

3 Identificação de parâmetros do mancal eletromagnético

Nesta seção apresenta-se o procedimento para identificar os parâmetros do polinômio $a(x(t))$. Considerando que na condição de equilíbrio o modelo da Equação (3) se resume a:

$$m \cdot g = \frac{\bar{i}_n^2}{a(\bar{x}_n)} \quad (7)$$

sendo $a(\bar{x}_n)$ e $\bar{i}_n$ os valores do polinômio e da corrente em uma certa posição de equilíbrio $\bar{x}_n$, sendo $n=1,2,\dots,20$ (20 pontos de equilíbrio na faixa de operação de $x(t)$). Conhecendo a massa ($m = 0,240 \text{ kg}$) e a constante gravitacional ($g = 9,81 \text{ m/s}^2$), é possível obter $a(\bar{x}_n)$, já que a corrente $\bar{i}_n$ e o entreferro $\bar{x}_n$ são variáveis mensuráveis. A identificação deve ser feita em malha fechada, devido à instabilidade em malha aberta. Considerando um conjunto de quinze medições em cada ponto de equilíbrio ($\bar{x}_n$) para posterior análise do erro de modelagem, determina-se o valor médio para o polinômio ($a(\bar{x}_n)_{\text{médio}}$) referenciado pelo entreferro. Pela média dos dados obtidos estimam-se os parâmetros a_0 , a_1 e a_2 pelo método dos mínimos quadrados (Strang, 2009). Definindo:

$$W = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} a(\bar{x}_1)_{\text{médio}} \\ a(\bar{x}_2)_{\text{médio}} \\ \vdots \\ a(\bar{x}_{20})_{\text{médio}} \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 1 & \bar{x}_1 & \bar{x}_1^2 \\ 1 & \bar{x}_2 & \bar{x}_2^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \bar{x}_{20} & \bar{x}_{20}^2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

O sistema linear é expresso por:

$$Y = AW \quad (9)$$

O objetivo é encontrar o vetor W que minimize a soma dos resíduos (Ψ) expressa por:

$$\Psi = \sum_{i=1}^{20} (a(\bar{x}_i)_{\text{médio}} - (a_0 + a_1 \bar{x}_i + a_2 \bar{x}_i^2))^2 \quad (10)$$

Pelo método dos mínimos quadrados, a solução do sistema é expressa por:

$$W = (A^T A)^{-1} A^T Y \quad (11)$$

A Figura 1 apresenta o polinômio estimado. Os limites superior e inferior representam ganhos de $\pm 30\%$ em $a(x(t))$, caracterizando o erro de modelagem. Esses limites foram definidos com base no desvio padrão de $a(\bar{x}_n)_{\text{médio}}$. Os ganhos de $\pm 30\%$ em $a(x(t))$ abrangem os erros de $a(\bar{x}_n)_{\text{médio}} \pm 3$ desvio padrão em todos os entreferros, conforme visto na Figura 1.

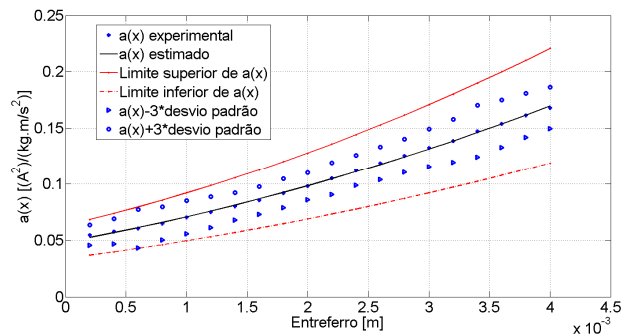


Figura 1. Curva $a(x)$ experimental e estimada.

Os parâmetros estimados são: $a_0 = 0,0486$, $a_1 = 19,484$ e $a_2 = 2710,7$. O coeficiente de determinação do ajuste obtido indica que o polinômio estimado possui 99,92% de representatividade dos dados.

4 PID não linear

Existem diversas topologias de controladores PID não linear na literatura (Xu et al., 2005; Zaidier et al., 2010). A principal ideia da topologia do PID não linear aqui utilizada se baseia em aumentar a eficiência de cada termo do controlador, utilizando para isso funções não lineares em vez de parâmetros fixos (Isayed; Hawwa, 2007).

4.1 Ganho proporcional não linear

O ganho proporcional tem como principal função intensificar a atuação do controle em situações nas quais o erro seja significativo. Assim, é interessante que o termo proporcional amplifique sua atuação em certos instantes e diminua em outros. A seguinte função não linear ajusta o ganho em função do erro, melhorando assim sua eficiência.

$$K_p(e) = K_{pr}(1 + K_{pmax} \cdot (1 - \text{sech}(\beta \cdot e))) \quad (12)$$

sendo K_{pr} uma constante que define o menor valor de $K_p(e)$. K_{pmax} representa um ganho adicional em K_{pr} e, conseqüentemente, o limite superior de $K_p(e)$. A constante β ajusta a taxa de variação de $K_p(e)$ em função do erro (e). A função secante hiperbólica é representada por sech .

4.2 Ganho integral não linear

A principal função do ganho integral no controlador é corrigir o erro em regime permanente. Em alguns casos, sua atuação pode gerar saturação do sinal do controlador, mesmo em regime transitório. Uma maneira de melhorar a eficiência desse termo é restringir sua atuação a uma faixa na qual pode ocorrer o erro em regime estacionário. A Equação (13) molda o perfil do ganho integral não linear (Garrido; Soria, 2005).

$$K_i(e) = K_{ir} \cdot \left(\frac{1}{1 + \exp(\gamma \cdot (-\alpha \cdot e - 10))} - \frac{1}{1 + \exp(\gamma \cdot (-\alpha \cdot e + 10))} \right) \quad (13)$$

As constantes α e γ são parâmetros positivos que definem a faixa de atuação do termo $K_i(e)$. Já a constante K_{ir} representa o ganho integral de referência.

4.3 Ganho derivativo não linear

A principal função do ganho derivativo não linear é acrescentar um amortecimento em situações específicas, melhorando assim a eficiência do termo (Hawwa; Masoud, 2006). A ideia é intensificar sua atuação nos instantes em que o módulo do erro está aumentando. Diante dessa característica, a equação seguinte expressa o ganho derivativo em função do erro e da derivada do erro.

$$K_d(e, \dot{e}) = K_{dr} \cdot [f_{md}(e, \dot{e}) \cdot G_d(e) + \overline{f_{md}}(e, \dot{e}) \cdot W(e)] \quad (14)$$

A constante K_{dr} representa um ganho de referência. As funções $f_{md}(e, \dot{e})$ e $\overline{f_{md}}(e, \dot{e})$ são responsáveis por definir os períodos de atuação segundo o módulo do erro, sendo:

$$f_{md}(e, \dot{e}) = \begin{cases} 1, & \text{se } \text{sign}(e) = \text{sign}(\dot{e}) \\ 0, & \text{se } \text{sign}(e) \neq \text{sign}(\dot{e}) \end{cases} \quad (15)$$

$$\overline{f_{md}}(e, \dot{e}) = \begin{cases} 0, & \text{se } \text{sign}(e) = \text{sign}(\dot{e}) \\ 1, & \text{se } \text{sign}(e) \neq \text{sign}(\dot{e}) \end{cases} \quad (16)$$

A função $G_d(e)$ atua nos instantes em que o erro aumenta em módulo. Nessa situação é interessante que seja acrescentado mais amortecimento conforme o erro aumenta. Assim a topologia da equação do ganho proporcional não linear pode ser utilizada com pequenas modificações.

$$G_d(e) = K_{dmin} + K_{dmax} \cdot (1 - \text{sech}(\rho \cdot e)) \quad (17)$$

As constantes K_{dmin} e K_{dmax} representam, respectivamente, o possível menor e maior ganho de $G_d(e)$. Já o parâmetro ρ define a taxa de variação do ganho em relação ao erro. A função $W(e)$ atuando em conjunto com $\overline{f_{md}}(e, \dot{e})$, visa aumentar o ganho derivativo nos instantes em que o erro está próximo de zero.

$$W(e) = \frac{K_e}{1 + \mu^2 \cdot e^2} \quad (18)$$

A constante K_e representa o ganho máximo da função. O parâmetro μ ajusta a taxa de variação de $W(e)$ em função do erro (e). A equação final do controlador PID não linear é expressa por:

$$u(t)_{NL} = K_p(e) \cdot e + \int K_i(e) \cdot e \cdot dt + K_d(e, \dot{e}) \frac{de}{dt} \quad (19)$$

sendo $u(t)_{NL}$ a saída do controlador.

4.4 Ajuste paramétrico do PID não linear

Devido ao elevado número de parâmetros do PID não linear, pode ser difícil e confuso sintonizá-lo de maneira que sejam atendidos os requisitos de desempenho do sistema controlado. Diante disso, a Tabela 1 tem como missão servir de guia no processo de sintonia do controlador, apresentando a ação específica de cada parâmetro.

O projeto do controlador busca minimizar os seguintes critérios de desempenho: tempo de acomodação em uma faixa de $\pm 0,06 \times 10^{-3}$ m em torno do valor estacionário, sobressinal, custo computacional (tempo para processar um laço de controle) e integral do erro absoluto (IAE) quando submetido a um degrau na referência. Os parâmetros do controlador definidos através de simulações e experimentos também são mostrados na Tabela 1. As Figuras 2, 3 e 4 apresentam os gráficos correspondentes a cada termo (proporcional, integral e derivativo, respectivamente) do PID não linear.

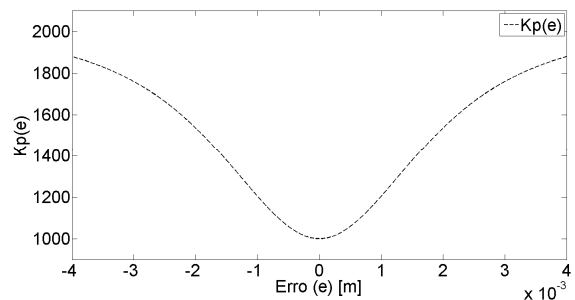


Figura 2. Ganho proporcional não linear.

Tabela 1. A  o dos parâmetros do controlador PID não linear, com respectivos valores.

Termo	Parâmetro		Valor	Ação
$K_p(e)$	K_{pr}		1000	Minimizar o ganho proporcional, mantendo o sistema estável em regime permanente
	$K_{pm\acute{a}x}$		1	Trazer a variável controlada para próximo da referência quando o erro for grande
	β		700	Definir a velocidade de atuação quando o erro for grande
$K_i(e)$	K_{ir}		10^5	Definir a velocidade de eliminação do erro em regime permanente
	α		50000	Definir a faixa do erro em regime permanente
	γ		1,3	Ajustar de maneira fina a faixa do erro em regime permanente
$K_d(e, \dot{e})$	K_{dr}		10	Definir um amortecimento de referência
	$G_d(e)$	K_{dmin}	1,7	Definir o amortecimento mínimo em regime transitório
		K_{dmax}	2,1	Definir o amortecimento máximo em regime transitório
		ρ	20000	Definir a taxa de variação do amortecimento
	$W(e)$	K_e	1,7	Eliminar o sobressinal
		μ	300	Ajustar a faixa de atuação de eliminação do sobressinal

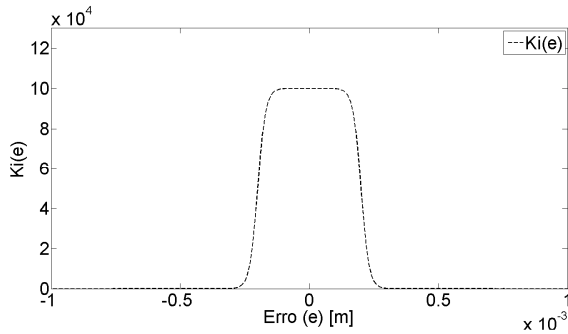


Figura 3. Ganho integral não linear.

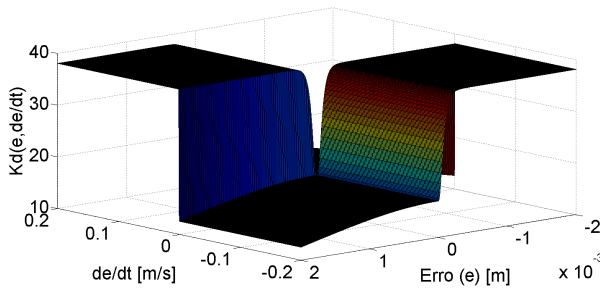


Figura 4. Ganho derivativo não linear.

5 Controle por Modos Deslizantes (SMC)

A estrutura do controle por modos deslizantes se baseia em uma transformação de variáveis e na linearização por realimentação. Esta técnica se aplica a sistemas nos quais o modelo apresenta incertezas paramétricas ou dinâmicas não modeladas, por isso é considerado um controle robusto (Slotine; Li, 1991). Definindo:

$$b(x) = \frac{1}{m \cdot a(x)} \quad (20)$$

$$\ddot{x}(t)^2 = u(t) \quad (21)$$

Pode-se reescrever a Equação (3) do seguinte modo:

$$\ddot{x}(t) = g - b(x) \cdot u(t) \quad (22)$$

Definindo $x_d(t)$ como o sinal de referência, $\tilde{x}(t) = x(t) - x_d(t)$ representa o erro de acompanhamento. Assim, pode-se definir uma função denominada superfície de escorregamento:

$$\varphi(\tilde{x}, t) = \dot{\tilde{x}} + \zeta \tilde{x} \quad (23)$$

$\varphi(\tilde{x}, t)$ representa uma transformação de variável. ζ é uma constante positiva, definida no projeto do controlador. Pela Equação (23), nota-se que fazendo $\varphi(\tilde{x}, t) = 0$ é equivalente a $\dot{\tilde{x}} = -\zeta \tilde{x}$, o que caracteriza um sistema linear de primeira ordem estável. Assim $\varphi(\tilde{x}, t)$ se torna a variável a ser controlada. Tem-se:

$$\dot{\varphi} = \ddot{\tilde{x}} + \zeta \cdot \dot{\tilde{x}} = g - b(x) \cdot u(t) + \zeta \cdot \dot{\tilde{x}} - \ddot{x}_d \quad (24)$$

Através da Equação (24)   possível projetar uma lei de controle $u(t)$ (Equação (25)) pela linearização por realimentação.

$$u(t) = \hat{b}^{-1}(x) \cdot (g - \ddot{x}_d + \zeta \cdot \dot{\tilde{x}} + K(x, x_d, t) \cdot \delta(\varphi, \phi)) \quad (25)$$

A função $\hat{b}(x)$ é definida utilizando a média geométrica dos limites conhecidos de $b(x)$.

$$\hat{b}(x) = \sqrt{b_{min}(x) \cdot b_{max}(x)} \quad (26)$$

$b_{min}(x)$ e $b_{max}(x)$ são definidos de acordo com os limites superior e inferior de $a(x)$ estimado, respectivamente, discutidos na Seção 3. $\delta(\varphi, \phi)$ representa uma função linear com saturação, sendo ϕ o parâmetro limitador da faixa linear.

$$\delta(\varphi, \phi) = \begin{cases} \frac{\varphi}{\phi} & , \text{se } |\varphi| \leq \phi \\ \text{sign}(\varphi) & , \text{se } |\varphi| > \phi \end{cases} \quad (27)$$

$K(x, x_d, t)$ é um ganho variante no tempo (28).

$$K(x, x_d, t) = \mathcal{E} \eta + (\mathcal{E} - 1) \cdot |g - \ddot{x}_d + \zeta \cdot \dot{\tilde{x}}| \quad (28)$$

sendo η um parâmetro positivo definido em projeto e $\mathcal{E}$ uma relação entre os limites de $b(x)$.

$$\mathcal{E} = \sqrt{b_{max}(x)/b_{min}(x)} \quad (29)$$

Logo, sendo $K(x, x_d, t) > 0$, a Equação (24) pode ser reescrita como:

$$\dot{\varphi} = -K(x, x_d, t) \cdot \delta(\varphi, \phi) + \text{"resíduo"} \quad (30)$$

O "resíduo" da Equação (30) ocorre devido ao erro de modelagem de $b(x)$, sendo insignificante em relação ao termo $K(x, x_d, t)$. Assim, todas as trajetórias do sistema tendem para a superfície $\varphi(\tilde{x}, t) = 0$. Nessa condição o sistema possui dinâmica de primeira ordem e se diz que ele está em modo deslizante. Devido à faixa linear de $\delta(\varphi, \phi)$ definida pelos limites de $\pm\phi$, o rastreamento perfeito fica comprometido. No entanto, esse erro em regime pode ser corrigido,

adicionando o termo integral não linear (TINL) discutido na Seção 4. Devido à pequena faixa de atuação do TINL, a dinâmica em regime transitório imposta pelo SMC é pouco afetada, justificando seu uso. A equação final do controlador SMC com a adição do termo integral não linear é dada em (31).

$$v_{cSMC+TINL}(t) = \frac{1}{K_{pot}} \cdot \sqrt{u(t)} + \int K_i(e) \cdot e \, dt \quad (31)$$

5.1 Parâmetros de projeto do SMC

A constante ζ representa uma dinâmica inserida pelo controle no sistema, quando o mesmo se encontra em modo deslizante. A constante η é responsável pelo tempo de alcance das trajetórias até $\varphi(\tilde{x}, t) = 0$. O parâmetro ϕ atua diretamente na faixa do erro em regime permanente. Todos esses parâmetros foram estabelecidos com base em simulações e experimentos, visando o melhor desempenho possível do sistema, baseado nos critérios já discutidos na seção anterior e são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2. Parâmetros do controlador SMC em conjunto com o termo integral não linear.

Termo	Parâmetro	Valor
SMC	ζ	120
	η	1
	ϕ	0,04
$K_i(e)$	K_{ir}	20000
	α	120000
	γ	0,4

6 Simulações e resultados experimentais

O sinal de referência imposto ao sistema foi uma onda quadrada, com valor médio de $2,5 \times 10^{-3}$ m, amplitude de $0,5 \times 10^{-3}$ m e frequência de 0,25 Hz. A escolha dessa referência se deve à imposição de degraus, gerando variações abruptas e, consequentemente, exigindo um alto desempenho do controlador. Os resultados são divididos de acordo com o controlador utilizado, sendo apresentados resultados de simulação e experimentais.

6.1 PID

Os ganhos fixos do PID clássico em paralelo são: $K_p = 1100$, $K_i = 5000$ e $K_d = 35$. A Figura 5 apresenta a resposta do sistema (simulação e experimento).

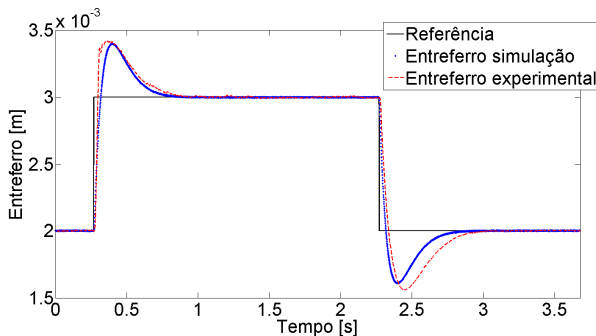


Figura 5. Resposta do sistema com o controlador PID.

6.2 PID não linear

Os parâmetros utilizados no PID não linear são os da Tabela 1. A Figura 6 apresenta os resultados.

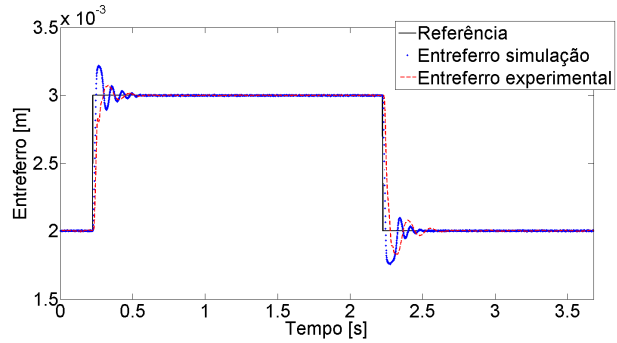


Figura 6. Resposta do sistema com o controlador PID não linear.

6.3 SMC

A Figura 7 apresenta os resultados do controlador SMC com parâmetros da Tabela 2, sem a adição do TINL.

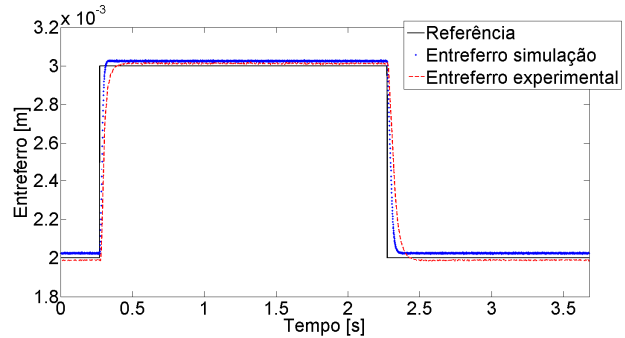


Figura 7. Resposta do sistema com o controlador SMC.

É possível notar na Figura 7 o pequeno erro em regime estacionário causado pelo SMC, no entanto verifica-se que em regime transitório seu desempenho é bastante satisfatório quando comparado com o PID e PID não linear.

6.4 SMC+TINL

Os resultados do controlador SMC+TINL com parâmetros definidos na Tabela 2 são apresentados na Figura 8.

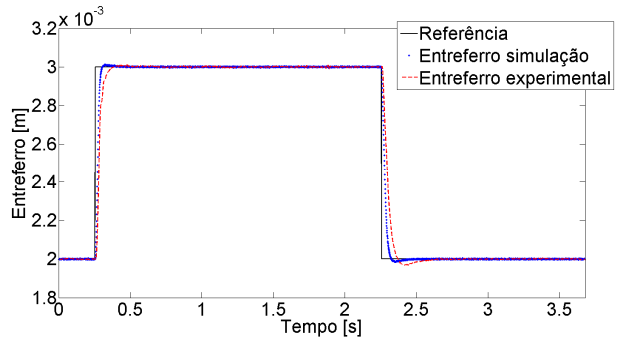


Figura 8. Resposta do sistema com o controlador SMC+TINL.

Na Figura 8 verifica-se que o TINL corrige o erro em regime estacionário, sem afetar o SMC no regime transitório.

Os parâmetros de cada controlador foram ajustados fixando todos, exceto um, que era alterado em faixa limitada. As simulações foram realizadas pelo *software Matlab* e utilizaram o modelo da Equação (3). Já os experimentos foram realizados através do *hardware NI myRIO* da fabricante *National Instruments*, com taxa de amostragem de 7143 Hz.

6.5 Resultados dos índices de desempenho

A Tabela 3 apresenta os valores dos índices de desempenho obtidos através dos dados experimentais.

Tabela 3. Critérios de desempenho dos resultados experimentais.

Critérios de desempenho	Controle			
	PID	PID não linear	SMC	SMC + TINL
IAE ($\times 10^{-5}$)	29,5	8,45	13,1	8,54
Sobressinal máximo absoluto [10^{-3} m]	0,44	0,18	0,017	0,03
Tempo máximo de acomodação [s]	0,53	0,16	0,12	0,09
Erro estacionário máximo [10^{-3} m]	0	0	0,017	0
Custo médio computacional (iterações do laço de controle) [μ s]	84	100	105	117

7 Conclusão

Os resultados obtidos permitem concluir que os controladores não lineares obtiveram melhor desempenho para essa aplicação que o PID clássico linear. O PID não linear apresentou resultados melhores quando comparado com o PID clássico, reduzindo sobressinal, tempo de acomodação e IAE. O controlador por modos deslizantes se mostrou muito eficiente em regime transitório, no entanto, a estrutura do SMC utilizada é caracterizada pelo erro em regime estacionário. A utilização do TINL no SMC resultou no melhor desempenho obtido, com um rápido tempo de acomodação, erro em regime estacionário nulo, sobressinal pequeno e índice IAE baixo, quando comparado com os demais controladores. O custo computacional apresentou relação direta com o desempenho, resultado coerente, já que com o aumento da complexidade do controlador espera-se um maior processamento de informações e, consequentemente, uma melhor eficiência. Os dados de simulação e experimentos também permitiram verificar a boa representatividade do modelo matemático em relação ao sistema físico, sendo isso um aspecto fundamental no projeto do SMC.

Agradecimentos

Agradecimentos ao LAC – Laboratório de Automação e Controle da Escola Politécnica da USP e ao CTMSP – Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo pela disponibilização dos recursos físicos.

Referências Bibliográficas

- Banerjee, S.; Prasad, D.; Pal, J. (2006). Large gap control in electromagnetic levitation. *ISA Transactions*, vol. 45, pp. 215-224.
- Bittar, A. (1998). Controle da Suspensão Eletromagnética do Protótipo de um Veículo. Tese de Doutorado – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Brasil.
- Garcia, C. (2005). Modelagem e Simulação. 2. ed. São Paulo, Brasil: Editora da Universidade de São Paulo.
- Garrido, R.; Soria, A. (2005). Control of a servomechanism using nonlinear damping. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, part I, Journal of Systems and Control Engineering*, vol. 219, nº 4, pp. 295-299.
- Gurbani, C.; Kumar, V.; Kumar, A. (2014). Sliding Mode Control of Magnetic Levitation System using Nonlinear Time-Varying Sliding Surface. *3rd International Conference on Computational Techniques and Artificial Intelligence (ICCTAI'2014)*, Singapura.
- Hajjaji, A. E.; Ouladsine, M. (2001). Modeling and nonlinear control of magnetic levitation systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 48, nº 4, pp. 831-838.
- Hawwa, M. A.; Masoud A. A. (2006). A nonlinear PID servo controller for computer hard disk drives. *9^o IEEE International Workshop on Advanced Motion Control*, 2006, pp. 672-676.
- Isayed, B. M.; Hawwa, M. A. (2007). A Nonlinear PID Control Scheme for Hard Disk Drive Servosystems. *15^o Mediterranean Conference on Control & Automation*. Atenas, Grécia.
- Kim, Y. C.; Kim, K. H. (1994). Gain Scheduled Control of Magnetic Suspension System. *Proceedings of the American Control Conference*, Baltimore, Maryland, EUA.
- Rocha, P. H. (2009). Controle H_∞ Não-Linear Aplicado em Sistema de Levitação Magnética: Projeto e Implementação em DSP de Ponto-Fixo. Tese de Doutorado – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Brasil.
- Slotine, J.J.E.; Li, W. (1991). *Applied Nonlinear Control*, Prentice Hall, New Jersey.
- Strang, G. (2009). *Introduction to Linear Algebra*. 4th edition, Wellesley – Cambridge Press.
- Xu, Y. D.; Yang, J.; Du, Q. (2005). Nonlinear PI active queue management based on hyperbolic secant functions. *IEEE Proceedings of 2005 International Conference on Machine Learning and Cybernetics*, vol. 2, parte 2, pp 715-720.
- Yang, Z. J.; Tateishi M. (2001). Adaptive robust nonlinear control of a magnetic levitation system. *Automatica*, vol. 37, pp. 1125-1131.
- Zaidner, G.; Korotkin, S.; Shteimberg, E.; Ellenbogen, A.; Arad, M.; Cohen, Y. (2010). Non Linear PID and its application in Process Control. *IEEE 26th Convention of Electrical and Electronics Engineers in Israel*.