

Utilização de Algoritmos Genéticos para Ajuste de Curvas Yield-Density a Dados de Recalques Superficiais Gerados pela Escavação de Túneis

Paulo Gustavo Cavalcante Lins

Universidade Federal da Bahia, Salvador, Bahia, Brasil, <plins@ufba.br>

Isabela dos Anjos Silva

Universidade Federal da Bahia, Salvador, Bahia, Brasil, <anjosisabela@gmail.com>

Tarcísio Barreto Celestino

THEMAG e Universidade de São Paulo, São Carlos, São Paulo, Brasil, <tbccelest@usp.br>

RESUMO: O uso de curvas do tipo yield-density é uma alternativa ao ajuste de dados de bacias de recalques por apresentar vantagens conceituais em relação a curva Gaussiana classicamente utilizada. O presente trabalho discute o ajuste de dados a curvas yield-density considerando três alternativas: a chamada técnica dos múltiplos ajustes, uma implementação de algoritmo genético e da ferramenta “Solver” de uma planilha eletrônica. As três alternativas foram testadas com dados de recalque e com uma solução teórica para túnel raso. A ferramenta “solver” mostrou-se a melhor forma de ajuste. O ajuste da yield-density à bacia de recalque da solução teórica mostrou-se muito melhor do que a clássica curva Gaussiana.

PALAVRAS-CHAVE: Túnel, Bacia de Recalque, Curva Gaussiana, Curva Yield-Density.

1 INTRODUÇÃO

A escavação de um túnel ao longo de um eixo x gera uma bacia de recalque cujo padrão de deslocamentos é ilustrado na Figura 1. A bacia de recalque assume a forma de uma distribuição de probabilidade cumulativa no plano xz . No plano yz a bacia de recalque assume a forma de curva de densidade de probabilidade da distribuição normal (Attewell et al., 1986).

Segundo Möller (2006) os recalques em túnel de frente aberta possuem como causa principal: (a) os movimentos do terreno em direção a calota não suportada do túnel; (b) os movimentos do terreno radiais em direção a deformação do suporte; e (c) os movimentos do terreno radiais em direção ao suporte devido ao adensamento.

O pressuposto da forma da bacia de recalque ser uma distribuição de probabilidade normal deve-se muito aos trabalhos de Peck (1969) e

Schmidt (1969).

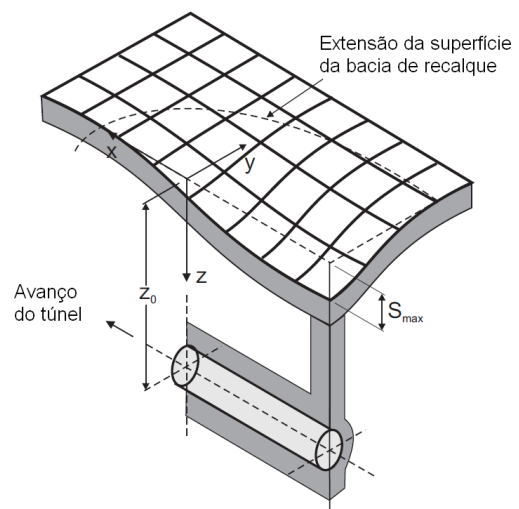


Figura 1. Bacia de recalque induzida por um túnel (Attewell et al., 1986 modificado por Möller, 2006).

Buscando representar melhor as condições de campo Celestino e Ruiz (1998) propuseram o

uso de curvas do tipo yield-density para ajustar a forma da bacia de recalque.

No presente artigo são discutidas técnicas de ajuste de curvas do tipo yield-density a dados de recalque medidos em campo e a dados de recalque gerados por soluções teóricas.

2 CURVA GAUSSIANA

A proposta de ajustar dados de recalques superficiais de túneis de obras de Engenharia Civil a curvas Gaussianas foi feita por Peck (1969) e Schmidt (1969). A curva ajustada é dada pela equação:

$$s = s_{m\acute{a}x} \cdot e^{-\left(\frac{x^2}{2i^2}\right)} \quad (1)$$

A curva possui dois parâmetros: $s_{m\acute{a}x}$, que representa o máximo recalque ajustado pela curva e i que é a distância do ponto de inflexão em relação a qualquer lado da linha do centro.

A distorção máxima é dada pela primeira derivada da equação (1) em relação a posição e substituindo o valor da posição por i .

$$\gamma_{m\acute{a}x} = \frac{s_{m\acute{a}x}}{i \cdot \sqrt{e}} \quad (2)$$

O volume da bacia de recalque por unidade de comprimento do túnel é obtido integrando a equação (1) de menos infinito a mais infinito.

$$V_s = \sqrt{2 \cdot \pi} \cdot s_{m\acute{a}x} \cdot i \quad (3a)$$

$$V_s \cong 2,5 \cdot s_{m\acute{a}x} \cdot i \quad (3b)$$

2.1 Ajuste da Gaussiana

A curva Gaussiana pode ser linearizada aplicando o logaritmo neperiano aos dois lados da equação (1):

$$\ln s = \ln s_{m\acute{a}x} - \frac{x^2}{2i^2} \quad (4)$$

A equação (4) possui forma linear dada por:

$$y_1 = b_1 \cdot x_1 + a_1 \quad (5)$$

Onde:

$$y_1 = \ln s \quad (6)$$

$$a_1 = \ln s_{m\acute{a}x} \quad (7)$$

$$b_1 = -\frac{1}{2 \cdot i^2} \quad (8)$$

$$x_1 = x^2 \quad (9)$$

3 CURVA YIELD-DENSITY

Uma limitação do ajuste de curvas Gaussianas é que por vezes existem discrepâncias em relação a indicação e a ocorrência de danos associados com a máxima distorção. Outra limitação é a propriedade da máxima distorção crescer linearmente com o recalque máximo. Segundo Celestino et al. (2000) estes fatos levaram diversos pesquisadores a outros tipos de curva capazes de ajustar melhor os recalques causados pela escavação de túneis observados em campo.

Após testarem ajuste a um grande número de curvas, Celestino e Ruiz (1998) encontraram os melhores resultados com curvas do tipo yield-density. A curva yield-density é dada pela expressão:

$$s(x) = \frac{s_{\max}}{1 + \left(\frac{|x|}{a}\right)^b} \quad (10)$$

Este tipo de curva possui três parâmetros, o recalque máximo ($s_{m\acute{a}x}$), um parâmetro com dimensão de comprimento (a) e um parâmetro adimensional (b).

A máxima distorção do terreno $\gamma_{m\acute{a}x}$ é dada por:

$$\gamma_{m\acute{a}x} = \frac{s_{\max} \cdot b \cdot B^{b-1}}{a \cdot (1 + B^b)^2} \quad (11)$$

Onde:

$$B = \left(\frac{b-1}{b+1} \right)^{1/b} \quad (12)$$

O ponto de inflexão ocorre para uma distância do eixo da bacia de recalque dada por $x = \pm i$. Onde:

$$i = a \cdot B \quad (13)$$

O volume da bacia de recalque por unidade de comprimento do túnel V_s é dado por:

$$V_s = \frac{2 \cdot \pi \cdot a \cdot s_{\max}}{b \cdot \sin \frac{\pi}{b}} \quad (14)$$

3.1 Técnica dos Múltiplos Ajustes

Um algoritmo foi proposto por Menegotto (1999) para ajustar a curva yield-density. O algoritmo parte do rearranjo da equação (10) de forma que:

$$\frac{s_{\max}}{s} - 1 = \left(\frac{|x|}{a} \right)^b \quad (15)$$

Fazendo:

$$y_0 = \frac{s_{\max}}{s} - 1 \quad (16)$$

A equação (15) toma a forma:

$$y_0 = \left(\frac{|x|}{a} \right)^b \quad (17)$$

A equação (17) pode ser linearizada aplicando logaritmo neperiano aos dois lados, de forma que:

$$\ln y_0 = b \cdot \ln |x| - b \cdot \ln a \quad (18)$$

A equação (18) possui forma linear de maneira que:

$$y_2 = b \cdot x_2 + a_2 \quad (19)$$

Onde:

$$y_2 = \ln y_0 \quad (20)$$

$$x_2 = \ln |x| \quad (21)$$

$$a_2 = -b \cdot \ln a \quad (22)$$

O parâmetro b da curva yield-density é o próprio coeficiente angular da equação (19) e o parâmetro a da curva yield-density é dado por:

$$a = e^{-\frac{a_2}{b}} \quad (22)$$

Nesta forma do equacionamento se faz necessário conhecer o valor de $s_{\max}$. No algoritmo proposto por Menegotto (1999) são realizados múltiplos ajustes fazendo variar o valor de $s_{\max}$ de um valor mínimo até um valor máximo. Na proposição de Menegotto (1999) o valor mínimo seria setenta por cento do máximo recalque lido em campo e o valor máximo seria cento e trinta por cento do máximo recalque lido em campo. O valor de $s_{\max}$ e dos coeficientes a e b seriam os que apresentassem melhor coeficiente de correlação nos múltiplos ajustes realizados. Menegotto (1999) apresenta um programa computacional que realiza vinte mil ajustes entre o valor mínimo e máximo de $s_{\max}$.

No presente trabalho o algoritmo apresentado por Menegotto (1999) foi adaptado para obter o melhor ajuste pela minimização da soma dos erros ao quadrado (SSE).

3.2 Utilização do Solver de Planilhas

As planilhas eletrônicas possuem uma ferramenta de análise de dados chamada de "Solver". Com esta ferramenta é possível maximizar ou minimizar ou obter um determinado valor para uma ou mais variáveis, sendo que este processo é sujeito a restrições.

No presente trabalho foi utilizado o "Solver" do Excel®. A função a ser minimizada foi a soma dos erros ao quadrado (SSE). As variáveis

sujeitas a restrição foram: (1) o parâmetro a da curva yield-density ser maior ou igual a zero; (2) o parâmetro b da curva yield-density ser maior ou igual a um.

A ferramenta de "Solver" fornece valores $s_{\text{máx}}$, a e b que minimizam soma dos erros ao quadrado (SSE). Assim um melhor ajuste por este critério é obtido.

4 ALGORITMOS GENÉTICOS

Os algoritmos genéticos são algoritmos numéricos de otimização inspirados tanto na seleção natural quanto na genética. Um algoritmo genético típico consiste em: 1) um número, ou uma população, de tentativas de solução de um problema; 2) uma forma de calcular quão boas ou quão ruins são as soluções individuais na população; 3) um método de misturar os fragmentos das melhores soluções para formar novas, e sempre na média, melhores soluções; e 4) um operador de mutação para evitar uma permanente perda de diversidade nas soluções (Coley, 1999).

A forma que Coley (1999) apresenta os algoritmos genéticos envolve os seguintes passos:

1. Gerar uma população inicial ($g=1$) de cadeias de caracteres binários de comprimento $\sum_{k=1}^M l_k$, onde M é o número de incógnitas e l_k é o comprimento da cadeia de caracteres binários requeridos por qualquer incógnita k . Em geral $l_k \neq l_j$, $k \neq j$.
2. Decodificar cada indivíduo, i , dentro da população em inteiros $z_{i,k}$ e então em reais $r_{i,k}$ para obter os parâmetros incógnitas.
3. Testar cada indivíduo por sua vez no problema em estudado e converter a função objetivo ou de desempenho, Ω_i , de cada indivíduo em uma adaptação f_i , onde a melhor solução implica em maior adaptação.
4. Selecionar, pelo uso da seleção proporcional de adaptação, pares de indivíduos e aplica a probabilidade P_c de ponto de cruzamento único. Repetir até

que uma nova população temporária de N indivíduos seja formada.

5. Aplicar o operador de mutação para cada indivíduo na população temporária, percorrendo bit a bit através de cada cadeia de caracteres, ocasionalmente trocando 0 por 1 ou vice-versa. A probabilidade de qualquer mutação de bit é dada por P_m e tipicamente é muito pequena (por exemplo 0,001).
6. Se elitismo é exigido, e a população temporária não contém uma cópia de um indivíduo com pelo menos a adaptação do membro da elite, substituir (de forma aleatória) um membro da população temporária com o membro da elite.
7. Substituir a população antiga pela nova geração temporária.
8. Incrementar, por 1, o contador de gerações (isto é $g=g+1$) e repetir do passo 2 até que G gerações tenham se passado.

5 PROGRAMA DESENVOLVIDO

Um programa chamado YD foi implementado no ambiente integrado de desenvolvimento Lazarus. A Figura 2 mostra uma tela da interface do programa. O programa em Pascal de Coley (1999) foi adaptado para minimizar a função soma dos erros ao quadrado (SSE) para o ajuste da curva yield-density a dados de bacias de recalque.

Na busca por algoritmo genético o tamanho da população foi de 20 indivíduos, o tamanho da cadeia de caracteres binária de cada parâmetro foi de 30 bits, o número máximo de gerações foi de 20000, a probabilidade de cruzamento (P_c) foi de 0,6. A probabilidade de mutação (P_m) foi de 0,02. O código permite manter o indivíduo mais adaptado, o que é chamado de elitismo. A opção de elitismo foi utilizada.

Deve ser destacado que no ajuste por algoritmos genéticos o resultado mostrou-se sensível ao número de gerações. Para um número de gerações pequeno o resultado não se mostrava compatível com os outros métodos. O

número máximo de gerações teve de ser elevado para 20000 para obter resultados compatíveis.

O algoritmo apresentado por Menegotto (1999) também foi modificado e implementado no programa YD.

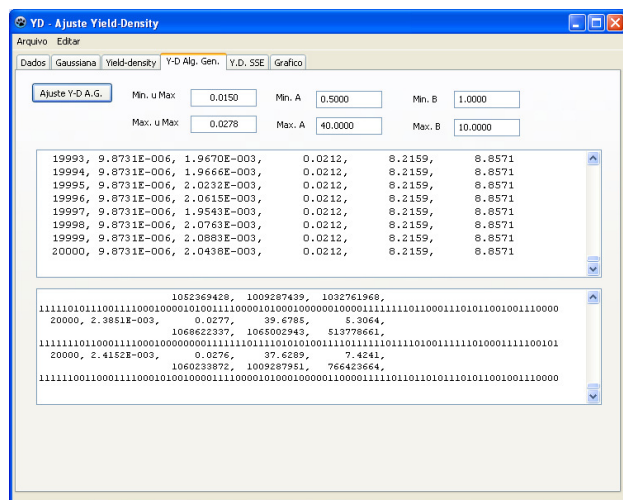


Figura 2. Módulo de algoritmos genéticos da interface do programa desenvolvido.

6 RESULTADOS

Para testar o desempenho da técnica dos múltiplos ajustes (MA), do algoritmo genético (AG) e da ferramenta “Solver” (SO) do Excel® foram utilizados os dados de cinco bacias de recalques. Os dados estão apresentados nas Tabelas 1 a 5.

Tabela 1. Dados do caso 1.

Distância (m)	Recalque (m)
0,00	0,089000
10,00	0,071500
-10,00	0,072600
20,00	0,049800
-20,00	0,053000

Tabela 2. Dados do caso 2.

Distância (m)	Recalque (m)
0,00	0,016449
4,00	0,013773
6,00	0,011033
8,00	0,008087
10,00	0,005424
13,00	0,002523
17,00	0,000666

Tabela 3. Dados do caso 3.

Distância (m)	Recalque (m)
0,00	0,021400
-9,00	0,008700
20,00	0,000400
9,00	0,004300
-20,00	0,000100

Tabela 4. Dados do caso 4.

Distância (m)	Recalque (m)
-6,00	0,004500
-4,50	0,011000
-3,00	0,019000
-1,50	0,025000
0,00	0,032000
1,50	0,022000
3,00	0,020000
4,50	0,012000
6,00	0,005000

Tabela 5. Dados do caso 5.

Distância (m)	Recalque (m)
32,00	0,000380
28,50	0,000920
20,00	0,003850
16,00	0,007690
9,80	0,014610
7,25	0,021150
4,25	0,026770
0,00	0,029230
-2,75	0,026610
-7,00	0,020610

Os parâmetros do ajuste e o valor da soma dos erros ao quadrado (SSE) são apresentados na Tabela 6. A Figura 3 mostra a curva Gaussiana e yield-density ajustadas pelo programa YD para o caso 3.

Tabela 6. Resultados dos ajustes.

Caso	Método	$s_{máx}$	a	b	SSE
1	MA	0,0890	24,2159	1,6368	5,725E-06
	AG	0,0892	24,0227	1,6553	5,865E-06
	SO	0,0890	24,2096	1,6367	5,725E-06
2	MA	0,0158	7,5991	3,3746	2,369E-06
	AG	0,0162	7,9333	3,2776	1,480E-06
	SO	0,0161	7,7907	3,0722	1,117E-06
3	MA	0,0214	7,4754	4,7361	9,830E-06
	AG	0,0212	8,2159	8,8571	9,873E-06
	SO	0,0214	7,4906	4,5188	9,725E-06
4	MA	0,0300	3,2366	2,0663	4,640E-05
	AG	0,0308	3,4468	2,2429	4,312E-05
	SO	0,0295	3,5611	2,3280	4,033E-05
5	MA	0,0276	10,1741	3,1636	1,100E-05
	AG	0,0286	10,2181	2,9247	6,718E-06
	SO	0,0285	10,2682	2,7264	5,662E-06

Em todas as simulações a ferramenta do “Solver” (SO) do Excel® teve desempenho superior. A técnica dos múltiplos ajustes (MA)

e o algoritmo genético (AG) se alternaram como a segunda melhor solução.

No geral os parâmetros obtidos pelos três processos são similares. Uma diferença mais pronunciada foi para o parâmetro a no caso 3.

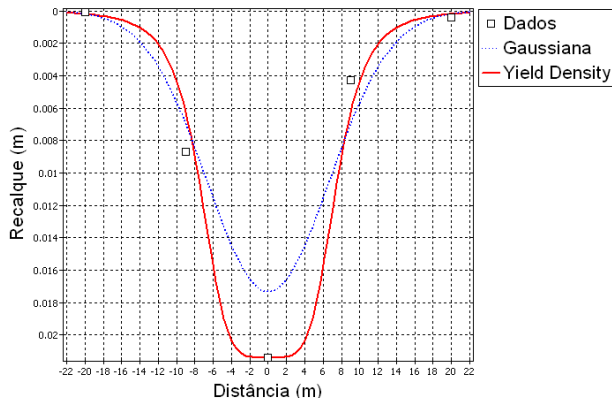


Figura 3. Curva Gaussiana e yield-density ajustadas no programa YD para o caso 3.

7 AVALIAÇÃO DE SOLUÇÃO TEÓRICA

As solução teórica de Verruijt (1997) está implementada no programa *GroundLoss* disponível em Verruijt (2014). O programa *GroundLoss* calcula os deslocamentos e tensões em um semi-espaço ($y < 0$) elástico, causado por um deslocamento radial uniforme no contorno de uma cavidade circular de raio r , tendo seu centro em uma profundidade h abaixo do contorno horizontal $y=0$ do semi-espaço (Verruijt, 2014). Este modelo do problema de perda de solo ocorre quando um túnel cilíndrico é construído em solo onde o raio do suporte do túnel é ligeiramente menor que o raio da cavidade, esta convergência da cavidade é designada no programa por e (Verruijt, 2014).

Três simulações foram realizadas. Nas simulações o valor do coeficiente de Poisson foi tomado como zero. Nas três simulações foi considerado um túnel de 10 metros de diâmetro e convergência da cavidade de 1% do diâmetro do túnel. Na primeira simulação foi considerada uma cobertura de 5 metros. Assim, $r/h = 0,5$ e $e/h = 0,01$. A Figura 4 ilustra a deformada para a primeira simulação.

Na segunda simulação foi considerada uma cobertura de 10 metros. Assim, $r/h = 0,333333$

e $e/h = 0,006667$. A Figura 5 ilustra a deformada para a segunda simulação.

Na terceira simulação foi considerada uma cobertura de 20 metros. Assim, $r/h = 0,2$ e $e/h = 0,004$. A Figura 6 ilustra a deformada para a terceira simulação.

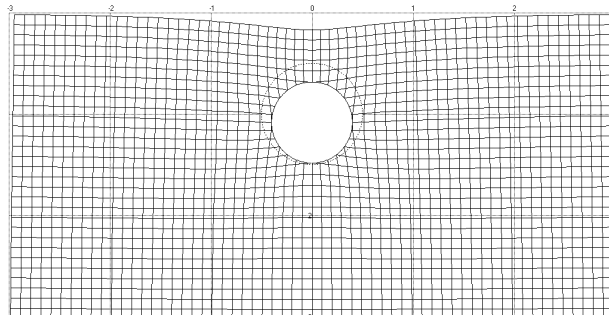


Figura 4. Deformada com magnificação de dez vezes para um túnel raso com $r/h = 0,5$ e $e/h = 0,01$, pela solução de Verruijt (1997).

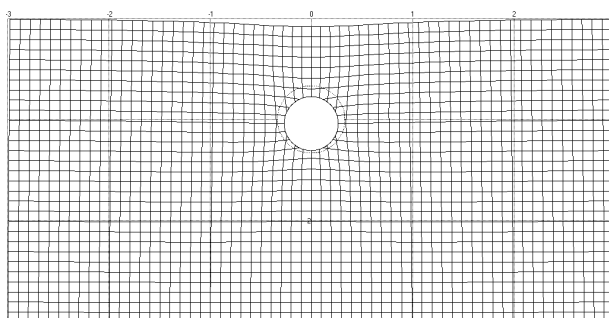


Figura 5. Deformada com magnificação de dez vezes para um túnel raso com $r/h = 0,333333$ e $e/h = 0,006667$, pela solução de Verruijt (1997).

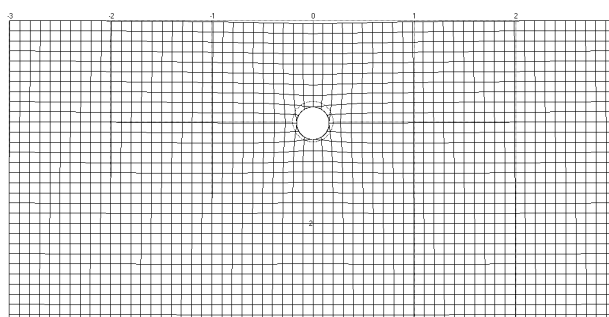


Figura 6. Deformada com magnificação de dez vezes para um túnel raso com $r/h = 0,2$ e $e/h = 0,004$, pela solução de Verruijt (1997).

A Tabela 7 apresenta os resultados dos ajustes realizados a onze valores de recalque calculados na superfície do terreno. Um caso chamado de 3X foi adicionado tomando apenas

recalques mais próximos a projeção do túnel na superfície. Nos casos 1, 2 e 3 a ferramenta do “Solver” (SO) do Excel® teve melhor desempenho. Apenas no caso 3X a ferramenta do “Solver” teve um ajuste muito ruim e a técnica dos múltiplos ajustes (MA) e o algoritmo genético (AG) se mostraram mais interessantes. As Figuras 7 e 8 mostram os ajustes para os casos 3 e 3X respectivamente.

O ajuste da Gaussiana para o caso 1, caso 2, caso 3 e caso 3X tiveram respectivamente a soma dos erros ao quadrado (SSE) de 4,501E-03, 3,513E-03, 1,602E-03 e 7,204E-05. Para o caso 3X o ajuste da Gaussiana foi superior ao ajuste da yield-density pela ferramenta do “Solver” (SO) do Excel®.

Tabela 7. Resultados dos ajustes a solução de Verruijt (1997).

Caso	Método	$s_{\text{máx}}$	a	b	SSE
1	MA	0,1686	10,6478	2,0185	2,709E-07
	AG	0,1637	11,6142	2,1183	1,248E-04
	SO	0,1686	10,6374	2,0159	1,252E-08
2	MA	0,1237	15,3424	2,0019	1,900E-09
	AG	0,1260	14,8180	2,1512	4,653E-05
	SO	0,1237	15,3401	2,0027	1,427E-10
3	MA	0,0779	25,1930	2,0021	6,146E-09
	AG	0,0778	25,5855	1,9213	4,488E-06
	SO	0,0779	25,1798	2,0003	6,636E-13
3X	MA	0,0779	25,1256	2,0147	7,448E-08
	AG	0,0795	24,4360	1,7526	1,462E-05
	SO	0,0989	10,2846	1,0000	1,797E-03

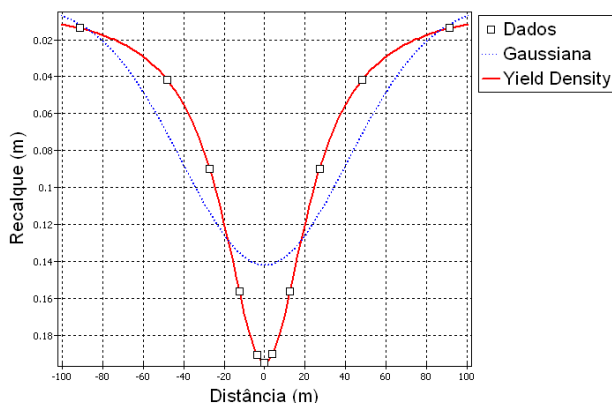


Figura 7. Curva Gaussiana e yield-density ajustadas no programa YD para o caso 3 da solução de Verruijt (1997).

Para posicionar melhor o problema deve ser destacado que o “Solver” é sensível aos valores iniciais da estimativa de parâmetros. Todas as simulações cujos resultados estão representados na Tabela 7 foram realizadas com valores iniciais de $a = 10,0$, $b = 1,8$ e $s_{\text{máx}}$ igual

ao recalque máximo lido. Simplesmente colocando o valor inicial de $b = 3,0$ o “Solver” chega a um valor de soma dos erros ao quadrado (SSE) de 3,936E-13. Com este simples procedimento o “Solver” torna-se novamente o melhor ajuste.

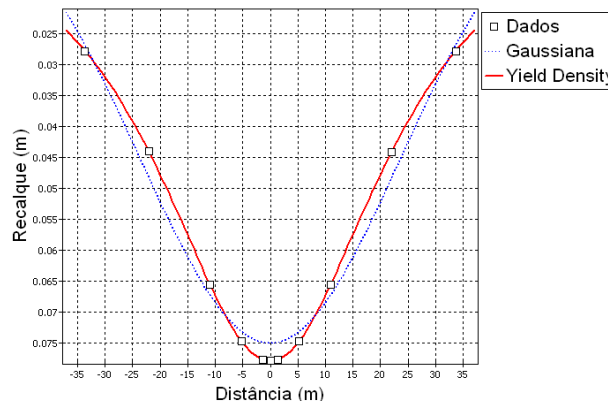


Figura 8. Curva Gaussiana e yield-density ajustadas no programa YD para o caso 3X da solução de Verruijt (1997).

8 CONCLUSÕES

A curva do tipo yield-density é uma alternativa muito interessante para o ajuste de dados de recalque causados pela escavação de um túnel.

No presente trabalho a chamada técnica dos múltiplos ajustes (MA), uma implementação de algoritmo genético (AG) e da ferramenta “Solver” (SO) do Excel® foram utilizadas para realizar o ajuste de curvas yield-density a dados de recalque. A ferramenta “Solver” apresentou o melhor desempenho tendo como critério minimizar a soma dos erros ao quadrado.

A curva yield-density foi ajustada a bacias de recalque calculadas de acordo com a solução teórica de Verruijt (1997). A curva yield-density mostrou-se mais adequada a representar a bacia de recalque que a clássica curva Gaussiana.

REFERÊNCIAS

- Attwell, P.B.; Yeates, J.; e Selby, A.R. (1986) *Soil Movements Induced by Tunneling and Their Effects on Pipelines and Structures*. Blackie & Son Ltd, Glasgow. 325 p.
- Celestino, T.B. e Ruiz, A.P.T. (1998) Shape of settlement troughs due to tunneling through different types of soft

- ground. *Felsbau*, Vol. 16, No.2, p. 118-121.
- Celestino, T.B.; Gomes, R.A.M.P.; e Bortolucci, A.A. (2000) Errors in Ground Distortions Due to Settlement Trough Adjustment. *Tunnelling and Underground Space Technology*, Vol. 15, No. 1, p. 97-100.
- Coley, D.A. (1999) *An Introduction to Genetic Algorithms for Scientists and Engineers*. World Scientific, Singapore. 223p.
- Menegotto, M.L. (1999) *Programa para Ajuste da Forma da Bacia de Recalque em Túneis*. Seminário apresentado no Departamento de Geotecnia, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. 22 p.
- Möller, S.C. (2006) *Tunnel induced settlements and structural forces in linings*. Doctoral Thesis. Universität Stuttgart. 148 p.
- Peck, R.B. (1969) Deep excavations and tunneling in soft ground. *VII International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, ISSMFE, Mexico City, State of the Art Volume, p. 225-290.
- Schmidt, B. (1969) *Settlements and ground movements associated with tunneling in soil*. Ph.D. Thesis, University of Illinois, Urbana.
- Verruijt, A. (1997) A Complex Variable Solution for a Deforming Circular Tunnel in an Elastic Half-Plane. *International Journal For Numerical And Analytical Methods In Geomechanics*, Vol. 21, pp. 77-89.
- Verruijt, A. (2014) *Elastic stresses and displacements around tunnels. Four programs and seven papers*. Disponível em: <<http://geo.verruijt.net/software/Tunnels.zip>>. Acesso em: 18 de março de 2016.